

**(α) Με τη στάθμη στο 1 ft, η παροχή εξόδου αφορά μόνο την αντλία.**

**ΒΗΜΑ 1. Βοηθητικοί υπολογισμοί στην αρχική μόνιμη κατάσταση.**

hs = 1 ft (το δίνει η άσκηση)

Ισοζύγιο μάζας στη μόνιμη κατάσταση: qs – qos = 0 ⬄ qs – 10 = 0 ⬄ qs = 10 ft3/min

**ΒΗΜΑ 2. Λύνουμε το κατάλληλο ισοζύγιο για να βρούμε τη διαφορική, που περιγράφει τη μετάβαση από την αρχική, στην τελική μόνιμη κατάσταση.**

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΜΑΖΑΣ:

**Μαζική παροχή μαζική παροχή συσσώρευση**

**στην είσοδο στην έξοδο μάζας**

**ρ\*q(t)**  – **ρ\*qo(t) = ρ\*A\*dh(t)/dt** ⬄

⬄ q(t) – qo(t) = 1\*dh(t)/dt ⬄ q(t) – 10 = 1\*dh(t)/dt (1)

(η σταθερή πυκνότητα απαλείφεται και το ισοζύγιο μάζας γίνεται ισοζύγιο όγκων και ογκομετρικών παροχών)

**ΒΗΜΑ 3. Εισαγωγή Μεταβλητών Απόκλισης**

στη μόνιμη κατάσταση: qs – qos **=** d(hs)/dt ⬄ qs – 10 = 0 (2)

Αφαιρούμε τη (2) από την (1): (q(t)-qs) = 1\*d(h(t)-hs)/dt = d(h(t)-1)/dt (3)

Ορίζω μεταβλητές απόκλισης: Q(t) = q(t) – qs = q(t) – 10 **ft3/min**

 H(t) = h(t) – hs = h(t) – 1  **ft**

Από την 3: Q(t) = 1\*dH(t)/dt

**ΒΗΜΑ 4. Μετασχηματισμός Laplace** Q(s) = s\*H(s) ⬄ H(s)/Q(s) = 1/s (4)

**Αυτή είναι η συνάρτηση μεταφοράς και το Ερώτημα (α) τελειώνει εδώ.**

**Ας δούμε όμως τι γίνεται, αν στην είσοδο συμβεί μία βηματική μεταβολή, δηλαδή αν η παροχή εισόδου αυξηθεί σε 11 ft3/min:**

**q(t) = 11 ⬄ q(t) – qs = 11 – 10 = 1 ft3/min ⬄ Q(t) = 1 ft3/min ⬄ Q(s) = 1/s**

**Από την (4): H(s) = 1/s2 ⬄ H(t) = t**

**Δηλαδή η στάθμη θα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο, έως ότου φτάσει και στη 2η έξοδο του Σχήματος.**

**(β) Με τη στάθμη στα 3 ft, η παροχή εξόδου αφορά μόνο και την αντλία και την παροχή με σταθερή αντίσταση.**

**ΒΗΜΑ 1. Βοηθητικοί υπολογισμοί στην αρχική μόνιμη κατάσταση.**

hs = 3 ft (το δίνει η άσκηση)

Ισοζύγιο μάζας στη μόνιμη κατάσταση: qs – **(hs-2)**/R – qos = 0 ⬄ qs – (3-2)/0,5 – 10 = 0 ⬄ qs = 12 ft3/min

(η παροχή σταθερής αντίστασης στη ροή δεν οφείλεται στη συνολική στάθμη του δοχείου, αλλά μόνο στο ύψος της στάθμης πάνω από την έξοδο σταθερής αντίστασης)

**ΒΗΜΑ 2. Λύνουμε το κατάλληλο ισοζύγιο για να βρούμε τη διαφορική, που περιγράφει τη μετάβαση από την αρχική, στην τελική μόνιμη κατάσταση.**

ΙΣΟΖΥΓΙΟ ΜΑΖΑΣ:

q(t) – (h(t)-2)/R – qo(t) = 1\*dh(t)/dt ⬄ q(t) – (h(t)-2)/0,5 – 10 = 1\*dh(t)/dt (1)

**ΒΗΜΑ 3. Εισαγωγή Μεταβλητών Απόκλισης**

στη μόνιμη κατάσταση: qs – (hs-2)/0,5 – 10 **=** d(hs)/dt = 0 (2)

Αφαιρούμε τη (2) από την (1): (q(t)-qs) – (h(t)-hs)/0,5 = 1\*d(h(t)-hs)/dt (3)

Ορίζω μεταβλητές απόκλισης: Q(t) = q(t) – qs = q(t) – 11 **ft3/min**

 H(t) = h(t) – hs = h(t) – 3  **ft**

Από την 3: Q(t) – H(t)/0,5 = 1\*dH(t)/dt

**ΒΗΜΑ 4. Μετασχηματισμός Laplace** Q(s) – H(s)/0,5 = 1\*s\*H(s) ⬄ 0,5\*Q(s) – H(s) = 0,5\*s\*H(s) ⬄

 ⬄ 0,5\*Q(s) = H(s)\*(0,5\*s + 1) ⬄**H(s)/Q(s) = 0,5/(0,5\*s + 1) (5)**

**Αυτή είναι η συνάρτηση μεταφοράς και το Ερώτημα (β) τελειώνει εδώ.**

**Ας δούμε όμως τι γίνεται, αν στην είσοδο συμβεί μία βηματική μεταβολή, δηλαδή αν η παροχή εισόδου αυξηθεί σε 11 ft3/min:**

**q(t) = 11 ⬄ q(t) – qs = 11 – 10 = 1 ft3/min ⬄ Q(t) = 1 ft3/min ⬄ Q(s) = 1/s**

**Από την (5): H(s) = 0,5/s(0,5s + 1)**

**Ανάλυση σε μερικά κλάσματα: 0,5/s(0,5s + 1) = A/s + B/(0,5s + 1)**

**A = 0,5/(0,5\*0+1) = 0,5 B = 0,5/(-2) = -0,25**

**H(s) = 0,5/s – 0,25/(0,5s + 1) = 0,5/s – 0,125/(s + 2) ⬄ H(t) = 0,5 – 0,125\*exp(-2t)**