

ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΞΑΝΘΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: **ΙΟΥΝΙΟΥ 2023**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ**

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: **ΚΑΡΑΚΑΤΣΑΝΗΣ Σ. ΘΕΟΚΛΗΤΟΣ**

4^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ

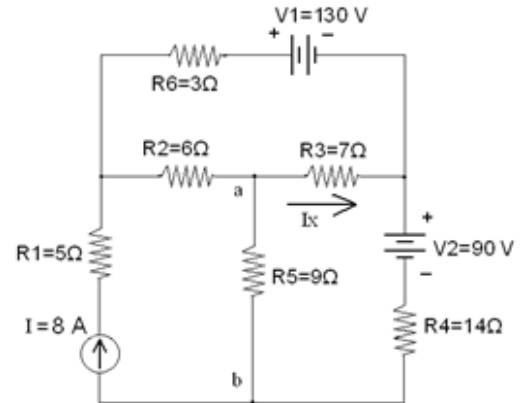
Επικουρος Καθηγητής Δ.Π.Θ.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ½ ΩΡΕΣ .

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : Α.Μ.

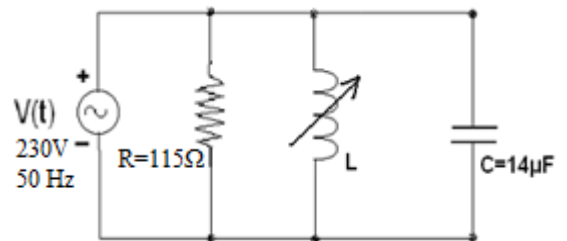
ΘΕΜΑ 1^ο: (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται με εφαρμογή της μεθόδου των βρόχων να υπολογιστεί: α) το ρεύμα I_x επάνω στην αντίσταση $R_3=7\Omega$. β) Η πτώση τάσης V_{ab} επάνω στην αντίσταση $R_5=9\Omega$. γ) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της πηγής τάσης V_1 για να μηδενιστεί η πτώση τάσης επάνω στην αντίσταση $R_2 = 6 \Omega$;



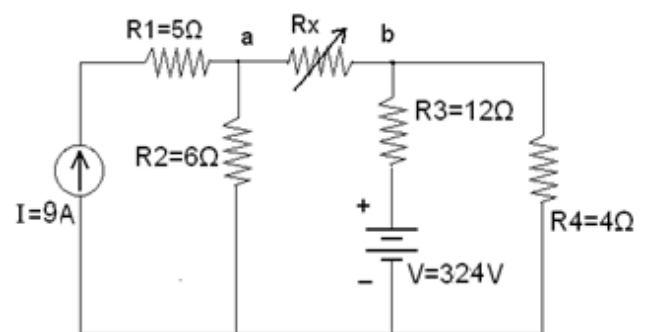
ΘΕΜΑ 2^ο: (Μονάδες 2.50).

Το κύκλωμα RLC με παράλληλη συνδεσμολογία που δίνεται στο σχήμα, τροφοδοτείται από πηγή τάσης $V(t)=325,27 \cos(100\pi t)$. α) Να προσδιοριστεί η επαγωγή του πηνίου έτσι ώστε το ρεύμα της πηγής να είναι το ελάχιστο. Ποιος ο συντελεστής ισχύος της πηγής, η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος και η τιμή του ρεύματος σε κάθε κλάδο και της πηγής στην περίπτωση αυτή; β) Σε ποια τιμή πρέπει να ρυθμιστεί η επαγωγή του πηνίου για έχουμε συντελεστή ισχύος του κυκλώματος 0,75 επαγωγικό, και να προσδιοριστεί η τιμή του ρεύματος της πηγής και του κάθε κλάδου, καθώς η τιμή της εμπέδησης στην περίπτωση αυτή. γ) Να υπολογιστεί η ενεργός, άεργος και φαινόμενη ισχύς του κυκλώματος και να σχεδιαστούν τα διανυσματικά διαγράμματα όλων των τάσεων και ρευμάτων για τις δύο πιο πάνω περιπτώσεις.



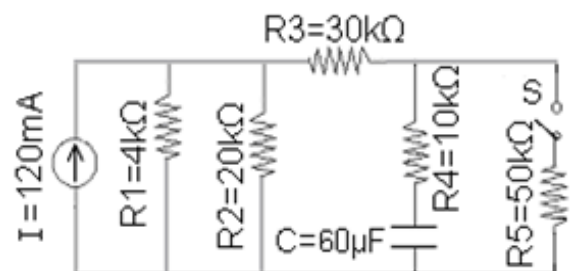
ΘΕΜΑ 3^ο: (Μονάδες 2.50).

