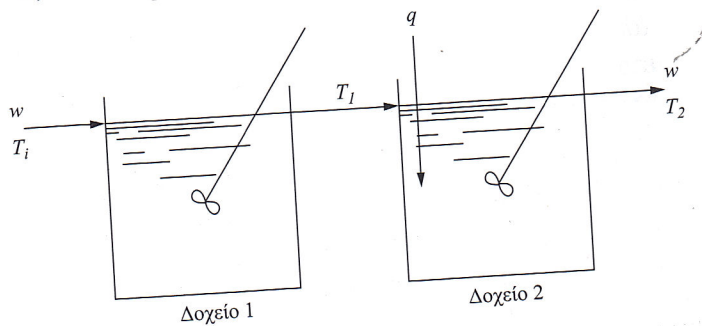


να αναχθεί σε σύστημα μιας βαθμίδας, η οποία συνδέει άμεσα τις εισόδους με την έξοδο. Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση της μεθοδολογίας αυτής κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστούν λεπτομερώς οι βασικοί τύποι ρυθμιστών που χρησιμοποιούνται στην πράξη πέραν του αναλογικού ρυθμιστή.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- 8.1. Στο σύστημα δύο δοχείων σε σειρά, με θερμαινόμενο το δεύτερο δοχείο, που παρουσιάζεται στο Σχήμα Π8-1 τα δύο δοχεία είναι καλώς αναδευόμενα και πανομοιότυπα. Στο χρόνο $t=0$, ο ρυθμός παροχής θερμότητας στο δεύτερο δοχείο αυξάνεται βηματικά κατά $1,000 \text{ Btu/min}$ (17.57 kW) και ταυτόχρονα η εισερχόμενη θερμοκρασία μειώνεται βηματικά από 60 σε 52°F (15.56 σε 10°C).
- (α) Να αναπτυχθεί το διάγραμμα βαθμίδων μεταξύ των δύο εισόδων (θερμοκρασία τροφοδοσίας και ρυθμός προσθήκης θερμότητας) και της εξόδου η οποία είναι η θερμοκρασία του δεύτερου δοχείου.
- (β) Να βρεθεί η έκφραση που συνδέει την $T_2(s)$, όπου T_2 είναι η μεταβλητή απόκλισης της θερμοκρασίας στο δεύτερο δοχείο (η έκφραση θα πρέπει να περιέχει αριθμητικές τιμές).
- (γ) Να υπολογιστεί η $T_2(2)$ και η $T_2(\infty)$.
- (δ) Να σχεδιαστεί η $T_2(t)$ σαν συνάρτηση του χρόνου.
- Επιπλέον δεδομένα: $T_i = T_1 = T_2 = 60^\circ\text{F}$ και $q=0$, αρχικά. $w=250 \text{ lb/min}$, όγκος υγρού στα δοχεία $= 5 \text{ ft}^3$, πυκνότητα υγρού 50 lb/ft^3 και ειδική θερμοχωρητικότητα $1 \text{ Btu/(lb}\cdot^\circ\text{F)}$.



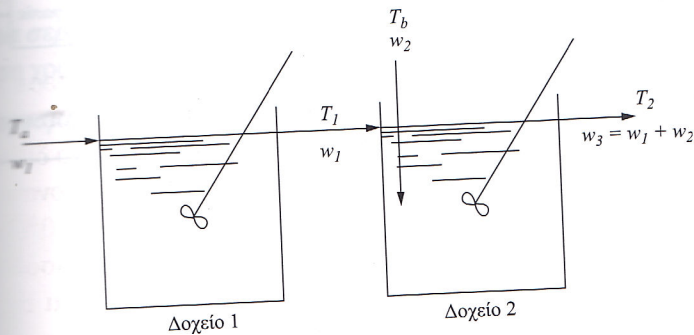
ΣΧΗΜΑ Π8-1

- 8.2. Ένα σύστημα δύο πανομοιότυπων, καλώς αναδευόμενων δοχείων παρουσιάζεται στο Σχ. Π8-2. Σε μόνιμη κατάσταση $T_a = T_b = 60^\circ\text{F}$. Σε χρόνο $t=0$ η θερμοκρασία και των δύο ρευμάτων τροφοδοσίας μεταβάλλεται βηματικά: $T'_a = 10u(t)$ και $T'_b = 20u(t)$, όπου T'_a, T'_b είναι μεταβλητές απόκλισης.
- (α) Να αναπτυχθεί το διάγραμμα βαθμίδων μεταξύ της θερμοκρασίας των δύο ρευμάτων τροφοδοσίας και της θερμοκρασίας του δεύτερου δοχείου.

