

Κεφ. 2. Κινηματική σε μια διάσταση

Μέση ταχύτητα (μέτρο): $\frac{[\text{διανυθείσα απόσταση}]}{[\text{απαιτηθείς χρόνος}]}$

Μέση ταχύτητα (διανυσματική): $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Στιγμιαία ταχύτητα: $v = \frac{dx}{dt}$

Μέση επιτάχυνση: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Στιγμιαία επιτάχυνση: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$

Κίνηση υπό σταθερή επιτάχυνση: $v = v_0 + at$
 $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$
 $a(x - x_0) = \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2)$

Επιτάχυνση βαρύτητας: $g \cong 9,81 \text{ m/s}^2$
 $\cong 32,2 \text{ ft/s}^2$

Κεφ. 4. Κινηματική σε τρεις διαστάσεις

Μέση (διανυσματική) ταχύτητα: $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$

Στιγμιαία (διανυσματική) ταχύτητα: $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$

Μέση επιτάχυνση: $\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$

Στιγμιαία επιτάχυνση: $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$

Κίνηση με σταθερή επιτάχυνση: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$
 $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a}t^2$

Κίνηση βλημάτων: $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta$
 $v_z = v_{0z} - gt = v_0 \sin \theta - gt$
 $x = v_{0x} t$
 $z = v_{0z} t - \frac{1}{2} gt^2$

Βεληνεκές, μέγιστο ύψος, και χρόνος πτήσεως (υπεράνω επιπέδου εδάφους):

$$X_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$Z_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$t_{\text{flight}} = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

Κεντρομόλος Επιτάχυνση (μέτρο) σε ομαλή κυκλική κίνηση: $a = v^2/r$

Μετασχηματισμοί Γαλιλαίου: $t' = t$
 $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}_O t$
 $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{V}_O$

Κεφ. 6. Δυναμική – δυνάμεις και η λύση της εξίσωσης κίνησης

Οι τέσσερις θεμελιώδεις δυνάμεις: Βαρυτική, "ασθενής", ηλεκτρομαγνητική, "ισχυρή"

Βάρος: μέτρο: $w = mg$
 φορά: Προς τα κάτω

Κινητική τριβή: $f_k = \mu_k N$

Στατική τριβή: $f_s \leq \mu_s N$

Δύναμη επαναφοράς ελατηρίου (Νόμος του Hooke): $F = -kx$

Δύναμη που απαιτείται για ομοιόμορφη κυκλική κίνηση: μέτρο: mv^2/r
 φορά: Κεντρομόλος

Κεφ. 7. Έργο και ενέργεια

Έργο παραγόμενο από σταθερή δύναμη: $W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r} = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$

Έργο παραγόμενο από μεταβλητή δύναμη:

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{P_1}^{P_2} F_x dx + \int_{P_1}^{P_2} F_y dy + \int_{P_1}^{P_2} F_z dz$$

Έργο παραγόμενο από τη βαρύτητα: $W = -mg \Delta z$

Κινητική ενέργεια: $K = \frac{1}{2} m v^2$

$$= \frac{p^2}{2m}$$

Θεώρημα έργου – ενέργειας: $\Delta K = W$

Βαρυντική δυναμική ενέργεια: mgz

Μηχανική ενέργεια: $E = K + mgz$

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας: $E = K + mgz = [\text{σταθερά}]$

Κεφ. 8. Διατήρηση της ενέργειας

Διατηρητική δύναμη: Το έργο που παράγεται από τη δύναμη δεν εξαρτάται από το δρόμο· εξαρτάται μόνο από τη θέση των ακραίων σημείων του δρόμου.

Δυναμική ενέργεια διατηρητικής δύναμης:

$$U(P) = - \int_{P_0}^P \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} + U(P_0)$$

Μηχανική ενέργεια: $E = K + U$

Διατήρηση ενέργειας: $E = K + U = [\text{σταθερά}]$

Δυναμική ενέργεια ελατηρίου: $U(x) = \frac{1}{2} kx^2$

Απώλεια μηχανικής ενέργειας από μη διατηρητικές δυνάμεις: $\Delta E = W_{\text{μη διατηρητ.}}$

Δύναμη ως παράγωγος δυναμικής ενέργειας:

$$F_x = - \frac{\partial U}{\partial x} \quad F_y = - \frac{\partial U}{\partial y} \quad F_z = - \frac{\partial U}{\partial z}$$

Η μάζα είναι μορφή ενέργειας: $E = mc^2$

Η ενέργεια έχει μάζα: $\Delta m = \Delta E/c^2$

Μέση ισχύς: $\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

Στιγμιαία ισχύς: $P = \frac{dW}{dt}$

Μηχανική ισχύς προσφερομένη από δύναμη: $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$

Κεφ. 9. Βαρύτητα

Νόμος της παγκόσμιας έλξης: $F = \frac{GMm}{r^2}$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

Επιτάχυνση βαρύτητας στη Γη: $g = \frac{GM_E}{R_E^2}$

Κυκλική τροχιά γύρω απ' τον Ηλιο: $v^2 = \frac{GM_S}{r}$

Πρώτος Νόμος του Kepler: Οι τροχιές των πλανητών είναι ελλείψεις με τον Ηλιο στη θέση της μίας εστίας.