Για το κύκλωμα που δίνεται α) Να προσδιοριστεί το ισοδύναμο κατά Thevenin ανάμεσα στα σημεία a και b. β) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της μεταβλητής αντίστασης R_x έτσι ώστε να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ και να υπολογιστεί η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.



ΘΕΜΑ 4^ο: (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται, ο διακόπτης S ήταν για αρκετή ώρα ανοικτός και τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνει. α) Ποιές είναι οι σταθερές χρόνου του πυκνωτή για $t < 0$ και για $t > 0$; β) Να υπολογιστεί αναλυτικά και να παρασταθεί γραφικά η τάση συναρτήσει του χρόνου $U_C(t)$ στα άκρα του πυκνωτή για $t > 0$ και γ) Ποιο είναι το φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t=0$ που κλείνει ο διακόπτης και $t = \infty$ μετά το κλείσιμο του διακόπτη;



ΓΕΝΙΚΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Σύνθεση παράλληλων αντιστάσεων : $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, $R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$

Διαιρέτης τάσης $V_n = \frac{R_n}{R_T} V_T$

Διαιρέτης ρεύματος $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_T$, $I_n = \frac{R_T}{R_n} I_T$

Νόμος του Ohm $V = I R$, $I = \frac{V}{R}$, $R = \frac{V}{I}$

Ισχύς $P = V I = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

Σταθερά χρόνου πυκνωτή $\tau = RC$ Σταθερά χρόνου πηνίου $\tau = \frac{L}{R}$

τάση πυκνωτή $V_c(t) = A e^{-t/\tau} + B$ ρεύμα πηνίου $I_L(t) = A e^{-t/\tau} + B$

Συχνότητα εναλλασσόμενου ρεύματος $f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)}$ και $\omega = 2\pi f \text{ (rad/s)}$

Ενεργός τιμή ρεύματος και τάσης $I(\text{rms}) = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ και $V(\text{rms}) = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

Επαγωγική και Χωρητική αντίδραση $X_L = 2\pi f L$ $X_C = \frac{1}{2\pi f C}$

Στιγμιαία ένταση ή τάση $I(t) = I_0 \sin(\omega t \pm \Delta\phi)$ $V(t) = V_0 \sin(\omega t \pm \Delta\phi)$

Πραγματική (ενεργός) ισχύς $P = VI \cos\phi$ (W) $P = \sqrt{3} V_\pi I_{\gamma\phi} \cos\phi = 3 V_\phi I_\phi \cos\phi$

Άεργος ισχύς $Q = VI \sin\phi$ (VAR) $Q = \sqrt{3} V_\pi I_{\gamma\phi} \sin\phi = 3 V_\phi I_\phi \sin\phi$

Φαινόμενη (συνολική) ισχύς $S = VI$ (VA) $S = \sqrt{3} V_\pi I_{\gamma\phi} = 3 V_\phi I_\phi$

Συντελεστής ισχύος Σ.Ι. $\cos\phi = \frac{P}{S}$

Τριγωνομετρικές σχέσεις ισχύος $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $P = \sqrt{S^2 - Q^2}$ $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

Σύνθετη αντίσταση (εμπέδηση) κυκλώματος RLC σειράς $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

Σε κύκλωμα σειράς $V_T = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$ $\cos\phi = \frac{V_R}{V_T} = \frac{R}{Z}$

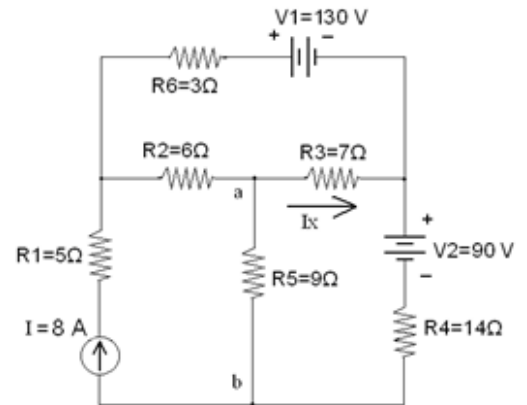
Σε παράλληλο κύκλωμα $I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$, $Z = \frac{V}{I}$, $\cos\phi = \frac{I_R}{I_T} = \frac{Z}{R}$

ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΞΑΝΘΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