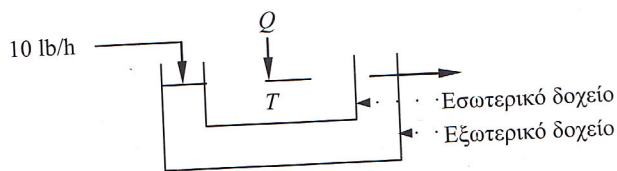
α) Να βρεθεί η έκφραση για την $T_2(s)$.

β) Να υπολογιστεί η $T_2(2)$.

Επιπλέον δεδομένα: $w_1=w_2=250$ lb/min, όγκος υγρού στα δοχεία = 10 ft³, πυκνότητα υγρού 50 lb/ft³ και ειδική θερμοχωρητικότητα 1 Btu/(lb·°F).



ΣΧΗΜΑ Π8-2



ΣΧΗΜΑ Π8-3

α) Ο αερίσιμος μεταφοράς θερμότητας ο οποίος παρουσιάζεται στο Σχ. Π8-3 αποτελείται από δύο δοχεία όπου το ένα εμπεριέχεται στο άλλο. Το περιεχόμενο κάθε δοχείου είναι καλώς αναδευόμενο. Θερμότητα μεταφέρεται με συναγωγή από το εξωτερικό στο εσωτερικό δοχείο. Δίνονται τα ακόλουθα δεδομένα:

1. Ο όγκος του υγρού και στα δύο δοχεία είναι 1 ft³.
2. Η επιφάνεια μέσω της οποίας γίνεται μεταφορά θερμότητας είναι 1 ft².
3. Ο συνολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας είναι 10 Btu/(h·ft²·°F).
4. Η ειδική θερμοχωρητικότητα του υγρού και στα δύο δοχεία είναι 1 Btu/(lb·°F) και η πυκνότητα 50 lb/ft³.

Αρχικά η θερμοκρασία του υγρού στο εξωτερικό αλλά και στο εσωτερικό δοχείο είναι 100 °F. Σε χρόνο $t=0$ ο ρυθμός παροχής θερμότητας στο εσωτερικό δοχείο αλλάζει βηματικά από 0 500 Btu/h.

- (α) Να βρεθεί ο μετασχηματισμός Laplace της θερμοκρασίας του εσωτερικού δοχείου $T(s)$.
- (β) Να αντιστραφεί η $T(s)$ και να ληφθεί η $T(t)$ για χρόνο $0, 5, 10$ h και ∞ χρόνο.

8.1

1^ο Σοχείο (160 jύπο ενεργείας)

$$W \cdot C_p (T_i - T_R) - W C_p (T_1 - T_R) = \rho \cdot V \cdot C_p \frac{dT_1}{dt}$$

6ε kov κατάσταση $W \cdot C_p (T_{i,s} - T_R) - W C_p (T_{1,s} - T_R) = 0$

Ανοχίτες από νόμην κατάσταση. Ορίσω $T_i' = T_i - T_{i,s}$ κ' $T_1' = T_1 - T_{1,s}$
Το 160 jύπο ενεργείας μετά από αφαίρεση της νόμηνς κατάστασης
γίνεται

$$W C_p T_i' - W C_p T_1' = \rho \cdot V \cdot C_p \frac{dT_1'}{dt} \quad \text{Laplace} \rightarrow W C_p T_i'(s) - W C_p T_1'(s) = \rho \cdot V \cdot C_p \cdot S \cdot T_1'(s)$$

$$\Rightarrow T_i'(s) = T_1'(s) \left[\frac{\rho \cdot V \cdot S + W}{W} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_i'(s) = T_1'(s) \left[\frac{\rho \cdot V}{W} S + 1 \right]$$

