

# ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΑΡΑΚΤΙΩΝ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΣΥΛΑΙΟΣ

**ΜΑΘΗΜΑ 2<sup>ο</sup>**

## Το Βιοχημικά Απαιτούμενο Οξυγόνο (BOD)

Ένας από τους πιο βασικούς δείκτες ποιότητας νερού είναι το βιοχημικά απαιτούμενο οξυγόνο (BOD) το οποίο χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει την κατάσταση ενός υδατικού συστήματος.

Το BOD είναι ο πρώτος δείκτης ρύπανσης ενός ποταμού, ειδικά σε σχέση με την παρουσία αστικών και κτηνοτροφικών αποβλήτων. Έτσι, μια από τις πιο βασικές εργασίες στην διαχειριστική πρακτική είναι ο καθορισμός της κατάλληλης σχέσης μεταξύ του μετρούμενου BOD και των πηγών ρύπανσης ενός ποταμού.

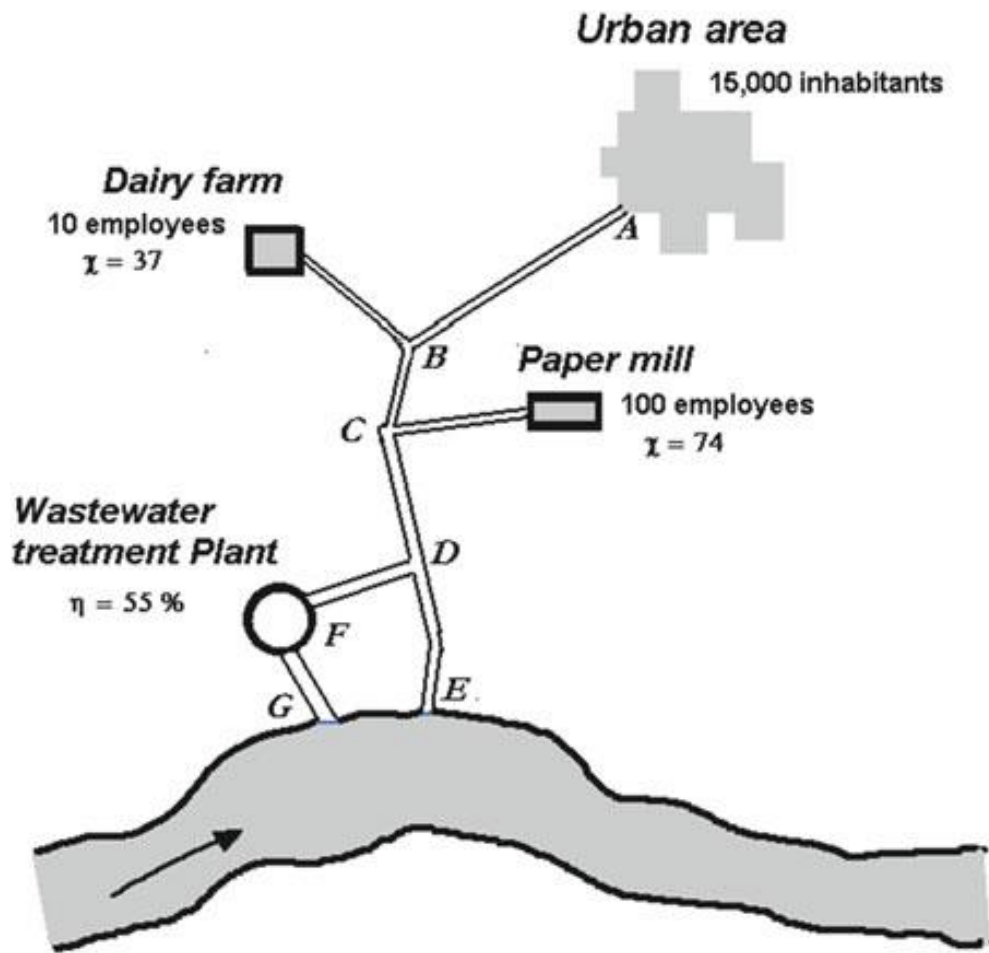
Συνήθως χρησιμοποιούμε το κριτήριο του *εκπεμπόμενου πληθυσμού (discharging population)*. Το συνολικό φορτίο BOD υπολογίζεται θεωρώντας την ποσότητα BOD που εκπέμπεται ανά κάτοικο σε μια περίοδο αναφοράς. Μία τιμή 70 g/day ανά κάτοικο είναι μια συνήθης προσέγγιση για να εκτιμήσουμε τα ημερήσια φορτία BOD.

Άλλη προσέγγιση είναι να θεωρήσουμε την εκπομπή αστικών, κτηνοτροφικών και βιομηχανικών αποβλήτων με την μέθοδο του *ισοδύναμου πληθυσμού (equivalent population)*. Αναφέρεται στον αριθμό «φανταστικών» κατοίκων στους οποίους ανάγεται η συνολικά εκπεμπόμενη ποσότητα BOD.

**Table 6.1** Conversion factors of equivalent population for some industrial activities

Industrial activity	$\chi$	Industrial activity	$\chi$
Coal and peat mining	10	Leather and shoe factories	2
Mining of liquid and gaseous fuel	35	Furniture factories	1
Ore mining	40	Joineries	2
Mills and bakeries	1.5	Metallurgical factories	40
Confectioners	205	Metallic carpentry	2
Preserves	17	Construction of electric machinery	1
Dairy farms	37	Processing of non-metallic ore	37
Oil mill	98	Chemical industries	42
Alcohol beverages	205	Coal and petroleum derivatives	40
Tobacco	10	Rubber	37
Textiles (silk, cotton and synthetic fibres)	5	Synthetic textile fibres	40
Wool	5	Paper factories	74
Tailoring and dressmaking	0.6	Printing offices	1

Στην περίπτωση βιομηχανικών δραστηριοτήτων που εκλύουν οργανικό φορτίο, η συνολική επίδραση στον υδάτινο αποδέκτη αποτιμάται από την άθροιση της ποσότητας BOD που εκπέμπει ο πραγματικός πληθυσμός + την επίδραση του «φανταστικού πληθυσμού». Για την δεύτερη πολλαπλασιάζουμε τον πραγματικό πληθυσμό (εργάτες εργοστασίου) με ένα συντελεστή μετατροπής (conversion factor).



Έστω ποτάμι που δέχεται τις εισροές από α) τα απόβλητα μίας πόλης 15.000 κατοίκων (ισοδύναμο φορτίο 70 g/day BOD), β) μίας φάρμας γαλακτοκομείου με 20 εργαζόμενους με συντελεστή μετατροπής ίσο με 37, γ) μια χαρτοβιομηχανία με 100 εργαζομένους με συντελεστή μετατροπής 74.

Η φόρτιση από τα αστικά απόβλητα είναι 15.000 κάτοικοι  $\times$  70 g/d = 1050 kg/day.

Η φόρτιση από το γαλακτοκομείο είναι 20 εργαζόμενοι  $\times$  37 = 740 ισοδύναμοι εργαζόμενοι με φορτίο 51,8 kg/day.

Η φόρτιση από το εργαστάσιο χαρτιού είναι 100 εργαζόμενοι  $\times$  74 = 7.400 ισοδύναμοι κάτοικοι, με φορτίο 518 kg/day.

Άρα, η συνολική ρύπανση στο ποτάμι είναι 1.618,8 kg/day.

Αν η συνολική φόρτιση διέρχεται από σταθμό επεξεργασίας αποβλήτων με απόδοση 55%, τότε το συνολικό φορτίο μειώνεται σε 728,9 kg/day BOD.

Το κριτήριο του ισοδύναμου πληθυσμού δεν μπορεί να εφαρμοσθεί σε άλλους ρύπους. Για τους άλλους ρύπους απαιτούνται συνεχείς μετρήσεις συγκέντρωσης και παροχής στην πηγή.

Η προηγούμενη ανάλυση για το BOD αφορά το οργανικό υλικό που αποτελείται από ανθρακούχες ενώσεις που υφίστανται αποικοδόμηση λόγω της επίδρασης των βακτηριδίων. Η αποικοδόμηση καταναλώνει ποσότητα διαλυμένου οξυγόνου, η οποία αναφέρεται ως ανθρακούχο BOD.

