1η Πρόοδος Δυναμική και Έλεγχος Διεργασιών 6 Φεβρουαρίου 2019

ΘΕΜΑ1 (10μονάδες)

Στο σύστημα, συνδέται αναλογική-διαφορική ρύθμιση, με σταθερά ενίσχυσης 0,1 mV/oC και διαφορικό χρόνο 0,1 min. Μεταβολή της εξόδου του ρυθμιστή κατά 1 mV μεταβάλει την παροχή θερμότητας κατά 500 kcal/min. Να υπολογιστεί και να παρασταθεί γραφικά (σε χρόνο 0, 30, 60, 120, 240 min) η απόκριση της θερμοκρασίας στην έξοδο της 2ης δεξαμενής, για βηματική μεταβολή 10 oC της θερμοκρασίας της παροχής εισόδου. Δίνεται, πυκνότητα νερού ρ = 1000 kg/m3 και θερμοχωρητικότητα νερού 1 kcal/kgoC.

@SS q,ss + ρ\*w\*Cp\*(θ0,ss – θ1,ss) = 0 ⬄ q,ss = 1000\*1\*1\*(60-25) = 35000 kcal/min

**1η δεξαμενή:** q + ρ\*w\*Cp\*(θο – θ1) = ρ\*V1\*Cp\*dθ1/dt

Μεταβλητές απόκλισης: Tο = θο – 25 Τ1 = θ1 – 60 Q = q – 35000

Q(t) + ρ\*w\*Cp\*(Tο(t) – T1(t)) = ρ\*V1\*Cp\*dT1(t)/dt ⬄ Q(s) + ρ\*w\*Cp\*Tο(s) – ρ\*w\*Cp\*T1(s) = ρ\*Cp\*V1\*s\*T1(s) ⬄ [(V1/w)\*s + 1]\*T1(s) = Q(s)/(ρ\*w\*Cp) + T0(s)

**τ1 = V1/w = 5/0,5 = 10 min** **ρ\*w\*Cp = 1000\*0,5\*1 kcal/minoC ⬄**

**⬄ 1/(ρ\*w\*Cp) = 0,002 oCmin/kcal**

**T1(s) = Q(s)\*0,002/(10s + 1) + To(s)/(10s + 1)**

**2η δεξαμενή:** ρ\*w\*Cp\*(T2 – T1) = ρ\*Cp\*V\*dT2

 @ss ρ\*w\*Cp\*(T2in,s – T2out,s) = 0

Μεταβλητές απόκλισης: Τ1 = θ1 – 60 Τ2 = θ2 – 60

Ρ\*w\*Cp\*(T1(t) – T2(t)) = ρ\*Cp\*V2\*dT2(t)/dt ⬄ ρ\*w\*Cp\*T1(s) – ρ\*w\*Cp\*T2(s) = ρ\*Cp\*V2\*s\*T2(s)

⬄ [(V2/w)\*s + 1]\*T2(s) = T1(s) **τ2 = V2/w = 20/0,5 = 40 min**

 **T2(s) = T1(s)/(40s + 1)** ⬄ T2(s) = 0,002\*Q(s)/(10s+1)(40s+1) + To(s)/(10s+1)(40s+1) ⬄

⬄ T2(s) = 0,002\*Q(s)/(400s2+50s+1) + To(s)/(400s2+50Ο)s+1)

**Στοιχείο Μέτρησης:** Είσοδος: θερμοκρασία στο 2ο δοχείο: Τ2 = θ2 – θ2,ss

Έξοδος: μέτρηση θερμοκρασίας: Τ2m = θ2m – θ2m,ss

 Συνάρτηση Μεταφοράς: T2m(s)/T2(s) = 1/(1 + τm\*s)

Δεν δίνονται δεδομένα χρόνου απόκρισης, οπότε θεωρείται 0: **T2m(s)/T2(s) = 1**

**Ρυθμιστής PD:** Είσοδος: το ρυθμιστικό σφάλμα: ε = θ2R – θ2m

 Έξοδος: διαφορά δυναμικού: V = v – v,ss

 Συνάρτηση Μεταφοράς: V(s)/ε(s) = Kc\*(1 + τD\*s) Kc = 0,1 mV/oC τD = 0,1 min

 **V(s)/ε(s) = 0,1\*(1 + 0,1\*s)**

**Τελικό Στοιχείο:** Είσοδος: διαφορά δυναμικού: V = v – v,ss

 Έξοδος: διαφορά παροχής θερμότητας: Q = q – q,ss

 Συνάρτηση Μεταφοράς: Q(s)/V(s) = Kv/(1 + τv\*s)

Kv = 500 (kcal/min)/mV τv = 0 min  **Q(s)/V(s) = 500**

**Διάγραμμα βαθμίδων.**

Συνάρτηση μεταφοράς μεταξύ θερμοκρασίας εισόδου και μετρούμενης μεταβλητής.

