

ΑΣΚΗΣΗ – 1

Είναι $f(x) = \sqrt{x}$. Να υπολογίσετε το πολυώνυμο παρεμβολής 2^{ου} βαθμού, $P_2(x)$, για την $f(x)$, χρησιμοποιώντας τα σημεία $x_1 = 1$, $x_2 = 2.25$, και $x_3 = 4$. Στη συνέχεια να υπολογίσετε το $P_2(2)$ καθώς και το πραγματικό σφάλμα. [ΑΠΑΝΤΗΣΗ: $P_2(2) = \frac{148}{105}$].

Solution. $y_1 = 1$, $y_2 = 1.5$ and $y_3 = 2$, so the interpolating polynomial is

$$P_2(x) = \frac{(x - 2.25)(x - 4)}{(1 - 2.25)(1 - 4)} + (1.5) \frac{(x - 1)(x - 4)}{(2.25 - 1)(2.25 - 4)} + (2) \frac{(x - 1)(x - 2.25)}{(4 - 1)(4 - 2.25)}$$

Equivalently, using divided differences, we have

$$\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2.25 & 1.5 \\ 4 & 2 \end{array} \begin{array}{c} \\ \frac{0.03}{-0.02} \\ \end{array} - \frac{4}{105}$$

so

$$P_2(x) = 1 + \frac{2}{5}(x - 1) - \frac{4}{105}(x - 1)(x - 2.25)$$