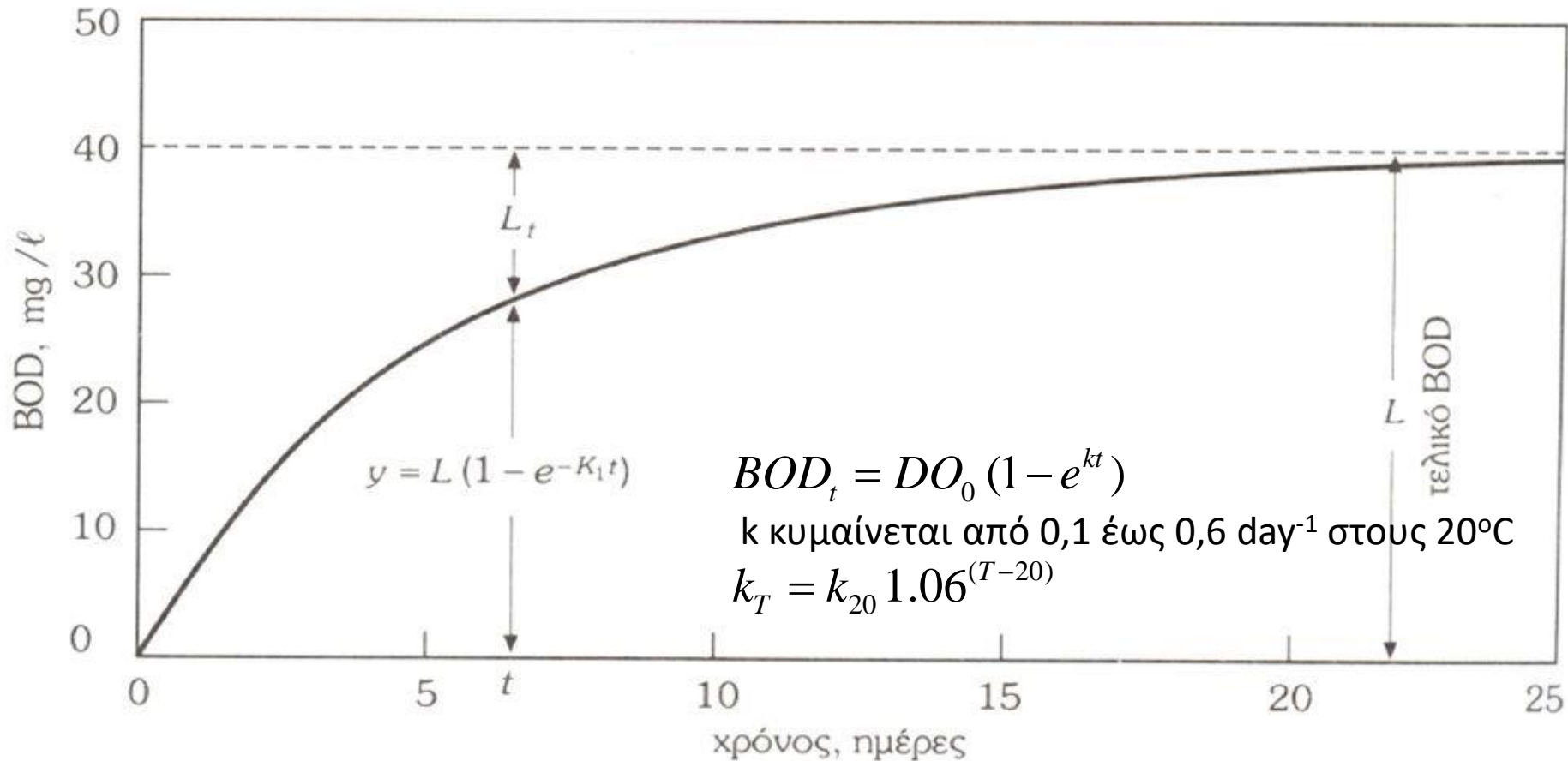
**Συνεπώς, το BOD εκφράζει την ποσότητα οξυγόνου που απαιτείται από τους μικροοργανισμούς για την αερόβια διάσπαση του οργανικού υλικού και την πλήρη οξείδωση των ενώσεων του αζώτου, του άνθρακα, του θείου, του φωσφόρου.**

Άρα είναι η ποσότητα οξυγόνου που απαιτούν τα αερόβια βακτήρια για να μετατρέψουν τις οργανικές ουσίες σε σταθεροποιημένα προϊόντα.

Σε περίπτωση που η μείωση οξυγόνου λόγω αερόβιας διάσπασης είναι πολύ μεγάλη και η συγκέντρωση του DO σχεδόν μηδενιστεί, τότε λαμβάνει χώρα και η αναερόβια διάσπαση του οργανικού υλικού.

Η καμπύλη ζήτησης σε οξυγόνο παράγεται από πλήθος δειγμάτων νερού με βιοαποικοδομήσιμες ουσίες τα οποία τοποθετούνται σε βιοαντιδραστήρα ελεγχόμενης θερμοκρασίας. Η συνεχής μείωση της συγκέντρωσης του οξυγόνου σε ημερήσια βάση μας δίνει την **καμπύλη ζήτησης σε οξυγόνο**.

Η καμπύλη που εκφράζει την κατανάλωση οξυγόνου κατά την οξείδωση της οργανικής ύλης σε σχέση με το χρόνο είναι γνωστή σαν **καμπύλη ζήτησης οξυγόνου**. Η ζήτηση του οξυγόνου επηρεάζεται από τη **θερμοκρασία**, επειδή η όλη διαδικασία της οξείδωσης των οργανικών ουσιών είναι μια βιολογική διαδικασία ευαίσθητη στις μεταβολές της θερμοκρασίας.



Η καμπύλη δείχνει δύο στάδια: α) την έντονη ζήτηση οξυγόνου (περίπου 10-20 ημέρες) λόγω οξείδωσης του άνθρακα και την παραγωγή αμμωνίας από την διάσπαση πρωτεϊνών, β) περιορισμένη ζήτηση οξυγόνου (1 – 6 μήνες) λόγω οξείδωσης αμμωνίας σε νιτρώδη και κατόπιν σε νιτρικά άλατα.

Ως ρύπος στα υδατικά συστήματα το BOD αποικοδομείται με βάση τον όρο K

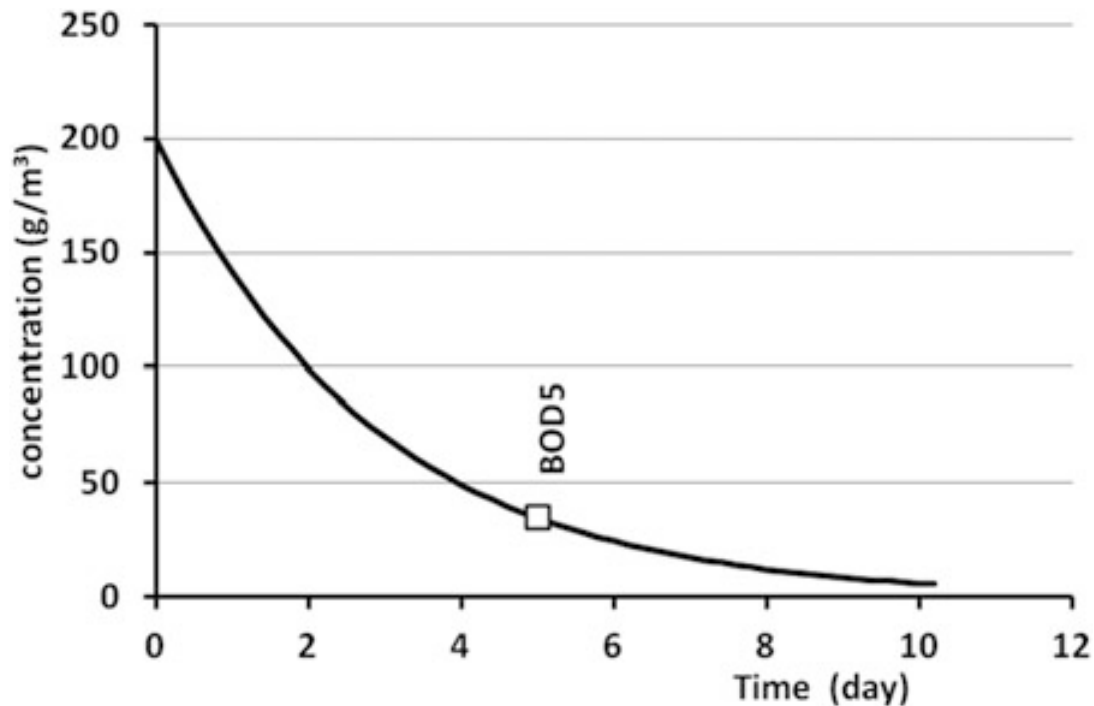
$$\frac{\partial C}{\partial t} = -KC$$

Όπου C η συγκέντρωση της οργανικής ουσίας εκφρασμένης σε ποσότητα οξυγόνου που απαιτείται για την πλήρη οξείδωσή της, και K ο **συντελεστής αποξυγόνωσης (deoxygenation coefficient)** που υπολογίζεται πειραματικά.