$\frac{T2(s)}{T0(s)}=\frac{\frac{1}{(10s+1)(40s+1)}}{1+\frac{0,01s+0,1}{(10s+1)(40s+1)}}=\frac{\frac{1}{(10s+1)(40s+1)}}{\frac{(10s+1)(40s+1)}{(10s+1)(40s+1)}+\frac{0,01s+0,1}{(10s+1)(40s+1)}}=\frac{1}{0,01s+0,1+(10s+1)(40s+1)}=\frac{1}{400s^{2}+50,01s+1,1}=\frac{0,9091}{363,6s^{2}+45,46s+1}$

τ = 363,6^0,5 = 19,07 6,910 = 2ζτ ⬄ ζ = 1,192

$\frac{t}{19,07}\sqrt{1,192^{2}-1 }=0,034\*t$ $\frac{ζ}{\sqrt{ζ^{2}-1}}=1,837$

T2(t) = 10\*(1-exp(-0,0625\*t)\*(cosh(0,034\*t)+1,837\*sinh(0,034\*t)))

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t | T2(t) | θ2(t) |
| 0 | 0,000 | 60,00 |
| 30 | 4,199 | 64,20 |
| 60 | 7,447 | 67,45 |
| 120 | 9,536 | 69,54 |
| 240 | 9,985 | 69,98 |

ΘΕΜΑ 2 (10 μονάδες)

Στον αντιδραστήρα πλήρους ανάδευσης συμβαίνει η αντίδραση: Α → Β με ρυθμό rA = - 0,3\*cA mol/ltmin. Σε χρόνο 0, η αρχική συγκέντρωση co του Α στην τροφοδοσία μεταβάλλεται βηματικά από 2 σε 1 mol/lt. Αρχικά, η συμπληρωματική παροχή καθαρού Α είναι 0 mol/min. Στο αντιδραστήρα εφαρμόζεται αναλογική ρύθμιση με σταθερά ενίσχυσης 1,6 mV/mV, ενώ η ρυθμιστική βαλβίδα επιτρέπει παροχές καθαρού Α από 0 έως 5 mol/min για ηλεκτρικό σήμα στην είσοδο της 0 – 500 mV. Η ένδειξη του φασματοφωτομέτρου μέτρησης της συγκέντρωσης μεταβάλλεται από 0 σε 400 mV με μεταβολή της συγκέντρωσης από 0 σε 4 mol/lt. Να κατασκευαστεί το διάγραμμα βαθμίδων, να εξαχθούν οι συναρτήσεις μεταφοράς και υπολογιστεί και να παρασταθεί γραφικά (σε χρόνο 0, 1, 5, 10, 20 min) η μεταβολή της συγκέντρωσης του Α στην έξοδο του αντιδραστήρα με και χωρίς ρύθμιση. Η ογκομετρική παροχή καθαρού αντιδρώντος Α θεωρείται αμελητέα.

**Αντιδραστήρας:** F\*co + m – F\*c1 – V\*0,3\*c1 = V\*dc1/dt

@ss 1000\*2 + 0 – 1000\*c1s – 10000\*0,3\*c1s = 0 ⬄ 4000\*c1 = 2000 ⬄ c1s = 0,5 mol/lt

Μεταβλητές απόκλισης Co = co – 2 C1 = c1 – 0,5 M = m – 0

 1000\*Co(t) + M(t) – 1000\*C1(t) – 3000\*C1(t) = 10000\*dC1(t)/dt ⬄

 Co(s) + M(s)/1000 – 4\*C1(s) = 10\*s\*C1(s) ⬄ (10s + 4)\*C1(s) = Co(s) + M(s)/1000 ⬄

 **C1 = 0,25Co/(2,5s+1) + (M/4000)/(2,5s+1)**

**Φασματοφωτόμετρο:** Km = 400mV/4(mol/lt) = 100 V/(mol/lit) **Ρυθμιστής:** Vc/ε = 1,6

**Βαλβίδα:** Kv = (5-0)/(500-0) = 0,01 (mol/min)/mV

**Βηματική μεταβολή:** Co = -1/s

**Χωρίς Ρύθμιση**

C1 = -0,25/s(2,5s+1) = A/s + B/(2,5s+1) A = -0,25 B = -0,25/(-0,4) = 0,625

C1 = -0,25/s + 0,625/(2,5s+1) = -0,25/s + 0,25/(s+0,4) ⬄ **C1(t) = -0,25+0,25\*exp(-0,4\*t)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t, min | C1(t) | c1(t) |
| 0 | 0,000 | 0,500 |
| 1 | -0,082 | 0,418 |
| 5 | -0,216 | 0,284 |
| 10 | -0,245 | 0,255 |
| 20 | -0,250 | 0,250 |