Όπως $\frac{\rho \cdot V}{W} = \frac{50 \cdot 5}{250} = 1 \text{ min} = \tau$

Αρα $T_i'(s) = T_1'(s) (S + 1) \Rightarrow \boxed{T_1'(s) = T_i'(s) \frac{1}{S + 1}} \quad (1)$

2^ο Σοχείο (160 jύπο ενεργείας). Σπάουσε κατάθετα να
τω ξεαβήτες ανοχίτες όνωσ να πάνω

$$W \cdot C_p T_1' - W \cdot C_p T_2' + Q' = \rho \cdot V \cdot C_p \frac{dT_2'}{dt}, \quad T_2' = T_2 - T_{2,s}$$

και $Q' = q - q_s^{r=0} = q$

Μετά από πε/έλο Laplace

$$W \cdot C_p \cdot T_1'(s) - W \cdot C_p \cdot T_2'(s) + Q'(s) = \rho \cdot V \cdot C_p \cdot S \cdot T_2'(s)$$

$$T_1'(s) + \frac{Q'(s)}{W \cdot C_p} = T_2'(s) \left[\frac{\rho \cdot V \cdot C_p \cdot S + W \cdot C_p}{W \cdot C_p} \right]$$

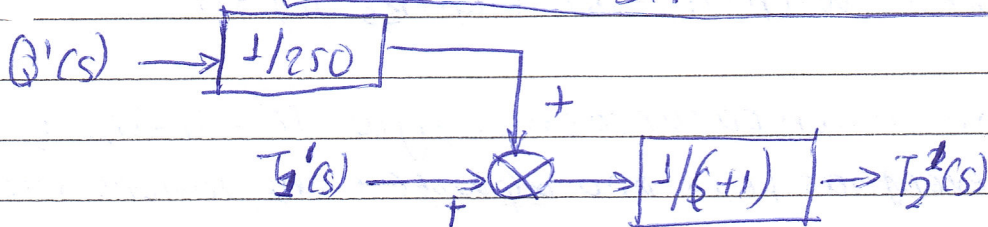
$$= T_2'(s) \left[\frac{\rho \cdot V}{W} S + 1 \right] \Rightarrow$$

$\left[\frac{\rho \cdot V}{W} = 1 \text{ min} \text{ και } W \cdot C_p = 250 \cdot 1 = 250 \text{ Btu / min } \cdot F \right]$

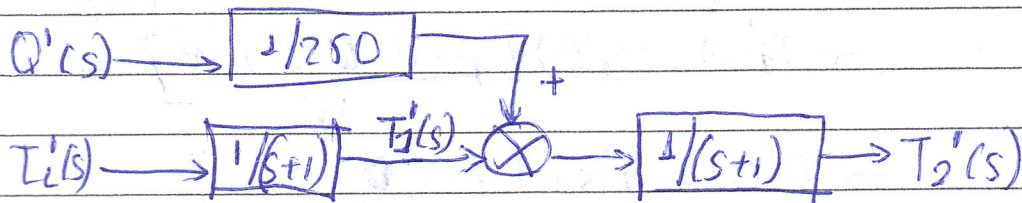
Αρα $\Rightarrow T_2'(s) = \frac{T_1'(s)}{S + 1} + \frac{Q'(s)}{250 (S + 1)}$

Ξεχωρίζουμε τις μεταβλητές απόκρισης από τις συναρτήσεις μεταφοράς ώστε να μπορούμε να φτιάξουμε το διάγραμμα (block diagram) για αυτό

$$T_2'(s) = T_1'(s) \frac{1}{s+1} + Q'(s) \cdot \frac{1}{250} \cdot \frac{1}{s+1} \quad (2)$$



Με αντικατάσταση του $T_1'(s)$ από την (1)



Η (2) από την (1) γίνεται

$$T_2'(s) = T_1'(s) \frac{1}{(s+1)^2} + Q'(s) \frac{1}{250(s+1)} \quad (3)$$

Με βηθαική μεταβολή του $T_1 = 52 - 60 = -8^\circ\text{F} \Rightarrow T_1'(s) = \frac{-8}{s}$

και του $Q' = 1000 - 0 = 1000 \Rightarrow Q'(s) = \frac{1000}{s}$

$$\text{Η (3) γίνεται } T_2'(s) = -\frac{8}{s(s+1)^2} + \frac{4}{s(s+1)} \quad (4)$$