Το ολοκλήρωμα της παραπάνω εξίσωσης από τον χρόνο  $t = 0$  έως το  $t$  είναι

$$C(t) = C(0)\exp(-Kt)$$

Όπου  $C(0)$  είναι η συγκέντρωση BOD την χρονική στιγμή  $t = 0$ , δηλ. η συνολική απαίτηση σε οξυγόνο ώστε να αποικοδομηθεί όλο το οργανικό υλικό και όλο το άζωτο που βρίσκεται στο νερό. Καλείται **έσχατο BOD ή έσχατη ζήτηση σε οξυγόνο (Ultimate Oxygen Demand, UOD)**.



Ο κύριος λόγος για την μείωση του BOD είναι η αποικοδόμησή του και η μετατροπή του οργανικού υλικού σε ανόργανα άλατα, λόγω της δράσης βακτηριδίων.

Ωστόσο, ένα τμήμα του οργανικού υλικού που βρίσκεται στο νερό μπορεί να κατακαθίσει στο πυθμένα του ποταμού ή του υδατορέματος λόγω της καθίζησης αιωρούμενων συστατικών.

Οπότε είναι πιο σωστό να θεωρήσουμε ότι το  $K$  αποτελείται από ένα συντελεστή αποικοδόμησης  $K_d$  και έναν συντελεστή καθίζησης  $K_s$ .

$$K = K_d + K_s$$

Ο συντελεστής καθίζησης είναι

$$K_s = V_s / h$$

Όπου  $V_s$  είναι η ταχύτητα καθίζησης των σωματιδίων και  $h$  το βάθος του ποταμού. Καθώς το  $V_s$  είναι πολύ μικρό στα βαθιά ποτάμια (της τάξης μερικών χλστ ανά sec) η καθίζηση δεν λαμβάνεται υπόψη και η έμφαση δίνεται στην αποικοδόμηση. Ο συντελεστής  $K$  εξαρτάται από την θερμοκρασία ( $=0.02 - 0.5 \text{ day}^{-1}$ ).



Η διαδικασία αποικοδόμησης οργανικού υλικού επηρεάζεται από το βάθος του υδατικού συστήματος και είναι μεγαλύτερη στα πιο ρηχά συστήματα.

Η χρονική μεταβολή του BOD δείχνει ότι για να έχουμε συγκρίσιμες τιμές θα πρέπει να αναφέρουμε την τιμή BOD ως προς μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή (5 ημέρες). Η τιμή των 5 ημερών από την ώρα που το δείγμα συλλέχθηκε από το ποτάμι ορίζεται ως η παράμετρος BOD<sub>5</sub>.

Η τιμή του BOD<sub>5</sub> μετριέται σε εργαστήριο με την χρήση δειγμάτων νερού από το ποτάμι, αλλά υπάρχουν και φορητά όργανα για επιτόπιες μετρήσεις. Για ποταμούς και υδατορέματα όπου η κίνηση του νερού παίρνει αρκετό χρόνο (πάνω από 5 ημέρες) η τελική συγκέντρωση περιλαμβάνει και την ζήτηση οξυγόνου για την αποδόμηση αζώτου.

Ένας άλλος όρος που θέλει εκτίμηση είναι ο συντελεστής αποξυγόνωσης  $K_\alpha$  ο οποίος εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του υδατορέματος. Υπάρχει η σχέση O'Connor & Dobbins (1956)

$$K_\alpha = 3.933 \frac{U^{0.5}}{h^{1.5}}$$

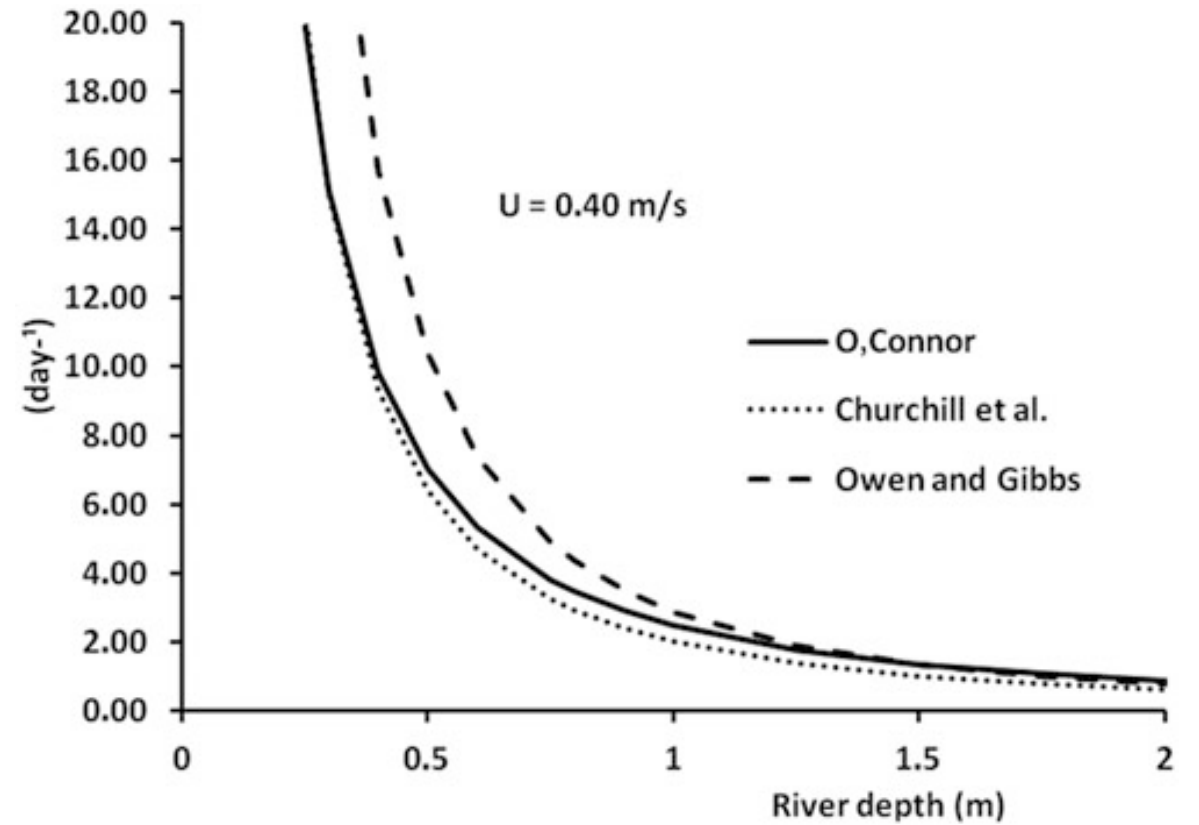
Ισχύει για θερμοκρασία 20° C, U είναι η μέση ταχύτητα του ποταμού, h το βάθος του ποταμού, η τιμή  $K_\alpha$  είναι σε day<sup>-1</sup>.