**Με Ρύθμιση**



Διάγραμμα βαθμίδων:

$$C1=\frac{\frac{0,25Co}{2,5s+1}}{1+\frac{0,000004}{2,5s+1}}=\frac{\frac{0,25Co}{2,5s+1}}{\frac{2,5s+1}{2,5s+1}+\frac{0,000004}{2,5s+1}}=\frac{0,25Co}{2,5s+1}$$

C1 = 0,25/s(2,5s+5) = A/s + B/(2,5s+5) A = 0,05 B = -0,125

C1 = 0,05/s - 0,125/(2,5s+5) = 0,05/s - 0,05/(s+2) ⬄ **C1(t) = 0,05-0,05\*exp(-2\*t)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t, min | C1(t) | c1(t) |
| 0 | 0,000 | 0,500 |
| 1 | 0,043 | 0,543 |
| 5 | 0,050 | 0,550 |
| 10 | 0,050 | 0,550 |
| 20 | 0,050 | 0,550 |

ΘΕΜΑ 3 (10 μονάδες)

Για το σύστημα δίνονται w = 250 lb/min, ρ = 62,5 lb/ft3, V1 = 4 ft3, V2 = 5 ft3, V3 = 6 ft3, Cp = 1 Btu/lboF. Μεταβολή της εισόδου κατά 1 psi μεταβάλει την παρεχόμενη θερμότητα q κατά 500 Btu/min. Η χρονική σταθερά του ρυθμιστή είναι 0,5 min. Η θερμοκρασία του ρεύματος τροφοδοσίας αποτελεί διαταραχή και το μετρητικό έχει ταχύτατη απόκριση. Να βρεθούν οι συναρτήσεις μεταφοράς, να σχεδιαστεί το διάγραμμα βαθμίδων και να υπολογιστεί η σταθερά ενίσχυσης του ρυθμιστή για την οποία το σύστημα οριακή ευστάθεια.

**Ρυθμιστής PD.** Είσοδος: το ρυθμιστικό σφάλμα: ε = TR – Tm

 Έξοδος: διαφορά πίεσης για τη ρυθμιστική βαλβίδα: P = p – p,s

 Συνάρτηση Μεταφοράς: P(s)/ε(s) = Kc\*(1 + τD\*s) (Εξίσωση 9.10[[1]](#footnote-1))

 Kc = 3 psi/oF τD = 0,5 min

 **P(s)/ε(s) = 3\*(1 + 0,5\*s)**

**Τελικό Στοιχείο:** Είσοδος: διαφορά πίεσης για τη ρυθμιστική βαλβίδα: P = p – p,s

**πνευματική** Έξοδος: διαφορά παροχής θερμότητας: Q = q – q,s

**βαλβίδα** Συνάρτηση Μεταφοράς: Q(s)/P(s) = Kv\*(1 + τv\*s) (Εξίσωση 9.11)

 Kv = 500 (Btu/min)/psi τv = 0 min

 **Q(s)/P(s) = 500**

**Διεργασία 1[[2]](#footnote-2):** (όπως Παράγραφος 8.4 (Διεργασία), σελ. 197)

Ισοζύγιο ενέργειας: q + w\*Cp\*(T1in – T1out) = ρ\*Cp\*V\*dT1out/dt

 @ss q,s + w\*Cp\*(T1in,s – T1out,s) = 0

Μεταβλητές απόκλισης: T0 = T1in – T1in,s T1 = T1out- T1out,s Q = q – q,s

 Q(t) + w\*Cp\*(T0(t) – T1(t)) = ρ\*Cp\*V\*dT1(t)/dt ⬄

 Q(s) + w\*Cp\*T0(s) – w\*Cp\*T1(s) = ρ\*Cp\*V\*s\*T1(s) ⬄

 [(ρ\*V/w)\*s + 1]\*T1(s) = Q(s)/(w\*Cp) + T0(s)