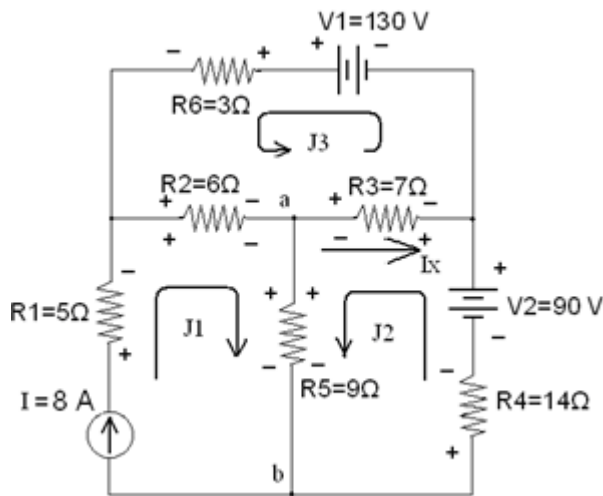
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: **ΙΟΥΝΙΟΥ 2023**
 ΜΑΘΗΜΑ: **ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ** 4^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ
 ΔΙΔΑΣΚΩΝ: ΚΑΡΑΚΑΤΣΑΝΗΣ Σ. ΘΕΟΚΛΗΤΟΣ Επικουρος Καθηγητής Δ.Π.Θ.

ΘΕΜΑ 1^ο: (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται με εφαρμογή της μεθόδου των βρόχων να υπολογιστεί: α) το ρεύμα I_x επάνω στην αντίσταση $R_3=7\Omega$. β) Η πτώση τάσης V_{ab} επάνω στην αντίσταση $R_5=9\Omega$. γ) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της πηγής τάσης V_1 για να μηδενιστεί η πτώση τάσης επάνω στην αντίσταση $R_2 = 6 \Omega$;



Λύση



Οι βρόχοι που επιλέγονται και τα αντίστοιχα ρεύματα των βρόχων J_1 , J_2 και J_3 φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

Στον βρόχο 1 το ρεύμα βρόχου είναι το ίδιο με το ρεύμα της πηγής I και έτσι το σύστημα των τριών εξισώσεων απλοποιείται σε μόνο δύο.

Συγκεκριμένα οι εξισώσεις για τον κάθε βρόχο θα είναι:

$$J_1 = I = 8 \text{ A} \quad (1)$$

$$-V_2 + R_3 (J_2 - J_3) + R_5 (J_2 + I) + R_4 J_2 = 0 \quad (2)$$

$$-V_1 + R_6 J_3 + R_2 (J_3 + I) + R_3 (J_3 - J_2) = 0 \quad (3)$$

$$(R_3 + R_4 + R_5) J_2 - R_3 J_3 + I R_5 - V_2 = 0 \quad (2)$$

$$-R_3 J_2 + (R_2 + R_3 + R_6) J_3 + I R_2 - V_1 = 0 \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει

$$(7 + 14 + 9) J_2 - 7 J_3 + 8 \times 9 - 90 = 0 \quad \Rightarrow \quad 30 J_2 - 7 J_3 = 18 \quad (2)$$

$$-7 J_2 + (6 + 7 + 3) J_3 + 8 \times 6 - 130 = 0 \quad \Rightarrow \quad -7 J_2 + 16 J_3 = 82 \quad (3)$$

Λύνοντας την (2) ως προς J_2 και αντικαθιστώντας στην (3).

$$J_2 = (18 + 7 J_3) / 30 \quad (2)$$

$$-7 (18 + 7 J_3) / 30 + 16 J_3 = 82 \quad (3) \quad \Rightarrow \quad -126 - 49 J_3 + 480 J_3 = 2460$$

$$\Rightarrow \quad 431 J_3 = 2586 \quad \Rightarrow \quad J_3 = 6 \text{ A}$$

$$\text{και } J_2 = (18 + 7 \times 6) / 30 = 60 / 30 \quad \Rightarrow \quad J_2 = 2 \text{ A}$$

Έτσι, α) $I_x = J_3 - J_2 = 6 \text{ A} - 2 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad I_x = 4 \text{ A}$

και β) $V_{ab} = (J_1 + J_2) \times R_5 = (8 \text{ A} + 2 \text{ A}) \times 9 \Omega \quad \Rightarrow \quad V_{ab} = 90 \text{ V}$

γ) Για να μηδενιστεί η πτώση τάσης επάνω στην αντίσταση $R_2 = 6\Omega$ θα πρέπει $I R_2 = 0$ δηλαδή $J_1 + J_3 = 0$ και αφού το J_1 παραμένει σταθερό και είναι $J_1 = 8 \text{ A}$ θα πρέπει $J_3 = -8 \text{ A}$.

