ΑΣΚΗΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 10 Νοεμβρίου 2020

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ΕΠΩΝΥΜΟ: |  | ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |
| ΟΝΟΜΑ: |  | ΛΗΓΟΝΤΑΣ ΑΡΙΘΜΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ: |  |

 **(Στο Αρχείο αυτό να συμπληρωθούν οι Πίνακες με τα αποτελέσματα και να επικοληθούν οι φωτογραφίες από τα χειρόγραφα της λύσης. Το Αρχείο να σωθεί με όνομα Α6\_Δυναμική\_Επώνυμο\_Όνομα και να ανεβεί στο e-class)**

Σε χρόνο 0 η παροχή στην είσοδο της 1ης δεξαμενής αρχίζει να μεταβάλλεται γραμμικά με κλίση k (m3/min)/min. Να υπολογιστεί η στάθμη h2 στη 2η δεξαμενή μετά από χρόνο t min.

**ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AM | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |
| q | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | m3/min |
| A1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | m2 |
| R1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0,5 | min/m2 |
| Α2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0,5 | 2 | 1 | m2 |
| R2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | 1 | 1 | min/m2 |
| k | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | m3/min2 |
| t | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | min |

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **AM** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **h1s** | 4 | 4 | 2 | 4 | 4 | 4 | 2 | 4 | 2 | 1 |
| **h2s** | 4 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| **Συνάρτηση μεταφοράς H1/Q** |
| **kp1** | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0,5 |
| **τ1** | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| **a1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **Συνάρτηση μεταφοράς Q1/Q** |
| **kp1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **τ1** | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| **a1** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **Συνάρτηση μεταφοράς H2/Q1** |
| **kp2** | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | 1 | 1 |
| **τ1** | 4 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 0,25 | 2 | 1 |
| **a2** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **H2(s) HEAVYSIDE** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **A** | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| **B** | -12 | -12 | -6 | -3 | -6 | -10 | -6 | -2,25 | -8 | -4 |
| **C (1ης Δ.)** | -4 | 16 | -2 | 4 | 8 | 11 | -2 | 2 | 2 | 2 |
| **D (2ης Δ.)** | 16 | -4 | 8 | -1 | -2 | -1 | 8 | -0,0357 | 8 | 4 |
| Η2(t) | 0,233 | 0,665 | 0,672 | 0,843 | 0,116 | 0,379 | 1,685 | 1,260 | 0,415 | 2,498 |
| H2(t) | 4,233 | 4,665 | 4,672 | 2,843 | 2,116 | 2,379 | 3,685 | 2,260 | 2,415 | 4,498 |

ΚΟΚΚΙΝΑ ΚΕΛΙΑ: Στο HEAVYSIDE, ο παρονομαστής έχει 2 διπλές ρίζες. Η λύση τέτοιου τύπου του HEAVYSIDE είναι μέρος της θεωρίας και οι αναλυτικές λύσεις που παρουσιάζονται παρακάτω, είναι λυμένα παραδείγματα αυτής της περίπτωσης και θα θεωρούνται γνωστά για όλους τους φοιτητές/τριες.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ (οι λύσεις για ΑΜ 8 και 9, έχουν 2 διπλές ρίζες στον παρονομαστή και η λύση τους παρουσιάζεται στη συνέχεια)

AM 0

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: qos – h1s/R1 = 0 ⬄ 2 – h1s/2 = 0 ⬄ h1s = 4 m

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: q1s – h2s/R2 = 0 ⬄ 2 – h2s/2 = 0 ⬄ h2s = 4 m

IM ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1: $ρ\*q\left(t\right)– ρ\*q1\left(t\right)= ρ\*A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q\left(t\right)– \frac{h1\left(t\right)}{R1} = A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}$ Lt/min (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $qs – \frac{h1s}{R1} = A1\frac{dh1s}{dt}=0$ Lt/min (2)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (2) ΑΠΌ ΤΗΝ (1): $(q(t)-qs) – \frac{h1\left(t\right)-h1s}{R1} = A1\frac{d(h1\left(t\right)-h1s)}{dt}$ Lt/min (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Lt/min