Άλλη σχέση δίνεται από Churchill et al. (1962)

$$K_{\alpha} = 5.026 \frac{U}{h^{1.67}}$$

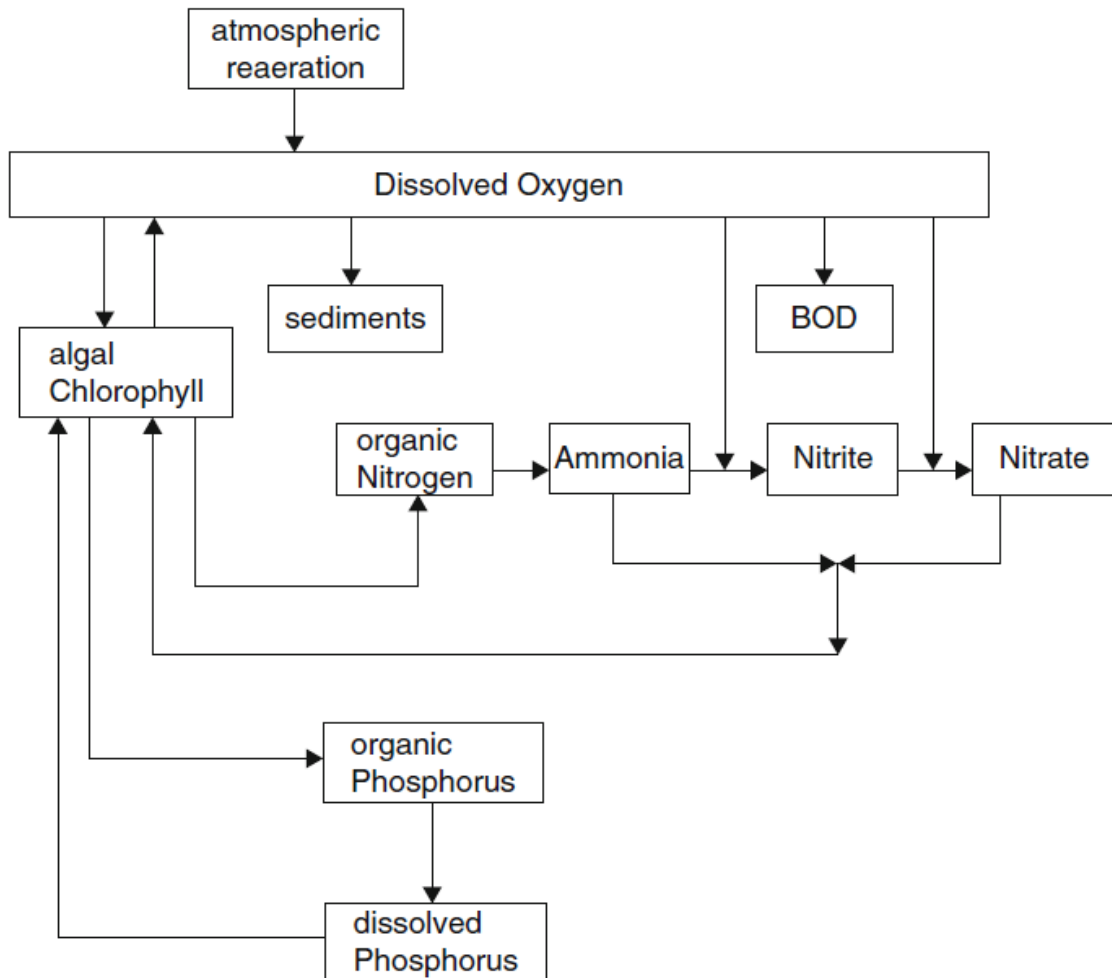
Και του Owens et al. (1964)

$$K_{\alpha} = 5.32 \frac{U^{0.67}}{h^{1.85}}$$



## Ο κύκλος του Οξυγόνου στα Υδατικά Συστήματα

Πλήθος ρύπων, όχι μόνο το BOD επηρεάζουν την συγκέντρωση οξυγόνου. Οι σύνθετες αυτές αντιδράσεις αποτελούν τον Κύκλο του Οξυγόνου (Oxygen Cycle).



Η ποσότητα του DO σε ένα ρεύμα αυξάνεται μέσω της άμεσης μεταφοράς του από την ατμόσφαιρα, ενώ τα βακτήρια που συμβάλλουν στη διάσπαση του BOD μειώνουν την συγκέντρωση DO.

Επιπλέον, το φυτοπλαγκτόν (άλγη) μπορούν να αυξήσουν την περιεκτικότητα σε οξυγόνο κατά την ανάπτυξή τους (φωτοσύνθεση), καθώς και να τη μειώσουν κατά την αναπνοή και τον θάνατό τους.

Τα αιωρούμενα στερεά κινούνται κατακόρυφα κατά μήκος του βάθους του ποταμού και καθώς καθιζάνουν στον πυθμένα συμβάλλουν στην μείωση του οξυγόνου.

Παρόμοια, ορισμένες ενώσεις αζώτου, ιδιαίτερα η αμμωνία, μετατρέπονται σε νιτρώδη και με τη σειρά τους σε νιτρικά άλατα καταναλώνοντας οξυγόνο.

Έτσι, η χρονική μεταβολή της συγκέντρωσης οξυγόνου σε ένα ποτάμι εκφράζεται ως

$$\frac{dS}{dt} = K_a (S_s - S) - Kc + D_A - D_{Sed} - D_{Amm} - D_{Nitr}$$

Όπου  $S$  = στιγμιαία συγκέντρωση DO [ $ML^{-3}$ ],

$S_s$  = συγκέντρωση κορεσμού DO [ $ML^{-3}$ ],

$c$  = συγκέντρωση BOD [ $ML^{-3}$ ],

$D_A$  = καθαρή μεταβολή DO λόγω επίδρασης φυτοπλαγκτονικής δραστηριότητας (φωτοσύνθεση – αναπνοή) [ $ML^{-3} T^{-1}$ ],

$D_{sed}$  = πρόσληψη DO λόγω καθίζησης οργανικής ύλης στο ίζημα [ $ML^{-3} T^{-1}$ ],

$D_{amm}$  = πρόσληψη DO κατά την οξείδωση της αμμωνίας [ $ML^{-3} T^{-1}$ ],

$D_{nitri}$  = πρόσληψη DO κατά την οξείδωση των νιτρικών [ $ML^{-3} T^{-1}$ ]

και  $K_a$  είναι ο συντελεστής επαναερισμού [ $T^{-1}$ ] και  $K$  ο συντελεστής αποξυγόνωσης του BOD [ $T^{-1}$ ].

Άρα ο πρώτος όρος της εξίσωσης περιγράφει την ανταλλαγή οξυγόνου με την ατμόσφαιρα.

Ο δεύτερος όρος της εξίσωσης περιγράφει την μείωση του οξυγόνου λόγω οξείδωσης του οργανικού υλικού.

Ο τρίτος όρος της εξίσωσης εκφράζει την επίδραση της άλγης (φωτοσύνθεση – αναπνοή)

Ο τέταρτος όρος της εξίσωσης την μείωση οξυγόνου λόγω οξείδωσης αιωρούμενου οργανικού υλικού

Ο πέμπτος όρος της εξίσωσης εκφράζει την μείωση οξυγόνου λόγω οξείδωσης αμμωνίας

Ο έκτος όρος εκφράζει την μείωση του οξυγόνου λόγω οξείδωσης των νιτρικών

$$\frac{dS}{dt} = K_a (S_s - S) - Kc + D_A - D_{Sed} - D_{Amm} - D_{Nitr}$$

Η παραπάνω εξίσωση μας εξηγεί ότι η συγκέντρωση DO εξαρτάται από την τιμή κορεσμού σε οξυγόνο, και ότι όταν η στιγμιαία συγκέντρωση είναι ίση με την τιμή κορεσμού τότε η επίδραση του επαναερισμού μηδενίζεται.

Με δεδομένο ότι  $\sigma = (S_s - S)$  είναι το έλλειμα οξυγόνου από τον κορεσμό, η εξίσωση γράφεται

$$\frac{dS}{dt} = K_a \sigma - Kc + D_A - D_{Sed} - D_{Amm} - D_{Nitr}$$

Ωστόσο, η επίδραση του BOD στην συγκέντρωση DO είναι η πλέον σημαντική, οπότε οι τελευταίοι 4 όροι συνήθως μηδενίζονται.

Ας δούμε τώρα την ανάλυση του κάθε επιμέρους όρου της προηγούμενης εξίσωσης.