Διασυντάξτε τα κλάσματα σε αθροιστικά κλάσματα κλασμάτων

$$\frac{8}{s(s+1)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+1)^2} + \frac{\Gamma}{s+1} \quad \text{με Heaviside } A=8, B=-8$$

$$\frac{8}{s(s+1)^2} = \frac{8}{s} - \frac{8}{(s+1)^2} + \frac{\Gamma}{s+1} = \frac{8(s+1)^2 - 8s + \Gamma s(s+1)}{s(s+1)^2} \Rightarrow$$

$$8: 8s^2 + 16s + 8 - 8s + \Gamma s^2 + \Gamma s \Rightarrow (8+\Gamma) \cdot s^2 + (8+\Gamma) \cdot s = 0$$

$$\Rightarrow 8+\Gamma=0 \Rightarrow \Gamma=-8$$

Αρα $\frac{8}{s(s+1)^2} = \frac{8}{s} - \frac{8}{(s+1)^2} - \frac{8}{s+1}$

Επίσης

$$\frac{4}{s(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} \text{ μέθοδος Heaviside } A=4, B=-4$$

$$\text{και } \frac{4}{s(s+1)} = \frac{4}{s} - \frac{4}{s+1}$$

Κάουσε αντιστάσεων ^{60V(4)} και $T_2'(s) = \frac{-8}{s} + \frac{8}{(s+1)^2} + \frac{8}{s+1} + \frac{4}{s} - \frac{4}{s+1}$

$$\Rightarrow T_2'(s) = -\frac{4}{s} + \frac{4}{s+1} + \frac{8}{(s+1)^2}$$

$$\Rightarrow T_2'(t) = -4 + 4e^{-t} + 8te^{-t}$$

$$\text{Για } t=2 \text{ min } \Rightarrow T_2'(t) = -1.29$$

$$\text{Επομένως } T_2'(2) = T_2'(2) + T_{2,s} = -1.29 + 60 = 58.71^\circ\text{F}$$

$$\text{Για } t \rightarrow \infty \lim_{t \rightarrow \infty} T_2'(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s(T_2'(s)) = \left[-4 + \frac{4 \cdot s}{s+1} + \frac{8 \cdot s}{(s+1)^2} \right]_{s=0} = -4$$

$$\text{Αρα } T_2'(\infty) = -4 \text{ και } T_2(\infty) = -4 + 60 = 56^\circ\text{F}$$

8.2

1^ο Σοχείο (ισοζύγιο ενέργειας)

$$W_1 C_p (T_a - T_R) - W_1 C_p (T_1 - T_R) = \rho \cdot V \cdot C_p \frac{dT_1}{dt}$$

Γεγον. κατά

$$W_1 C_p (T_{a,s} - T_R) - W_1 C_p (T_{1,s} - T_R) = 0$$

Ορίζουμε μεταβλητές απόκλισης και αφαιρούμε το ισοζύγιο με τη γονιμή κατάσταση

$$T_a' = T_a - T_{a,s} \quad \text{και} \quad T_1' = T_1 - T_{1,s}$$

$$W_1 \cdot C_p T_a' - W_1 C_p T_1' = \rho V C_p \frac{dT_1'}{dt} \quad \text{Laplace}$$

$$W_1 \cdot C_p T_a'(s) - W_1 C_p T_1'(s) = \rho V C_p s T_1'(s) \Rightarrow$$

$$T_a'(s) = \left[\frac{\rho V C_p \cdot s + 1}{W_1 C_p} \right] T_1'(s)$$

Όπως $\frac{\rho \cdot V}{W_1} = \frac{50 \cdot 10}{250} = 2 \text{ min} = \tau_1$

Αρα $T_a'(s) = (2s+1) T_1'(s) \Rightarrow T_1'(s) = T_a'(s) \frac{1}{2s+1} \quad (1)$

