

ΑΣΚΗΣΗ – 20

Ο τύπος (quadrature formula)

$$\int_0^1 f(x)dx = c_0 f(0) + c_1 f(1)$$

Παρέχει ακριβείς τιμές για όλες τις συναρτήσεις μηδενικού βαθμού και πρώτου βαθμού. Να προσδιορίσετε τις τιμές των c_0 και c_1

Take the simplest possible constant function $f(x) = 1$ and linear function $f(x) = x$:

$$\begin{aligned} f(x) = 1 &\implies \int_0^1 dx = x \Big|_0^1 = 1 = c_0 + c_1 \\ f(x) = x &\implies \int_0^1 x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{1}{2} = c_1 \end{aligned}$$

Solving the two linear equations yields $c_0 = \frac{1}{2}$ and $c_1 = \frac{1}{2}$, so the quadrature formula is just the arithmetic average of $f(0)$ and $f(1)$.