

# ΦΥΣΙΚΗ ΩΚΕΑΝΟΓΡΑΦΙΑ

## ΜΑΘΗΜΑ 10

ΟΙ ΓΕΩΣΤΡΟΦΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥΣ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Γ. Συλαίος

# Γεωστροφική Εξίσωση

Στο εσωτερικό του ωκεανού, η οριζόντια πιεσοβαθμίδα προκαλεί την εμφάνιση οριζόντιων ρευμάτων αλλά στη συνέχεια αντισταθμίζεται από τη δύναμη Coriolis, η οποία προκύπτει από τα οριζόντια ρεύματα. Η ισορροπία αυτή καλείται γεωστροφική ισορροπία (geostrophic balance).

Στην εξίσωση κίνησης θεωρούμε την απλούστερη λύση της. Έστω ότι το ρευστό βρίσκεται σε ακινησία

$$u = v = w = 0$$

Και παραμένει σε ακινησία

$$\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{dw}{dt} = 0$$

Μηδενική επιτάχυνση

Και δεν λαμβάνουμε υπόψη τη τριβή

$$f_x = f_y = f_z = 0$$

Τότε η εξίσωση κίνησης γίνεται

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g(\phi, z)$$

Όπου  $g$  είναι συνάρτηση του γεωγραφικού πλάτους και του βάθους.

Για τη κατανόηση της πιεσοβαθμίδας, απαιτείται να ορίσουμε στο εσωτερικό του ωκεανού, επιφάνειες ίσης πίεσης, οι οποίες καλούνται **ισοβαρικές επιφάνειες (isobaric surfaces)**.

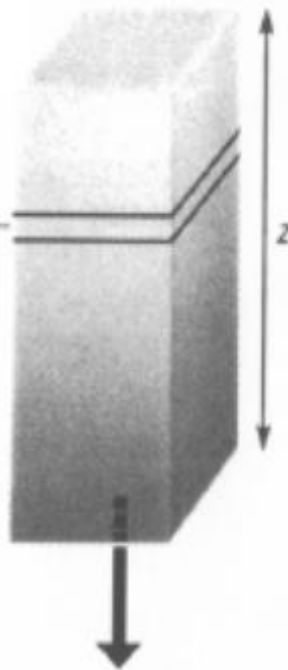
Για να το κάνουμε αυτό ολοκληρώνουμε τη τελευταία εξίσωση, την **υδροστατική εξίσωση**

$$p = \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz$$

Όστε να πάρουμε τη πίεση σε κάθε βάθος  $h$ .

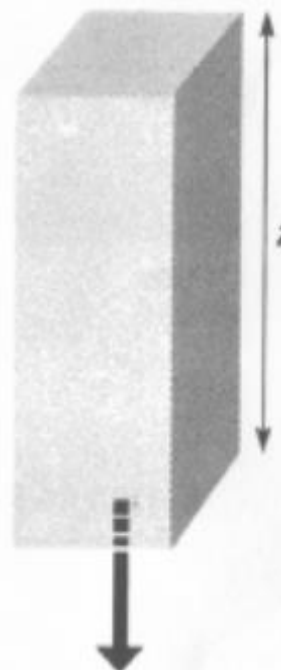
Πως υπολογίζουμε την πίεση σε α) υδάτινη στήλη σταθερής πυκνότητας, και β) σε υδάτινη στήλη με πυκνότητα μεταβαλλόμενη με το βάθος

Η πυκνότητα  $\rho$  μεταβάλλεται με το βάθος



Pressure,  $p = -\sum dp = -\sum (\rho g dz)$

Η πυκνότητα  $\rho$  είναι σταθερή με το βάθος



Pressure,  $p = -\rho g z$

$$p = \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz \Rightarrow p = \int_{-h}^0 g \rho(z) dz$$

Η γεωστροφική ισορροπία απαιτεί ότι η πιεσοβαθμίδα αντισταθμίζεται από τη δύναμη Coriolis. Οι γεωστροφικές εξισώσεις προέρχονται από τις εξισώσεις κίνησης, θεωρώντας ότι:

❖ το ρευστό δεν έχει επιτάχυνση  $\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{dw}{dt} = 0$

❖ οι οριζόντιες ταχύτητες είναι πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες της κατακόρυφης ταχύτητας

$$w \ll u, v$$

❖ η μοναδική εξωτερική δύναμη είναι η βαρύτητα, και

❖ η τριβή είναι μικρή και αμελητέα.

Κάτω από αυτές τις παραδοχές ισχύουν οι γεωστροφικές εξισώσεις οι οποίες είναι:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho f u; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho f u; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

Όπου  $f = 2 \Omega \sin \varphi$

Οι εξισώσεις μπορούν να γραφούν και ως:

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad v = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$p = p_0 + \int_{-h}^{\zeta} g(\phi, z) \rho(z) dz$$

Όπου  $p_0$  είναι η ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια ( $z=0$ ) και  $\zeta$  είναι η ανύψωση της στάθμης της θάλασσας.

Έτσι η στάθμη της θάλασσας σε κάθε θέση μπορεί να βρίσκεται υψηλότερα ή χαμηλότερα της ισοβαρικής επιφάνειας  $z=0$ , οπότε δημιουργείται πιεσοβαθμίδα και παράγεται επιφανειακό ρεύμα  $u_s$ .

Αντικαθιστώντας τη πίεση στις παραπάνω σχέσεις

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz - \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial y}$$

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz - u_{\text{barotropic}}$$

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz - \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial y}$$

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz - u_{barotropic}$$

Όμοια

$$v = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz + \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$

$$v = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz + v_{barotropic}$$

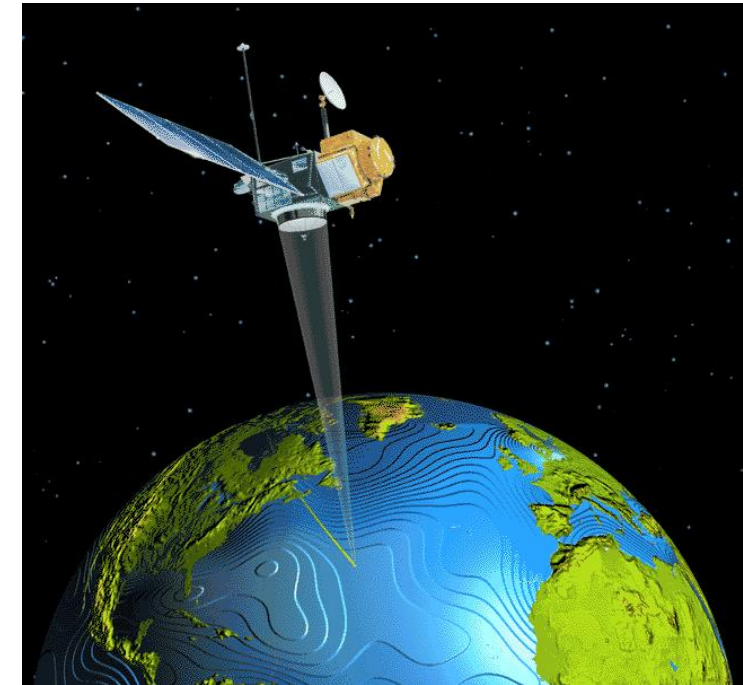
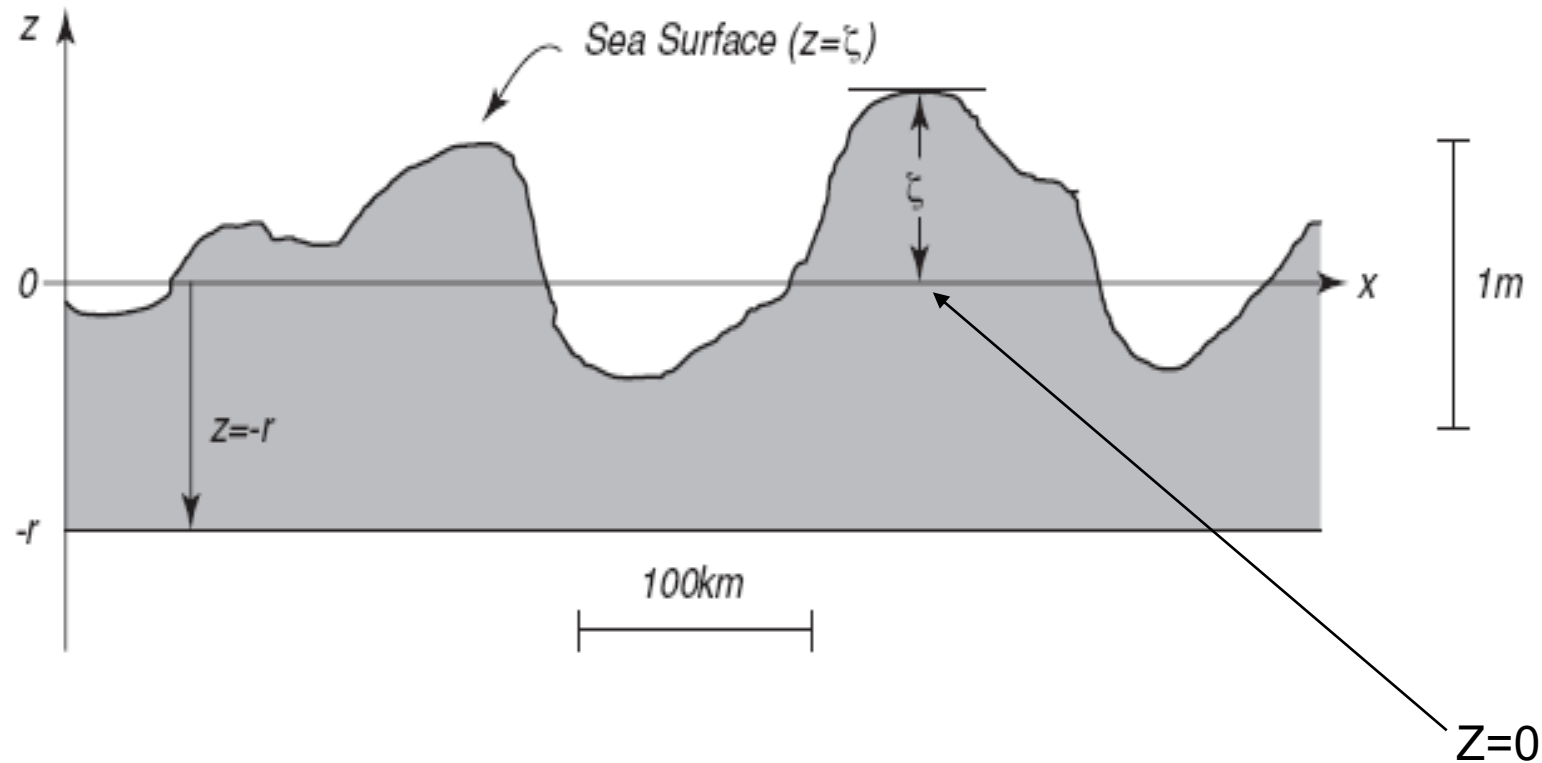
Προκύπτει ότι υπάρχουν δύο πιθανότητες:

Αν ο ωκεανός είναι ομοιόμορφης πυκνότητας, και η πυκνότητα και η βαρύτητα είναι σταθερές, τότε ο πρώτος όρος των παραπάνω εξισώσεων είναι μηδέν.