H1(t) = h1(t) – h1s m

ΑΠΟ (3): $Q(t) – \frac{H1(t)}{2} = 1\frac{dH1(t)}{dt} \leftrightarrow $ $2Q\left(t\right)– H1\left(t\right)= 2\frac{dH1\left(t\right)}{dt} $

LAPLACE: $2Q\left(s\right)–H1\left(s\right)=2sH\left(s\right)\leftrightarrow 2Q\left(s\right)=H1\left(s\right)\*\left(2s+1\right) \leftrightarrow \frac{H1(s)}{Q(s)}=\frac{2}{2s+1} $ (4)

ΑΛΛΑ: $q1\left(t\right)=\frac{h1\left(t\right)}{R1} $ και $q1s=\frac{h1s}{R1}$ αφαιρώντας: $Q1\left(t\right)=\frac{H1\left(t\right)}{2}$ Lt/min Laplace: $Q1\left(s\right)=\frac{H1\left(s\right)}{2}$ (5)

ΑΠΟ ΤΗΝ (5): $\frac{Q1}{Q}=\frac{1}{2s+1}=\frac{0,5}{s+0,5}$ (6)

ΙΜ ΔΕΞ. 2: $ρ\*q1\left(t\right)– ρ\*q2\left(t\right)= ρ\*A2\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q1\left(t\right)– \frac{h2\left(t\right)}{R2} = A2\frac{dh2\left(t\right)}{dt}$ Lt/min (7)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $q1s – \frac{h2s}{R2} = A2\frac{dh2s}{dt}=0$ Lt/min (8)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (8) ΑΠΌ ΤΗΝ (7): $(q1(t)-q1s) – \frac{h2\left(t\right)-h2s}{R2} = A2\frac{d(h2\left(t\right)-h2s)}{dt}$ Lt/min (9)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q1(t) = q1(t) – q1s Lt/min

H2(t) = h2(t) – h2s m

ΑΠΟ ΤΗΝ (9): $Q1(t) – \frac{H2\left(t\right)}{2} = 2\frac{dH2(t)}{dt} \leftrightarrow $ $2Q1\left(t\right)– H2\left(t\right)= 4\frac{dH2\left(t\right)}{dt} $

LAPLACE: $2Q1\left(s\right)–H2\left(s\right)= 4sH2\left(s\right)\leftrightarrow 2Q1\left(s\right)=H2\left(s\right)\*\left(4s+1\right) \leftrightarrow \frac{H2(s)}{Q1(s)}=\frac{2}{4s+1} \leftrightarrow \frac{H2}{Q1}=\frac{0,5}{s+0,25}$ (10)

ΑΛΛΑ: $\frac{H2}{Q1}\*\frac{Q1}{Q}=\frac{H2}{Q}\leftrightarrow \frac{H2}{Q}=\frac{0,5}{s+0,5}\*\frac{0,5}{s+0,25}=\frac{0,25}{(s+0,5)(s+0,25)}$ (11)

ΔΙΑΤΑΡΣΧΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ: q(t) = qs+t ⬄ q(t) – qs = t ⬄ Q(t) = t ⬄ Q(s) = 1/s2

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΤΗΝ Q(s) ΣΤΗΝ (11): $H2=\frac{0,25}{s^{2}(s+0,5)(s+0,25)} $

ΑΝΑΛΥΩ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ HEAVYSIDE: $H2=\frac{0,25}{s^{2}(s+0,5)(s+0,25)}= \frac{Α}{s^{2}}+\frac{B}{s}+ \frac{C}{s+0,5}+ \frac{D}{s+0,25}$ (12)

$A=\frac{0,25}{(0+0,5)(0+0,25)}=\frac{0,25}{(0,5)(0,25)}=2$ $C=\frac{0,25}{0,25\*(-0,5+0,25)}=\frac{1}{(-0,25)}=-4$

$$D=\frac{0,25}{0,0625\*(-0,25+0,5)}=\frac{1}{0,25\*(0,25)}=16$$

0,25 = A(s2 + 0,75s + 0,125) + Bs(s2 + 0,75s + 0,125) + Cs2(s+0,25) + Ds2(s+0,5) ⬄ B + C + D = 0

