Δ.Π.Θ. - Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής & Διοίκησης
Τομέας Συστημάτων Παραγωγής
Αναπληρωτής Καθηγητής Στέφανος Δ. Κατσαβούνης
ΜΑΘΗΜΑ : ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Ακαδ. έτος 2023-2024
Εξάμηνο Α'
13 ΟΚΤ 2023

1ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ & ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΕ ΓΛΩΣΣΑ C

1. Να γραφεί αλγόριθμος που θα δέχεται ως είσοδο τις συντεταγμένες δύο σημείων (X1,Y1), (X2,Y2), θα υπολογίζει και θα εμφανίζει την κλίση της ευθείας που σχηματίζουν τα σημεία αυτά. Να ελεγχθούν όλες οι δυνατές περιπτώσεις.

2. Ένας πωλητής λαμβάνει προμήθεια 4% για πωλήσεις μέχρι τις 200.000 € και η προμήθεια διπλασιάζεται (δηλ. γίνεται 8%) μόνον για τις πωλήσεις που υπερβαίνουν τις 200.000 € . Να γράψετε έναν αλγόριθμο για να υπολογίσετε το συνολικό ποσό προμήθειας, αν δίνεται ως δεδομένο το ποσό των πωλήσεων .

3. Δίνεται ο πίνακας τιμών για τους καταναλωτές φυσικού αερίου :

Κατανάλωση φυσικού αερίου	**Κόστος σε €**
Έως 50 m^3	Ελάχιστο κόστος 7
Επόμενα 150 m^3	0.75 / m^3
Επόμενα 200 m^3	0.65 / m^3
Άνω των 400 m^3	0.45 / m^3

Να γραφεί αλγόριθμος που θα υπολογίζει και θα εμφανίζει το κόστος για μια δεδομένη ποσότητα κατανάλωσης. Δεδομένα εισόδου θα είναι η παρούσα και η προηγούμενη ένδειξη του μετρητή κατανάλωσης. Κατά την εισαγωγή πρέπει να ελέγχεται η συνθήκη: παρούσα ένδειξη >= προηγούμενη ένδειξη. Η εμφάνιση θα γίνεται αναλυτικά για κάθε κατηγορία τιμολόγησης και στο τέλος θα υπάρχει το συνολικό κόστος. Η χρέωση είναι κλιμακωτή.

4. Το τετράγωνο ενός ακεραίου αριθμού Ν μπορεί να υπολογιστεί προσθέτοντας όλους τους ακέραιους από το 1 έως το Ν και επιστρέφοντας πάλι πίσω στο 1,

$$\text{π.χ.} \quad 4^2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16$$

Να γραφεί ο κατάλληλος αλγόριθμος που θα υπολογίζει και θα εμφανίζει το τετράγωνο οποιουδήποτε ακέραιου Ν χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αυτή. Ο αλγόριθμος θα δέχεται ως είσοδο τον αριθμό Ν. Κατά την εισαγωγή θα ελέγχεται η συνθήκη Ν > 0.

5. Να γραφεί αλγόριθμος που θα βρίσκει σε ποιον όρο το άθροισμα 1+2+3+… γίνεται μεγαλύτερο του 2000.

6. Να γραφεί ένας αλγόριθμος που θα δέχεται επαναληπτικά αριθμούς από το πληκτρολόγιο μέχρις να εισαχθούν 100 αριθμοί ή το άθροισμά τους ξεπεράσει ένα γνωστό και δεδομένο όριο Μ. Ο αλγόριθμος θα εμφανίζει στο τέλος το πλήθος των αριθμών που έχουν εισαχθεί καθώς και το άθροισμά τους.

