



****Παραδοχή: Fi = F1 = F2 + q = 1 ft3/min

Όπου q [ft3/min] η ρυθμιζόμενη μεταβλητή της ογκομετρικής παροχής του πυκνού διαλύματος συγκέντρωσης Μ = 30 lb/ft3.

**Συνάρτηση μεταφοράς δοχείου 1.**

Ισοζύγιο άλατος:

Fi\*ci(t) – F1\*c1(t) = V1\*dc1(t)/dt ⬄ ⬄ 1\*ci(t) – 1\*c1(t) = 3\*dc1(t)/dt ⬄

⬄ ci(t) – c1(t) = 3\*dc1(t)/dt [lb/ft3] (1)

(Το V1 = 3 έχει μονάδες ft3 – Το V1/F1 = (3ft3)/(1 ft3/min) = 3 έχει μονάδες min, και είναι η χρονική σταθερά του 1ου δοχείου)

Στη μόνιμη κατάσταση: cis – c1s = 0 [lb/ft3] (2)

(το 3 στην Εξίσωση 1 είναι χρόνος με μονάδες: ft3/(ft3/min) = min)

Μεταβλητές απόκλισης: Ci(t) = ci(t) – cis, C1(t) = c1(t) – c1s [lb/ft3]

(1)-(2): Ci(t) – C1(t) = 3\*dC1(t)/dt ⬄ Ci(s) – C1(s) = 3\*s\*C1(s) ⬄ **C1(s)/Ci(s) = 1/(3s + 1)** [(lb/ft3)/(lb/ft3)]

**Συνάρτηση μεταφοράς δοχείου 2.**

Ισοζύγιο άλατος: F1\*c1(t) + q(t)\*M – F2\*c2(t) = V2\*dc2(t)/dt

⬄1\*c1(t) + 30\*q(t) – 1\*c2(t) = 4\*dc2(t)/dt ⬄

 ⬄ c1(t) + 30\*(q(t)/1)[[1]](#footnote-1) – c2(t) = 4\*dc2(t)/dt [(lb/ft3)] (3)

(το 4 στην Εξίσωση 3 είναι χρόνος με μονάδες: ft3/(ft3/min) = min)

@ss: c1s + 30\*qs – c2s = 0 [lb/min] (4)

Μεταβλητές απόκλισης: Q = q(t) – qs, C2(t) = c2(t) – c2s [lb/min]

(3)-(4): C1(t) + 30\*Q(t) – C2(t) = 4\*dC2(t)/dt ⬄ C1(s) + 30\*Q(s) – C2(s) = 4\*s\*C2(s) ⬄

⬄ **C2(s) = (1/(4s + 1))\*[C1(s) + 30\*Q(s)] = C1(s)/(4s + 1) + 30\*Q(s)/(4s + 1)** [lb/min]

Η συνάρτηση μεταφοράς του δοχείου 2 δείχνει ότι η μεταβλητή εξόδου του (η C2) είναι συνάρτηση δύο μεταβλητών εισόδου (της C1 και της Q) και το + θα εμφανιστεί στο διάγραμμα βαθμίδων με έναν αθροιστή).

**Συνάρτηση μεταφοράς μετατροπέα**

Αφού η μεταβλητή εξόδου του μετατροπέα είναι η πίεση που εφαρμόζεται στη ρυθμιστική βαλβίδα και η μεταβλητή εισόδου του είναι η μετρούμενη συγκέντρωση c2(t), αυτό σημαίνει ότι στον όρο “ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ” περιλαμβάνονται το όργανο μέτρησης, ο ρυθμιστής και ο μετατροπέας του ρυθμιστή.

Για το όργανο μέτρησης δεν ορίζεται η τάξη του, οπότε θεωρείται 1ης τάξης και η συνάρτηση μεταφοράς του είναι:

X(s)/C2(s) = km/(τm\*s + 1)

Όπου Χ η μεταβλητή εξόδου του με μονάδες [χ], που δεν δίνεται (συνήθως ρεύμα με μονάδες mA). Για το όργανο μέτρησης δεν δίνονται επίσης δεδομένα χρονικής απόκρισης, οπότε θεωρείται αμελητέα δυναμική και η χρονική του σταθερά λαμβάνεται ίση με 0: τm = 0. Η ενίσχυση του θα είναι:

km = (X1 – X2)/(0,15 – 0,05) [χ/(lb/ft3)]

Οπότε, η συνάρτηση μεταφοράς του οργάνου μέτρησης είναι: **X(s)/C2(s) = km**

Η μεταβλητή εξόδου Χ του οργάνου μέτρησης είναι μεταβλητή εισόδου για τον ρυθμιστή.