**Τότε η πιεσοβαθμίδα που παράγεται οφείλεται μόνο στην μεταβολής της στάθμης της θάλασσας (βαροτροπικός ωκεανός).**

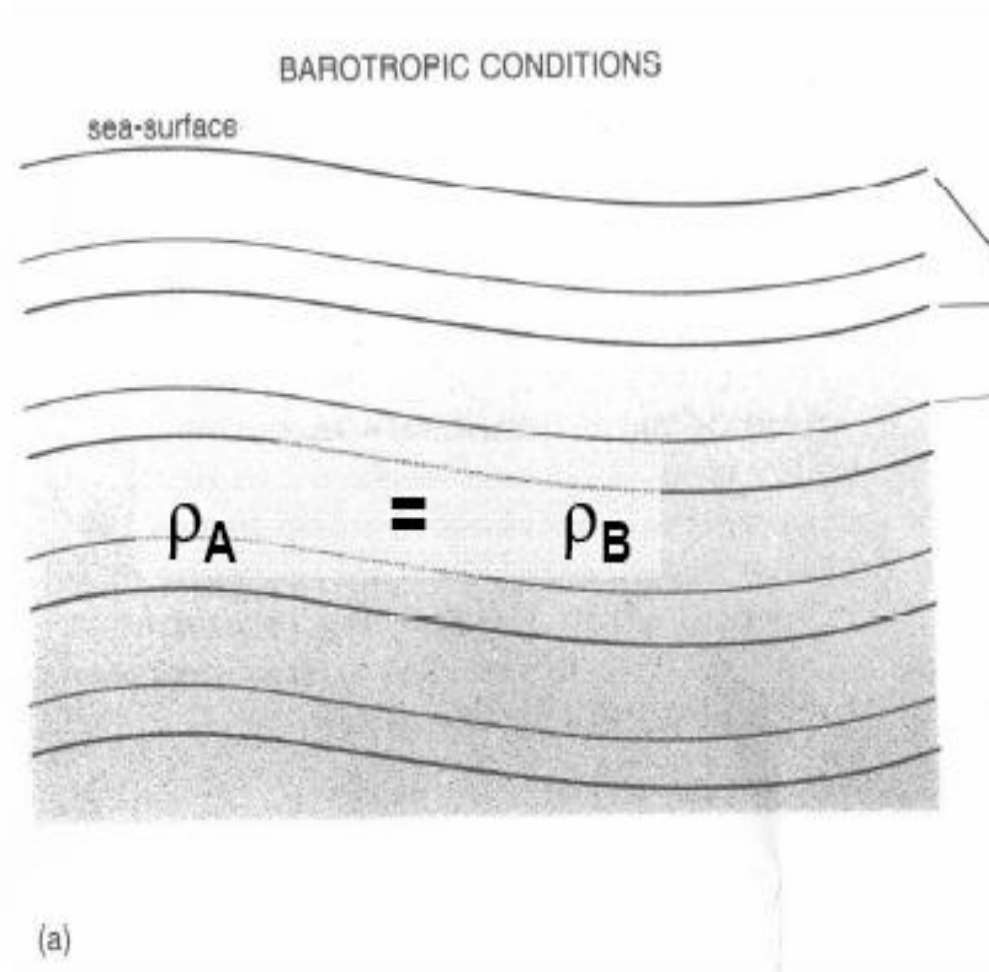
Έτσι, οι οριζόντιες πιεσοβαθμίδες στο εσωτερικό του ωκεανού είναι ίσες με τη πιεσοβαθμίδα που δημιουργείται στην επιφάνεια της θάλασσας ( $z=0$ ).

# Βαροτροπικός Ωκεανός: Παραγωγή Πιεσοβαθμίδων λόγω διαφορών στην στάθμη της θάλασσας



Δορυφορικές μετρήσεις δίνουν την μεταβολή της στάθμης της θάλασσας κατά μήκος μίας ωκεάνιας τομής. Η ανύψωση/βύθιση της στάθμης της θάλασσας είναι της τάξης μερικών εκατοστών έως 1-1,5 μ ανά 100 χλμ οριζόντιας απόστασης στην  $x$ - ή  $y$ -διεύθυνση.





**ΙΣΟΒΑΡΙΚΕΣ  
ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ**

**ΣΤΟΝ ΒΑΡΟΤΡΟΠΙΚΟ ΩΚΕΑΝΟ ΟΙ ΙΣΟΒΑΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΚΑΙ ΟΙ  
ΙΣΟΠΥΚΝΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΕΙΝΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΚΑΙ  
ΑΚΟΛΟΥΘΟΥΝ ΤΗΝ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΗΣ ΘΑΛΑΣΣΑΣ**

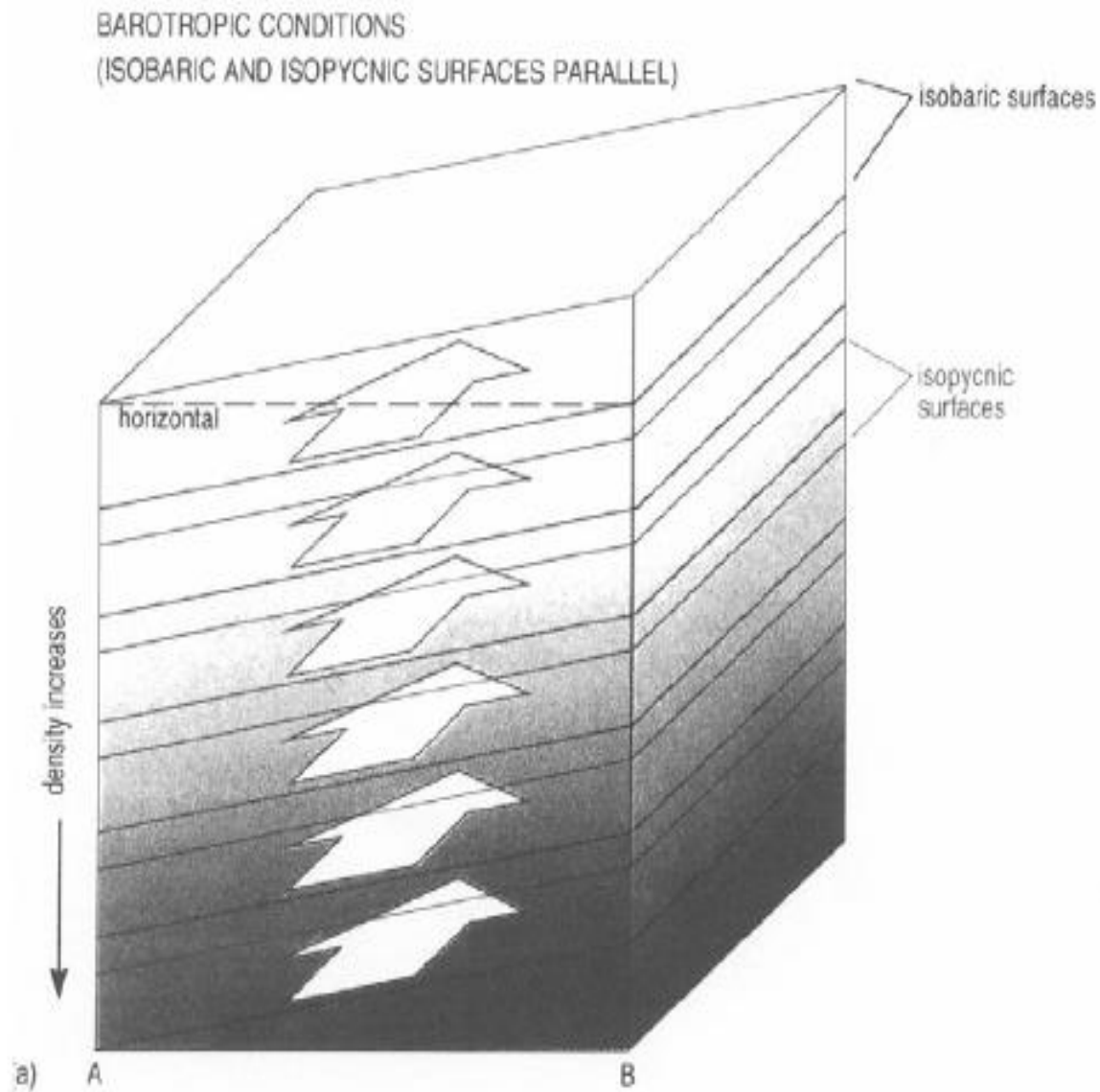
**Άρα**

**Βαροτροπικός Ωκεανός** → Οι ισοβαρικές επιφάνειες είναι παράλληλες με τη στάθμη της θάλασσας, και οι ισόπυκνες επιφάνειες είναι παράλληλες με τις ισοβαρικές επιφάνειες.

Τέτοιες συνθήκες επικρατούν σε καλά αναμεμιγμένα ωκεάνια στρώματα και σε ρηχές λεκάνες καλά αναμεμιγμένες λόγω παλιρροιακών ρευμάτων.

Επίσης επικρατούν σε μεγάλα ωκεάνια βάθη, όπου η πυκνότητα και η πίεση μεταβάλλονται μόνο με το βάθος.

**Συμπέρασμα:** Στις βαροτροπικές συνθήκες οι ισόπυκνες και οι ισοβαρικές επιφάνειες είναι παράλληλες μεταξύ τους.

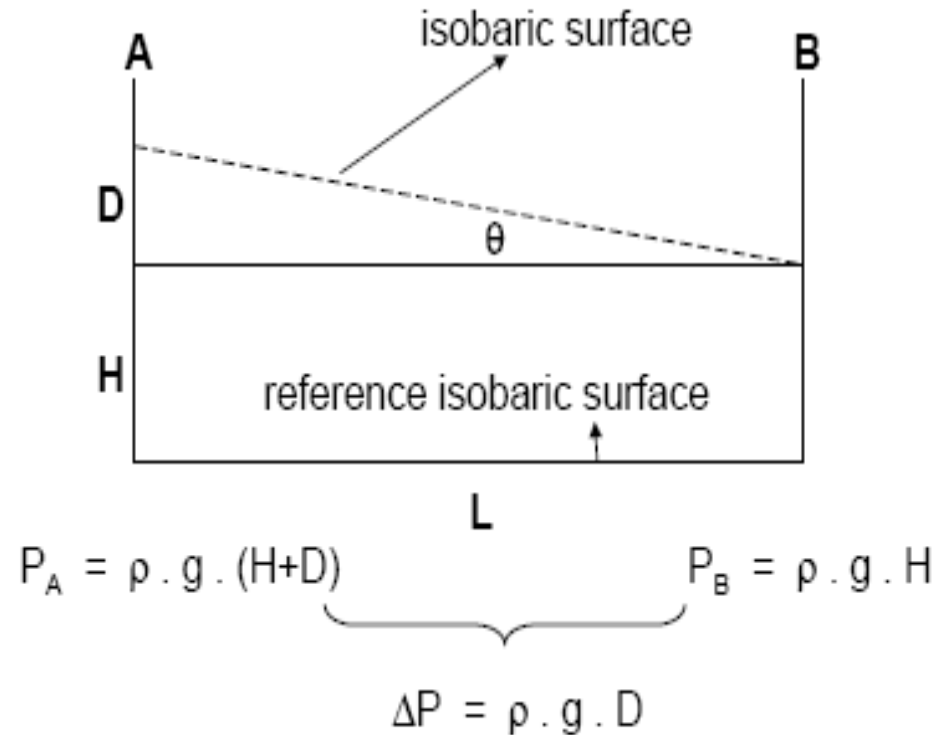


Στο βαροτροπικό ωκεανό η γεωστροφική ταχύτητα είναι ίση σε κάθε βάθος

Άρα, παίρνω τις διαφορές στάθμης από δορυφορικές μετρήσεις και υπολογίζω την βαροτροπική γεωστροφική ταχύτητα.