Επομένως το σύστημα εξισώσεων των βρόχων γίνεται:

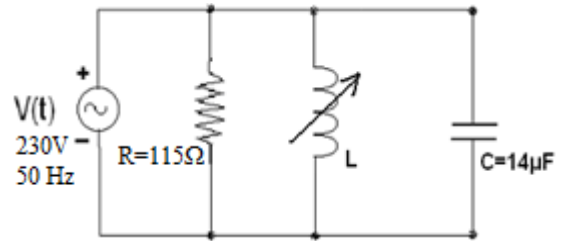
$$-V_2 + R_3 J_2 - R_3 (-8) + R_5 (J_2 + 8) + R_4 J_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 30 J_2 + 128 - 90 = 0 \quad (2)$$

$$-V_1 + R_6 (-8) + R_2 (0) + R_3 (-8 - J_2) = 0 \quad \Rightarrow \quad -24 - 56 - 7 J_2 = V_1 \quad (3)$$

και $J_2 = -1,266 \text{ A}$ ενώ $V_1 = -80 + 8,866 \Rightarrow V_1 = -71,133 \text{ V}$

ΘΕΜΑ 2^ο: (Μονάδες 2.50).

Το κύκλωμα RLC με παράλληλη συνδεσμολογία που δίνεται στο σχήμα, τροφοδοτείται από πηγή τάσης $V(t)=325,27 \cos(100\pi t)$. α) Να προσδιοριστεί η επαγωγή του πηνίου έτσι ώστε το ρεύμα της πηγής να είναι το ελάχιστο. Ποιος ο συντελεστής ισχύος της πηγής, η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος και η τιμή του ρεύματος σε κάθε κλάδο και της πηγής στην περίπτωση αυτή; β) Σε ποια τιμή πρέπει να ρυθμιστεί η επαγωγή του πηνίου για έχουμε συντελεστή ισχύος του κυκλώματος 0,75 επαγωγικό, και να προσδιοριστεί η τιμή του ρεύματος της πηγής και του κάθε κλάδου, καθώς η τιμή της εμπέδησης στην περίπτωση αυτή. γ) Να υπολογιστεί η ενεργός, άεργος και φαινόμενη ισχύς του κυκλώματος και να σχεδιαστούν τα διανυσματικά διαγράμματα όλων των τάσεων και ρευμάτων για τις δύο πιο πάνω περιπτώσεις.



Λύση

α) $V(t) = 325,27 \cos(100\pi t)$

Επομένως $V_p = 325,27 \text{ V}$ και $V(\text{rms}) = V_p / \sqrt{2} = 230 \text{ V}$

Ενώ $\omega t = 100 \pi t$ και η συχνότητα είναι $2 \pi f = \omega \rightarrow f = 50 \text{ Hz}$

Η επαγωγή που θα δίνει την ελάχιστη τιμή ρεύματος αντιστοιχεί στην μέγιστη συνολική εμπέδηση του κυκλώματος και προκύπτει στην περίπτωση συντονισμού.

Δηλαδή θα πρέπει να ισχύει $X_L = X_C \Rightarrow 2 \pi f L = 1 / (2 \pi f C)$

και $L = 1 / (4 \pi^2 f^2 C) \Rightarrow L = 1 / [4 \times (3,14 \times 50)^2 \times 14 \times 10^{-6}] = 0,724 \text{ H}$

Για $X_L = X_C$ η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος θα είναι :

$Z = R = 115 \Omega$ και $\cos \phi = 1$ περίπτωση συντονισμού

$I_T = I_R = V / Z_{ολ} = 230 \text{ V} / 115 \Omega = 2 \text{ A} \angle 0^\circ$

$X_L = 2 \pi f L = X_C = 1 / (2 \pi f C) = 1 / (2 \times 3,14 \times 50 \times 14 \times 10^{-6}) = 227,36 \Omega$

$I_L = V / X_L = 230 \text{ V} / 227,36 \Omega \Rightarrow I_L = 1,01 \text{ A} \angle -90^\circ$

$I_C = V / X_C = 230 \text{ V} / 227,36 \Omega \Rightarrow I_C = 1,01 \text{ A} \angle +90^\circ$

β) Για να είναι ο συντελεστής ισχύος 0,75 θα πρέπει $\cos \phi = I_R / I_T = 0,75$

και για να είναι επαγωγικός θα πρέπει $I_L > I_C$ όπως φαίνεται και στο αντίστοιχο διανυσματικό διάγραμμα στο ακόλουθο ερώτημα, επομένως $X_C > X_L$.

