1η Πρόοδος Δυναμική και Έλεγχος Διεργασιών 4 Ιουνίου 2018

ΘΕΜΑ1 (10μονάδες)



Σε χρόνο 0 η παροχή αυξάνεται βηματικά κατά 1 m3/min. Να υπολογιστεί και να παρασταθεί γραφικά (σε χρόνο 0, 5, 10, 20, 40 και 60 min) η απόκριση της στάθμης στην 1η και τη 2η δεξαμενή.

@SS 1 – (h1s – h2s)/2 = 0 ⬄ (h1s – h2s) = 2 ⬄ h1s = 4

 (h1s – h2s)/2 – h2s/2 = 0 ⬄ h2s = 2

Ισοζύγιο μάζας στην 1η δεξαμενή

qo(t) – (h1(t) – h2(t))/R1 = A1\*dh1(t)/dt ⬄ Qo(t) – H1(t)/2 + H2(t)/2 = 1\*dH1(t)/dt

⬄ 2\*Qo(t) – H1(t) + H2(t) = 2\*dH1(t)/dt ⬄ 2Qo(s) – H1(s) + H2(s) = 2sH1(s) (1)

Ισοζύγιο μάζας στην 2η δεξαμενή

(h1(t) – h2(t))/R1 – h2(t)/R2 = A2\*dh2(t)/dt ⬄ h1(t)/2 – h2(t)/2 – h2(t)/2 = 1\*dh2(t)/dt ⬄

⬄ h1(t) – 2\*h2(t) = 2\*dh2(t)/dt ⬄ H1(t) – 2\*H2(t) = 2dH2(t)/dt ⬄ H1(s) – 2H2(s) = 2sH2(s) ⬄

⬄ H1(s) = (2s + 2)H2(s) ⬄ H2(s) = H1(s)/(2s + 2)

(1) 2Qo(s) – H1(s) + H1(s)/(2s + 2) = 2sH1(s) ⬄ 2Qo/H1 – 1 + 1/(2s + 2) = 2s ⬄ Qo/H1 = s – 0,5/(2s + 2) + 0,5 ⬄

 Qo/H1 = (2s2 + 2s – 0,5 + s + 1)/(2s + 2) ⬄ H1/Qo = (2s + 2)/(2s2 + 3s + 0,5) ⬄

**H1/Qo = 2s/(2s2 + 3s + 0,5) + 2/(2s2 + 3s + 0,5)**

(1) 2Qo(s) – (2s + 2)H2(s) + H2(s) = 2s(2s + 2)H2(s) ⬄ 2Qo/H2 = (2s + 2) – 1 + 2s(2s + 2) ⬄

 Qo/H2 = s + 1 – 0,5 + 2s2 + 2s = 2s2 + 3s + 0,5 ⬄ **H2/Qo = 1/(2s2 + 3s + 0,5)**

Βηματική διαταραχή της παροχής: qo(t) = 2u(t) ⬄ qo(t) – qos = 2u(t) – 1u(t) ⬄ Qo(t) = 1u(t) ⬄ **Qo(s) = 1/s**

Λύση τριωνύμου Δ = 9-4\*2\*0,5 = 5 x1 = (-3+5^0,5)/4 = -0,191 x2 = (-3-5^0,5)/4 = -1,309



HEAVYSIDE

1/(s + 0,191)(s + 1,309) = A/(s + 0,191) + B/(s + 1,309)

A = 1/(-0,191+1,309) = 0,894

B = 1/(-1,309+0,191) = -0,894

1/2s(s + 0,191)(s + 1,309) = Γ/s + E/(s + 0,191) + Z/(s + 1,309)

Γ = 0,5/(0,191\*1,309) = 2,000

E = 0,5/(-0,191)\*(1,309-0,191) = -2,927

Z = 0,5/(-1,309)\*(-1,309+0,191) = 0,427

H1 = 0,894/(s + 0,191) – 0,894/(s + 1,309) + 4,000/s – 5,853/(s + 0,191) + 0,854/(s + 1,309) ⬄

H1(t) = 4+0,894\*exp(-0,191\*t)-0,894\*exp(-1,309\*t)-5,853\*exp(-0,191\*t)+5,853\*exp(-1,309\*t)

H2 =2,000/s - 2,927/(s + 0,191) + 0,427/(s + 1,309) ⬄ H2(t) = 2-2,927\*exp(-0,191\*t)+0,427\*exp(-1,309\*t)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **H1** | **h1** | **H2** | **h2** | **t** | **H1** | **h1** | **H2** | **h2** |
| **0** | 1,000 | 5,000 | 0,000 | 2,000 | **10** | 0,041 | 4,041 | 0,066 | 2,066 |
| **1** | 0,424 | 4,424 | 0,249 | 2,249 | **20** | 0,006 | 4,006 | 0,010 | 2,010 |
| **5** | 0,107 | 4,107 | 0,171 | 2,171 | **30** | 0,001 | 4,001 | 0,001 | 2,001 |

ΘΕΜΑ 2 (10 μονάδες)

Στο σύστημα δεξαμενών η παροχή αυξάνεται βηματικά κατά 1 m3/min. Να υπολογιστεί η στάθμη των δύο δεξαμενών σε χρόνο 0, 1, 2 5 και 10 λεπτά.

