ΑΣΚΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 επαναληπτικό 1 24 Νοεμβρίου 2020

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ΕΠΩΝΥΜΟ: |  | ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |
| ΟΝΟΜΑ: |  | ΛΗΓΟΝΤΑΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |

 **(Στο Αρχείο αυτό να συμπληρωθούν οι Πίνακες με τα αποτελέσματα και να επικοληθούν οι φωτογραφίες από τα χειρόγραφα της λύσης. Το Αρχείο να σωθεί με όνομα Α7επ1\_Δυναμική\_Επώνυμο\_Όνομα και να ανεβεί στο e-class)**



Σε χρόνο 0 η θερμοκρασία θ στην είσοδο της 1ης δεξαμενής μεταβάλλεται βηματικά από θs σε θ oC. Να υπολογιστεί η θερμοκρασία θ2 στην έξοδο της 2ης δεξαμενής μετά από χρόνο t min (να μην γίνει Heavyside).

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AM | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |
| q | 20 | 15 | 10 | 5 | 10 | 15 | 20 | 15 | 10 | 5 | m3/min |
| V1 | 60 | 90 | 60 | 30 | 50 | 75 | 80 | 60 | 40 | 30 | m3 |
| V2 | 10 | 30 | 10 | 10 | 10 | 15 | 25 | 15 | 15 | 10 | m3 |
| θs | 35 | 40 | 40 | 30 | 35 | 35 | 35 | 40 | 45 | 50 | oC |
| θ | 45 | 55 | 65 | 60 | 55 | 50 | 45 | 50 | 50 | 60 | oC |
| t | 5 | 10 | 8 | 10 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 15 | min |

**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **AM** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **transfer function T1/T = A/(Bs+C)** |
| **B** | 3 | 6 | 6 | 6 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 6 |
| **A** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **C** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **transfer function T2/T1 =A/(Bs+C)** |
| **B** | 0,5 | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1,25 | 1 | 1,5 | 2 |
| **A** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **C** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **transfer function T2/T =A/(Bs2+Cs+D)** |
| **A** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **B** | 1,5 | 12 | 6 | 12 | 5 | 5 | 5 | 4 | 6 | 12 |
| **C** | 3,5 | 8 | 7 | 8 | 6 | 6 | 5,25 | 5 | 5,5 | 8 |
| **D** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **τ**  | 1,2247 | 3,4641 | 2,4495 | 3,4641 | 2,2361 | 2,2361 | 2,2361 | 2,0000 | 2,4495 | 3,4641 |
| **ζ** | **1,4289** | **1,1547** | **1,4289** | **1,1547** | **1,3416** | **1,3416** | **1,1739** | **1,2500** | **1,1227** | **1,1547** |
| **T2(t)** | 8,130 | 11,167 | 18,477 | 22,334 | 12,216 | 11,084 | 8,618 | 9,042 | 4,632 | 8,881 |
| **θ2(t)** | 43,130 | 51,167 | 58,477 | 52,334 | 47,216 | 46,084 | 43,618 | 49,042 | 49,632 | 58,881 |

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ**

**AM 6**

Τιμές παροχής και θερμοκρασίας στην αρχική μόνιμη κατάσταση: qs = 20 m3/min

 θs = θ1s = θ2s = 35 oC

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1:

q\*ρ\*Cp\*(θ(t)-θref) – q\*ρ\*Cp\*(θ1(t)-θref) = ρ\*Cp\*V1\*d(θ1(t)-θref)/dt ⬄ 20\*(θο(t)-θref) – 20\*(θ1(t)-θref) = 80\*dθ1(t)/dt

στη μόνιμη κατάσταση: 20\*(θοs-θref) – 20\*(θ1s-θref) = 80\*dθ1s/dt

μεταβλητές απόκλισης: Τ(t) = θ(t) – θs = θ(t) – 35 οC

 Τ1(t) = θ1(t) – θ1s = θ1(t) – 35 οC

20\*T(t) – 20\*T1(t) = 80\*dT1(t)/dt ⬄ T(t) – T1(t) = 4\*dT1(t)/dt ⬄ T(s) – T1(s) = 4\*s\*T1(s) ⬄ Τ = Τ1(4s+1) ⬄

⬄ T1/Τ = 1/(4s+1)

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ 2:

q1\*ρ\*Cp\*(θ1(t)-θref)–q\*ρ\*Cp\*(θ2(t)-θref)=ρ\*Cp\*V2\*d(θ2(t)-θref)/dt ⬄ 20\*(θ1(t)-θref) – 20\*(θ2(t)-θref) = 25\*dθ2(t)/dt

στη μόνιμη κατάσταση: 20\*(θ1s-θref) – 20\*(θ2s-θref) = 25\*dθ2s/dt

μεταβλητές απόκλισης: Τ2(t) = θ2(t) – θ2s = θ2(t) – 35 οC

20\*T1(t) – 20\*T2(t) = 25\*Dt2(t)/dt ⬄ T1(t) – T2(t) = 1,25\*dT1(t)/dt ⬄ T1(s) – T2(s) = 1,25\*s\*T2(s) ⬄ Τ1 = Τ2(1,25s+1) ⬄

⬄ T2/Τ1 = 1/(1,25s+1)

Τ2/Τ = Τ2/Τ1\*Τ1/Τ = [1/(1,25s+1)]\*[1/(4s+1)] = 1/(5s2 + 5,25s + 1)