Αυτή η ταχύτητα είναι σταθερή σε όλα τα βάθη του ωκεανού

# Πως υπολογίζω την Βαροτροπική Γεωστροφική Ταχύτητα Ρευμάτων



Η δύναμη της πιεσοβαθμίδας είναι

$$\Delta P / L = \rho \cdot g \cdot (D / L)$$

$$(1 / \rho) \cdot (\Delta P / L) = g \cdot (D / L) = g \cdot \tan \theta$$

Επιτάχυνση λόγω της πιεσοβαθμίδας

$g D$  είναι το Δυναμικό Ύψος (Dynamic Height,  $m^2/s^2$ )

Εκφράζει την ενέργεια ανά μονάδα μάζας που απαιτείται για την ανύψωση της ισοβαρικής επιφάνειας από το επίπεδο αναφοράς κατά απόσταση D ενάντια στη βαρύτητα

# Πως υπολογίζω την Βαροτροπική Γεωστροφική Ταχύτητα Ρευμάτων

Αντικατάσταση πιεσοβαθμίδας στη Γεωστροφική Εξίσωση

$$g \tan \theta = \underbrace{V^2 \Omega \sin \phi}_{\text{Coriolis}} = \underbrace{V f}_{\text{Πιεσοβαθμίδα}}$$

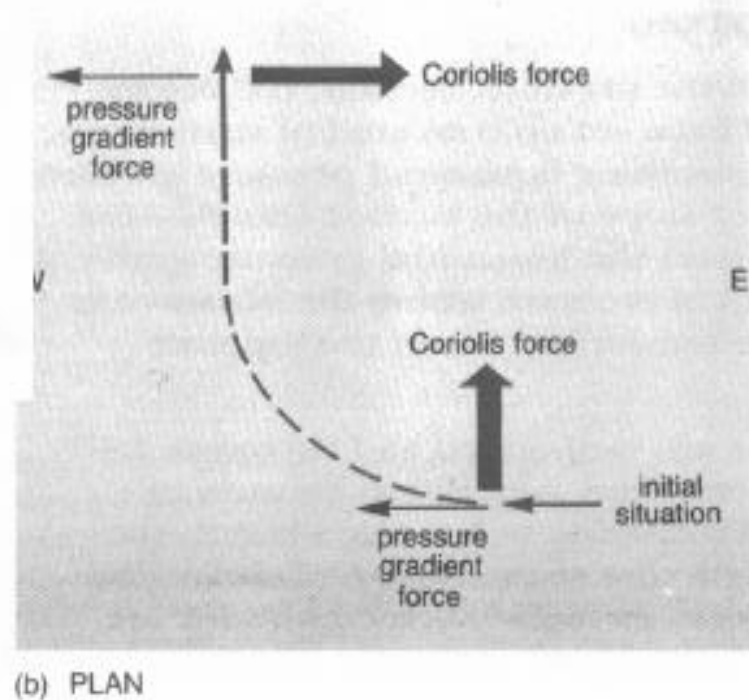
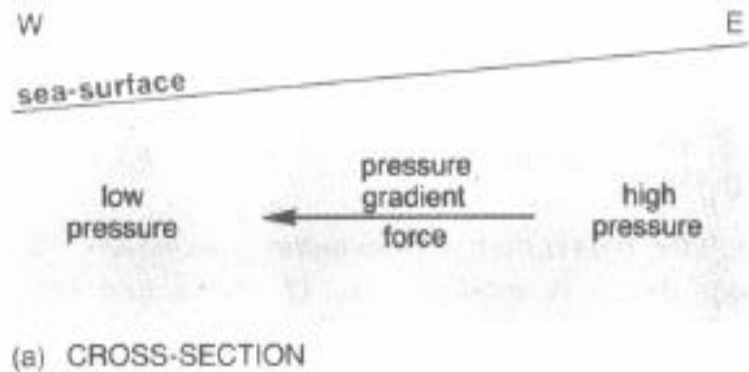
Πιεσοβαθμίδα  
Ενεργεί προς τη κατεύθυνση  
της κλίσης

Coriolis  
Ενεργεί ενάντια στη κατεύθυνση  
της κλίσης

Άρα

$$V = \frac{g D}{L 2 \Omega \sin \phi} = \frac{g D}{L f}$$

Όπου  $V$  η γεωστροφική ταχύτητα



Μετά τον υπολογισμό του μεγέθους της βαροτροπικής γεωστροφικής ταχύτητας, ας δούμε πως καταλαβαίνουμε την διεύθυνση της γεωστροφικής ροής.

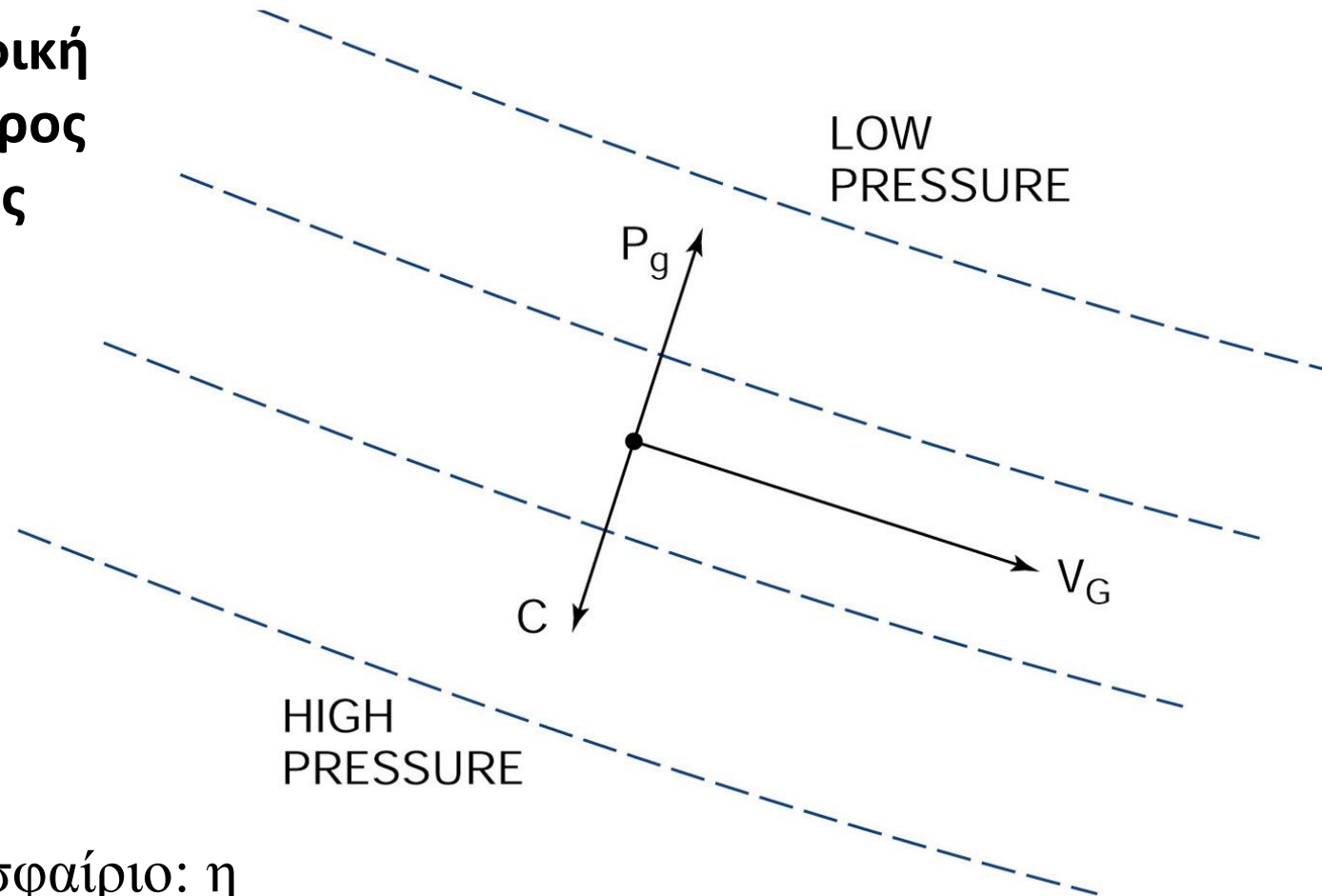
Λόγω μεταβολής στάθμης θάλασσας, παράγεται οριζόντια πιεσοβαθμίδα με φορά από την υψηλή προς την χαμηλή πίεση.

Μόλις η υδάτινη μάζα ξεκινήσει να κινηθεί, ενεργεί η δύναμη Coriolis η οποία την εκτρέπει προς τα δεξιά της κίνησής της.

Σε κάποιο σημείο όπου η πιεσοβαθμίδα είναι στα αριστερά της κίνησης και η δύναμη Coriolis είναι στα δεξιά της κίνησης οι δύο δυνάμεις είναι ίσες και αντίθετες.

**Άρα, η βαροτροπική γεωστροφική ταχύτητα είναι κάθετη στην πιεσοβαθμίδα με φορά τέτοια ώστε η υψηλή πίεση να είναι στα δεξιά της κίνησης (Βόρειο Ημισφαίριο).**

Σε κάτοψη, η γεωστροφική  
ροή είναι παράλληλη προς  
τις ισοβαρικές καμπύλες

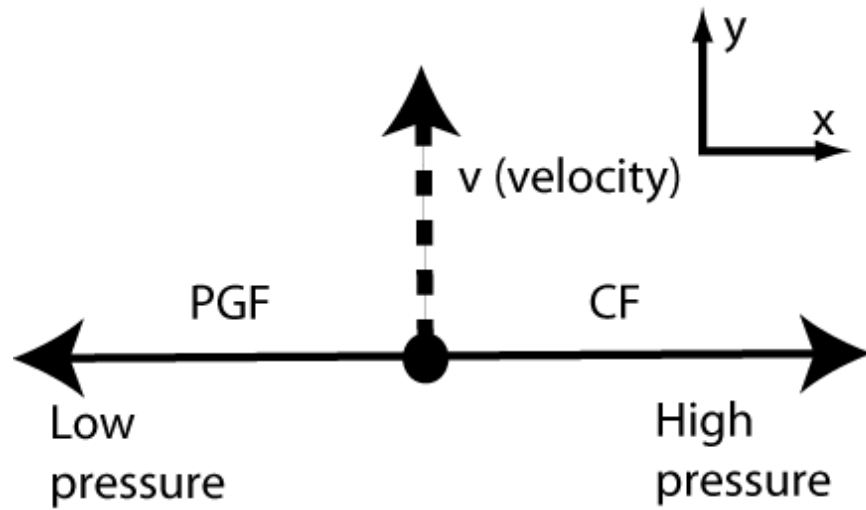


Στο Β. Ημισφαίριο: η  
γεωστροφική ροή συμβαίνει  
προς τα δεξιά της  
πιεσοβαθμίδας.

$P_g$  = Pressure Gradient Force  
 $C$  = Coriolis Force  
 $V_G$  = Geostrophic Wind

# Γεωστροφική Ροή

(a)



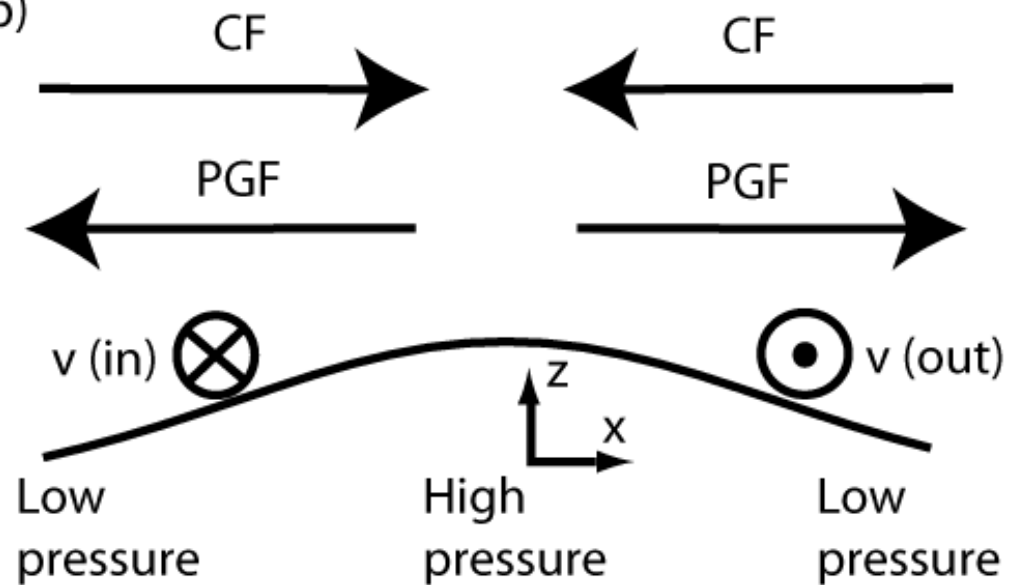
Κάτοψη ωκεανού

(Βόρειο Ημισφαίριο)