⬄ B = -C-D = 4-16 = -12

ΑΠΟ ΤΗΝ (12): $H2\left(s\right)=\frac{2}{s^{2}}- \frac{12}{s}-\frac{4}{s+0,5}+\frac{16}{s+0,25}$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ LAPLACE: H2(t) = 2\*t-12-4\*exp(-0,5\*t)+16\*exp(-0,25\*t) m

Η2(2) = 0,233 m h2(2) = H2(2) + 4 = 4,233 m

AM 1

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: qos – h1s/R1 = 0 ⬄ 2 – h1s/2 = 0 ⬄ h1s = 4 m

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: q1s – h2s/R2 = 0 ⬄ 2 – h2s/2 = 0 ⬄ h2s = 4 m

IM ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1: $ρ\*q\left(t\right)– ρ\*q1\left(t\right)= ρ\*A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q\left(t\right)– \frac{h1\left(t\right)}{R1} = A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}$ Lt/min (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $qs – \frac{h1s}{R1} = A1\frac{dh1s}{dt}=0$ Lt/min (2)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (2) ΑΠΌ ΤΗΝ (1): $(q(t)-qs) – \frac{h1\left(t\right)-h1s}{R1} = A1\frac{d(h1\left(t\right)-h1s)}{dt}$ Lt/min (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Lt/min

H1(t) = h1(t) – h1s m

ΑΠΟ (3): $Q(t) – \frac{H1(t)}{2} = 2\frac{dH1(t)}{dt} \leftrightarrow $ $2Q\left(t\right)– H1\left(t\right)= 4\frac{dH1\left(t\right)}{dt} $

LAPLACE: $2Q\left(s\right)–H1\left(s\right)=4sH\left(s\right)\leftrightarrow 2Q\left(s\right)=H1\left(s\right)\*\left(4s+1\right) \leftrightarrow \frac{H1(s)}{Q(s)}=\frac{2}{4s+1} $ (4)

ΑΛΛΑ: $q1\left(t\right)=\frac{h1\left(t\right)}{R1} $ και $q1s=\frac{h1s}{R1}$ αφαιρώντας: $Q1\left(t\right)=\frac{H1\left(t\right)}{2}$ Lt/min Laplace: $Q1\left(s\right)=\frac{H1\left(s\right)}{2}$ (5)

ΑΠΟ ΤΗΝ (5): $\frac{Q1}{Q}=\frac{1}{4s+1}=\frac{0,25}{s+0,25}$ (6)

ΙΜ ΔΕΞ. 2: $ρ\*q1\left(t\right)– ρ\*q2\left(t\right)= ρ\*A2\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q1\left(t\right)– \frac{h2\left(t\right)}{R2} = A2\frac{dh2\left(t\right)}{dt}$ Lt/min (7)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $q1s – \frac{h2s}{R2} = A2\frac{dh2s}{dt}=0$ Lt/min (8)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (8) ΑΠΌ ΤΗΝ (7): $(q1(t)-q1s) – \frac{h2\left(t\right)-h2s}{R2} = A2\frac{d(h2\left(t\right)-h2s)}{dt}$ Lt/min (9)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q1(t) = q1(t) – q1s Lt/min

H2(t) = h2(t) – h2s m

ΑΠΟ ΤΗΝ (9): $Q1(t) – \frac{H2\left(t\right)}{2} = 1\frac{dH2(t)}{dt} \leftrightarrow $ $2Q1\left(t\right)– H2\left(t\right)= 2\frac{dH2\left(t\right)}{dt} $

LAPLACE: $2Q1\left(s\right)–H2\left(s\right)= 2sH2\left(s\right)\leftrightarrow 2Q1\left(s\right)=H2\left(s\right)\*\left(2s+1\right) \leftrightarrow \frac{H2(s)}{Q1(s)}=\frac{2}{2s+1} \leftrightarrow \frac{H2}{Q1}=\frac{1}{s+0,5}$ (10)

ΑΛΛΑ: $\frac{H2}{Q1}\*\frac{Q1}{Q}=\frac{H2}{Q}\leftrightarrow \frac{H2}{Q}=\frac{1}{s+0,5}\*\frac{0,25}{s+0,25}=\frac{0,25}{(s+0,5)(s+0,25)}$ (11)

ΔΙΑΤΑΡΣΧΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ: q(t) = qs+t ⬄ q(t) – qs = t ⬄ Q(t) = t ⬄ Q(s) = 1/s2