Βηματική μεταβολή της qo: qo(t) = 2u(t) ⬄ qo(t) – qos = 1u(t) ⬄ **Qo(s) = 1/s**

**Ισοζύγιο μάζας στην 1η δεξαμενή**

@SS 1 – h1s/0,5 = 0 ⬄ h1s = 0,5

qo(t) – h1(t)/R1 = A1\*dh1(t)/dt ⬄ Qo(t) – H1(t)/0,5 = 1\*dH1(t)/dt

⬄ 0,5\*Qo(t) – H1(t) = 0,5\*dH1(t)/dt ⬄ 0,5Qo(s) – H1(s) = 0,5sH1(s) ⬄

⬄ 0,5 – Η1/Qo = 0,5sH1/Qo ⬄ H1/Qo\*(0,5s + 1) = 0,5 ⬄ H1/Qo = 1/(s + 2) (1)

H1 = 1/s(s + 2) (2)

HEAVYSIDE 1/s(s + 2) = A/s + B/(s + 2) A = 0,5 B = -0,5

(2) H1 = 0,5/s – 0,5/(s + 2) ⬄ H1(t) = 0,5\*(1 – exp(-2t))\*u(t)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **0** | **1** | **2** | **5** | **10** |
| **H1** | 0 | 0,432 | 0,491 | 0,500 | 0,500 |
| **h1** | 0,500 | 0,932 | 0,991 | 1,000 | 1,000 |

q1(t) = h1(t)/R1 ⬄ Q1(t) = H1(t)/0,5 ⬄ Q1(s) = H1(s)/0,5 ⬄ H1 = 0,5Q1

(1) 0,5Q1/Qo = 1/(s + 2) ⬄ Q1/Qo = 2/(s + 2)

**Ισοζύγιο μάζας στην 2η δεξαμενή** q1(t) – h2(t)/R2 = A1\*dh2(t)/dt ⬄ Q1(t) – H2(t)/1 = 1\*dH2(t)/dt ⬄

@SS 1 – h2s/1 = 0 ⬄ h2s = 1 ⬄ Q1(s) – H2(s) = sH2(s) ⬄ 1 – Η2/Q1 = sH2/Q1 ⬄

 ⬄ H2/Q1\*(s + 1) = 1 ⬄ H2/Q1 = 1/(s + 1) (3)

H2/Qo = (H2/Q1)\*(Q1/Qo) = (1/(s + 1))\*(2/(s + 2)) = 2/(s + 1)(s + 2)

H2 = 1/s(s + 1)(s + 2) (4)

HEAVYSIDE 1/s(s + 1)(s + 2) = A/s + B/(s + 1) + C/(s + 2) A = 0,5 B = -1 C = 1/(-2)((-1) = 0,5

(4) H2 = 0,5/s + 0,5/(s + 2) – 1/(s + 1) ⬄ H2(t) = 0,5\*(1+exp(-2\*t)-2\*exp(-t))\*u(t)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **0** | **1** | **2** | **5** | **10** |
| **H1** | 0 | 0,200 | 0,374 | 0,493 | 0,500 |
| **h1** | 1 | 1,200 | 1,374 | 1,493 | 1,500 |

ΘΕΜΑ 3 (10 μονάδες)



Σε χρόνο 0, προστίθενται στιγμιαία 2 m3. Να υπολογιστεί και να παρασταθεί γραφικά (σε χρόνο 0, 0,5, 1, 2 και 5 ώρες) η απόκριση της στάθμης στην 1η και τη 2η δεξαμενή. Οι αντιστάσεις είναι γραμμικές: R1 = 1 και R2 = R3 = 0,5. Οι επιφάνειες των δεξαμενών είναι: Α1 = 1 m2 και A2=2m2. Σε μόνιμη κατάσταση η παροχή qs = 1 m3/h.