7. Δεδομένα που αφορούν Ν εργαζόμενους (Ν = γνωστό) εισάγονται με την εξής σειρά :
   - κωδικός (τριψήφιος ακέραιος),
   - τμήμα (1 ή 2)
   - μισθός

   Να γραφεί αλγόριθμος που θα βρίσκει και θα εμφανίζει :
   - το μεγαλύτερο μισθό σε κάθε τμήμα και τον κωδικό εργαζομένου που λαμβάνει τον μεγαλύτερο μισθό (αν υπάρχουν περισσότεροι από ένας εργαζόμενοι θα εμφανίζεται ο πρώτος)
   - το μέσο μισθό κάθε τμήματος

8. Δεδομένα εισόδου είναι ζεύγη πραγματικών θετικών αριθμών που αντιστοιχούν στο επιθυμητό και το πραγματικό μήκος μεταλλικών ράβδων που παράγει μια μονάδα παραγωγής. Η μέγιστη αποδεκτή απόκλιση μεταξύ επιθυμητού και πραγματικού μήκους είναι 5%. Η εισαγωγή δεδομένων θα σταματά όταν το ποσοστό των ζευγών με απόκλιση μεγαλύτερη από τη μέγιστη αποδεκτή απόκλιση ξεπεράσει το 20% του συνόλου όλων των ζευγών που έχουν εισαχθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή. Ο αλγόριθμος θα εμφανίζει στο τέλος το πλήθος των ζευγών που έχουν εισαχθεί.

9. Ο σημερινός αριθμός αυτοκινήτων που κυκλοφορούν σε μια πόλη είναι Α. Αν ο αριθμός αυτός αυξάνεται με ετήσιο ρυθμό c%, να γραφεί αλγόριθμος που να υπολογίζει σε πόσα έτη ο αριθμός των αυτοκινήτων θα ξεπεράσει μια δεδομένη γνωστή τιμή Β (να υποθέσετε ότι θα ισχύει Β > Α). Ο αλγόριθμος θα εμφανίζει στο τέλος τον αριθμό των ετών καθώς και τον τελικό αριθμό των αυτοκινήτων.

10. Να γραφεί αλγόριθμος που θα υπολογίζει και θα εμφανίζει τον πρώτο ακέραιο και θετικό αριθμό το τετράγωνο του οποίου διαφέρει από το τετράγωνο του επομένου του τουλάχιστον κατά 50.

11. Να γραφεί αλγόριθμος που θα εισάγει ένα άγνωστο πλήθος μετρήσεων (οι μετρήσεις αντιστοιχούν σε πραγματικούς αριθμούς), θα υπολογίζει και θα εκτυπώνει :
   - Τη μέγιστη τιμή και τη θέση της στο πλήθος
   - Την ελάχιστη τιμή και τη θέση της στο πλήθος
   - Τη μέση τιμή

   Ο τελευταίος αριθμός θα είναι ο αριθμός −999.9 και δεν αποτελεί μέτρηση (ο τελευταίος αριθμός καθορίζει και το τέλος εισαγωγής των δεδομένων).

12. Ένας θετικός ακέραιος λέγεται ατελής (deficient), τέλειος (perfect) ή πλούσιος (abundant) αν το άθροισμα των διαιρετών του εκτός από τον ίδιο τον αριθμό είναι αντίστοιχα μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο από τον αριθμό αυτό π.χ. το 6 είναι τέλειος αριθμός διότι 6=1+2+3 και οι αριθμοί 1,2,3 είναι οι διαιρέτες του. Να γραφεί αλγόριθμος για την εμφάνιση της αντίστοιχης λέξης για μια περιοχή 100 συνεχόμενων ακεραίων αριθμών (π.χ. 200 έως 300, 490 έως 590, 8120 έως 8130). Τα όρια της περιοχής θα εισάγονται από το πληκτρολόγιο.