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΤΗΝ Q(s) ΣΤΗΝ (11): $H2=\frac{0,25}{s^{2}(s+0,5)(s+0,25)} $

ΑΝΑΛΥΩ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ HEAVYSIDE: $H2=\frac{0,25}{s^{2}(s+0,5)(s+0,25)}= \frac{Α}{s^{2}}+\frac{B}{s}+ \frac{C}{s+0,25}+ \frac{D}{s+0,5}$ (12)

$A=\frac{0,25}{(0+0,5)(0+0,25)}=\frac{0,25}{(0,5)(0,25)}=2$ $C=\frac{0,25}{0,0625\*(-0,25+0,5)}=\frac{1}{0,25\*(0,25)}=16$

$$D=\frac{0,25}{0,25\*(-0,5+0,25)}=-4$$

0,25 = A(s2 + 0,75s + 0,125) + Bs(s2 + 0,75s + 0,125) + Cs2(s+0,5) + Ds2(s+0,25) ⬄ B + C + D = 0

⬄ B = -C-D = -16+4 = -12

ΑΠΟ ΤΗΝ (12): $H2\left(s\right)=\frac{2}{s^{2}}- \frac{12}{s}+\frac{16}{s+0,25}-\frac{-4}{s+0,5}$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ LAPLACE: H2(t) = 2\*t-12+16\*exp(-0,25\*t)-4\*exp(-0,5\*t) m

Η2(3) = 0,665 m h2(2) = H2(2) + 4 = 4,665 m

AM 8

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: qos – h1s/R1 = 0 ⬄ 2 – h1s/1 = 0 ⬄ h1s = 2 m

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: q1s – h2s/R2 = 0 ⬄ 2 – h2s/1 = 0 ⬄ h2s = 2 m

IM ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1: $ρ\*q\left(t\right)– ρ\*q1\left(t\right)= ρ\*A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q\left(t\right)– \frac{h1\left(t\right)}{R1} = A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}$ Lt/min (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $qs – \frac{h1s}{R1} = A1\frac{dh1s}{dt}=0$ Lt/min (2)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (2) ΑΠΌ ΤΗΝ (1): $(q(t)-qs) – \frac{h1\left(t\right)-h1s}{R1} = A1\frac{d(h1\left(t\right)-h1s)}{dt}$ Lt/min (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Lt/min

H1(t) = h1(t) – h1s m

ΑΠΟ (3): $Q(t) – \frac{H1(t)}{1} = 2\frac{dH1(t)}{dt} \leftrightarrow $ $Q\left(t\right)– H1\left(t\right)= 2\frac{dH1\left(t\right)}{dt} $

LAPLACE: $Q\left(s\right)–H1\left(s\right)=2sH\left(s\right)\leftrightarrow Q\left(s\right)=H1\left(s\right)\*\left(2s+1\right) \leftrightarrow \frac{H1(s)}{Q(s)}=\frac{1}{2s+1} $ (4)

ΑΛΛΑ: $q1\left(t\right)=\frac{h1\left(t\right)}{R1} $ και $q1s=\frac{h1s}{R1}$ αφαιρώντας: $Q1\left(t\right)=\frac{H1\left(t\right)}{1}$ Lt/min Laplace: $Q1\left(s\right)=\frac{H1\left(s\right)}{1}$ (5)

ΑΠΟ ΤΗΝ (5): $\frac{Q1}{Q}=\frac{1}{2s+1}=\frac{0,5}{s+0,5}$ (6)

ΙΜ ΔΕΞ. 2: $ρ\*q1\left(t\right)– ρ\*q2\left(t\right)= ρ\*A2\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q1\left(t\right)– \frac{h2\left(t\right)}{R2} = A2\frac{dh2\left(t\right)}{dt}$ Lt/min (7)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $q1s – \frac{h2s}{R2} = A2\frac{dh2s}{dt}=0$ Lt/min (8)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (8) ΑΠΌ ΤΗΝ (7): $(q1(t)-q1s) – \frac{h2\left(t\right)-h2s}{R2} = A2\frac{d(h2\left(t\right)-h2s)}{dt}$ Lt/min (9)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q1(t) = q1(t) – q1s Lt/min

