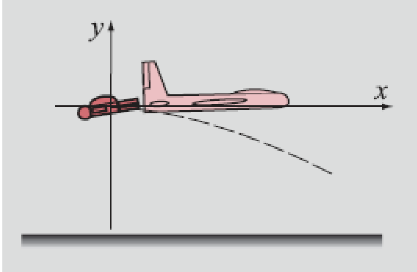
ΦΥΛΛΑΔΙΟ 6, ΑΣΚΗΣΗ – 11, ΕΑΡΙΝΟ 2024

Ένας αλεξιπτωτιστής πηδά από ένα αεροσκάφος σε ευθεία και επίπεδη πτήση. Η κίνηση του αλεξιπτωτιστή περιγράφεται κατά προσέγγιση από το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\gamma}{m}\left(\frac{dx}{dt}\right)\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g - \frac{\gamma}{m}\left(\frac{dy}{dt}\right)\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$



όπου x και y προσδιορίζουν τη θέση του αλεξιπτωτιστή με βάση το σύστημα συντεταγμένων που υπάρχει στο σχήμα. Για $m = 80 \text{ kg}, g = 9{,}81 \text{ m/s}^2, \gamma = 5.38 \text{ Ns}^2/\text{m}^2$, και αρχικές συνθήκες:

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 0, \quad \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 3134 \text{ m/s}, \quad \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0} = 0$$

Να προσδιορίσετε και να σχεδιάσετε την τροχιά του αλεξιπτωτιστή για τα πρώτα 5s. Να ανάγετε το σύστημα των δύο, 2ης τάξης, συνήθων Δ.Ε. σε ένα σύστημα τεσσάρων 1ης τάξης συνήθων Δ.Ε. και να το λύσετε.

ΛΥΣΗ

To solve the problem the system of two second-order ODEs is rewritten as a system of four first-order ODEs. This is done by introducing two new variables u, and w such that:

$$u = \frac{dx}{dt}, \; w = \frac{dy}{dt} \text{ and } \frac{du}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \; \frac{dw}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

With these definitions the system of two first-order ODEs is:

$$\frac{dx}{dt} = u \quad \text{with the initial condition} \quad x(0) = 0$$
$$\frac{du}{dt} = -\frac{\gamma}{m}u\sqrt{u^2 + w^2} \quad \text{with the initial condition } u(0) = 134$$
$$\frac{dy}{dt} = w \quad \text{with the initial condition} \quad y(0) = 0$$
$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{\gamma}{m}w\sqrt{u^2 + w^2} \quad \text{with the initial condition} \quad w(0) = 0$$

```
function dxydt = F5_11ODEs(t,xy)
m=80; g=9.81; gam=5.38;
dxydt(1,1) = xy(2);
dxydt(2,1) = -(gam/m)*xy(2)*sqrt((xy(2)^2)+(xy(4)^2));
dxydt(3,1) = xy(4);
dxydt(4,1) = -g-(gam/m)*xy(4)*sqrt((xy(2)^2)+(xy(4)^2));


% Solution
clear all
tspan = [0 5];
xy1(1) = 0;
xy1(2) = 134;
xy1(3) = 0;
xy1(4) = 0;
[T,Y] = ode45('F5_11ODEs',tspan,xy1);
plot(Y(:,1),Y(:,3))
xlabel('x (m)'); ylabel('y (m)')
disp(' time (s) x (m) y (m)')
disp([T, Y(:,2), Y(:,4)])
```

RESULTS

```
time (s) x (m) y (m)
     0.00000   134.00000     0.00000
     0.06813    83.64697    -0.53999
     0.12723    62.78007    -0.91274
     0.20915    46.65026    -1.37848
     0.32004    34.60537    -1.96987
     0.47002    25.63269    -2.73943
     0.67278    18.93978    -3.75272
     0.94702    13.89856    -5.08330
     1.31883     9.98826    -6.77631
     1.81883     6.80784    -8.70368
     2.31883     4.69499   -10.09806
     2.81883     3.21196   -10.98619
     3.31883     2.17576   -11.50163
     3.81883     1.46334   -11.78269
     4.31883     0.97990   -11.92978
     4.81883     0.65457   -12.00467
     5.00000     0.56534   -12.02133
```