**Για τον ρυθμιστή δεν ορίζεται ο τύπος του, οπότε θεωρείται αναλογικός** και η συνάρτηση μεταφοράς του είναι:

Υ(s)/ε(s) = kc/(τc\*s + 1)

Όπου Y η μεταβλητή εξόδου του με μονάδες [y], που δεν δίνεται (συνήθως ρεύμα με μονάδες mA). Δεν δίνονται επίσης δεδομένα χρονικής απόκρισης, οπότε θεωρείται αμελητέα δυναμική και η χρονική του σταθερά λαμβάνεται ίση με 0: τc = 0.

Το σφάλμα ε στην είσοδο του ρυθμιστή προκύπτει από την αφαίρεση της μέτρησης Χ του οργάνου από **ομοειδή τιμή** ΧR που θα έχει τις ίδιες μονάδες με τη μέτρηση και θα αντιστοιχεί στην επιθυμητή τιμή συγκέντρωσης c2:

ε = ΧR – Χ [χ]

Η ενίσχυση του ρυθμιστή θα είναι: kc = (Y1 – Y2)/(ε – 0) [y/χ]

Οπότε, η συνάρτηση μεταφοράς του ρυθμιστή είναι: **Υ(s)/ε(s) = kc**

Η μεταβλητή εξόδου Y του ρυθμιστή είναι μεταβλητή εισόδου για τον μετατροπέα του ρυθμιστή.

Για μετατροπέα του ρυθμιστή δεν ορίζεται η τάξη του, οπότε θεωρείται 1ης τάξης και η συνάρτηση μεταφοράς του είναι:

Ρ(s)/Υ(s) = kΤ/(τΤ\*s + 1)

Όπου Ρ η μεταβλητή εξόδου του με μονάδες [psig]. Για τον μετατροπέα του ρυθμιστή δεν δίνονται επίσης δεδομένα χρονικής απόκρισης, οπότε θεωρείται αμελητέα δυναμική και η χρονική του σταθερά λαμβάνεται ίση με 0: τΤ = 0. Η ενίσχυση του θα είναι:

kΤ = (15 – 3)/(Υ1 – Υ2) [psig/y]

Οπότε, η συνάρτηση μεταφοράς του μετατροπέα του ρυθμιστή είναι: **Ρ(s)/Υ(s) = kΤ**

Η μεταβλητή εξόδου Ρ του μετατροπέα του ρυθμιστή είναι μεταβλητή εισόδου για τη βαλβίδα.

Το όργανο μέτρησης, ο ρυθμιστής και ο μετατροπέας του ρυθμιστή είναι σε σειρά, οπότε οι συναρτήσεις μεταφοράς τους πολλαπλασιάζονται προς μία συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑ. Μεταβλητή εισόδου του ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑ είναι η ρυθμιζόμενη συγκέντρωση c2(t) και μεταβλητή εξόδου του η πίεση P(t) στην είσοδο της βαλβίδας:

**X(s)/C2(s)\*Y(s)/ε(s)\*P(s)/Y(s) = P(s)/C2(s)** **(η ε(s) είναι διαφορά δύο τιμών Χ(s) έχει μονάδες της μεταβλητής Χ και απαλείφεται με την μεταβλητή X(s))**

P(s)/C2(s) = km\*kc\*kΜ = kΤ [psig/(lb/ft3)]

Και η τιμή της kΤ υπολογίζεται από τα διαστήματα διακύμανσης των μεταβλητών p(t) και c2(t):

kΤ = (15-3)/(0,15-0,05) = 120 psig/(lb/ft3)

**Συνάρτηση μεταφοράς της βαλβίδας**

Για βαλβίδα δεν ορίζεται η τάξη της, οπότε θεωρείται 1ης τάξης και η συνάρτηση μεταφοράς του είναι:

Q(s)/P(s) = kv/(τv\*s + 1)

Δεν δίνονται επίσης δεδομένα χρονικής απόκρισης, οπότε θεωρείται αμελητέα δυναμική και η χρονική της σταθερά λαμβάνεται ίση με 0: τv = 0. Η ενίσχυση της θα είναι:

kv = (0,005-0,000)/(15-3) = 0,000417 [(ft3/min)/psig]

Οπότε, η συνάρτηση μεταφοράς της βαλβίδας είναι: **Q(s)/P(s) = kv = 0,000417 [(ft3/min)/psig]**

Η χρονική καθυστέρηση από τη μεταβολή της c2(t) έως τη μέτρηση είναι 30 sec = 0,5 min. Η συνάρτηση μεταφοράς του αντίστοιχου νεκρού χρόνου είναι **exp(-0,5s)**.