Τομές ωκεανού

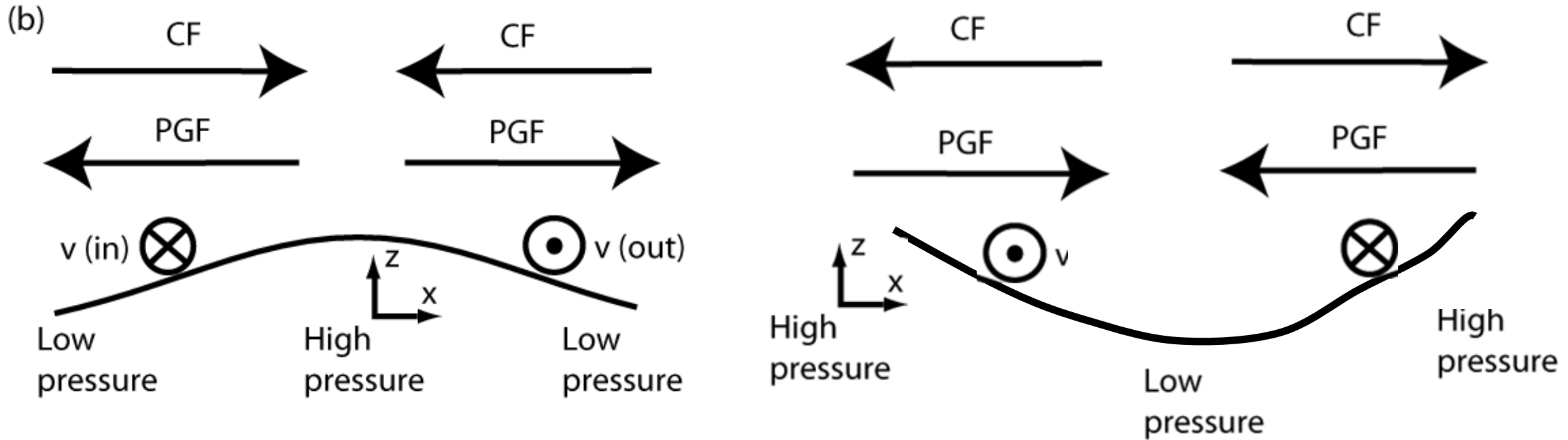
Όπως μία μπάλα που κυλά από την υψηλή προς τη χαμηλή πίεση, εκτρέπεται όμως προς τα δεξιά της κίνησής της λόγω Coriolis

(b)





# Γεωστροφική Ροή

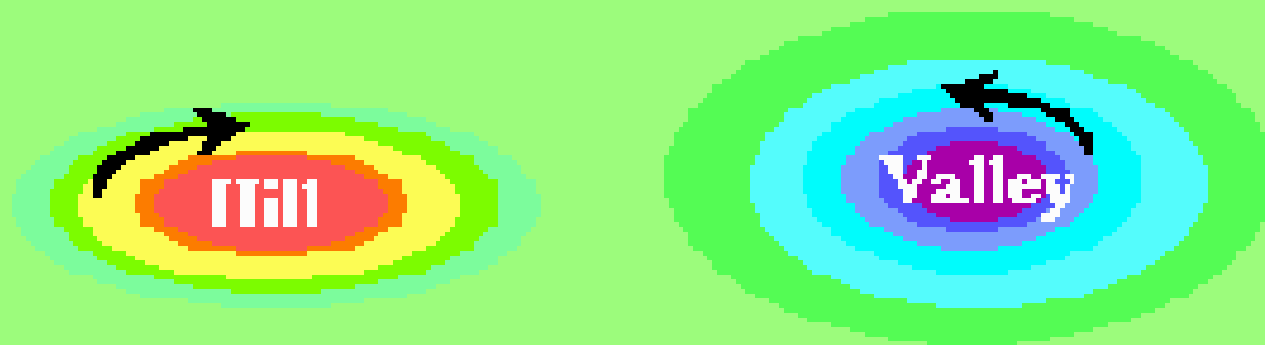


**Ωρολογιακή Κυκλοφορία  
Αντικυκλώνας**

**Αντι-Ωρολογιακή Κυκλοφορία  
Κυκλώνας**

## Κυκλώνες και Αντικυκλώνες στην Θάλασσα

### Northern Hemisphere



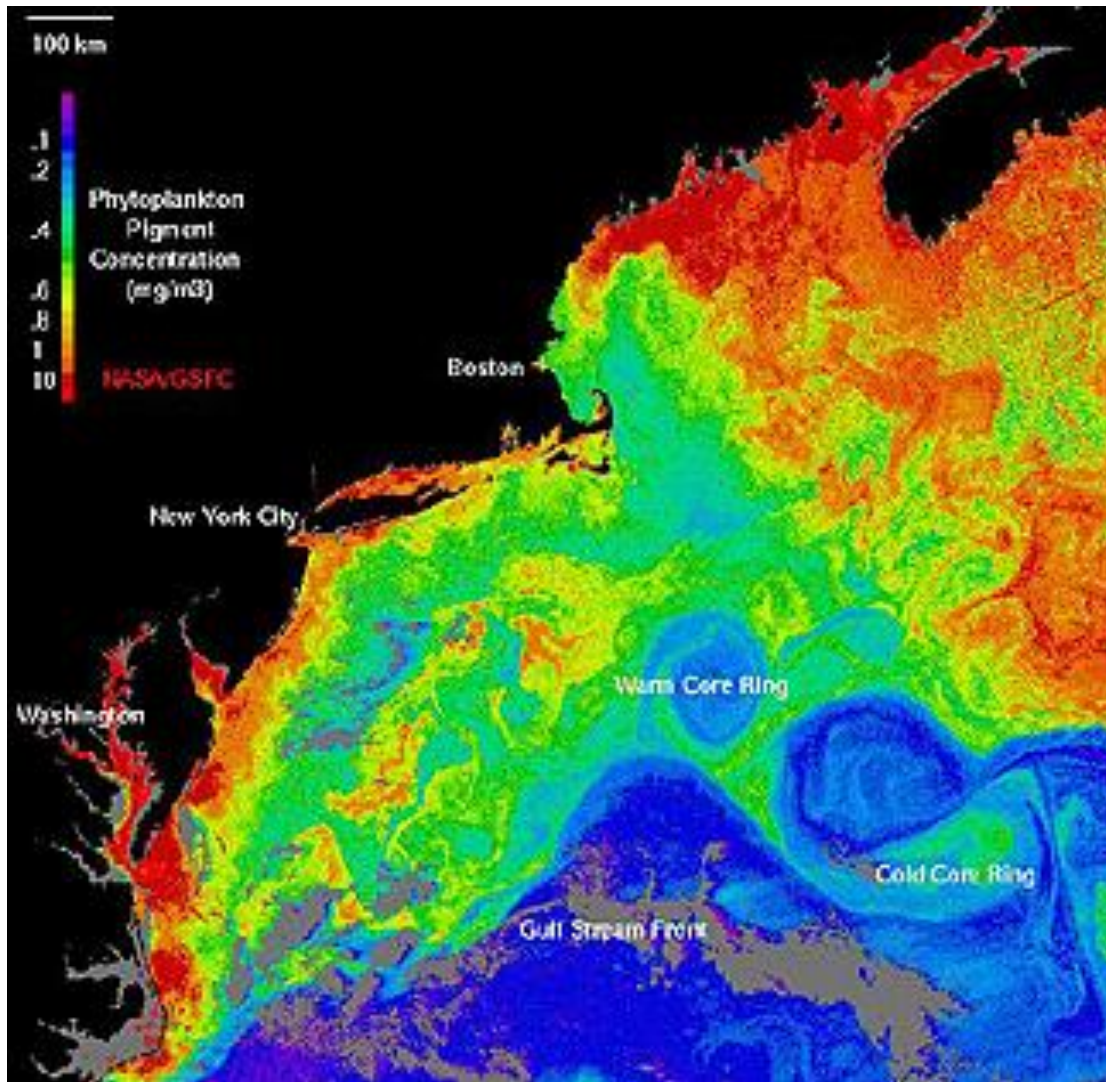
### Southern Hemisphere



Οι Θερμές Υδάτινες Μάζες έχουν ελαφρά υψηλότερη στάθμη σε σχέση τις Ψυχρές Υδάτινες Μάζες.

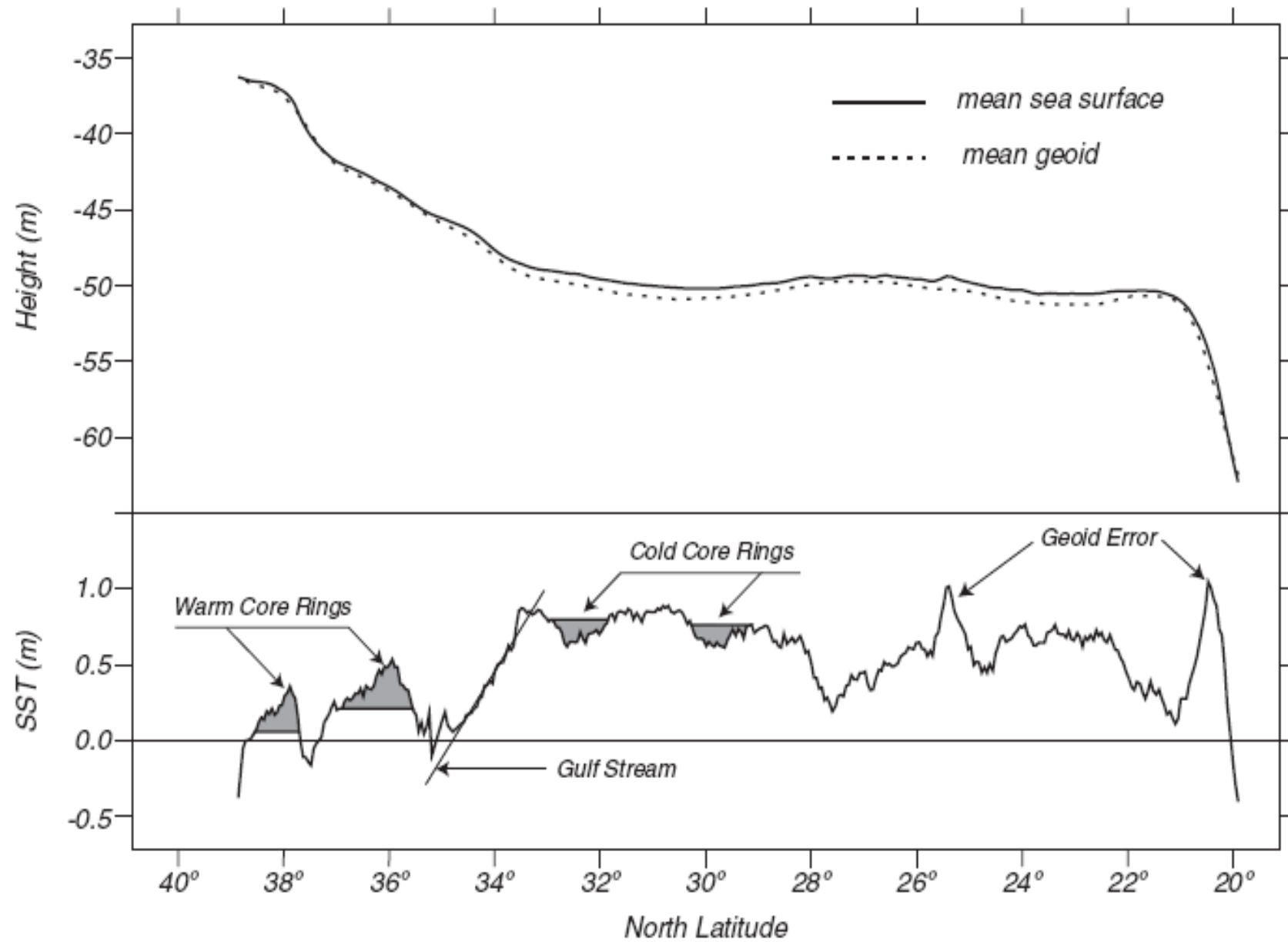
Θερμές υδάτινες μάζες εγκλωβισμένες μεταξύ ψυχρών δημιουργούν δομές με ωρολογιακή περιστροφή, άρα αντικυκλώνες.