Δεύτερος Νόμος του Kepler: Η επιβατική ακτίνα από τον Ηλιο προς τους πλανήτες σαρώνει ίσα εμβαδά σε ίσους χρόνους.

Τρίτος Νόμος του Kepler: Το τετράγωνο της περιόδου είναι ανάλογο προς τον κύβο του μεγάλου ημιάξονα της πλανητικής τροχιάς.

Βαρυτική δυναμική ενέργεια: $U = - \frac{GMm}{r}$

Ενέργεια κυκλικής τροχιάς γύρω από τον Ηλιο: $E = - \frac{GM_S m}{2r}$

Ταχύτητα διαφυγής από τη Γη: $v = \sqrt{2GM_E/R_E}$

Κεφ. 10. Συστήματα σωματιδίων

Ορμή συστήματος σωματιδίων: $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots + \mathbf{p}_n$

Ρυθμός μεταβολής της ορμής:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}_{\text{ext}}$$

Διατήρηση ορμής (απουσία εξωτερικών δυνάμεων):

$$\mathbf{P} = [\text{σταθερά}]$$

Κέντρο μάζας: $\mathbf{r}_{\text{CM}} = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2 + \dots + m_n \mathbf{r}_n}{M}$

$$\mathbf{r}_{\text{CM}} = \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \rho dV$$

Ορμή συστήματος σωματιδίων: $\mathbf{P} = M\mathbf{v}_{\text{CM}}$

Κίνηση κέντρου μάζας: $M\mathbf{a}_{\text{CM}} = \mathbf{F}_{\text{ext}}$

Κινητική ενέργεια συστήματος σωματιδίων:

$$K = K_{\text{int}} + \frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2$$

Εξίσωση ρουκέτας: $v - v_0 = u \ln \left(\frac{M_0}{M} \right)$

Κεφ. 11. Συγκρούσεις

Ωση (Ωθηση): $\mathbf{I} = \int_0^{\Delta t} \mathbf{F} dt$

$$= \mathbf{p}' - \mathbf{p}$$

Ελαστική κρούση: Η κινητική ενέργεια διατηρείται.

Τελείως ανελαστική κρούση: Η μέγιστη ποσότητα της κινητικής ενέργειας χάνεται· τα σωματίδια παραμένουν ενωμένα.

Ταχύτητες στις μονοδιάστατες ελαστικές κρούσεις:

$$\text{πριν: } v_1 \neq 0 \quad v_2 = 0$$

$$\text{μετά: } v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Μεταβολή της ενέργειας μάζας ηρεμίας σε ανελαστικές κρούσεις:

$$Q = (m_1 + m_2 + \dots + m_n) c^2 - (m_1' + m_2' + \dots + m_r') c^2$$

Κεφ. 12. Κινηματική του στερεού σώματος

Μέση γωνιακή ταχύτητα: $\bar{\omega} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

Στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα: $\omega = \frac{d\phi}{dt}$

Μέση γωνιακή επιτάχυνση: $\bar{a} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

Στιγμιαία γωνιακή επιτάχυνση: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

Ταχύτητα σωματιδίου περιστρεφόμενου σώματος: $v = R\omega$

Επιτάχυνση σωματιδίου περιστρεφόμενου σώματος:

$$a_{\text{tan}} = R\alpha$$

$$a_{\text{cent}} = R\omega^2$$

Κίνηση με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\phi - \phi_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\alpha (\phi - \phi_0) = \frac{1}{2} (\omega^2 - \omega_0^2)$$

Ροπή αδρανείας: $I = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2$

$$I = \int \rho R^2 dV$$

Κινητική ενέργεια περιστροφής: $K = \frac{1}{2} I\omega^2$

Θεώρημα των παράλληλων αξόνων: $I = I_{\text{CM}} + Md^2$

Θεώρημα των κάθετων αξόνων (για επίπεδη πλάκα στο επίπεδο x - y):

$$I_z = I_x + I_y$$

Εξωτερικό (διανυσματικό) γινόμενο:

Το μέτρο του $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ ισούται με $AB \sin \beta$
η φορά δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Στροφορμή σωματιδίου: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$

Στροφορμή ομαλής κυκλικής κίνησης: $L = mrv$

Στροφορμή στερεού σώματος περιστρεφόμενου περί τον άξονα z: $L_z = I\omega$

Κεφ. 13. Δυναμική του στερεού σώματος

Ροπή: $\tau = r \times F$

Εξίσωση περιστροφικής κίνησης (σταθερός άξονας ή άξονας διερχόμενος από το κέντρο μάζας):

$$I\alpha = \tau_z$$

Εργο παραγόμενο από ροπή: $W = \int \tau_z d\phi$

Διατήρηση ενέργειας: $E = \frac{1}{2} I\omega^2 + U = [\text{σταθερά}]$

Ισχύς μεταφερόμενη από ροπή: $P = \tau_z \omega$

Διατήρηση στροφορμής: $I\omega = [\text{σταθερά}]$

Κύλιση (χωρίς ολίσθηση): Ο άξονας που διέρχεται από το σημείο επαφής είναι στιγμιαία σταθερός άξονας.

Μετάπτωση γυροσκοπίου: $\omega_p = rMg/L$

Κεφ. 14. Στατική και ελαστικότητα

Στατική ισορροπία: Τα αθροίσματα των εξωτερικών δυνάμεων και των εξωτερικών ροπών που ασκούνται σε στερεό σώμα είναι ίσα με το μηδέν. Η βαρύτητα δρα στο κέντρο μάζας.

Μηχανικό όφελος μοχλού: $\frac{F'}{F} = \frac{l}{l'}$

Επιμήκυνση ελαστικού υλικού: $\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{Y} \frac{F}{A}$

Διάτμηση: $\frac{\Delta x}{h} = \frac{1}{S} \frac{F}{A}$

Συμπίεση όγκου: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{B} \frac{F}{A}$

Κεφ. 15. Ταλαντώσεις

Απλή αρμονική κίνηση: $x = A \cos(\omega t + \delta)$

Περίοδος: $T = 2\pi/\omega$

Συχνότητα: $\nu = 1/T = \omega/2\pi$

Εξίσωση κίνησης απλού αρμονικού ταλαντωτή:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

Κυκλική συχνότητα απλού αρμονικού ταλαντωτή: $\omega = \sqrt{k/m}$

Ενέργεια απλού αρμονικού ταλαντωτή: $E = \frac{1}{2} kA^2$
 $= \frac{1}{2} m v_{\max}^2$

Κυκλική συχνότητα και περίοδος απλού εκκρεμούς:

$$\omega = \sqrt{g/l} \quad T = 2\pi \sqrt{l/g}$$

Κυκλική συχνότητα φυσικού εκκρεμούς: $\omega = \sqrt{Mgl/I}$

Κυκλική συχνότητα στρεπτικού εκκρεμούς: $\omega = \sqrt{\kappa/I}$

Κλασματική απώλεια ενέργειας ανά περίοδο ταλαντωτή με απόσβεση:

$$\frac{\Delta E}{E} = -2\pi \frac{\gamma}{\omega}$$

Το Q ταλαντωτή με απόσβεση: $Q = \omega/\gamma$

Κεφ. 20. Θερμότητα

Ειδική θερμότητα νερού: $c = 1 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$

Μηχανικό ισοδύναμο θερμότητας: $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$

Θερμική διαστολή: $\Delta L = \alpha L \Delta T$
 $\Delta V = \beta V \Delta T$

Θερμική Αγωγιμότητα: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -kA \frac{dT}{dx}$

Σχέση μεταξύ των ειδικών θερμοτήτων ιδανικών αερίων: $C_p - C_v = R$

Αδιαβατική εξίσωση αερίων: $pV^\gamma = [\text{σταθερά}]$
 $\gamma = C_p/C_v$

Κεφ. 21. Θερμοδυναμική

Πρώτος Νόμος Θερμοδυναμικής: $\Delta E = \Delta Q - \Delta W$

Απόδοση θερμοκίνης μηχανής: $e = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$

Απόδοση μηχανής Carnot: $e = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Θεώρημα του Carnot: Η απόδοση οποιασδήποτε μηχανής δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την απόδοση μιας μηχανής Carnot· η απόδοση οποιασδήποτε αντιστρεπτής μηχανής ισούται με την απόδοση της μηχανής Carnot.

Θεώρημα του Clausius (αντιστρεπτός κύκλος): $\int \frac{dQ}{T} = 0$

Ορισμός εντροπίας: $S(A) = \int_{A_0}^A \frac{dQ}{T} + S(A_0)$
(αντιστρεπτή)