Σύμφωνα με τις συναρτήσεις μεταφοράς που υπολογίστηκαν, το διάγραμμα βαθμίδων του συστήματος ρύθμισης είναι:



Στο Διάγραμμα Βαθμίδων φαίνεται ο ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ όπως ορίζεται στην εκφώνηση της άσκησης, με είσοδο τη ρυθμιζόμενη μεταβλητή c2 [lb/ft3] και έξοδο την πίεση p [psig] προς τη βαλβίδα. Παραλείποντας το μετρητικό, τον μετατροπέα μονάδων για τον αθροιστή, τον αθροιστή του ρυθμιστή, τον ρυθμιστή και τον μετατροπέα του ρυθμιστή (ότι δηλαδή βρίσκεται μέσα στο πλαίσιο με τη διακεκομμένη και περιλαμβάνεται στη συνάρτηση μεταφοράς P(s)/C2(s) = kM = 120 psig/(lb/ft3)), η λύση της άσκησης συνεχίζει να είναι σωστή. Το ότι ο ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ έχει είσοδο τη ρυθμιζόμενη συγκέντρωση c2 και έξοδο την πίεση p προς τη βαλβίδα, φαίνεται από τα δεδομένα της εκφώνησης.

**ΑΣΚΗΣΗ 10.6**







**Συνάρτηση μεταφοράς Αντιδραστήρα 1**

Βοηθητικοί υπολογισμοί στην

αρχική μόνιμη κατάσταση cAos = 2,875\*cA1s ⬄ 1 = 2,875\*cA1s ⬄ cA1s = 0,348 mol/ft3

 cA1s = 1,5625\*cA2s ⬄ 0,348 = 1,5625\*cA2s ⬄ cA2s = 0,223 mol/ft3

Ισοζύγιο Α: F\*cAo – F\*cA1 – **k1\*V1\*cA1** = V1\*dcA1/dt [lbmol/min = (1/min)(ft3)(lbmol/ft3)]

⬄ cAo – cA1 – **(k1\*V1/F)\*cA1** = (V1/F)\*dcA1/dt [lbmol/ft3 = (lbmol/ft3)(1/min)(ft3)/(ft3)]

 ⬄ cAo – cA1 – 1,875\*cA1 = 6,25\*dcA1/dt

⬄ cAo = 2,875\*cA1 + 6,25\*dcA1/dt (1)

@ss cAos = 2,875\*cA1s (2)

Μεταβλητές CAo(t) = cAo(t) – cAos = cAo(t) – 1 mol/ft3

Απόκλισης: CA1(t) = cA1(t) – cA1s = cA1(t) – 0,348 mol/ft3

(1)-(2) CAo(t) = 2,875\*CA1(t) + 6,25\*dCA1(t)/dt

⬄ CAo(s) = 2,875\*CA1(s) + 6,25\*s\*CA1(s)

 ⬄ CAo(s) = CA1(s)\*(2,875 + 6,25\*s)

⬄ **CA1(s)/CAo(s) = 0,348/(2,174\*s + 1) (ζητούμενη συνάρτηση μεταφοράς της συγκέντρωσης**

**στην έξοδο CA1ως προς τη συγκέντρωση στην είσοδο CAo του πρώτου CSTR)**

**Συνάρτηση μεταφοράς Αντιδραστήρα 2**

Ισοζύγιο Α: F\*cA1 – F\*cA2 – k2\*V2\*cA2 = V2\*dcA2/dt [lbmol/min]

⬄ cA1 – cA2 – (k2\*V2/F)\*cA2 = (V2/F)\*dcA2/dt [lbmol/ft3]

 ⬄ cA1 – cA2 – 0,5625\*cA2 = 3,75\*dcA2/dt ⬄ cA1 = 1,5625\*cA2 + 3,75\*dcA2/dt (3)

@ss cA1s = 1,5625\*cA2s [mol/ft3] (4)

Μεταβλητές Απόκλισης: CA2(t) = cA2(t) – cA2s = cA2(t) – 0,223 mol/ft3

(3)-(4) CA1(t) = 1,5625\*CA2(t) + 3,75\*dCA2(t)/dt

⬄ CA1(s) = 1,5625\*CA2(s) + 3,75\*s\*CA2(s)

 ⬄ CA1(s) = CA2(s)\*(1,5625 + 3,75\*s)

