

### 3.2.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΎΔΡΑΥΛΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΑΠΟΒΑΘΡΑΣ ΜΕ ΤΗΝ ΒΟΗΘΕΙΑ ΟΜΟΙΩΜΑΤΩΝ

Για τη μελέτη κατασκευής μιας ορθογωνικής αποβάθρας σ' ένα ποταμό με βάθος ροής  $Y=2.7\text{m}$  και πλάτος  $B=12\text{m}$ , κατασκευάστηκε σε εργαστήριο ομοίωμα της αποβάθρας με κλίμακα 1:16. Αν στο ομοίωμα η ταχύτητα ροής είναι  $U=0.75\text{ m/sec}$ , η δύναμη που ασκείται είναι  $F=4\text{ Newton}$ , και το ύψος του κύματος που σχηματίζεται στην άκρη του ομοιώματος είναι  $L=4.8\text{ cm}$  να βρεθούν : α) η ταχύτητα του νερού και η δύναμη που ασκείται στην αποβάθρα β) το ύψος του κύματος που θα σχηματίζεται στην αποβάθρα και γ) ο συντελεστής αντιστάσεως των δυνάμεων αντίστασης (τριβής).

Από την διαστατική ανάλυση γνωρίζουμε ότι η δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα σώμα από ένα πεδίο ροής υπολογίζεται από την σχέση:

$$F = C_D \cdot \rho \cdot A \frac{U^2}{2} \text{ όπου } A \text{ διατομή του στερεού σώματος κάθετα στην ροή}$$

(Άσκηση από το βιβλίο ρευστομηχανική του Ν. Κωτσοβίνου)

#### ΛΥΣΗ

Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε ροή με ελεύθερη επιφάνεια σε τυρβώδη δίαυτα οπότε το φαινόμενο διέπεται από τους νόμους ομοιότητας Froude .  
Δίδεται  $Y\pi=2.7\text{m}$ ,  $B\pi=12\text{m}$ ,  $U_o=0.75\text{ m/sec}$ ,  $F_o=4\text{ Newton}$ ,  $L=4.8\text{ cm}$

Σύμφωνα με την εξίσωση (15) στην «Θεωρία Ομοιομάτων» (βλ. σχετικό αρχείο στο eclass):

$$U_R = \frac{U_\pi}{U_o} = \sqrt{L_R} = \frac{\sqrt{L_\pi}}{\sqrt{L_o}} \quad (\text{I})$$

Κατά συνέπεια:

$$(U_R)^2 = \frac{U_\pi^2}{U_o^2} = L_r \quad (\text{II})$$

Γνωρίζοντας ότι

$$F = C_D \cdot \rho \cdot A \frac{U^2}{2}$$

Συνεπάγεται:

$$\frac{F_{\pi}}{F_o} = \frac{(C_D)_{\pi}(\rho)_{\pi}(A)_{\pi}(U_{\pi}^2)}{(C_D)_o(\rho)_o(A)_o(U_o^2)} \quad (\text{III})$$

Αφού το ρευστό στο πρωτότυπο και το ομοίωμα θα είναι το ίδιο θα έχω  $\rho_p = \rho_o$ .

Το πείραμα έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε ο αριθμός Froude στο πρωτότυπο και το ομοίωμα να είναι ίδιος. Αφού το φαινόμενο διέπεται από τον αριθμό Froude ο συντελεστής αντίστασης θα είναι ο ίδιος και στις δύο περιπτώσεις  $(C_D)_{\pi} = (C_D)_o$ .

Παίρνοντας επίσης υπόψη μου και την εξίσωση (1) από την «Θεωρία ομοιωμάτων»(βλ. αρχείο eclass):

$$A_R = \frac{A_{\pi}}{A_o} = (L_R)^2 = \frac{L_{\pi}^2}{L_o^2} \quad (\text{IV})$$

Κατά συνέπεια η εξίσωση (III) μετατρέπεται σε:

$$\Rightarrow \frac{F_{\pi}}{F_o} = \frac{L_{\pi}^2 U_{\pi}^2}{L_o^2 U_o^2} \quad (\text{V})$$

οπότε βάσει της (II)

$$\frac{F_{\pi}}{F_o} = \frac{L_{\pi}^3}{L_o^3} = L_R^3 \quad (\text{VI})$$

α) Η ταχύτητα του νερού στην αποβάθρα θα είναι βάσει της εξίσωσης (I) :

$$U_{\pi} = U_o(Lr)^{1/2} = (0.75)(16)^{1/2} = 3m/sec$$

ενώ η δύναμη που θα ασκείται στην αποβάθρα θα είναι βάσει της εξίσωσης (VI) ::

$$F_{\pi} = F_o Lr^3 = (4)(16)^3 = 16384N$$

β) το ύψος κύματος που θα σχηματισθεί στην αποβάθρα θα είναι βλ. εξίσωση (1) από την θεωρία ομοιωμάτων.:

$$L_{\pi} = L_o Lr = (4.8)(16) = 76.8cm = 0.77m$$

γ) Τέλος ο συντελεστής αντιστάσεως  $C_D$  των δυνάμεων αντίστασης που δίδονται από τη σχέση

$$F = C_D \cdot \rho \cdot A \frac{U^2}{2}$$

θα είναι όσο αφορά το πρωτότυπο ο εξής :

$$C_D = \frac{F}{\rho A U^2 / 2} = \frac{16384 * 2}{1000 * 12 * 2.7 * 3^2} = 0.11$$