### **1. Επίδραση Φυτοπλαγτού**

Πλήθος ειδών άλγης (κυανοβακτήρια, διάτομα, πράσινη άλγη και μακροάλη) υπάρχουν στο ποτάμιο περιβάλλον. Η παρουσία τους εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως η ποιότητα νερού, η θερμοκρασία, η ηλιακή ακτινοβολία, και η παρουσία βακτηρίων. Η άλγη επηρεάζει τον βιοχημικό κύκλο του οξυγόνου, του αζώτου και του φωσφόρου, κυρίως μέσω της πρόσληψης θρεπτικών κατά την φωτοσύνθεση και την επαναπελευθέρωσή τους κατά την αποσύνθεση της άλγης. Καθώς η άλγη αποτελείται από μικροσκοπικά άτομα, πολύ δύσκολο να μετρηθούν και να αναγνωριστούν, χρησιμοποιούμε την συγκέντρωση χλωροφύλλης-α για να περιγράψουμε την συνολική βιομάζα της άλγης στο νερό.

Στα υδατικά συστήματα, η ανάπτυξη της άλγης είναι η πιο σημαντική διαδικασία για την προσομοίωση της ποιότητάς τους. Ο ρυθμός ανάπτυξης της άλγης εξαρτάται από παράγοντες όπως η συγκέντρωση θρεπτικών αλάτων (κυρίως ενώσεις φωσφόρου στα γλυκά νερά), ένταση ηλιακής ακτινοβολίας, θερμοκρασία, και θολερότητα νερού. Οι παράγοντες αυτοί ονομάζονται «περιοριστικοί παράγοντες» ανάπτυξης άλγης.

Η αύξηση της χλωροφύλλης συμβαίνει κατά την **φωτοσύνθεση**, όταν το φως ενεργοποιεί σύνθετες διεργασίες που συνθέτουν το οργανικό μόριο από ανόργανο άνθρακα και απελευθερώνουν οξυγόνο.

Η αύξηση της συγκέντρωσης χλωροφύλλης εκφράζεται από τον ρυθμό ανάπτυξης άλγης που συμβολίζεται με  $\mu$  [ $T^{-1}$ ], με τιμές μεταξύ 1 και 3  $day^{-1}$ . Οι υψηλότερες τιμές ανάπτυξης αντιστοιχούν στις υψηλότερες τιμές των περιοριστικών παραγόντων, και εμφανίζονται σε ποτάμια με υψηλή συγκέντρωση σε ενώσεις φωσφόρου και αζώτου προερχόμενες από αστική και αγροτική εκροή καθώς και στο βάθος νερού έως το οποίο διεισδύει το φως.

Η ανάπτυξη άλγης συνεχίζεται έως την εμφάνιση ισοζυγίου σε σχέση με τους κύριους περιοριστικούς παράγοντες. Ο θάνατος της άλγης συμβαίνει κατά την διαδικασία της αναπνοής (ακριβώς αντίθετη της φωτοσύνθεσης). Η διαδικασία μετατρέπει τα σύνθετα οργανικά μόρια σε απλά ανόργανα συστατικά και εκφράζεται από τον ρυθμό αναπνοής (respiration rate,  $\rho$  [ $T^{-1}$ ]), με τιμές μεταξύ 0.01 έως 0.5  $day^{-1}$ . Οι υψηλότερες τιμές αντιστοιχούν σε ποτάμια με υψηλή συγκέντρωση άλγης.

Τόσο η φωτοσύνθεση όσο και η αναπνοή επηρεάζουν το ισοζύγιο οξυγόνου μέσω του όρου  $D_A$ .

$$D_A = a_p \mu - a_r \rho$$

Όπου  $a_p$  είναι η συγκέντρωση οξυγόνου [ $ML^{-3}$ ] που απελευθερώνεται στο νερό κατά την φωτοσύνθεση, και  $a_r$  [ $ML^{-3}$ ] είναι η συγκέντρωση του οξυγόνου που αφαιρείται από το νερό κατά την αναπνοή.

Συνήθως το  $a_p$  θεωρείται ανάλογο της συγκέντρωσης άλγης,  $A$ , και ενός παράγοντα  $k_p$  που εκφράζει την ποσότητα οξυγόνου που ελευθερώνεται ανά μονάδα άλγης, άρα  $a_p = k_p A$ . Τιμές  $k_p = 1.2 - 1.8$   $mg O_2/mg$  άλγης. Ομοίως  $a_r = k_r A$ , με  $k_r = 0.9 - 2.3$   $mg O_2/mg$  άλγης. Οι υψηλότερες τιμές  $k_p$  είναι για ρηχά συστήματα χαμηλής θολερότητας και μέτριας παρουσίας θρεπτικών. Οι υψηλές τιμές  $k_r$  για βαθιά συστήματα.

## 2. Επίδραση Ιζήματος

Αφορά την απαίτηση σε οξυγόνο για την οξείδωση του οργανικού υλικού που καθιζάνει στα ιζήματα πυθμένα (sediment oxygen demand, SOD). Οι τιμές SOD εξαρτώνται από την καθίζηση του οργανικού υλικού. Για μια διατομή ποταμού η ποσότητα οξυγόνου που καταναλώνεται από τα ιζήματα είναι αντιστρόφως ανάλογη του βάθους  $h$ , οπότε

$$D_s = \xi/h$$

όπου  $\xi$  είναι η ποσότητα οξυγόνου που απαιτείται από τα ιζήματα για την οξείδωση οργανικού υλικού, ανά μονάδα επιφάνειας πυθμένα [ $ML^{-2} T^{-1}$ ].

Τιμές  $\xi$  κυμαίνονται μεταξύ  $4000 \text{ mg m}^{-2} \text{ day}^{-1}$  για ιζήματα που δέχονται λυματολάσπη κοντά στην έξοδο βιολογικού σταθμού επεξεργασίας λυμάτων έως  $70 \text{ mg m}^{-2} \text{ day}^{-1}$  για ιζήματα προερχόμενα από την διάβρωση πετρωμάτων της προσκείμενης λεκάνης απορροής.



### 3. Οξείδωση Αμμωνίας

Η οξείδωση της αμμωνίας απαιτεί πολύ μεγάλες ποσότητες οξυγόνου σε σχέση με την συνολική παρουσία αζώτου στο νερό. Οπότε

$$D_{\text{amm}} = k_{\text{N,amm}} \alpha_{\text{amm}} n_{\text{amm}}$$

Όπου  $k_{\text{N,amm}}$  = ρυθμός μετατροπής αμμωνίας σε νιτρικά [ $T^{-1}$ ],  $\alpha_{\text{amm}}$  = πρόσληψη οξυγόνου από αμμωνία, και  $n_{\text{amm}}$  = συγκέντρωση αμμωνίας [ $ML^{-3}$ ]. Οι τιμές  $k_{\text{N,amm}}$  κυμαίνονται μεταξύ 0.1 και 1.0  $day^{-1}$ , ενώ οι τιμές του  $\alpha_{\text{amm}}$  κυμαίνονται μεταξύ 3.0 και 4.0 mg  $O_2$  ανά mg αζώτου.

Γενικά ποτάμια μεγάλης θολερότητας ευνοούν την οξείδωση αμμωνίας οπότε οι τιμές των συντελεστών είναι οι μέγιστες.

#### 4. Οξείδωση Νιτρωδών Αλάτων

Ομοίως, η οξείδωση των νιτρωδών σε νιτρικά γράφεται

$$D_{\text{nitri}} = k_{\text{N,nitri}} \alpha_{\text{nitri}} n_{\text{nitri}}$$

Τιμές  $k_{\text{N,nitri}}$  κυμαίνονται από 0.2 έως 2.0  $\text{day}^{-1}$ , και τιμές  $\alpha_{\text{nitri}}$  μεταξύ 1.0 και 1.14 mg οξυγόνου ανά mg αζώτου. Η διεργασία ατή ενεργοποιείται με την παρουσία βακτηριδίων και την εκροή λυμάτων. Υψηλότερες τιμές  $k_{\text{N,nitri}}$  και  $\alpha_{\text{nitri}}$  εμφανίζονται σε ρηχά συστήματα υψηλής θολερότητας.

Συγκέντρωση DO κορεσμού (mg/L) σε σχέση με την θερμοκρασία νερού.