Το συνολικό ρεύμα της πηγής θα είναι: $I_R / I_T = 0,75 \Rightarrow I_T = I_R / 0,75 = 2,667 \text{ A}$

και $I_T = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} \Rightarrow I_X = |I_L - I_C| = \sqrt{I_T^2 - I_R^2} \Rightarrow I_X = 1,76 \text{ A}$

Τα ρεύματα αντίστοιχα στους τρεις κλάδους θα είναι :

$I_R = V / R = 230 \text{ V} / 115 \Omega \Rightarrow I_R = 2 \text{ A} \angle 0^\circ$

$I_C = V / X_C = 230 \text{ V} / 227,36 \Omega \Rightarrow I_C = 1,01 \text{ A} \angle +90^\circ$

$I_L = V / X_L = 230 \text{ V} / X_L = 1,01 + 1,76 \Rightarrow I_L = 2,77 \text{ A} \angle -90^\circ$

Έτσι $X_L = 230 \text{ V} / I_L = 230 / 2,77 = 83,03 \Omega$

και $X_L = 2 \pi f L \Rightarrow L = X_L / (2 \pi f) = 83,03 / (2 \times 3,14 \times 50) \Rightarrow L = 0,264 \text{ H}$

Η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος θα είναι :

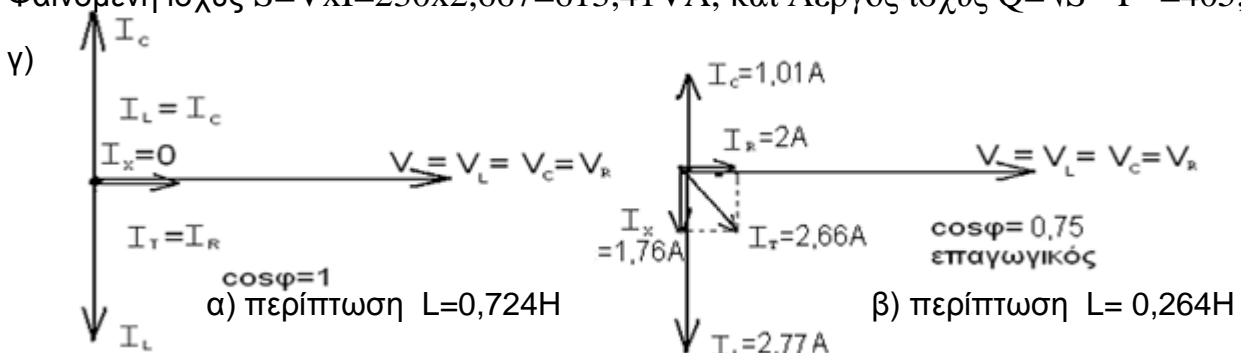
$Z = V / I_T = 230 \text{ V} / 2,667 \text{ A} \Rightarrow Z = 86,24 \Omega$

γ) Στην περίπτωση του συντονισμού για επαγωγή $L=0,724 \text{ H}$ θα ισχύει:

Φαινόμενη και Πραγματική ισχύς $S = P = V \times I = 230 \times 2 = 460 \text{ VA}$, Άεργος ισχύς $Q = 0$

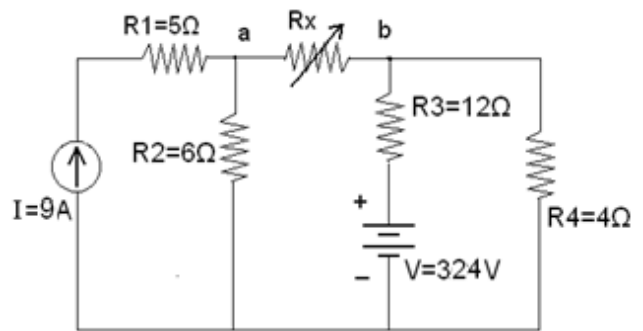
Για επαγωγή $L=0,264 \text{ H}$ θα ισχύει : Πραγματική ισχύς $P = I^2 \times R = 2^2 \times 115 = 460 \text{ W}$

Φαινόμενη ισχύς $S = V \times I = 230 \times 2,667 = 613,41 \text{ VA}$, και Άεργος ισχύς $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 405,80 \text{ VAR}$



ΘΕΜΑ 3^ο: (Μονάδες 2.50).