13. Για την εύρεση μιας ρίζας ενός πολυωνύμου χρησιμοποιείται ο παρακάτω αλγόριθμος (μέθοδος Newton):

1) εισάγονται ως δεδομένα η τάξη του πολυωνύμου και οι συντελεστές κάθε όρου
2) εισάγονται ως δεδομένα δύο τυχαίες τιμές (με ονόματα posX, negX) εντός των οποίων ενδέχεται να υπάρχει μια ρίζα x
3) ο αλγόριθμος ελέγχει αν υπάρχει ρίζα μεταξύ αυτών των δύο τιμών (οι τιμές του πολυωνύμου για κάθε μια από τις δύο αυτές τιμές posX, negX πρέπει να έχουν αντίθετο πρόσημο). Αν αυτό δεν ισχύει ο αλγόριθμος θα σταματά και θα εμφανίζει το κατάλληλο μήνυμα.
4) Ο αλγόριθμος θα χρησιμοποιεί ως προσεγγιστική τιμή της ρίζας x τη μέση τιμή των δύο αυτών τιμών posX, negX επαναληπτικά.
5) Αν για τη νέα τιμή x η τιμή του πολυωνύμου είναι θετική θα αντικαθιστά το posX με το x, ενώ αν είναι αρνητική θα αντικαθιστά το negX με το x.
6) ο αλγόριθμος θα επαναλαμβάνει τα βήματα 4 και 5 μέχρις ότου δύο διαδοχικές τιμές του x θα διαφέρουν τουλάχιστον κατά μια σταθερά $\varepsilon=10^{-4}$. Ο αλγόριθμος σε κάθε βήμα πρέπει να εμφανίζει όλες τις υπολογιζόμενες τιμές.

14. Για ορισμένους θετικούς ακέραιους τριψήφιους αριθμούς ισχύει η εξής ιδιότητα:

1. υπολογίζουμε το άθροισμα των κύβων των ψηφίων του αριθμού
2. υπολογίζουμε το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού
3. υπολογίζουμε τη διαφορά των τιμών που προέκυψαν από τα βήματα (1) και (2) και στη συνέχεια την τετραγωνική ρίζα του αριθμού που προκύπτει από την αφαίρεση.
4. υπολογίζουμε τον διψήφιο αριθμό που προκύπτει από τα 2 πρώτα ψηφία του αρχικού αριθμού και από αυτόν αφαιρούμε το τελευταίο ψηφίο του αρχικού αριθμού

Οι αριθμοί από τα βήματα (3) και (4) είναι ίσοι!

Π.χ. ο αριθμός 153 : $\sqrt{\left(1^3+5^3+3^3\right)-\left(1+5+3\right)}=15-3$

Να γραφεί πρόγραμμα σε γλώσσα C που θα βρίσκει και θα εμφανίζει, έναν σε κάθε γραμμή, όλους τους θετικούς τριψήφιους ακέραιους αριθμούς που πληρούν την παραπάνω ιδιότητα.

15. Ο αριθμός 24 έχει την παρακάτω ιδιότητα. Εάν επιλέξουμε έναν οποιονδήποτε πρώτο (prime) αριθμό, μεγαλύτερο του 3, τον υψώσουμε στο τετράγωνο, και από το αποτέλεσμα που θα προκύψει αφαιρέσουμε την μονάδα τότε το 24 είναι πάντοτε ένας διαιρέτης αυτού του αποτελέσματος. Π.χ. Επιλέγω τον 17 (είναι πρώτος αριθμός). Το τετράγωνό του είναι 289. Αφαιρώντας 1 προκύπτει 288. Η διαίρεση 288/12 δίνει αποτέλεσμα 24.
Να γραφεί αλγόριθμος ή πρόγραμμα σε γλώσσα C που θα επιβεβαιώνει την παραπάνω ιδιότητα για όλους τους πρώτους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 3 και μικρότεροι του 100.
(ΥΠΟΔΕΙΞΗ : Το παρακάτω τμήμα κώδικα σε γλώσσα C βρίσκει αν ένας ακέραιος και θετικός αριθμός $k \geq 2$ είναι πρώτος (prime) αριθμός).

```
i=2; flag=0;
while ((i<=k/2) && (flag==0))
{
     if (k%i==0) flag=1;
     i++;
}
if (flag==0) printf("number %4d  is prime \n",k);
```