@SS 1 – (h1s – h2s)/1 – h1s/0,5 = 0 ⬄ 0,5 – 0,5h1s + 0,5h2s – h1s = 0 ⬄ 0,5 = 1,5h1s – 0,5h2s (1)

 (h1s – h2s)/1 – h2s/0,5 = 0 ⬄ 0,5h1s – 0,5h2s – h2s = 0 ⬄ 0,5h1s – 1,5h2s = 0 ⬄ h1s = 3h2s (2)

1. ⬄ 4,5h2s – 0,5h2s = 0,5 ⬄ 4h2s = 0,5 ⬄ h2s = 0,125 m
2. ⬄ h1s = 0,375

Ισοζύγιο μάζας στην 1η δεξαμενή

qo(t) – (h1(t) – h2(t))/R1 – h1(t)/R3 = A1\*dh1(t)/dt ⬄ Qo(t) – H1(t) + H2(t) – H1(t)/0,5 = 1\*dH1(t)/dt ⬄

⬄ 0,5\*Qo(t) – 1,5\*H1(t) + 0,5\*H2(t) = 0,5\*dH1(t)/dt ⬄ Qo(s) – 3\*H1(s) + H2(s) = sH1(s) (3)

Ισοζύγιο μάζας στην 2η δεξαμενή

(h1(t) – h2(t))/R1 – h2(t)/R2 = A2\*dh2(t)/dt ⬄ h1(t) – h2(t) – h2(t)/0,5 = 2\*dh2(t)/dt ⬄ 0,5\*H1(t) – 1,5\*H2(t) = dH2(t)/dt ⬄

⬄ 0,5H1(s) – 1,5H2(s) = sH2(s) ⬄ 0,5H1(s) = (s + 1,5)H2(s) ⬄ H1(s) = (2s + 3)H2(s) ⬄ H2(s) = 0,5H1(s)/(s + 1,5) (4)

(3) Qo(s) – 3H1(s) + 0,5H1(s)/(s + 1,5) = sH1(s) ⬄ Qo/H1 – 3 + 0,5/(s + 1,5) = s ⬄ Qo/H1 = s – 0,5/(s + 1,5) + 3 ⬄

 Qo/H1 = (s2 + 1,5s – 0,5 + 3s + 4,5)/(s + 1,5) ⬄ H1/Qo = (s + 1,5)/(s2 + 4,5s + 4) ⬄

**H1/Qo = s/(s2 + 4,5s + 4) + 1,5/( s2 + 4,5s + 4)**

(3) Qo(s) – (6s + 9)H2(s) + H2(s) = s(2s + 3)H2(s) ⬄ Qo/H2 – (6s +9) +1 = s(2s + 3) ⬄ Qo/H2 = 6s + 9 – 1 + 2s2 + 3s ⬄

 ⬄ Qo/H2 = 2s2 + 9s +8 ⬄ **H2/Qo = 1/(s2 + 4,5s + 4)**

Κρουστική διαταραχή της παροχής: δ(t) = 2 ⬄ Qo(s) = 2

Λύση τριωνύμου: Δ = 20,25-4\*1\*4 = 4,25 x1 = (-4,5+4,25^0,5)/2 = -1,219 x2 = (-4,5-4,25^0,5)/2 = -3,281

HEAVYSIDE

2s/(s + 1,219)(s + 3,281) = A/(s + 1,219) + B/(s + 3,281)

A = (-2\*1,219)/(-1,219+3,281) = -1,182

B = (-2\*3,281)/(-3,281+1,219) = 3,182

3/(s + 1,219)(s + 3,281) = Γ/(s + 1,219) + Ε/(s + 3,281) 2/(s + 1,219)(s + 3,281) = Z/(s + 1,219) + H/(s + 3,281)

Γ = 3/(-1,219+3,281) = 1,455 Z = 1/(-1,219+3,281) = 0,970

E = 3/(-3,281+1,219) = -1,455 H = 1/(-3,281+1,219) = -0,970

H1(s) = -1,182/(s + 1,219) + 3,182/(s + 3,281) + 1,455/(s + 1,219) – 1,455/(s + 3,281) = 0,273/(s + 1,219) + 1,727/(s + 3,281)

H1(t) = 0,273\*exp(-1,219\*t)+1,727\*exp(-3,281\*t)



H2(s) = 0,970/(s + 1,219) - 0,970/(s + 3,281)

H2(t) = 0,970\*exp(-1,219\*t)-0,970\*exp(-3,281\*t)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **t** | **H1** | **h1** | **H2** | **h2** |
| 0 | 2,000 | 2,375 | 0,000 | 0,125 |
| 0,5 | 0,483 | 0,858 | 0,339 | 0,464 |
| 1 | 0,146 | 0,521 | 0,250 | 0,375 |
| 2 | 0,026 | 0,401 | 0,083 | 0,208 |
| 5 | 0,001 | 0,376 | 0,002 | 0,127 |