τ1 = ρ\*V/w = 62,5\*4/250 = 1 min

w\*Cp = 250 Btu/oFmin ⬄ 1/(w\*Cp) = 0,004 oFmin/Btu

 **T1(s) = Q(s)\*0,004/(s + 1) + T0(s)/(s + 1)**

**Διεργασία 2[[3]](#footnote-3):** Ισοζύγιο ενέργειας: w\*Cp\*(T2in – T2out) = ρ\*Cp\*V\*dT2out/dt

 @ss w\*Cp\*(T2in,s – T2out,s) = 0

Μεταβλητές απόκλισης: T1 = T2in – T2in,s T2 = T2out- T2out,s

 w\*Cp\*(T1(t) – T2(t)) = ρ\*Cp\*V\*dT2(t)/dt ⬄

 w\*Cp\*T1(s) – w\*Cp\*T2(s) = ρ\*Cp\*V\*s\*T2(s) ⬄

 [(ρ\*V/w)\*s + 1]\*T2(s) = T1(s)

τ2 = ρ\*V/w = 62,5\*5/250 = 1,25 min

**T2(s) = T1(s)/(1,25\*s + 1)**

**Διεργασία 3:** Ισοζύγιο ενέργειας: w\*Cp\*(T3in – T3out) = ρ\*Cp\*V\*dT3out/dt

 @ss w\*Cp\*(T3in,s – T3out,s) = 0

Μεταβλητές απόκλισης: T2 = T3in – T3in,s T3 = T3out- T3out,s

 w\*Cp\*(T2(t) – T3(t)) = ρ\*Cp\*V\*dT3(t)/dt ⬄

 w\*Cp\*T2(s) – w\*Cp\*T3(s) = ρ\*Cp\*V\*s\*T3(s) ⬄

 [(ρ\*V/w)\*s + 1]\*T3(s) = T2(s)

τ3 = ρ\*V/w = 62,5\*6/250 = 1,5 min

**T3(s) = T2(s)/(1,5\*s + 1)**

**Στοιχείο Μέτρησης:** Είσοδος: θερμοκρασία στο 3ο δοχείο[[4]](#footnote-4): Τ3 = Τout – T3out,s

Έξοδος: μέτρηση θερμοκρασίας: Τ3m = Tout,m – Tout,m,s

 Συνάρτηση Μεταφοράς[[5]](#footnote-5): Tm(s)/T(s) = 1/(1 + τD\*s) (Εξίσωση 9.18[[6]](#footnote-6))

**Δεν δίνονται δεδομένα χρόνου απόκρισης, οπότε θεωρείται 0: Tm(s)/T(s) = 1**

**Διάγραμμα βαθμίδων.**



Χαρακτηριστική εξίσωση:

$$1+\frac{Kc(s+2)}{(s+1)(1,25s+1)(1,5s+1)}=\frac{(s+1)(1,25s+1)(1,5s+1)}{(s+1)(1,25s+1)(1,5s+1)}+\frac{Kc(s+2)}{(s+1)(1,25s+1)(1,5s+1)}=$$

$$=Kc(s+2)+\left(s+1\right)\left(1,25s+1\right)\left(1,5s+1\right)=Kcs+2Kc+\left(1,25s^{2}+2,25s+1\right)\left(1,5s+1\right)=$$

= 1,875s3 + 4,625s2 + (Kc + 3,75)s + 2Kc + 1 = 0

Κριτήριο του Routh: 1η 1,875 Kc + 3,75

 2η 4,625 2Kc + 1

 3η 0,189Kc + 3,345

 4η 2Kc + 1

 0,189Kc + 3,345 > 0 ⬄ Kc > - 17,678

2Kc + 1 > 0 ⬄ Kc > -0,5

1. Δίνεται στο τυπολόγιο της 2ης Προόδου [↑](#footnote-ref-1)
2. Θερμοκρασίες εισόδου στο 1ο, 2ο και 3ο δοχείο (μεταβλητές απόκλισης): Τ0, Τ1, Τ2

 Θερμοκρασίες εξόδου στο 1ο, 2ο και 3ο δοχείο (μεταβλητές απόκλισης): Τ1, Τ2, Τ3 [↑](#footnote-ref-2)
3. Οι μαζικές παροχές εισόδου και εξόδου και στα 3 δοχεία είναι σε κάθε χρονική στιγμή ίσες μεταξύ τους και ίσες με w. [↑](#footnote-ref-3)
4. Θεωρείται δοχείο πλήρους ανάμιξης, οπότε η θερμοκρασία στην έξοδο του είναι ίση με τη θερμοκρασία στο εσωτερικό του. [↑](#footnote-ref-4)
5. Η στατική ενίσχυση των θερμομέτρων είναι πάντα 1. [↑](#footnote-ref-5)
6. Δίνεται στο τυπολόγιο της 2ης Προόδου [↑](#footnote-ref-6)