2^ο Σοχείο (ισοζύγιο ενέργειας): Εργαζόμαστε με τον ίδιο τρόπο και παρακάτω είναι το ισοζύγιο ενέργειας με μεταβλητές απόκλισης

$$W_1 C_p T_1' + W_2 C_p T_b' - W_3 C_p T_2' = \rho V C_p \frac{dT_2'}{dt}$$

όπου $T_b' = T_b - T_{b,s}$ και $T_2' = T_2 - T_{2,s}$

Εφαρμόζουμε περ/από Laplace $W_1 C_p T_1'(s) + W_2 C_p T_b'(s) - W_3 C_p T_2'(s) =$

$$= s \rho V C_p T_2'(s) \quad \text{Σίγουρα με } C_p \text{ και } \rho \text{ και } V$$

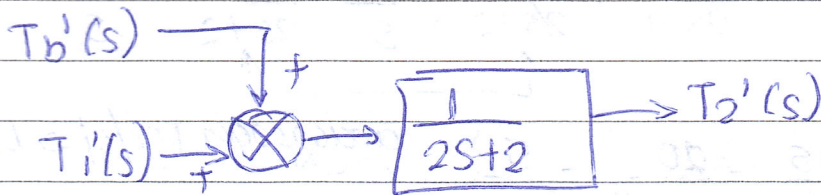
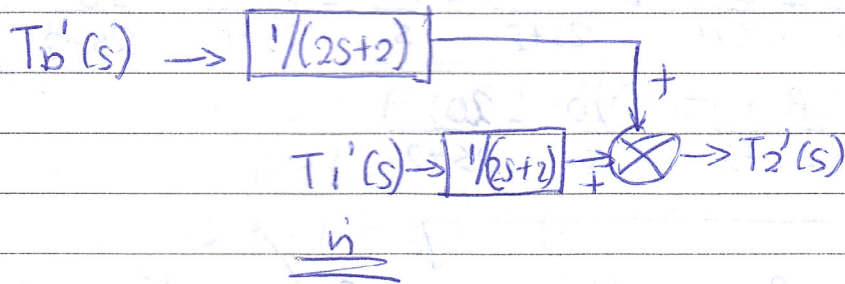
Αντικαθιστώντας

$$\Rightarrow 250 T_1'(s) + 250 T_b'(s) - 500 T_2'(s) = s \rho V T_2'(s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1'(s) + T_b'(s) - \frac{500}{250} T_2'(s) = \frac{s \rho V}{250} T_2'(s) \Rightarrow$$

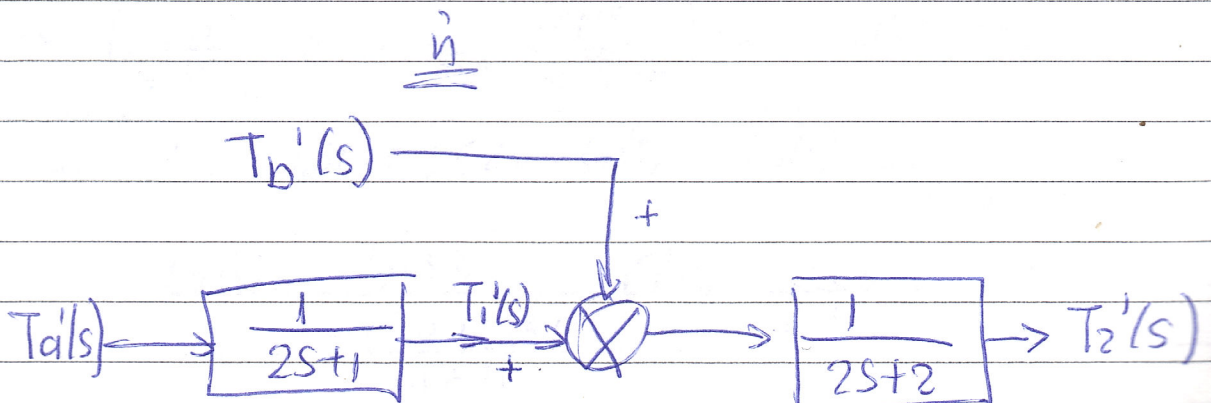
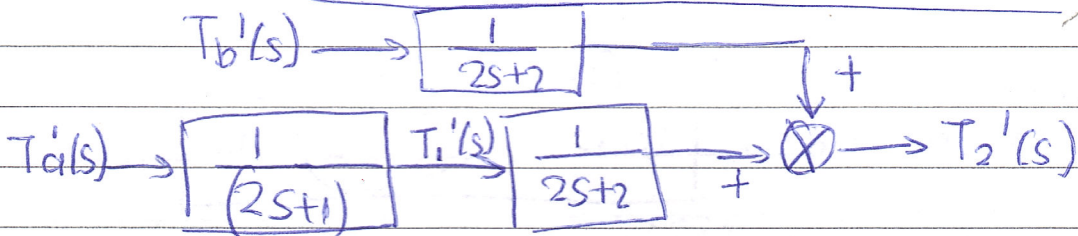
$W_1 = W_2 = 250$
 $W_3 = W_1 + W_2 = 500$