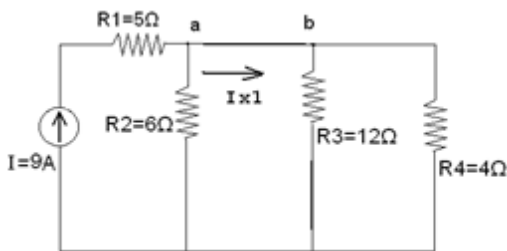
Για το κύκλωμα που δίνεται α) Να προσδιοριστεί το ισodύναμο κατά Thevenin ανάμεσα στα σημεία a και b. β) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της μεταβλητής αντίστασης R_x έτσι ώστε να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ και να υπολογιστεί η τιμή της μέγιστης αυτής ισχύος.



Λύση

Αρχικά θα προσδιοριστεί το ισodύναμο κατά Norton και μετά θα μετατραπεί σε Thevenin. Για τον υπολογισμό του I_N , απομακρύνεται η αντίσταση R_x , βραχυκυκλώνονται τα σημεία a και b και εφαρμόζεται το θεώρημα της υπέρθεσης.

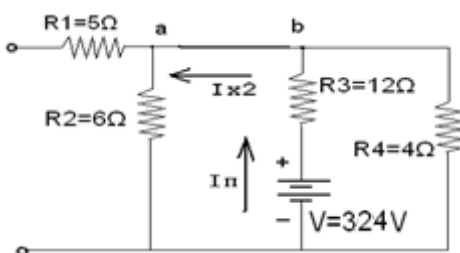
1) Μόνο με την πηγή ρεύματος (βραχυκυκλώνεται η πηγή τάσης)



Στον κόμβο a το ρεύμα των 9A διακλαδίζεται στην αντίσταση των 6Ω και στην R_{eq} όπου,
 $R_{eq} = R3 // R4 = (12 \times 4) / (12 + 4) \Rightarrow R_{eq} = 3 \Omega$

Σύμφωνα με τον τύπο του διαιρέτη ρεύματος θα ισχύει:
 $I_{x1} = R2 \times I / (R2 + R_{eq}) = 9 \times 6 / (6 + 3)$ και
 $I_{x1} = 54 / (6 + 3) \Rightarrow I_{x1} = 6 \text{ A} \quad (1)$

2) Μόνο με την πηγή τάσης (ανοιχτοκυκλώνεται η πηγή ρεύματος)



Η συνολική σύνθετη αντίσταση που βλέπει η πηγή είναι:
 $R_{eq} = R3 + (R2 // R4) = 12 + (6 // 4) =$
 $= 12 + (6 \times 4) / (6 + 4) = 12 + 2,40 \Rightarrow R_{eq} = 14,40 \Omega$

και το ρεύμα I_{π} της πηγής είναι:
 $I_{\pi} = V / R_{eq} = 324 \text{ V} / 14,40 \Omega \Rightarrow I_{\pi} = 22,5 \text{ A}$

Το ρεύμα αυτό διακλαδίζεται στον κόμβο b και έτσι σύμφωνα με τον τύπο διαιρέτη ρεύματος θα ισχύει:

$$I_{x2} = I_{\pi} \times [R4 / (R4 + R2)] = 22,5 \times [4 / (4 + 6)] = 22,5 \times 4/10 \Rightarrow I_{x2} = 9 \text{ A} \quad (2)$$

Η φορά του ρεύματος I_{x2} είναι αντίθετη από την φορά του ρεύματος I_{x1}
 Έτσι συνολικά από (1) και (2) θα πρέπει $I_N = I_{x1} - I_{x2} = 6 - 9 = -3 \text{ A}$

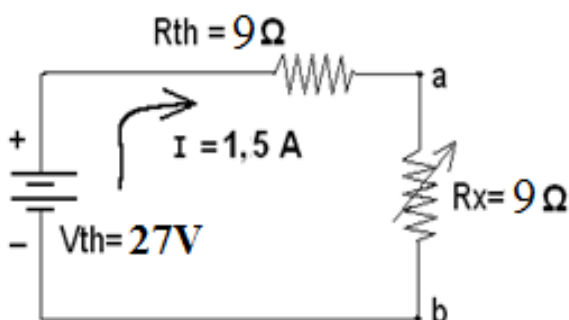
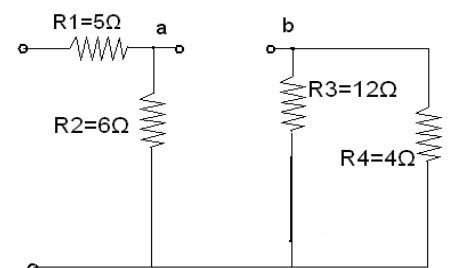
Για τον υπολογισμό της R_N απομακρύνεται η αντίσταση R_x , βραχυκυκλώνεται η πηγή τάσης και ανοιχτοκυκλώνεται η πηγή ρεύματος.