Ψυχρές υδάτινες μάζες εγκλωβισμένες μεταξύ θερμών δημιουργούν δομές με αντι-ωρολογιακή περιστροφή, άρα κυκλώνες.



Δορυφορική εικόνα κατανομής συγκέντρωσης χλωροφύλλης.

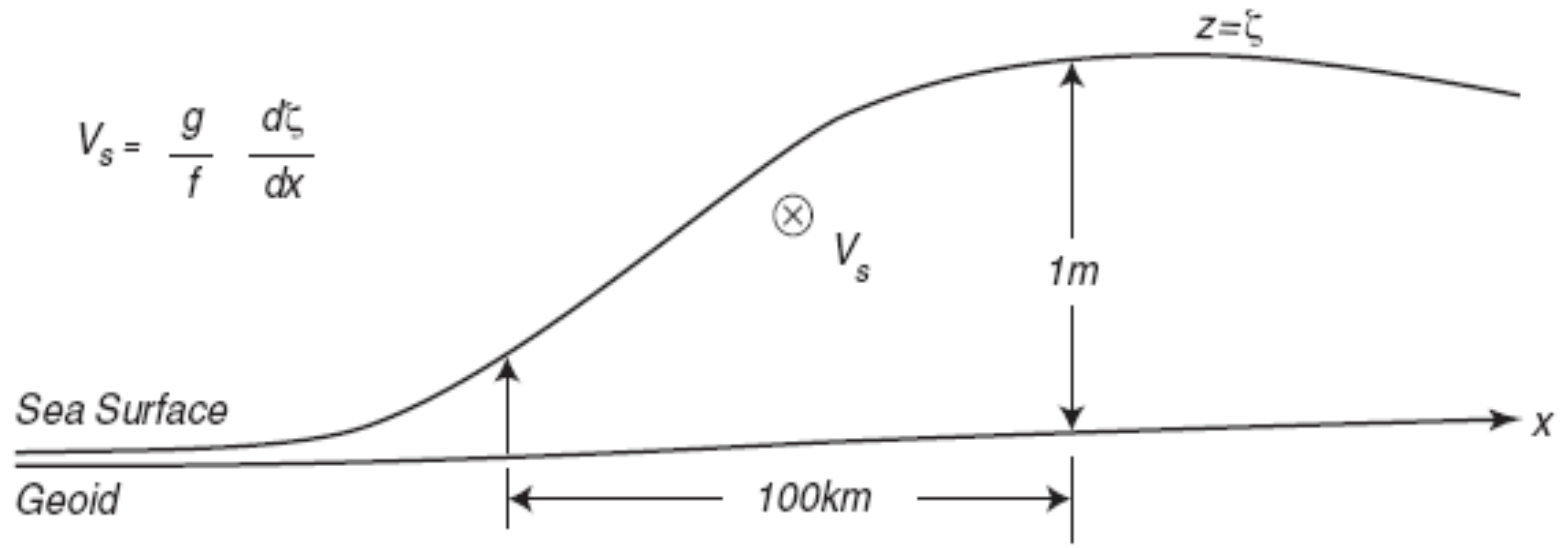
Warm rings rotate clockwise  
Cold rings rotate anti-clockwise



## Υπολογισμός Επιφανειακών Γεωστροφικών Ρευμάτων από Δορυφόρο

Στην επιφάνεια της θάλασσας ( $z=0$ ), η γεωστροφική εξίσωση δίνει ότι τα επιφανειακά γεωστροφικά ρεύματα είναι ανάλογα της κλίσης της στάθμης της θάλασσας.

$$u_{barotropic} = -\frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad v_{barotropic} = \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial x}$$



# Βαροκλιτικός Ωκεανός: Παραγωγή Πιεσοβαθμίδων λόγω στρωματοποίησης υδάτινης στήλης και διαφορών στην στάθμη της θάλασσας

Αν ο ωκεανός είναι στρωματοποιημένος, τότε η οριζόντια πιεσοβαθμίδα έχει δύο όρους: έναν όρο λόγω της κλίσης της στάθμης της θάλασσας (**βαροτροπικό όρο**), και έναν επιπλέον όρο λόγω των οριζόντιων διαφορών πυκνότητας (**βαροκλιτικό όρο**).

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz - u_{barotropic}$$

$$v = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz + v_{barotropic}$$

Βαροκλιτικός Όρος

Βαροτροπικός Όρος

Ο βαροκλιτικός όρος ονομάζεται και **σχετική ταχύτητα** διότι ο υπολογισμός του προϋποθέτει τη γνώση της ταχύτητας ροής ( $u_0, v_0$ ) στην επιφάνεια της θάλασσας ή σε κάποιο άλλο βάθος.

Η γεωστροφική ταχύτητα στο βαροτροπικό και βαροκλιτικό ωκεανό

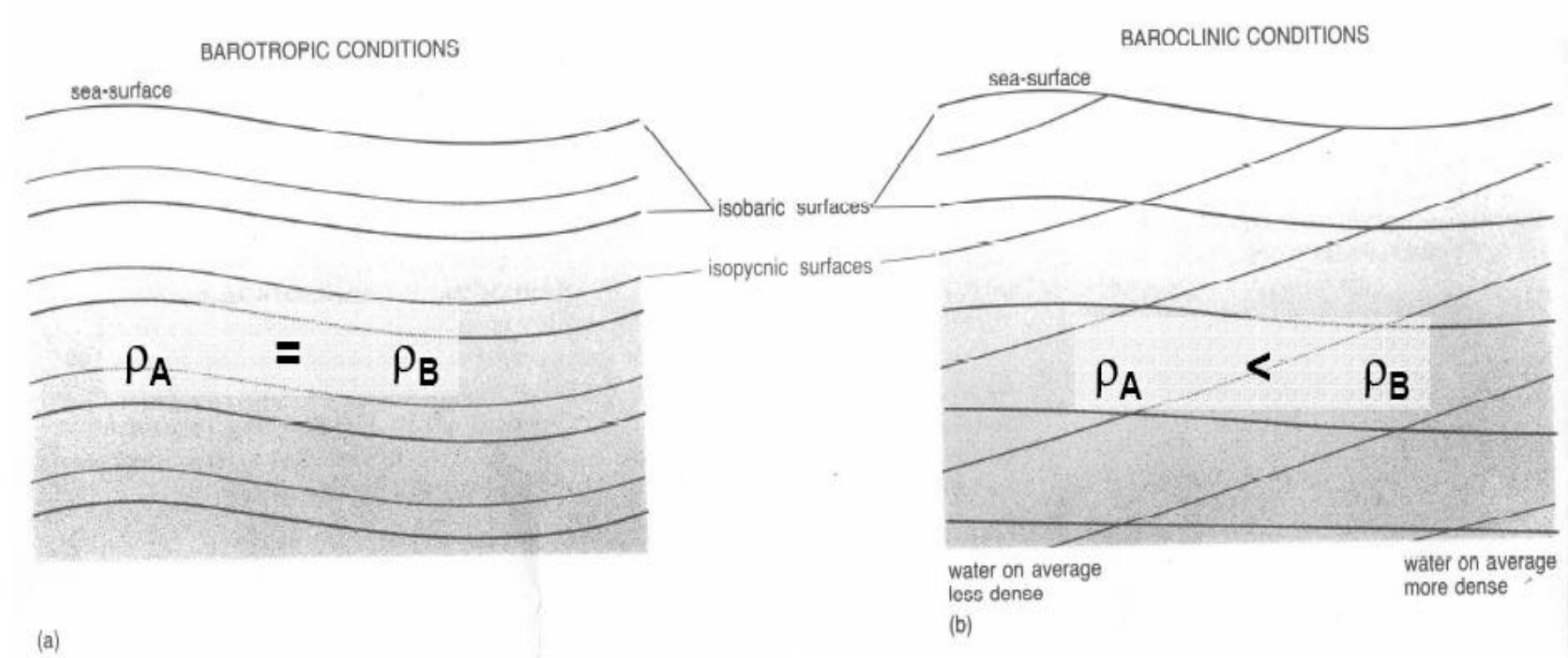
**Η γεωστροφική ταχύτητα στο βαροτροπικό ωκεανό είναι ανεξάρτητη του βάθους, άρα ομοιόμορφη με το βάθος.**

**Στις βαροκλιτικές συνθήκες η γεωστροφική ταχύτητα μεταβάλλεται (μειώνεται) με το βάθος.**

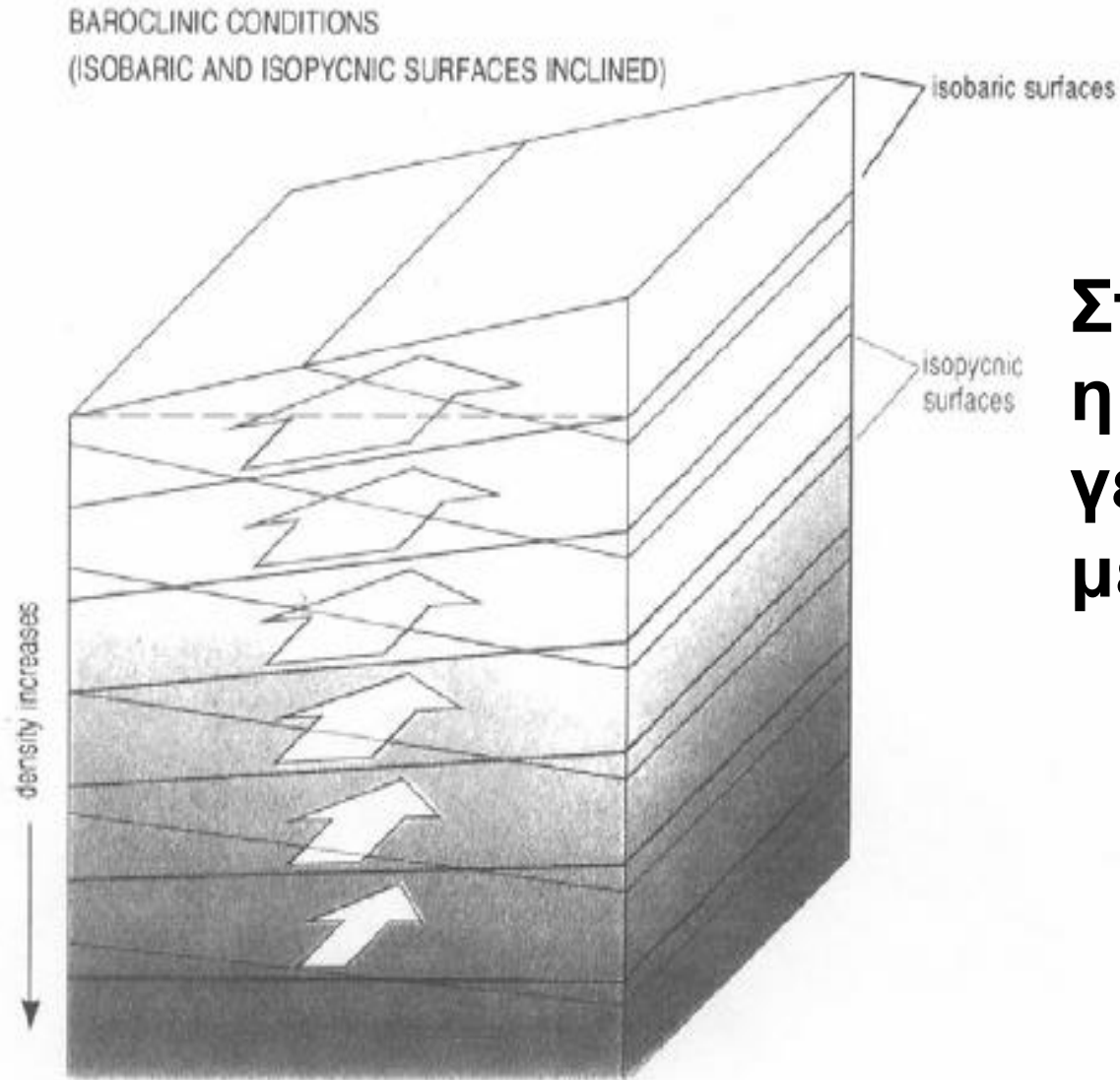
Αν σε κάποιο βάθος, η κλίση της ισοβαρικής επιφάνειας ή η γεωστροφική ταχύτητα είναι γνωστή, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη κατανομή της πυκνότητας για να προσδιορίσουμε την απόκλιση της κλίσης λόγω πυκνότητας, και άρα τη γεωστροφική ταχύτητα σε άλλα βάθη (σχετικές ταχύτητες).