$$T_2'(s) = T_1'(s) \frac{1}{2s+2} + T_b' \frac{1}{2s+2} \quad (2)$$



Αντικαθιστώντας στην (2) την (1)

$$T_2'(s) = T_a'(s) \frac{1}{(2s+1)(2s+2)} + T_b' \frac{1}{2s+2} \quad (3)$$



$$T_a'(t) = 10 \text{ V/t} \Rightarrow T_a'(s) = 10/s$$

$$\text{και } T_b'(t) = 20 \text{ V/t} \Rightarrow T_b'(s) = 20/s$$

Αντικαθιστώ στην (3)

$$T_2'(s) = \frac{10}{s} \frac{1}{(2s+1)(2s+2)} + \frac{20}{s} \frac{1}{2s+2} \quad (4)$$

T_2 "Σημεία" των (4) σε άθροισμα οριζών κλασμάτων μέσω της
Heaviside

$$\frac{10}{s(2s+1)(2s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{2s+1} + \frac{C}{2s+2} = \frac{5}{s} - \frac{20}{2s+1} + \frac{10}{2s+2}$$

και $\frac{20}{s(2s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{2s+2} = \frac{10}{s} - \frac{20}{2s+2}$

$$H(4) \Rightarrow T_2'(s) = \frac{5}{s} - \frac{20}{2s+1} + \frac{10}{2s+2} + \frac{10}{s} - \frac{20}{2s+2} = \frac{15}{s} - \frac{20}{2s+1} - \frac{10}{2s+2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2'(s) = \frac{15}{s} - \frac{10}{s+1/2} - \frac{5}{s+1}$$

αντιστοίχος $f(s) \leftrightarrow$ Laplace

$$T_2'(t) = 15 - 10e^{-t/2} - 5e^{-t}$$

για $t=2 \text{ min}$ $T'(2) = 10.64$

$$T^\circ(2) = T'(2) + 60 = 10.64 + 60 = 70.64^\circ\text{F}$$

αυτών PI. Η χρησιμοποίηση ωστόσο ολοκληρωτικής δράσης έχει το μειονέκτημα της ταλαντούμενης απόκρισης.

Με την προσθήκη διαφορικής δράσης η απόκριση γίνεται ταχύτερη ενώ ταυτόχρονα επιτυγχάνεται μικρότερη απομάκρυνση από την αρχική τιμή και οι ταλαντώσεις μειώνονται. Συζήτηση του ρυθμιστή PD θα γίνει σε μεταγενέστερο κεφάλαιο.

Η επιλογή τύπου ρυθμιστή εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις ιδιαιτερότητες της εφαρμογής. Εάν η μόνιμη απόκλιση είναι αποδεκτή, τότε πιθανότατα θα χρησιμοποιηθεί αναλογικός ρυθμιστής. Εάν απαιτείται εξάλειψη της μόνιμης απόκλισης τότε η χρησιμοποίηση ολοκληρωτικής δράσης είναι αναγκαία. Εάν μαζί με την ολοκληρωτική δράση εμφανίζονται έντονες ταλαντώσεις τότε, απουσία σημαντικών επιπέδων θορύβου, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και διαφορική δράση. Ένας από τους σκοπούς των κεφαλαίων που ακολουθούν είναι η παρουσίαση μεθόδων για την κατασκευή διαγραμμάτων όπως αυτό του Σχ. 9-10 τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη διαδικασία επιλογής κατάλληλου ρυθμιστή.