16. Να γραφεί αλγόριθμος ή/και πρόγραμμα σε γλώσσα C που θα υπολογίζει τα παρακάτω αθροίσματα με ακρίβεια 10^{-4}. Η ακρίβεια υπολογισμού είναι η απόλυτη τιμή της διαφοράς δύο διαδοχικών τιμών του αθροίσματος.

i. $\frac{1}{3}-\frac{2}{5}+\frac{3}{7}-\frac{4}{9}+\ldots$

ii. $\frac{1}{1+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}-\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\ldots$

iii. $ln\,x=(x-1)-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{3}(x-1)^3-\frac{1}{4}(x-1)^4+\ldots$

iv. $1+\frac{x^2}{1\cdot 3}+\frac{x^4}{3\cdot 5}+\frac{x^6}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{x^k}{m\cdot n}$

v. $1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}$

vi. $\mathrm{e}^{-x}=1-x+\frac{x^2}{2!}-\frac{x^3}{3!}+\ldots$

vii. $\mathrm{e}^{-x^2}=1-x^2+\frac{x^4}{2!}-\frac{x^6}{3!}+\frac{x^8}{4!}-\ldots$

viii. $1+\frac{1}{4}+\frac{1\times 3}{4\times 8}+\frac{1\times 3\times 5}{4\times 8\times 12}+\ldots$

ix. $1+\frac{1}{3}+\frac{1\cdot 3}{3\cdot 6}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{3\cdot 6\cdot 9}+\ldots$

x. $\frac{1}{1\cdot 2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cdot 3}\cdot\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3\cdot 4}\cdot\frac{1}{2^3}+\ldots$

xi. $\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{2}{3\cdot 4\cdot 5}+\frac{3}{4\cdot 5\cdot 6}+\ldots$

xii. $1-\frac{1}{3\cdot 3}+\frac{3}{3^2\cdot 5}-\frac{5}{3^3\cdot 7}+\ldots$

xiii. $\sum_{k=0}^{N}\frac{(-1)^k}{2k+1}$

Η τιμή του x θα δίνεται από το πληκτρολόγιο. Ο αλγόριθμος, σε κάθε βήμα του, πρέπει να εμφανίζει όλες τις διαδοχικές τιμές του αθροίσματος καθώς και τη διαφορά τους μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια. Μετά τον υπολογισμό και την εμφάνιση του αποτελέσματος να εμφανίσετε το πλήθος των όρων που χρησιμοποιήθηκαν στον υπολογισμό.

17. Δίνονται Ν σειρές ακέραιων και θετικών αριθμών (Ν= γνωστό). Σε κάθε σειρά ο πρώτος αριθμός δείχνει το πλήθος αυτών που υπάρχουν στη συνέχεια. Να γραφεί αλγόριθμος που θα βρίσκει και θα εμφανίζει το πλήθος των άρτιων και των περιττών αριθμών που υπάρχουν σε κάθε σειρά. Κατά την εισαγωγή θα ελέγχεται ότι όλοι οι αριθμοί είναι > 0.
Παράδειγμα για Ν=3 :

5, 2,45,77,4,33	άρτιοι = 2	περιττοί=3
4,17,27,44,55	άρτιοι = 1	περιττοί=3
2, 3,9	άρτιοι = 0	περιττοί=2

18. Να γραφεί αλγόριθμος για το εξής πρόβλημα:
Δεδομένα είναι μια λίστα 5 ακεραίων αριθμών και μια τιμή, έστω sum. Ο αλγόριθμος θα βρίσκει και θα εμφανίζει ένα υποσύνολο των αριθμών της λίστας το άθροισμα των οποίων είναι ίσο με την τιμή sum, αν υπάρχει ένα τέτοιο υποσύνολο ή ένα κατάλληλο μήνυμα, αν δεν υπάρχει τέτοιο υποσύνολο. Παράδειγμα : αν η λίστα των αριθμών είναι 5, 13, 23, 9, 3 και sum=27 τότε ο αλγόριθμος θα βρίσκει το υποσύνολο 5, 13, 9.