Μετασχηματισμός laplace της διαταραχής εισόδου: θ(t) = 10 + θs ⬄ θ(t) – θs = 10 ⬄ T(t) = 10 ⬄ T(s) = 10/s

Τ2 = 10/s(5s2 + 5,25s + 1)

τ2 = 5 ⬄ τ = 2,236 min 2\*ζ\*τ = 5,25 ⬄ ζ = 5,25/(2\*2,236) ⬄ ζ = 1,174

**BHMATIKH** ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ 10 ΣΕ **ΣΥΣΤΗΜΑ 2ΗΣ** ΤΑΞΗΣ ΜΕ **ζ > 1** (Εξίσωση 7.21)

$Τ2\left(t\right)= 10-10\*exp(-\frac{ζ\*t}{τ})\*\left[\cosh(\left(\frac{t}{τ}\sqrt{ζ^{2}-1}\right))+\frac{1}{\sqrt{ζ^{2}-1}}\*\sinh(\left(\frac{t}{τ}\sqrt{ζ^{2}-1}\right))\right] $ ⬄

$$Τ2(9)= 10-10\*exp\left(-0,525\*9\right)\*\left[\cosh(\left(\frac{0,615\*9}{2,236}\right))+1,626\*\sinh(\left(\frac{0,615\*9}{2,236}\right))\right]=8,62 oC $$

θ(9) = 35 + 8,62 = 43,62 οC

**AM 7**

Τιμές παροχής και θερμοκρασίας στην αρχική μόνιμη κατάσταση: qs = 15 m3/min

 θs = θ1s = θ2s = 40 oC

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1:

q\*ρ\*Cp\*(θ(t)-θref) – q\*ρ\*Cp\*(θ1(t)-θref) = ρ\*Cp\*V1\*d(θ1(t)-θref)/dt ⬄ 15\*(θο(t)-θref) – 15\*(θ1(t)-θref) = 60\*dθ1(t)/dt

στη μόνιμη κατάσταση: 15\*(θοs-θref) – 15\*(θ1s-θref) = 60\*dθ1s/dt

μεταβλητές απόκλισης: Τ(t) = θ(t) – θs = θ(t) – 40 οC

 Τ1(t) = θ1(t) – θ1s = θ1(t) – 40 οC

15\*T(t) – 15\*T1(t) = 60\*dT1(t)/dt ⬄ T(t) – T1(t) = 4\*dT1(t)/dt ⬄ T(s) – T1(s) = 4\*s\*T1(s) ⬄ Τ = Τ1(4s+1) ⬄

⬄ T1/Τ = 1/(4s+1)

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗ 2:

q1\*ρ\*Cp\*(θ1(t)-θref)–q\*ρ\*Cp\*(θ2(t)-θref)=ρ\*Cp\*V2\*d(θ2(t)-θref)/dt ⬄ 15\*(θ1(t)-θref) – 15\*(θ2(t)-θref) = 15\*dθ2(t)/dt

στη μόνιμη κατάσταση: 15\*(θ1s-θref) – 15\*(θ2s-θref) = 15\*dθ2s/dt

μεταβλητές απόκλισης: Τ2(t) = θ2(t) – θ2s = θ2(t) – 40 οC

15\*T1(t) – 15\*T2(t) = 15\*Dt2(t)/dt ⬄ T1(t) – T2(t) = dT1(t)/dt ⬄ T1(s) – T2(s) = s\*T2(s) ⬄ Τ1 = Τ2(s+1) ⬄

⬄ T2/Τ1 = 1/(s+1)

Τ2/Τ = Τ2/Τ1\*Τ1/Τ = [1/(s+1)]\*[1/(4s+1)] = 1/(4s2 + 5s + 1)

Μετασχηματισμός laplace της διαταραχής εισόδου: θ(t) = 10 + θs ⬄ θ(t) – θs = 10 ⬄ T(t) = 10 ⬄ T(s) = 10/s

Τ2 = 10/s(4s2 + 5s + 1)

τ2 = 4 ⬄ τ = 2 min 2\*ζ\*τ = 5 ⬄ ζ = 5/(2\*2) ⬄ ζ = 1,25

**BHMATIKH** ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ 10 ΣΕ **ΣΥΣΤΗΜΑ 2ΗΣ** ΤΑΞΗΣ ΜΕ **ζ > 1** (Εξίσωση 7.21)

$Η2\left(t\right)= 10-10\*exp(-\frac{ζ\*t}{τ})\*\left[\cosh(\left(\frac{t}{τ}\sqrt{ζ^{2}-1}\right))+\frac{1}{\sqrt{ζ^{2}-1}}\*\sinh(\left(\frac{t}{τ}\sqrt{ζ^{2}-1}\right))\right] $ ⬄

$$H2(10)= 10-10\*exp\left(-0,625\*10\right)\*\left[\cosh(\left(\frac{0,750\*9}{2}\right))+1,333\*\sinh(\left(\frac{0,750\*9}{2}\right))\right]=9,04 oC $$

θ(9) = 40 + 9,04 = 49,04 οC

**ΛΥΣΗ**

**Επικόλληση φωτογραφιών χειρόγραφης λύσης**

**(αν δεν επικολληθούν τα χειρόγραφα λύσης, η άσκηση δεν θα βαθμολογηθεί)**