⬄ **CA2(s)/CA1(s) = 0,64/(2,4\*s + 1)**

****

**Η χρονική καθυστέρηση της μεταβολής της c1(t) από την έξοδο του 1ου Αντιδραστήρα στην είσοδο του 2ου Αντιδραστήρα είναι 30 sec = 0,5 min. Δηλαδή όποια τιμή και αν έχει η c1(t) στην έξοδο του 1ου, την ίδια τιμή θα έχει και στην είσοδο του 2ου, αλλά μετά από 0,5 min.Η συνάρτηση μεταφοράς του αντίστοιχου νεκρού χρόνου είναι CA1(s)@2/CA1(s)@1 = exp(-0,5s)**

**(όπου CA1(s)@1είναι η η CA1 στην έξοδο του 1ου Αντιδραστήρα και CA1(s)@2 η η CA1 στην είσοδο του 2ου Αντιδραστήρα)**

Σύμφωνα με τις συναρτήσεις μεταφοράς που υπολογίστηκαν, το διάγραμμα βαθμίδων του συστήματος ρύθμισης είναι:



Βηματική διαταραχή της CAo: cAo(t) = 1 + cAos ⬄ cAo(t) – cAos = 1 ⬄ CAo(t) = 1

⬄ CAo(s) = 1/s

Οπότε η απόκριση της cA1(t) μετά τη βηματική διαταραχή βρίσκεται ως εξής:

CA1(s) = 0,348/s\*(2,174\*s + 1) = A/s + B/(2,174\*s + 1)

A = 0,348/1 = 0,348 B = 0,348/(-1/2,174) = -0,757

CA1(s) = 0,348/s – 0,757/(2,174\*s + 1) = 0,348/s – 0,348/(s + 0,46)

⬄ CA1(t) = 0,348\*(1-exp(-0,46\*t))

⬄ cA1(t) = 0,348\*(2-exp(-0,46\*t))

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t, min | 0 | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 |
| cA1(t) | 0,348 | 0,476 | 0,661 | 0,693 | 0,696 | 0,696 |

H απόκριση της cA2(t) μετά τη βηματική διαταραχή βρίσκεται ως εξής:

CA2(s)/CAo(s) = **CA2(s)/CA1(s)**\***CA1(s)@2/CA1(s)@1**\***CA1(s)/CAo(s)**

Όπου **CA1(s)@2/CA1(s)@1**είναι η συνάρτηση μεταφοράς της χρονικής υστέρησης **exp(-0,5s).** Οπότε

CA2(s)/CAo(s) = **0,348/(2,174\*s + 1)**\***exp(-0,5s)**\***0,64/(2,4\*s + 1) ⬄**

CA2(s) **= 0,348**\***0,64**\***exp(-0,5s)**/s**(2,174s+1)(2,4s+1)**

= **exp(-0,5s)**\*[0,223/s**(2,174s+1)(2,4s+1)**]

= **exp(-0,5s)**\*[A/s + B/(2,174s+1) + C/(2,4s+1)]

A = 0,223/1 = 0,223

B = 0,223/((-1/2,174)\*(2,4\*(-1/2,174)+1)) = 4,664

C = 0,223/((-1/2,4)\*((2,174\*(-1/2,4)+1)) = -5,684

CA2(s) = **exp(-0,5s)**\*(0,223/s+4,664/(2,174s+1)-5,684/(2,4s+1))

= **exp(-0,5s)**\*(0,223/s+2,145/(s+0,46)-2,368/(s+0,42)) ⬄

CA2(t) = **u(t-0,5)**\*[0,223 +2,145\*exp(-0,46\***(t-0,5)**)- 2,368\*exp(-0,42\***(t-0,5)**) ⬄

cA2(t) = cA2s+0,223\***u(t-0,5)**+2,145\*exp(-0,46\***(t-0,5)**)- 2,368\*exp(-0,42\***(t-0,5)**)

Οπότε, π.χ. για t = 5 min:

cA2(5) = 0,223+0,223\***u(5-0,5)**+2,145\*exp(-0,46\***(5-0,5)**)- 2,368\*exp(-0,42\***(5-0,5)**) = 0,359 lbmol/ft3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t, min | 0 | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 |
| cA2(t) | 0,223 | 0,231 | 0,359 | 0,429 | 0,446 | 0,446 |

1. Οι μονάδες του κόκκινου είναι μονάδες συγκέντρωσης (lb/ft3), γιατί η παροχή q διαιρείται με την παροχή 1 ft3/min στην είσοδο/έξοδο της δεξαμενής και οι μονάδες παροχής απαλείφονται. Παρότι η q είναι μικρή παροχή και σύμφωνα με την παραδοχή που έχουμε κάνει, δεν αυξάνει την F2 σε σχέση με την F1, εν τούτοις αυτή η παροχή q παραμένει στο ισοζύγιο γιατί καθορίζει την παροχή άλατος που ελέγχει ο ρυθμιστής. [↑](#footnote-ref-1)