Έτσι προκύπτει ο ακόλουθος συνδυασμός αντιστάσεων ανάμεσα στα σημεία a και b.

$$R_N = R_{th} =$$

$$= R2 + (R3 // R4) = 6 + 12 // 4 = 6 + (12 \times 4) / (12 + 4) =$$

$$= 6 + 48 / 16 = 6 + 3 \Rightarrow R_N = R_{th} = 9 \Omega$$



και επομένως $V_{th} = I_N \times R_{th} = 3 \text{ A} \times 9 \Omega = 27 \text{ V}$

β) Έτσι το ισodύναμο κύκλωμα κατά Thevenin δίνεται στο διπλανό σχήμα:

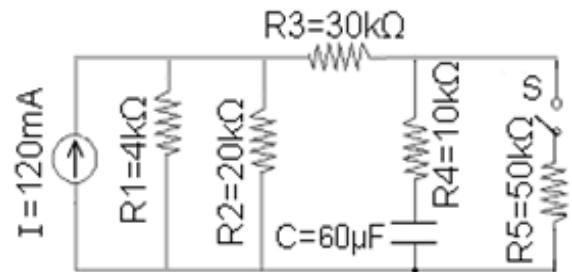
Για να καταναλώνει την μέγιστη ισχύ η αντίσταση R_x θα πρέπει να είναι $R_x = R_{th} = 9\Omega$ και έτσι: $I = 27 \text{ V} / (9 + 9) \Omega = 1,50 \text{ A}$

και η ισχύς αυτή θα είναι:

$$P = I^2 \times R_x = 1,5^2 \times 9 = 20,25 \text{ W}$$

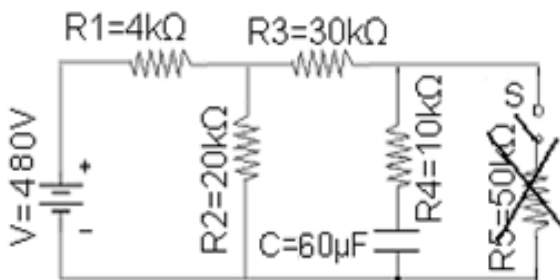
ΘΕΜΑ 4^ο: (Μονάδες 2.50).

Στο κύκλωμα που δίνεται, ο διακόπτης S ήταν για αρκετή ώρα ανοικτός και τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνει. α) Ποιές είναι οι σταθερές χρόνου του πυκνωτή για $t < 0$ και για $t > 0$; β) Να υπολογιστεί αναλυτικά και να παρασταθεί γραφικά η τάση συναρτήσει του χρόνου $U_C(t)$ στα άκρα του πυκνωτή για $t > 0$ και γ) Ποιο είναι το φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t=0$ που κλείνει ο διακόπτης και $t = \infty$ μετά το κλείσιμο του διακόπτη;



Λύση

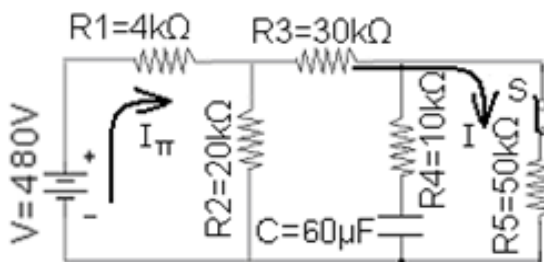
α) Η πηγή ρεύματος μετατρέπεται σε πηγή τάσης $V = I \times R1 = 120 \text{ mA} \times 4 \text{ k}\Omega = 480 \text{ V}$ και όταν ο διακόπτης S παραμένει ανοικτός για $t < 0$ προκύπτει το διπλανό κύκλωμα.



Ο πυκνωτής φορτίζεται μέσω της ισοδύναμης αντίστασης R_{eq} που βλέπει ο πυκνωτής στα άκρα του $R_{eq} = R4 + R3 + (R1/R2) = 10 + 30 + (4 \times 20) / 24 = 40 + 3,333 \Rightarrow R_{eq} = 43,333 \text{ k}\Omega$

και η σταθερά χρόνου για $t < 0$ θα είναι $\tau = R_{eq} \times C = 43,333 \times 10^3 \Omega \times 60 \times 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow \tau = 2,6 \text{ sec}$