**Βαροκλιτικό Ωκεανό** → οι ισόπυκνες και οι ισοβαρικές επιφάνειες δεν είναι παράλληλες, αλλά τέμνονται λόγω των πλευρικών διαφορών πυκνότητας. Οι ισόπυκνες επιφάνειες τέμνουν και τη στάθμη της θάλασσας.

Σε μικρά βάθη, οι ισοβαρικές επιφάνειες είναι σχεδόν παράλληλες με την επιφάνεια της θάλασσας. Με την αύξηση του βάθους, η κλίση των ισοβαρικών επιφανειών σταδιακά μειώνεται και οι ισοβαρικές γίνονται σχεδόν οριζόντιες.

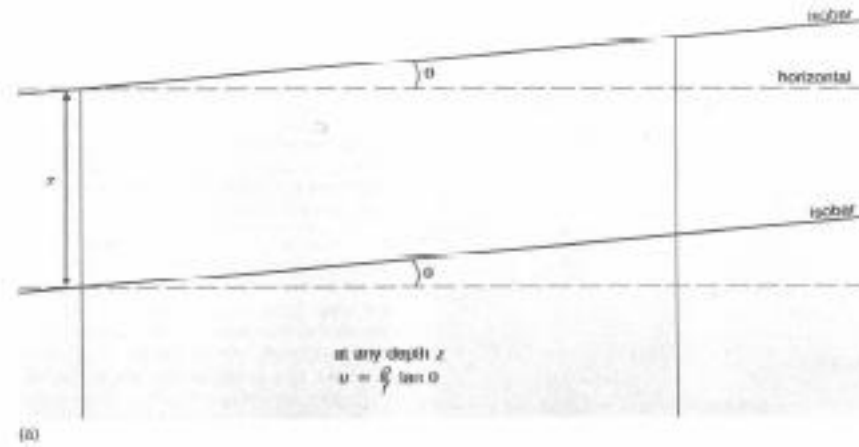




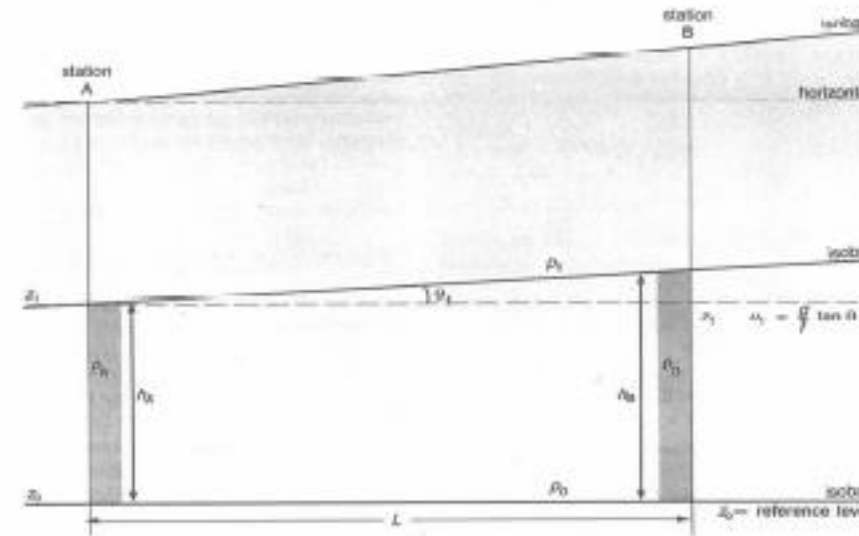


**Στο βαροκλιτικό ωκεανό  
η βαροκλιτική  
γεωστροφική ταχύτητα  
μειώνεται με το βάθος**

**barotropic**



**baroclinic**



Στις βαροτροπικές συνθήκες η κλίση των ισοβαρών είναι ομοιόμορφη με το βάθος ( $\tan \theta$ ) και η γεωστροφική ταχύτητα είναι  $(g/f) \tan \theta$  σε κάθε βάθος.

Στις βαροκλινικές συνθήκες, η κλίση των ισοβαρών μεταβάλλεται με το βάθος. Στο βάθος  $z_1$  η ισοβαρική επιφάνεια έχει κλίση  $\tan \theta_1$ , ενώ στο βάθος  $z_0$  η ισοβαρική επιφάνεια θεωρείται οριζόντια.

## ΓΕΩΔΥΝΑΜΙΚΟ (GEOPOTENTIAL)

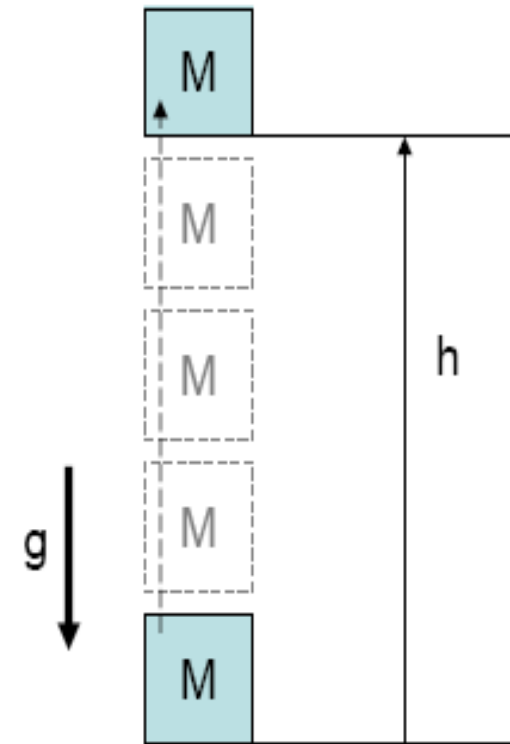
- Το Γεωειδές είναι μία επίπεδη επιφάνεια που θεωρείται μία επιφάνεια σταθερού γεωδυναμικού
- Το έργο που απαιτείται για να ανυψωθεί μία υδάτινη μάζα  $m$  κατά μία κάθετη απόσταση  $h$  είναι

$$W = mgh,$$

Και η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας  $gh$

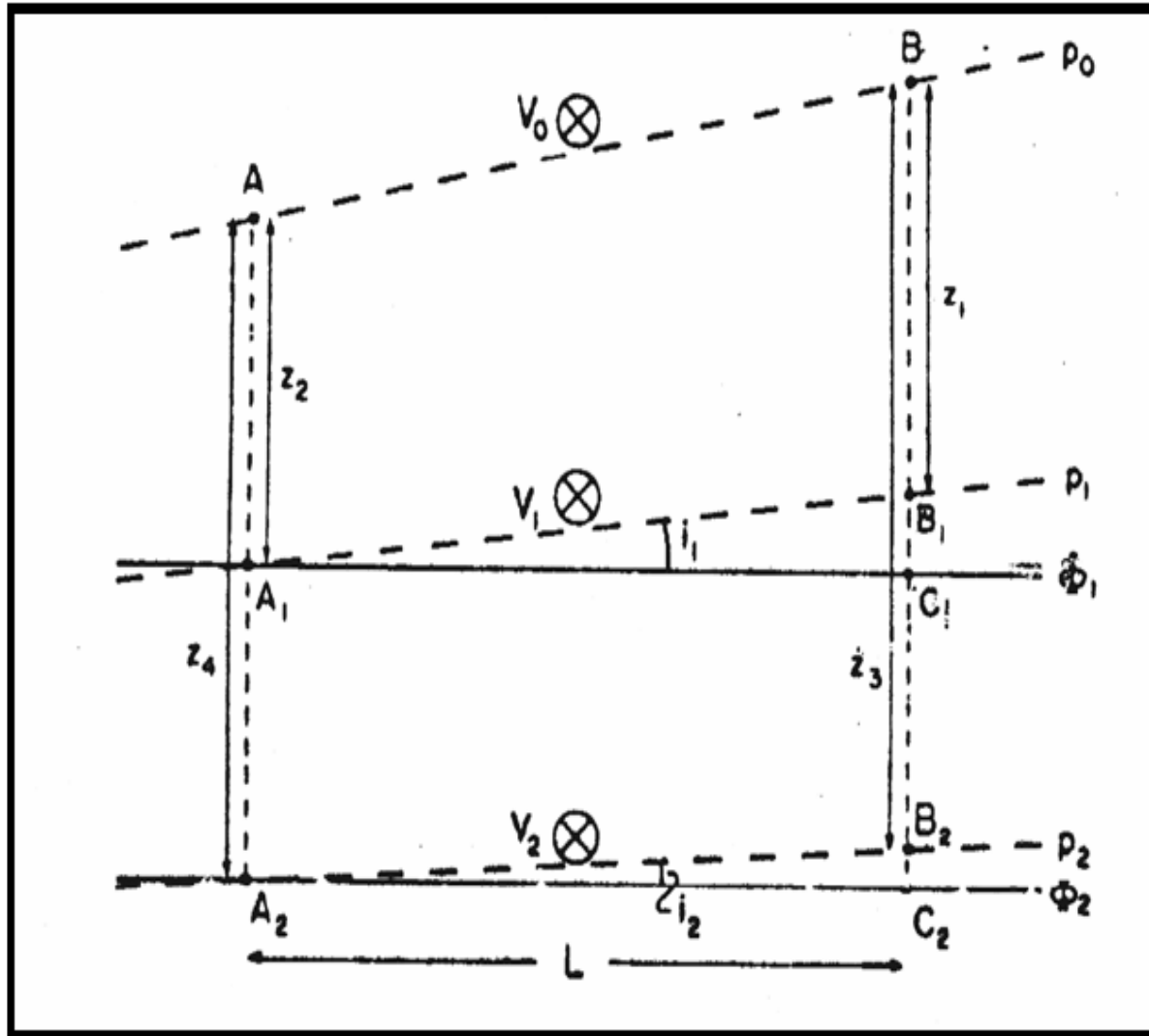
Άρα, οριζόντια επίπεδα είναι επίπεδα σταθερού γεωδυναμικού, όπου το γεωδυναμικό είναι

$$\Phi = gh$$



$$Work = mgh$$

# Βαροκλιτικές Συνθήκες



## Υπολογισμός βαροκλιτικών γεωστροφικών ρευμάτων από υδρογραφικά δεδομένα

Η γεωστροφική εξίσωση χρησιμοποιείται για να προσδιορίζει τη ταχύτητα των ρευμάτων σε οποιοδήποτε βάθος. Για την εφαρμογή της γεωστροφικής εξίσωσης χρειαζόμαστε τον υπολογισμό της πιεσοβαθμίδας, ή οποία εκφράζεται από τη κλίση των ισοβαρικών επιφανειών ως προς το οριζόντιο επίπεδο.