Temperature (°C)	Dissolved oxygen (mg/l) at 100% saturation
0	14.6
1	14.2
2	13.8
3	13.5
4	13.1
5	12.8
6	12.5
7	12.2
8	11.9
9	11.6
10	11.3
11	11.1
12	10.8
13	10.6
14	10.4
15	10.2
16	10.0
17	9.7

18	9.5
19	9.4
20	9.2
21	9.0
22	8.8
23	8.7
24	8.5
25	8.4

Υπολογισμός (%) κορεσμού δείγματος

%DO κορεσμού = Μέτρηση DO / Συγκέντρωση DO κορεσμού από διπλανό πίνακα

Αντί για τον παραπάνω πίνακα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση:

$$DO_{\text{sat}} = 14.652 - 0.41022 T + 0.007991 T^2 - 7.7774 \times 10^{-5} T^3$$

## Συζευγμένο Ομοίωμα DO και BOD

Θα επιλύσουμε ένα ομοίωμα που περιγράφει την μεταβολή οξυγόνου σε ένα υδατικό σύστημα το οποίο βρίσκεται σε επαφή με την ατμόσφαιρα (μεταφορά οξυγόνου) και δέχεται αστικά απόβλητα (κατανάλωση οξυγόνου). Η ποσότητα λυμάτων εκφράζεται από το BOD των λυμάτων. Παράγονται δύο συζευγμένες διαφορικές εξισώσεις οι οποίες εκφράζουν τον ρυθμό μεταβολής του DO & BOD.

$$\frac{dDO}{dt} = -\lambda BOD + K(DO_{sat} - DO)$$

$$\frac{d(BOD)}{dt} = -\lambda BOD$$

Όπου ο πρώτος όρος συμβολίζει την οξείδωση του BOD και την συνεπαγόμενη κατανάλωση οξυγόνου και ο δεύτερος όρος είναι ο επαναερισμός του οξυγόνου μέσω της διεπιφάνειας νερού-ατμόσφαιρας. Το  $\lambda$  είναι ο ρυθμός αποικοδόμησης πρώτης τάξης του BOD,  $DO_{sat}$  είναι η συγκέντρωση οξυγόνου σε κορεσμό και  $K$  είναι ο συντελεστής επαναερισμού.

Την χρονική στιγμή  $t = 0$ , τόσο η αρχική συγκέντρωση του BOD όσο και το οξυγόνου είναι γνωστές.  
 $BOD(t = 0) = BOD_0$ ,  $DO(t = 0) = DO_0$

Ξεκινάμε την αναλυτική επίλυση της εξίσωσης BOD και κατόπιν θα θέσουμε το αποτέλεσμα στην εξίσωση DO.

$$\frac{d(BOD)}{dt} = BOD_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dDO}{dt} = -\lambda BOD_0 e^{-\lambda t} + KDO_{sat} - KDO$$

Έχουμε διαχωρίσει το όρο επαναερισμού σε έναν σταθερό όρο ( $K \cdot DO_{sat}$ ) και έναν όρο αποικοδόμησης πρώτης τάξης ( $K \cdot DO$ ). Η γενική λύση για την διαφορική εξίσωση της συγκέντρωσης οξυγόνου είναι:

$$DO_t = \frac{-BOD_0 \lambda e^{-\lambda t}}{-\lambda + K} + DO_{sat} + A e^{-Kt}$$

A είναι μία σταθερά ολοκλήρωσης.

Μηδενίζοντας τον χρόνο ( $t = 0$ ) βρίσκουμε την συγκέντρωση οξυγόνου στην αρχή της προσομοίωσης:

$$DO_0 = \frac{-BOD_o \lambda e^{-\lambda 0}}{-\lambda + K} + DO_{sat} + A e^{-K \cdot 0} = \frac{-BOD_o \lambda}{K - \lambda} + DO_{sat} + A$$

$$A = DO_0 - DO_{sat} + \frac{BOD_o \lambda}{K - \lambda}$$

Αφού βρήκαμε την τιμή της σταθεράς ολοκλήρωσης, ξαναγυρίζουμε στην γενική εξίσωση:

$$DO_t = \frac{-BOD_o \lambda e^{-\lambda t}}{-\lambda + K} + DO_{sat} + A e^{-Kt} - DO_{sat} e^{-kt} + \frac{BOD_o \lambda}{K - \lambda} e^{-Kt}$$

Οπότε η συνολική αναλυτική λύση των δύο εξισώσεων είναι

$$BOD_t = BOD_o e^{-\lambda t}$$

$$\begin{aligned} DO_t &= \frac{-BOD_o \lambda e^{-\lambda t}}{-\lambda + K} + DO_{sat} + A e^{-Kt} - DO_{sat} e^{-kt} + \frac{BOD_o \lambda}{K - \lambda} e^{-Kt} = \\ &= BOD_o \lambda \frac{e^{-Kt} - e^{\lambda t}}{K - \lambda} + DO_0 e^{-Kt} + DO_{sat} (1 - e^{-Kt}) \end{aligned}$$

$$BOD_t = BOD_0 e^{-\lambda t}$$

$$\begin{aligned} DO_t &= \frac{-BOD_0 \lambda e^{-\lambda t}}{-\lambda + K} + DO_{sat} + A e^{-Kt} - DO_{sat} e^{-kt} + \frac{BOD_0 \lambda}{K - \lambda} e^{-Kt} = \\ &= BOD_0 \lambda \frac{e^{-Kt} - e^{\lambda t}}{K - \lambda} + DO_0 e^{-Kt} + DO_{sat} (1 - e^{-Kt}) \end{aligned}$$

Η αποικοδόμηση του BOD είναι ανεξάρτητη της συγκέντρωσης οξυγόνου. Επομένως, το BOD θα μειωθεί ακόμη και σε απουσία οξυγόνου, και αυτό θα οδηγήσει σε αρνητικές τιμές την συγκέντρωση οξυγόνου.

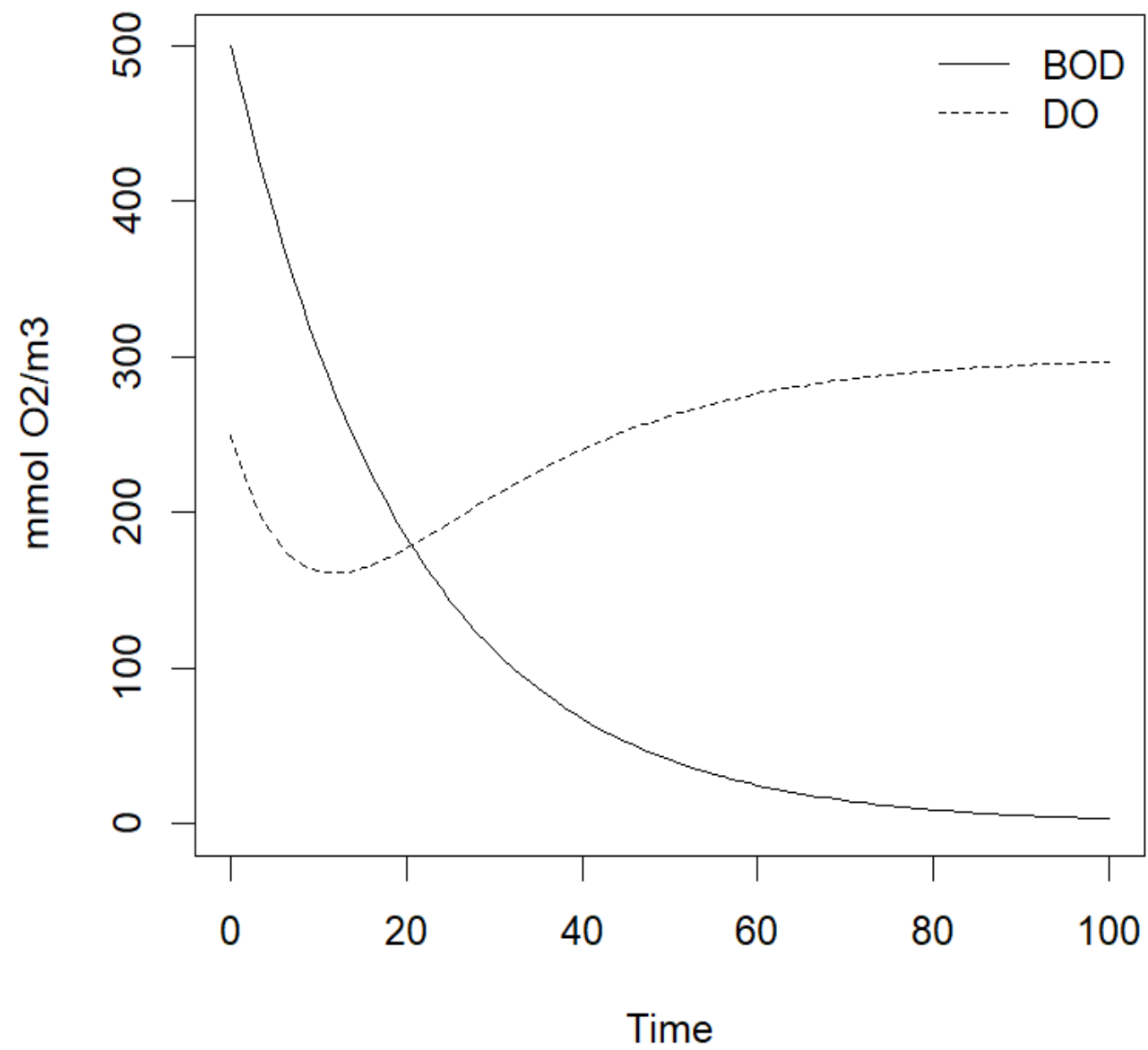
Καθώς αυτό δεν είναι ρεαλιστικό, το μοντέλο εφαρμόζεται μόνο σε συνθήκες μεγάλης επαναεριοποίησης ώστε να υπερτερεί της κατανάλωσης οξυγόνου από το BOD.