H2(t) = h2(t) – h2s m

ΑΠΟ ΤΗΝ (9): $Q1(t) – \frac{H2\left(t\right)}{1} = 2\frac{dH2(t)}{dt} \leftrightarrow $ $Q1\left(t\right)– H2\left(t\right)= 2\frac{dH2\left(t\right)}{dt} $

LAPLACE: $Q1\left(s\right)–H2\left(s\right)= 2sH2\left(s\right)\leftrightarrow Q1\left(s\right)=H2\left(s\right)\*\left(2s+1\right) \leftrightarrow \frac{H2(s)}{Q1(s)}=\frac{1}{2s+1} \leftrightarrow \frac{H2}{Q1}=\frac{0,5}{s+0,5}$ (10)

ΑΛΛΑ: $\frac{H2}{Q1}\*\frac{Q1}{Q}=\frac{H2}{Q}\leftrightarrow \frac{H2}{Q}=\frac{0,5}{s+0,5}\*\frac{0,5}{s+0,5}=\frac{0,25}{(s+0,5)^{2}}$ (11)

ΔΙΑΤΑΡΣΧΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ: q(t) = qs+2t ⬄ q(t) – qs =2 t ⬄ Q(t) =2 t ⬄ Q(s) = 2/s2

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΤΗΝ Q(s) ΣΤΗΝ (11): $H2=\frac{0,5}{s^{2}(s+0,5)^{2}} $

ΑΝΑΛΥΩ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ HEAVYSIDE: $H2=\frac{0,5}{s^{2}(s+0,5)^{2}}= \frac{Α}{s^{2}}+\frac{B}{s}+ \frac{C}{(s+0,5)^{2}}+ \frac{D}{s+0,5}$ (12)

$A=\frac{0,5}{(0+0,5)^{2}}=\frac{1}{(0,5)}=2$ $C=\frac{0,5}{(-0,5)^{2}}=\frac{1}{0,5}=2$

0,5 = A(s2 + s + 0,25) + Bs(s2 + s + 0,25) + Cs2 + Ds2(s+0,5) ⬄ B + D = 0 ⬄ B = -D

⬄ A + B + C + 0,5D = 0 ⬄ 4 = D – 0,5D = 0,5D ⬄ D = 8 ⬄ B = -8

ΑΠΟ ΤΗΝ (12): $H2\left(s\right)=\frac{2}{s^{2}}- \frac{8}{s}+\frac{2}{(s+0,5)^{2}}+\frac{8}{s+0,5}$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ LAPLACE: H2(t) = 2\*t-8+2\*t\*exp(-0,5\*t)+8\*exp(-0,5\*t) m

Η2(2) = 0,415 m h2(2) = H2(2) + 2 = 2,415 m

AM 9

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: qos – h1s/R1 = 0 ⬄ 2 – h1s/0,5 = 0 ⬄ h1s = 1 m

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Δ1: q1s – h2s/R2 = 0 ⬄ 2 – h2s/1 = 0 ⬄ h2s = 2 m

IM ΔΕΞΑΜΕΝΗ 1: $ρ\*q\left(t\right)– ρ\*q1\left(t\right)= ρ\*A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q\left(t\right)– \frac{h1\left(t\right)}{R1} = A1\frac{dh1\left(t\right)}{dt}$ Lt/min (1)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $qs – \frac{h1s}{R1} = A1\frac{dh1s}{dt}=0$ Lt/min (2)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (2) ΑΠΌ ΤΗΝ (1): $(q(t)-qs) – \frac{h1\left(t\right)-h1s}{R1} = A1\frac{d(h1\left(t\right)-h1s)}{dt}$ Lt/min (3)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q(t) = q(t) – qs Lt/min

H1(t) = h1(t) – h1s m

ΑΠΟ (3): $Q(t) – \frac{H1(t)}{0,5} = 2\frac{dH1(t)}{dt} \leftrightarrow $ $0,5Q\left(t\right)– H1\left(t\right)= \frac{dH1\left(t\right)}{dt} $

LAPLACE: $0,5Q\left(s\right)–H1\left(s\right)=sH\left(s\right)\leftrightarrow 0,5Q\left(s\right)=H1\left(s\right)\*\left(s+1\right) \leftrightarrow \frac{H1(s)}{Q(s)}=\frac{0,5}{s+1} $ (4)