ΠΑΡΕΦΑΛΛΙΩΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε μια σύντομη εισαγωγή στις ρυθμιστικές βαλβίδες και στους ρυθμιστές. Παρουσιάστηκαν επίσης οι συναρτήσεις μεταφοράς των διακριτών κλασικών ρυθμιστών και συζητήθηκαν μερικά χαρακτηριστικά τους.

Οι ιδανικές συναρτήσεις μεταφοράς περιγράφουν στην πραγματικότητα πολυάριθμους τύπους ρυθμιστών όπως πνευματικοί, ηλεκτρονικοί, με βάση Η/Υ, υδραυλικοί, μηχανικοί και ηλεκτρικοί. Η μαθηματική ανάλυση των συστημάτων κλειστού βρόχου που θα ακολουθήσει, βάση των οποίων θα αποτελέσουν συστήματα πρώτης και δεύτερης τάξης, είναι συνεπώς γενική και εφαρμόσιμη σε όλους τους κλάδους της θεωρίας ρύθμισης. Μετά την ολοκλήρωση της μελέτης αυτού του βιβλίου ο αναγνώστης θα είναι σε θέση να εφαρμόσει την γνώση που θα αποκτήσει σε όλους αυτούς τους κλάδους της θεωρίας ρύθμισης. Η μόνη απαίτηση είναι η κατανόηση της φύσης και των χαρακτηριστικών των υπό μελέτη συστημάτων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

9.1. Η έξοδος πνευματικού PI ρυθμιστή είναι 10 psig σε μόνιμες συνθήκες. Το προκαθορισμένο σημείο αυξάνεται βηματικά κατά 10 °F και συλλέγονται τα ακόλουθα δεδομένα:

Χρόνος (s)	Έξοδος (psig)
0-	10
0+	8
20	7
60	5
90	3.5

Να βρεθεί η σταθερά ενίσχυσης του ρυθμιστή σε psi/F και ο ολοκληρωτικός χρόνος (σε s).

Κεφάλαιο 9

1^η άσκηση

PI ρυθμιστής \rightarrow συνάρτηση μεταφοράς (βλ. 9.8) $\frac{P(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} \right)$

Το προκαθορισμένο επίπεδο μεταβάλλεται κατά 10°F (αυξάνεται).
Από το σφάλμα (ανάκληση) είναι $e(t) = 10 u(t)$ και ο μετασχηματισμός Laplace αυτού είναι $E(s) = \frac{10}{s}$

$$\text{Επομένως } P(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} \right) \cdot \frac{10}{s} = \frac{K_c \cdot 10}{s} + \frac{10 K_c}{T_i \cdot s^2}$$

Με αντιστροφή Laplace $P(t) = 10 K_c \cdot u(t) + \frac{10 K_c}{T_i} \cdot t \cdot \delta(t)$
 \hookrightarrow μεταβλητή ανάκλησης $P - P_s$

$$\Rightarrow p = P_s + 10 K_c u(t) + \frac{10 K_c}{T_i} \cdot t \cdot u(t) \quad (1)$$

Για $t = 0_- \Rightarrow u(t) = 0$ και από (1) $\Rightarrow p = P_s \Rightarrow 10 = P_s$ από εκκίνηση

Για $t = 0_+ \Rightarrow u(t) = 1$ $(1) \Rightarrow p = P_s + 10 K_c \Rightarrow 8 = 10 + 10 \cdot K_c$
 $\Rightarrow K_c = -0.2 \frac{\text{psig}}{\text{of}}$ \downarrow psig \downarrow of

Για $t = 20\text{s} \Rightarrow u(t) = 1$ $(1) \Rightarrow p = P_s + 10 K_c + \frac{10 K_c}{T_i} \cdot 20 \Rightarrow$

$$\Rightarrow f = 10 + 10(-0.2) + \frac{10(-0.2) \cdot 20}{T_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_i = 40\text{s}$$

Για $t = 60$ $\rightsquigarrow 5 = 10 + 10(-0.2) + \frac{10(-0.2) \cdot 60}{40}$ 16xύε

Για $t = 90$ $\rightsquigarrow 3.5 = 10 + 10(-0.2) + \frac{10(-0.2) \cdot 90}{40}$ 16xύε