Κώδικας επίλυσης μαθηματικού ομοιώματος σε R

```
DO_model = function(BOD0,DO0,DOsat,K,lambda,timemax) {  
  time = seq(0,timemax)  
  BOD = BOD0 * exp(-lambda*time)  
  DO = BOD0*lambda*((exp(-K*time)-exp(-lambda*time))/(K-lambda))+DO0*exp(-K*time)+DOsat*(1-  
exp(-K*time))  
  result = data.frame(time,BOD,DO)  
  return(result)  
}
```

```
data = DO_model(500,250,300,0.1,0.05,100)  
plot(data$time, data$BOD, xlim=c(0,100), ylim=c(0,500), xlab = "Time",  
      ylab = "mmol O2/m3", type = "l")  
lines(data$time,data$DO, lty = "dashed")
```





Με παρόμοιο τρόπο, αντί να έχουμε ένα σύστημα εξισώσεων BOD – DO, έχουμε ένα σύστημα BOD – D όπου D το έλλειμα σε οξυγόνο από τον κορεσμό. Λύνουμε τις εξισώσεις του μοντέλου Streeter & Phelps ως εξής:

$$BOD_t = BOD_0 e^{-\lambda t}$$

$$D_t = \frac{\lambda BOD_0}{K - \lambda} (e^{-\lambda t} - e^{-Kt}) + D_0 e^{-Kt}$$

### Άσκηση

Να γίνει διάγραμμα της εξέλιξης της συγκέντρωσης BOD, D και DO για μια περίοδο 5 ημερών. Την χρονική στιγμή  $t = 0$  η συγκέντρωση BOD = 10 mg/L, ο ρυθμός αποικοδόμησης είναι  $0.5 \text{ day}^{-1}$  και ο ρυθμός επαναεριοποίησης είναι  $1.8 \text{ day}^{-1}$ . Η θερμοκρασία νερού είναι  $T = 12^\circ\text{C}$ .

## Κώδικας σε γλώσσα R

# Analytical solutions

```
BOD = function(t,p) {  
  with(p, BOD0 * exp(-lambda * t) )  
}
```

```
D = function (t, p) {  
  with(p, lambda * BOD0 / (K - lambda) * (exp(-lambda * t) - exp(-K * t)) + D0 * exp(-K * t) )  
}
```

# O2 saturation as a function of temperature

```
DO_sat = function(T) {  
  14.652 - 0.41022*T + 0.007991*T^2 - 7.7774e-5*T^3  
}
```

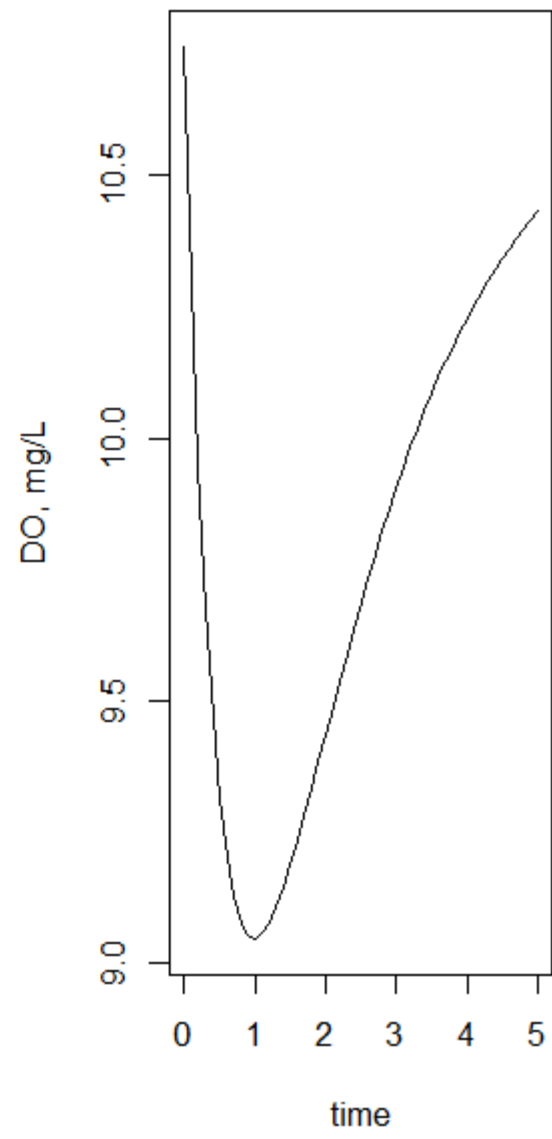
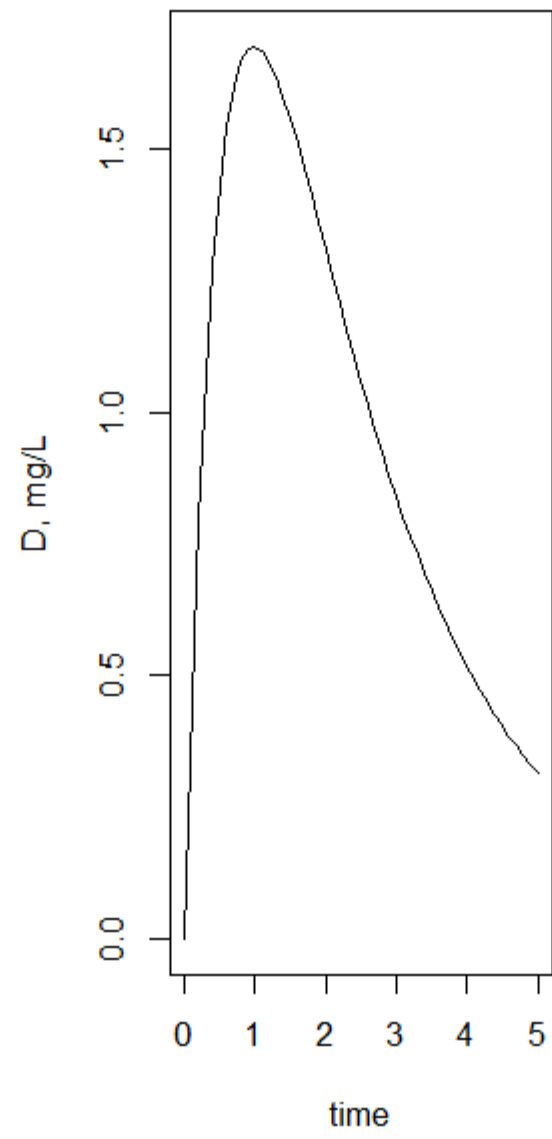
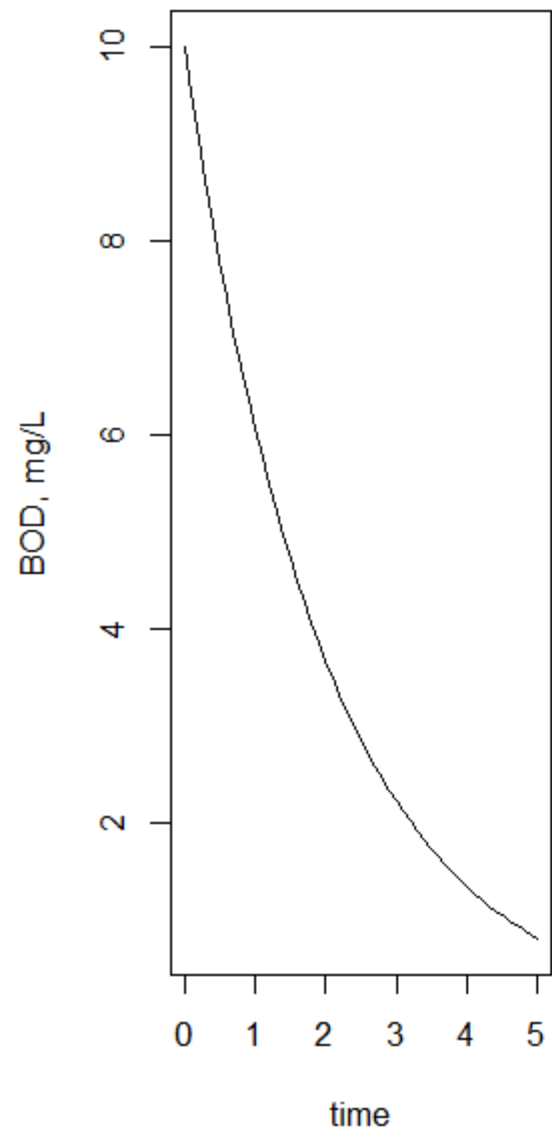
# Input Parameters

```
p= list(D0 = 0, BOD0 = 10, K = 1.8, lambda = 0.5, temp=12)
```