ΑΛΛΑ: $q1\left(t\right)=\frac{h1\left(t\right)}{R1} $ και $q1s=\frac{h1s}{R1}$ αφαιρώντας: $Q1\left(t\right)=\frac{H1\left(t\right)}{0,5}$ Lt/min Laplace: $Q1\left(s\right)=\frac{H1\left(s\right)}{0,5}$ (5)

ΑΠΟ ΤΗΝ (5): $\frac{Q1}{Q}=\frac{1}{s+1}$ (6)

ΙΜ ΔΕΞ. 2: $ρ\*q1\left(t\right)– ρ\*q2\left(t\right)= ρ\*A2\frac{dh1\left(t\right)}{dt}\leftrightarrow q1\left(t\right)– \frac{h2\left(t\right)}{R2} = A2\frac{dh2\left(t\right)}{dt}$ Lt/min (7)

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: $q1s – \frac{h2s}{R2} = A2\frac{dh2s}{dt}=0$ Lt/min (8)

ΑΦΑΙΡΩ ΤΗ (8) ΑΠΌ ΤΗΝ (7): $(q1(t)-q1s) – \frac{h2\left(t\right)-h2s}{R2} = A2\frac{d(h2\left(t\right)-h2s)}{dt}$ Lt/min (9)

ΕΙΣΑΓΩ ΤΙΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ: Q1(t) = q1(t) – q1s Lt/min

H2(t) = h2(t) – h2s m

ΑΠΟ ΤΗΝ (9): $Q1(t) – \frac{H2\left(t\right)}{1} = \frac{dH2(t)}{dt} \leftrightarrow $ $Q1\left(t\right)– H2\left(t\right)= \frac{dH2\left(t\right)}{dt} $

LAPLACE: $Q1\left(s\right)–H2\left(s\right)= sH2\left(s\right)\leftrightarrow Q1\left(s\right)=H2\left(s\right)\*\left(s+1\right) \leftrightarrow \frac{H2(s)}{Q1(s)}=\frac{1}{s+1} \leftrightarrow \frac{H2}{Q1}=\frac{1}{s+1}$ (10)

ΑΛΛΑ: $\frac{H2}{Q1}\*\frac{Q1}{Q}=\frac{H2}{Q}\leftrightarrow \frac{H2}{Q}=\frac{1}{s+1}\*\frac{1}{s+1}=\frac{1}{(s+1)^{2}}$ (11)

ΔΙΑΤΑΡΣΧΗ ΠΑΡΟΧΗΣ ΕΙΣΟΔΟΥ: q(t) = qs+2t ⬄ q(t) – qs =2 t ⬄ Q(t) =2 t ⬄ Q(s) = 2/s2

ΑΝΤΙΚΑΘΙΣΤΩ ΤΗΝ Q(s) ΣΤΗΝ (11): $H2=\frac{2}{s^{2}(s+1)^{2}} $

ΑΝΑΛΥΩ ΣΕ ΜΕΡΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΜΕ HEAVYSIDE: $H2=\frac{2}{s^{2}(s+1)^{2}}= \frac{Α}{s^{2}}+\frac{B}{s}+ \frac{C}{(s+1)^{2}}+ \frac{D}{s+1}$ (12)

$A=\frac{2}{(1)^{2}}=\frac{2}{1}=2$ $C=\frac{2}{(-1)^{2}}=\frac{2}{1}=2$

2 = A(s2 + 2s + 1) + Bs(s2 + 2s + 1) + Cs2 + Ds2(s+1) ⬄ B + D = 0 ⬄ B = -D

⬄ A + 2B + C + D = 0 ⬄ 4 = 2D – D = D ⬄ D = 4 ⬄ B = -4

ΑΠΟ ΤΗΝ (12): $H2\left(s\right)=\frac{2}{s^{2}}- \frac{4}{s}+\frac{2}{(s+1)^{2}}+\frac{4}{s+1}$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ LAPLACE: H2(t) = 2\*t-4+2\*t\*exp(-\*t)+4\*exp(-t) m

Η2(2) = 2,498 m h2(2) = H2(2) + 2 = 4,498 m