19. Η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού N μπορεί να υπολογιστεί κατά προσέγγιση με επαναληπτική εφαρμογή του τύπου

$$NG = 0.5\,(LG + N / LG)$$

όπου NG είναι η επόμενη εκτίμηση για την τιμή της τετραγωνικής ρίζας και LG είναι η τελευταία υπολογισμένη εκτίμηση για την τιμή της τετραγωνικής ρίζας. Να γραφεί ένας αλγόριθμος για την υλοποίηση του παραπάνω υπολογισμού. Δεδομένα εισόδου είναι ο αριθμός N και μια αρχική εκτίμηση για την τιμή της τετραγωνικής ρίζας.

20. Δύο θετικοί ακέραιοι αριθμοί είναι «φίλιοι» αν ο καθένας ισούται με το άθροισμα όσων διαιρούν τον άλλον (λαμβάνονται υπόψη μόνον οι γνήσιοι διαιρέτες). Οι πιο διάσημοι «φίλιοι» αριθμοί είναι οι αριθμοί 220 και 284 (αποδίδονται στον Πυθαγόρα).
Διαιρέτες του 220 : 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110 (άθροισμα=284)
Διαιρέτες του 284 : 1, 2, 4, 71, 142 (άθροισμα=220)
Να γραφεί αλγόριθμος που θα βρίσκει και θα εμφανίζει όλα τα ζεύγη των φίλιων αριθμών με τον περιορισμό και οι δύο να είναι μικρότεροι του 1000. (προσπαθήστε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλες αλγοριθμικές δομές που θα ελαχιστοποιούν το πλήθος των επαναλήψεων).

21. Ένας τριγωνικός αριθμός (triangular number), έστω x_n, προσδιορίζεται από τη σχέση $x_n = n(n+1)/2$, όπου $n = 1,2,3,...$. Μερικοί τριγωνικοί αριθμοί είναι : 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45,...
Ένας αριθμός λέγεται τέλειος (perfect number) αν είναι ίσος με το άθροισμα των γνησίων διαιρετών του . Π.χ. οι αριθμοί 6 και 28 είναι τέλειοι διότι : 6=1+2+3 και 28=1+2+4+7+14.
Να γράψετε έναν αλγόριθμο ή ένα πρόγραμμα σε γλώσσα C που:

1. Θα εισάγει κατά σειρά M (M = γνωστό, ορίζεται ως σταθερά στην αρχή) τυχαίες θετικές ακέραιες τιμές, μέσω της συνάρτησης rand( ) στην περιοχή [1,200].
2. Θα δημιουργεί για κάθε μία από τις M τυχαίες θετικές ακέραιες τιμές τον αντίστοιχο τριγωνικό αριθμό x_n.
3. Θα ελέγχει αν ο τριγωνικός αριθμός είναι τέλειος και εφόσον είναι θα τον εμφανίζει στην οθόνη.

22. Να γραφεί πρόγραμμα σε γλώσσα C που θα υπολογίζει το παρακάτω άθροισμα με ακρίβεια *epsilon* και κατά μέγιστο m επαναλήψεις. Να καθορίσετε ως σταθερές τις τιμές των *epsilon* και m. Η τιμή του x εισάγεται από το πληκτρολόγιο.

Η ακρίβεια υπολογισμού είναι η απόλυτη τιμή της διαφοράς δύο διαδοχικών τιμών του αθροίσματος.

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1)} x^{2n+1}$$

Για τον υπολογισμό της τιμής του παραγοντικού για $n > 10$ θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο τύπος του Stirling:

$$n! \approx e^{-n} n^n \sqrt{2\pi n}$$

Το πρόγραμμα πρέπει να εμφανίζει, σε κάθε επανάληψη, τις διαδοχικές τιμές του αθροίσματος και της ακρίβειας.