Έχουμε πει ότι η κλίση αυτή εκφράζει την ανύψωση μίας υδάτινης μάζας ενάντια στη βαρύτητα. Ορίζουμε το **γεωδυναμικό (geopotential)**

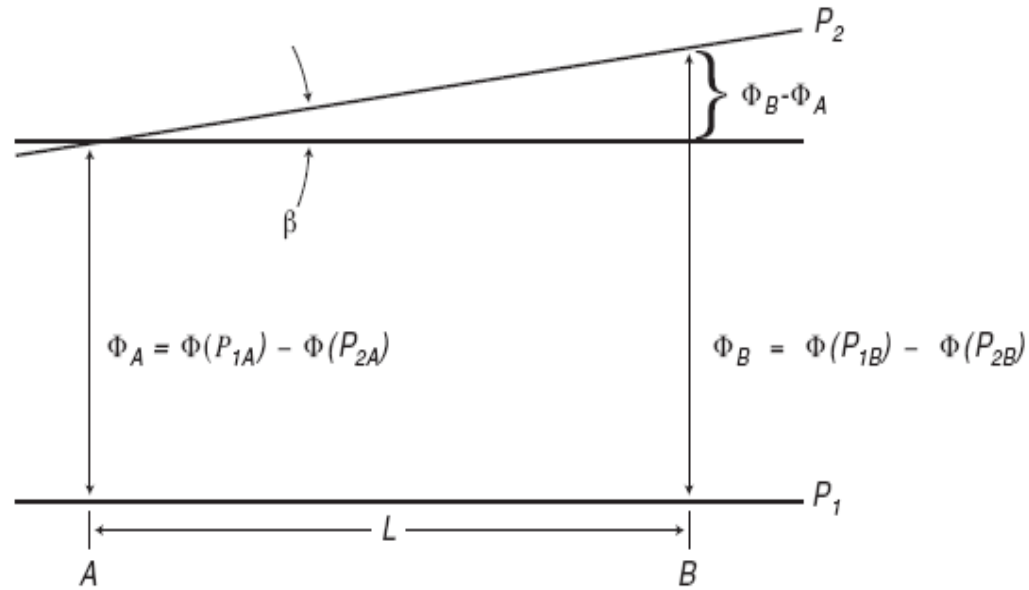
$$\Phi = \int_0^z g dz \quad \text{Το } \Phi \text{ έχει μονάδες } \text{J kg}^{-1} = \text{m}^2 \text{ s}^{-2}$$

Καθώς το  $g$  μεταβάλλεται κατά την οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση.

Ορίζουμε το γεωδυναμικό ύψος

$$Z = \Phi / 9.81$$

Ως το μέτρο της ενέργειας που απαιτείται για να ανυψώσουμε μία υδάτινη μάζα κατά  $z$  ενάντια στη βαρύτητα



Χρησιμοποιούμε μία παραλλαγή της υδροστατικής εξίσωσης

$$\frac{\delta p}{\rho} = a \delta p = -g \delta z$$

Αλλά  $a \delta p = \delta \Phi$

Όπου  $a$  ο ειδικός όγκος  $a = \alpha(T, S, p)$

Διαφορίζουμε κατά τη  $x$ -διεύθυνση

$$a \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -2\Omega \sin \phi v$$

Άρα για να λύσω τη γεωστροφική εξίσωση αρκεί να προσδιορίσω τον όρο

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

Ολοκληρώνω μεταξύ δύο ισοβαρικών επιφανειών, οπότε στο σταθμό A έχω

$$\Phi(P_{1A}) - \Phi(P_{2A}) = \int_{P_{1A}}^{P_{2A}} a(T, S, p) dp$$

Αλλά ο ειδικός όγκος γράφεται  $a(T, S, p) = a(0, 35, p) + \delta$  ← Ανωμαλία  
Ειδικού Όγκου

Αντικαθιστώ και έχω

$$\Phi(P_{1A}) - \Phi(P_{2A}) = \int_{P_{1A}}^{P_{2A}} a(0, 35, p) dp + \int_{P_{1A}}^{P_{2A}} \delta dp$$

$$\Phi(P_{1A}) - \Phi(P_{2A}) = \underbrace{(\Phi_1 - \Phi_2)_{std}}_{\text{Σταθερή Γεωδυναμική Απόσταση}} + \underbrace{\Delta \Phi_A}_{\text{Γεωδυναμική Ανωμαλία}}$$

Σταθερή  
Γεωδυναμική  
Απόσταση

Γεωδυναμική  
Ανωμαλία

$$\Delta \Phi_A = \int_{P_{1A}}^{P_{2A}} \delta dp$$

Η Σταθερή Γεωδυναμική Απόσταση είναι  $(\Phi_2 - \Phi_1) / g$

Η Γεωδυναμική Ανωμαλία είναι περίπου το 0.1% της Σταθερής Γεωδυναμικής Απόστασης

Η κλίση της ισοβαρικής επιφάνειας δίνεται από 
$$\frac{\Delta\Phi_B - \Delta\Phi_A}{L}$$

Οπότε η γεωστροφική εξίσωση γράφεται

$$V = \frac{\Delta\Phi_B - \Delta\Phi_A}{L 2\Omega \sin \phi}$$

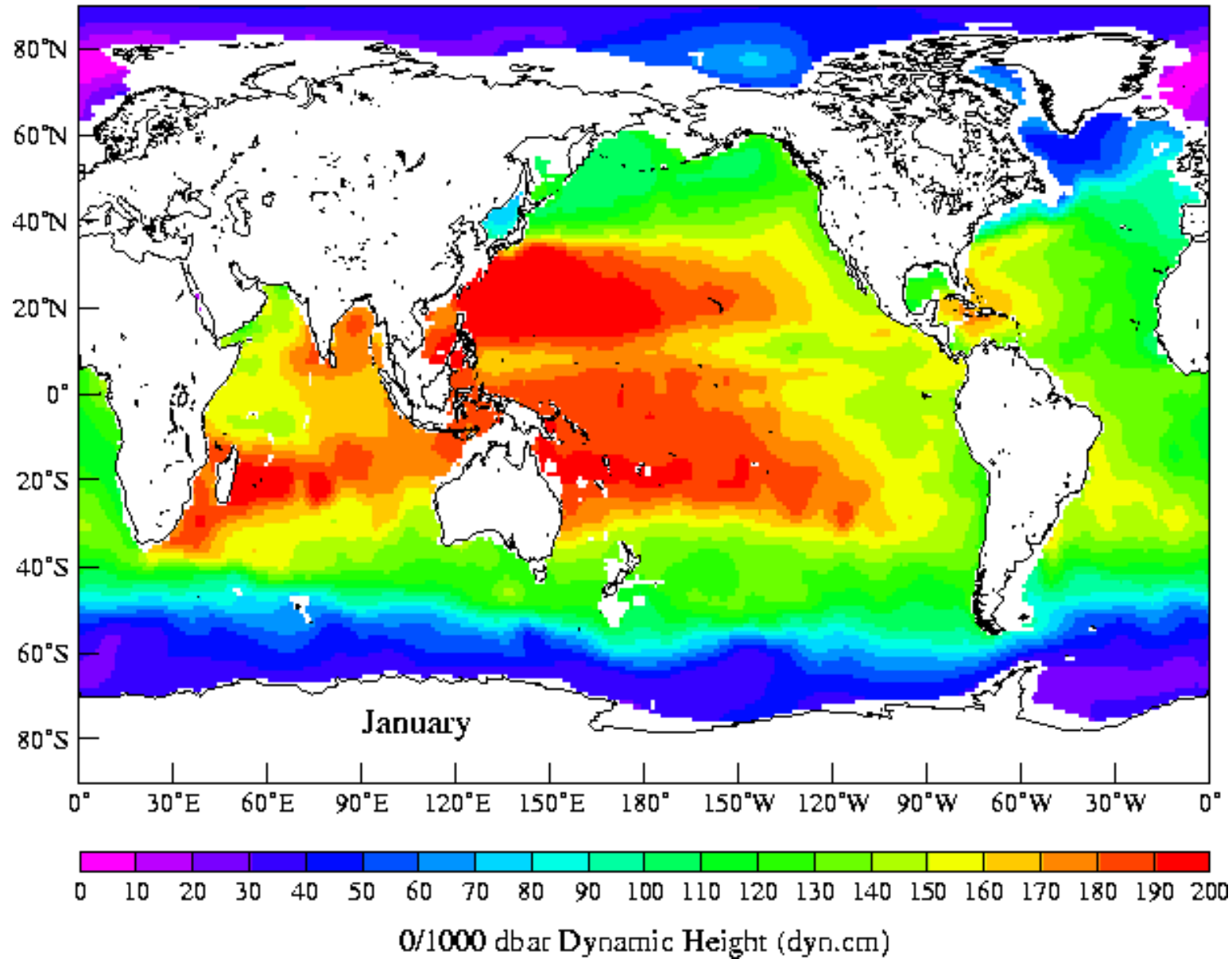
Όπου  $V$  η γεωστροφική ταχύτητα της ανώτερης από το επίπεδο αναφοράς γεωδυναμικής επιφάνειας

### **Εμπειρικός Νόμος**

**Η γεωστροφική ροή είναι τέτοια ώστε να έχει πάντα στα δεξιά της το θερμότερο και ελαφρύτερο νερό.**



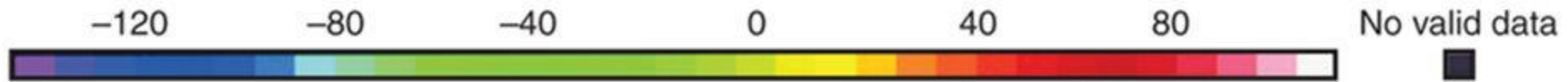
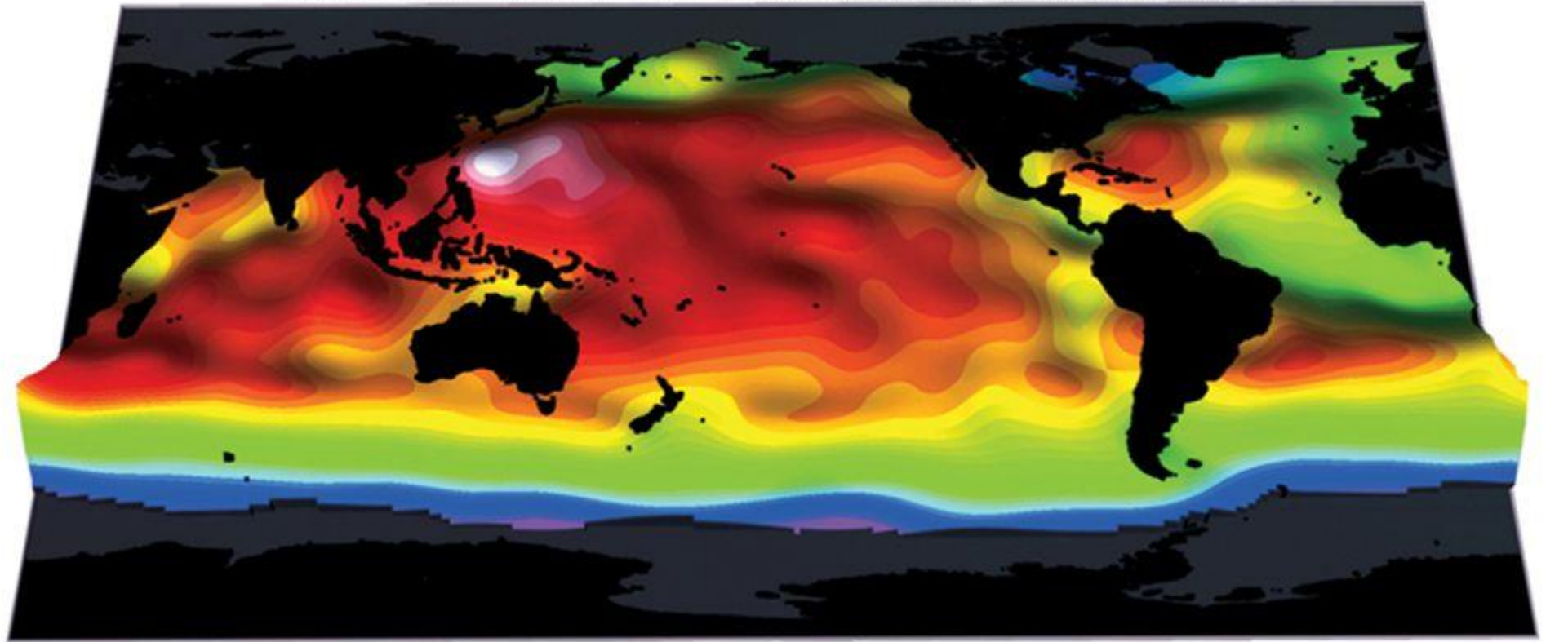
Levitus World Ocean Atlas '94  
1-Degree Dynamic Heights