Για $t=0$ και πριν κλείσει ο διακόπτης, ο πυκνωτής είναι πλήρως φορτισμένος και έτσι συμπεριφέρεται ως ανοιχτό κύκλωμα. Η τάση στα άκρα του θα είναι η πτώση τάσεως επάνω στην αντίσταση $R2=20\text{k}\Omega$ αφού οι αντιστάσεις $R4$ και $R3$ αντίστοιχα είναι σε σειρά με τον πυκνωτή και δεν διαρρέονται από ρεύμα. Έτσι με εφαρμογή του τύπου διαιρέτη τάσης θα ισχύει: $U_C(t=0) = V R2 = R2 \times V / (R1 + R2) = 20 \times 480 / (4 + 20) = 400 \text{ V}$



Όταν κλείσει ο διακόπτης S την χρονική στιγμή $t=0$ το κύκλωμα διαμορφώνεται όπως στο διπλανό σχήμα και ο πυκνωτής φορτίζεται πλέον μέσω της ισοδύναμης αντίστασης R_{eq}' που βλέπει ο πυκνωτής στα άκρα του και για $t = \infty$ η τελική τιμή της τάσης στα άκρα του θα είναι διαφορετική. Για $t = \infty$ ο πυκνωτής βρίσκεται και πάλι σε μόνιμη κατάσταση φόρτισης τάσης και επομένως συμπεριφέρεται πάλι ως ανοιχτό κύκλωμα.

Έτσι η τιμή της τάσης στην οποία φορτίζεται ο πυκνωτής θα είναι η τιμή της πτώσης τάσης επάνω στην αντίσταση $R5=50\text{k}\Omega$ και η ισοδύναμη αντίσταση R_{eq}' μέσω της οποίας φορτίζεται ο πυκνωτής θα είναι:

$$R_{eq}' = \{ [(R1 // R2) + R3] // R5 \} + R4 = \{ [(4/20) + 30] // 50 \} + 10 = \{ [(4 \times 20 / 24) + 30] // 50 \} + 10 = \{ 33,333 // 50 \} + 10 = 30 \text{ k}\Omega$$

και η σταθερά χρόνου για $t > 0$ θα είναι: $\tau' = R_{eq}' \times C = 30 \times 10^3 \Omega \times 60 \times 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow \tau' = 1,8 \text{ sec}$

Η ισοδύναμη αντίσταση που «βλέπει» η πηγή στην μόνιμη κατάσταση με κλειστό τον διακόπτη S θα είναι: $R_{\pi} = R1 + [R2 // (R3 + R5)] = 4 + [20 // (30 + 50)] = 4 + [20 // 80] = 4 + 16 = 20 \text{ k}\Omega$

και το ρεύμα της πηγής $I_{\pi} = V / R_{\pi} = 480 \text{ V} / 20 \text{ k}\Omega = 24 \text{ mA}$

Το ρεύμα της πηγής διακλαδίζεται επάνω στην αντίσταση $R2$ και στις αντιστάσεις $(R3+R5)$. Η αντίσταση $R4$ δεν διαρρέεται από ρεύμα γιατί ο πυκνωτής είναι ανοιχτό κύκλωμα.

Έτσι με εφαρμογή του τύπου διαιρέτη ρεύματος προκύπτει:

$$I = R2 I_{\pi} / (R2 + R3 + R5) = 20 \times 24 / (20 + 30 + 50) = 4,8 \text{ mA}$$

Επομένως $U_C(t=\infty) = V R5 = I \times R5 = 4,8 \text{ mA} \times 50 \text{ k}\Omega = 240 \text{ V}$

β) Η αναλυτική εξίσωση της τάσης στα άκρα του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση: $U_C(t) = A + B \times e^{-t/\tau'}$

και λαμβάνοντας υπόψη τις αρχικές και τελικές συνθήκες διαμορφώνεται ως εξής και η μορφή της φαίνεται δίπλα :

για $t = 0$ $U_C(t) = 400 \Rightarrow A + B = 400$

για $t = \infty$ $U_C(t) = 240 \Rightarrow A = 240 \Rightarrow B = 160$ και έτσι $U_C(t) = 240 + 160 \times e^{-t/1,8}$

γ) Το φορτίο στα άκρα του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση :

$q = U_C(t) \times C$ και για $t=0 \text{ sec}$ είναι : $q = C \times U_C(t=0) = 60 \times 10^{-6} \text{ F} \times 400 \text{ V} \Rightarrow q = 24,00 \text{ mCb}$

ενώ για $t = \infty \text{ sec}$ θα είναι: $q = C \times U_C(t = \infty) = 60 \times 10^{-6} \text{ F} \times 240 \text{ V} \Rightarrow q = 14,40 \text{ mCb}$