# Times of interest

```
time = seq(0, 5, 0.1)
```

```
layout(matrix(1:3,ncol=3))
# BOD
plot(time, BOD(time,p), type="l", ylab="BOD, mg/L")
# O2-Deficit
plot(time, D(time, p), type="l", ylab="D, mg/L")
# O2-Conc.
plot(time, DO_sat(p$temp) - D(time, p), type="l", ylab="DO, mg/L")
```



### Ποια είναι η ελάχιστη τιμή DO?

Για να υπολογίσουμε την ελάχιστη τιμή DO θα πρέπει να θέσουμε τον ρυθμό μεταβολής του ελλείματος οξυγόνου στο μηδέν, και να λύσουμε ως προς τον χρόνο  $t_x$  που απαιτείται για να επιτευχθεί η ελάχιστη τιμή οξυγόνου. Να υπολογίσουμε το έλλειμα  $D$  την χρονική στιγμή  $t_x$  και να βρούμε την ελάχιστη τιμή οξυγόνου

$$DO_{\min} = DO_{\text{sat}} - D(t_x)$$

Ο χρόνος που επιτυγχάνεται η ελάχιστη τιμή οξυγόνου είναι

$$t_x = \frac{1}{K - \lambda} \ln \left( \frac{K}{\lambda} \left( 1 - D_0 \frac{K - \lambda}{\lambda DO_0} \right) \right)$$

## Επίλυση με Κώδικα σε γλώσσα R

```
# Function to be maximized with resp. to its first argument
D = function (t, p) {
  with(p, lambda * BOD0 / (K - lambda) * (exp(-lambda * t) - exp(-K * t)) + D0 * exp(-K * t) )
}
# Parameters
p = list(D0 = 0, BOD0 = 10, K = 1.8, lambda = 0.5)
# Numerical optimization in 1 dimension
opt= optimize(f=D, interval=c(0,365), p, maximum=TRUE)
print(paste("Maximum deficit occurs after",
  round(opt$maximum*24,1),"hours"))
```

## Εφαρμογή σε ποτάμι με πραγματική παροχή

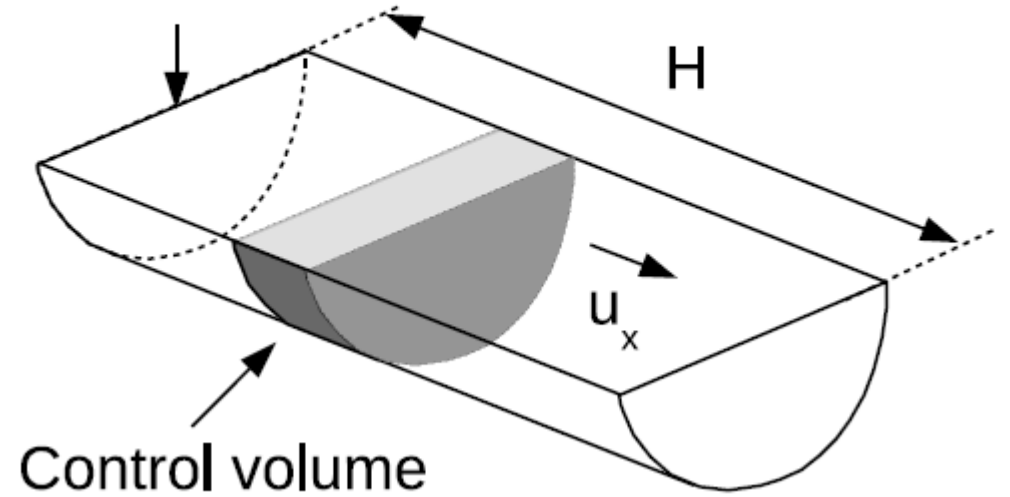
Θεωρούμε ποτάμι με γνωστή παροχή  $Q$  με ομοιόμορφες συνθήκες εντός ενός στοιχειώδους όγκου που κινείται κατάντη της ροής του.

Ο στοιχειώδης όγκος διανύει απόσταση  $H$  σε χρόνο  $t = H/u_x$

Άρα, ο χρόνος παραμονής του στοιχειώδους όγκου στο ποτάμι είναι

$$T = H/u_x$$

Inflow at upstream boundary





## Άσκηση

Έστω ποταμός μήκους 100 χλμ, όπου το νερό κινείται με μέση ταχύτητα 0.75 m/s. Αν η συγκέντρωση BOD στο ανάντη τμήμα του ποταμού είναι 45 mg/L, το νερό του ποταμού είναι κορεσμένο σε οξυγόνο ( $T = 12^{\circ}\text{C}$ ) και οι ρυθμοί αποικοδόμησης και επαναεριοποίησης είναι  $0.5 \text{ day}^{-1}$  και  $1.8 \text{ day}^{-1}$ , να γίνει γράφημα με τις συγκεντρώσεις οξυγόνου σε όλο το μήκος του ποταμού και να υπολογιστεί η θέση ελάχιστης συγκέντρωσης οξυγόνου.

Εφόσον το οξυγόνο είναι αρχικά σε κορεσμό, άρα το έλλειμα σε οξυγόνο είναι μηδέν  $\rightarrow D_0 = 0$ .  
Ο κώδικας σε R είναι:

```
# Parameters
```

```
# Initial values
```

```
p = list(D0 = 0, BOD0 = 40, K = 1.8, lambda = 0.5, temp = 12)
```

```
# River stations (km)
```

```
H = seq(0, 100, 1)
```

```
# Velocities (m/s -> km/day)
```

```
u = 0.75 / 1000 * 86400
```

```

# Analytical solutions
BOD = function (t, p) {          #The BOD function
  with(p, BOD0 * exp(-lambda * t) )
}
D = function (t, p) {          #The DO deficit function
  with(p, lambda * BOD0 / (K - lambda) * (exp(-lambda * t) - exp(-K * t)) + D0 * exp(-K * t) )
}
DO_sat= function(T) {          # O2 saturation as a function of temperature
  14.652 - 0.41022*T + 0.007991*T^2 - 7.7774e-5*T^3
}
#Calculate the time to min DO (days)
t_x= function(p) { # Timing of DO minimum (days)
  with(p, 1 / (K - lambda) * log( K/lambda * ( 1 - D0 * (K - lambda) / lambda / BOD0)) )
}
plot(H, DO_sat(p$temp)-D(t=H/u, p), type="l", xlab="Station (km)", ylab="")
abline(v=u*t_x(p), lty=3)
mtext(side=3, at=u*t_x(p), paste0("Minimum at km ",round(u*t_x(p),1)))
abline(H=DO_sat(p$temp), lty=2)
legend("topright", bty="n", lty=c(1,2), legend=c("DO","DO_sat"))

```