**Δυναμικό Ύψος ανά  
Μήνα στον Ωκεανό**

# global dynamic height

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



Ocean Dynamic Topography (cm) Oct 3-12, 1992

© NASA

## Προφίλ Α

Depth (m)	T	S	$\rho(0,T,0)$	K(w)	K(S,T,0)	K(S,T,p)	$\rho(S,T,0)$	$\rho(S,T,p)$	sigma	alfa(S,T,p)	Delta(S,T)	delta	delta*dp	$\Delta\Phi(A)$
0	25.698	35.221	996.8668	22137.72	23768.15	23768.15	1023.296	1023.30	23.30	9.77E-04	457.45			24.22
1	25.698	35.221	996.8668	22137.72	23768.15	-3.5E+09	1023.296	1023.30	23.30	9.77E-04	457.45	457.45	0.046	24.18
10	26.763	36.106	996.5815	22191.72	23855.00	-3.6E+11	1023.629	1023.63	23.63	9.77E-04	425.65	441.55	0.397	23.78
20	26.768	36.106	996.5802	22191.96	23855.20	-1.4E+12	1023.627	1023.63	23.63	9.77E-04	425.80	425.72	0.426	23.36
30	26.676	36.107	996.6052	22187.43	23851.45	-3.2E+12	1023.657	1023.66	23.66	9.77E-04	422.93	424.37	0.424	22.93
50	24.528	36.561	997.1678	22074.52	23777.41	-9.1E+12	1024.667	1024.67	24.67	9.76E-04	326.69	374.81	0.750	22.18
75	22.753	36.614	997.5994	21970.71	23691.61	-2E+13	1025.231	1025.23	25.23	9.75E-04	272.96	299.82	0.750	21.43
100	21.427	36.637	997.9014	21886.77	23620.90	-3.6E+13	1025.624	1025.62	25.62	9.75E-04	235.59	254.27	0.636	20.80
125	20.633	36.627	998.0736	21833.83	23574.98	-5.7E+13	1025.835	1025.83	25.83	9.75E-04	215.60	225.60	0.564	20.23
150	19.522	36.558	998.3037	21756.32	23504.93	-8.2E+13	1026.078	1026.08	26.08	9.75E-04	192.46	204.03	0.510	19.72
200	18.798	36.555	998.4466	21703.63	23459.32	-1.5E+14	1026.263	1026.26	26.26	9.74E-04	174.88	183.67	0.918	18.80
250	18.431	36.537	998.5169	21676.25	23434.79	-2.3E+14	1026.343	1026.34	26.34	9.74E-04	167.33	171.11	0.856	17.95
300	18.189	36.526	998.5625	21657.95	23418.43	-3.3E+14	1026.395	1026.40	26.40	9.74E-04	162.35	164.84	0.824	17.12
400	17.726	36.477	998.6478	21622.39	23385.27	-5.8E+14	1026.473	1026.47	26.47	9.74E-04	154.99	158.67	1.587	15.54
500	17.165	36.381	998.7481	21578.32	23342.38	-9E+14	1026.536	1026.54	26.54	9.74E-04	148.99	151.99	1.520	14.02
600	15.952	36.105	998.9528	21479.32	23242.81	-1.3E+15	1026.61	1026.61	26.61	9.74E-04	141.98	145.49	1.455	12.56
700	13.458	35.776	999.3199	21259.43	23034.74	-1.7E+15	1026.901	1026.90	26.90	9.74E-04	114.35	128.16	1.282	11.28
800	11.109	35.437	999.5963	21031.48	22818.11	-2.3E+15	1027.097	1027.10	27.10	9.74E-04	95.83	105.09	1.051	10.23
900	8.798	35.178	999.7982	20786.63	22589.95	-2.8E+15	1027.29	1027.29	27.29	9.73E-04	77.46	86.65	0.866	9.36
1000	6.292	35.044	999.9333	20497.04	22328.36	-3.5E+15	1027.55	1027.55	27.55	9.73E-04	52.89	65.18	0.652	8.71
1100	5.249	35.004	999.9623	20368.87	22213.46	-4.2E+15	1027.649	1027.65	27.65	9.73E-04	43.47	48.18	0.482	8.23
1200	4.813	34.995	999.9695	20313.93	22164.63	-5E+15	1027.693	1027.69	27.69	9.73E-04	39.31	41.39	0.414	7.82
1300	4.554	34.986	999.9724	20280.91	22135.08	-5.9E+15	1027.715	1027.72	27.72	9.73E-04	37.22	38.26	0.383	7.43
1400	4.357	34.977	999.9738	20255.6	22112.32	-6.8E+15	1027.73	1027.73	27.73	9.73E-04	35.84	36.53	0.365	7.07
1500	4.245	34.975	999.9744	20241.13	22099.48	-7.8E+15	1027.74	1027.74	27.74	9.73E-04	34.84	35.34	0.353	6.72
1750	4.028	34.973	999.9749	20212.96	22074.56	-1.1E+16	1027.762	1027.76	27.76	9.73E-04	32.80	33.82	0.845	5.87
2000	3.852	34.975	999.9748	20189.95	22054.42	-1.4E+16	1027.782	1027.78	27.78	9.73E-04	30.91	31.86	0.796	5.07
2500	3.424	34.968	999.9725	20133.45	22004.29	-2.2E+16	1027.819	1027.82	27.82	9.73E-04	27.37	29.14	1.457	3.62
3000	2.963	34.946	999.9666	20071.69	21948.72	-3.1E+16	1027.846	1027.85	27.85	9.73E-04	24.88	26.13	1.306	2.31
3500	2.464	34.92	999.9562	20003.78	21887.50	-4.2E+16	1027.869	1027.87	27.87	9.73E-04	22.65	23.76	1.188	1.12
4000	2.259	34.904	999.9508	19975.56	21861.78	-5.5E+16	1027.874	1027.87	27.87	9.73E-04	22.22	22.43	1.122	0.00
								1026.38						24.22

## Προφίλ Β

Depth (m)	T	S	$\rho(0,T,0)$	K(w)	K(S,T,0)	K(S,T,p)	$\rho(S,T,0)$	$\rho(S,T,p)$	sigma	alfa(S,T,p)	Delta(S,T)	delta	delta*dp	$\Delta\Phi(B)$
0	26.148	34.646	996.7476	22160.94	23761.03	23761.03	1022.722	1022.72	22.72	9.78E-04	512.27			15.35
1	26.148	34.646	996.7476	22160.94	23761.03	-3.4E+09	1022.722	1022.72	22.72	9.78E-04	512.27	512.27	0.051	15.30
10	26.163	34.645	996.7435	22161.71	23761.64	-3.4E+11	1022.717	1022.72	22.72	9.78E-04	512.79	512.53	0.461	14.84
20	26.167	34.655	996.7425	22161.91	23762.28	-1.4E+12	1022.723	1022.72	22.72	9.78E-04	512.19	512.49	0.512	14.33
30	25.64	35.733	996.882	22134.68	23789.52	-3.2E+12	1023.7	1023.70	23.70	9.77E-04	418.83	465.51	0.466	13.86
50	18.967	35.944	998.4138	21716.08	23440.39	-8.9E+12	1025.753	1025.75	25.75	9.75E-04	223.40	321.11	0.642	13.22
75	15.371	35.904	999.0448	21430.08	23190.00	-2E+13	1026.587	1026.59	26.59	9.74E-04	144.13	183.76	0.459	12.76
100	14.356	35.897	999.1962	21341.18	23112.16	-3.6E+13	1026.805	1026.81	26.81	9.74E-04	123.45	133.79	0.334	12.42
125	13.059	35.696	999.3717	21222.17	22998.15	-5.5E+13	1026.921	1026.92	26.92	9.74E-04	112.47	117.96	0.295	12.13
150	12.134	35.567	999.4842	21133.49	22914.07	-8E+13	1027.004	1027.00	27.00	9.74E-04	104.57	108.52	0.271	11.86
200	10.307	35.36	999.6744	20948.87	22741.74	-1.4E+14	1027.18	1027.18	27.18	9.74E-04	87.89	96.23	0.481	11.38
250	8.783	35.168	999.7992	20784.97	22587.97	-2.2E+14	1027.285	1027.28	27.28	9.73E-04	77.98	82.93	0.415	10.96
300	8.046	35.117	999.8481	20702.41	22512.78	-3.1E+14	1027.359	1027.36	27.36	9.73E-04	70.94	74.46	0.372	10.59
400	6.235	35.052	999.9353	20490.16	22322.72	-5.6E+14	1027.564	1027.56	27.56	9.73E-04	51.58	61.26	0.613	9.98
500	5.23	35.018	999.9627	20366.49	22212.12	-8.7E+14	1027.663	1027.66	27.66	9.73E-04	42.21	46.89	0.469	9.51
600	5.005	35.044	999.9667	20338.22	22188.62	-1.3E+15	1027.71	1027.71	27.71	9.73E-04	37.74	39.97	0.400	9.11
700	4.756	35.027	999.9702	20306.69	22159.96	-1.7E+15	1027.725	1027.73	27.73	9.73E-04	36.29	37.01	0.370	8.74
800	4.399	34.992	999.9736	20261.01	22117.88	-2.2E+15	1027.737	1027.74	27.74	9.73E-04	35.14	35.72	0.357	8.38
900	4.291	34.991	999.9742	20247.08	22105.57	-2.8E+15	1027.748	1027.75	27.75	9.73E-04	34.10	34.62	0.346	8.03
1000	4.179	34.986	999.9746	20232.59	22092.54	-3.5E+15	1027.756	1027.76	27.76	9.73E-04	33.34	33.72	0.337	7.70
1100	4.077	34.982	999.9749	20219.34	22080.66	-4.2E+15	1027.764	1027.76	27.76	9.73E-04	32.61	32.97	0.330	7.37
1200	3.969	34.975	999.975	20205.26	22067.90	-5E+15	1027.77	1027.77	27.77	9.73E-04	32.06	32.34	0.323	7.04
1300	3.909	34.974	999.9749	20197.42	22060.94	-5.9E+15	1027.775	1027.78	27.78	9.73E-04	31.55	31.80	0.318	6.73
1400	3.831	34.973	999.9748	20187.2	22051.89	-6.8E+15	1027.782	1027.78	27.78	9.73E-04	30.86	31.20	0.312	6.41
1500	3.767	34.975	999.9746	20178.79	22044.59	-7.8E+15	1027.791	1027.79	27.79	9.73E-04	30.09	30.47	0.305	6.11
1750	3.6	34.975	999.9738	20156.78	22025.21	-1.1E+16	1027.807	1027.81	27.81	9.73E-04	28.49	29.29	0.732	5.38
2000	3.401	34.968	999.9722	20130.39	22001.60	-1.4E+16	1027.822	1027.82	27.82	9.73E-04	27.16	27.82	0.696	4.68
2500	2.942	34.948	999.9662	20068.85	21946.33	-2.2E+16	1027.849	1027.85	27.85	9.73E-04	24.55	25.85	1.293	3.39
3000	2.475	34.923	999.9565	20005.29	21889.00	-3.1E+16	1027.871	1027.87	27.87	9.73E-04	22.51	23.53	1.176	2.21
3500	2.219	34.904	999.9496	19970.03	21856.91	-4.2E+16	1027.877	1027.88	27.88	9.73E-04	21.90	22.21	1.110	1.10
4000	2.177	34.896	999.9484	19964.22	21851.35	-5.5E+16	1027.874	1027.87	27.87	9.73E-04	22.18	22.04	1.102	0.00

## Υπολογισμός Βαροκλιτικών Γεωστροφικών Ρευμάτων στην Πράξη

Στην Άσκηση 3 είχατε υπολογίσει για κάθε προφίλ  $\rho, T, S$  και σε κάθε βάθος α) τη πυκνότητα  $\rho_{T,S,p}$  και β) το  $\sigma_{T,S,p}$ .

Απλοποιημένη εξίσωση κατάστασης

$$\rho_{S,T,p} = 1027 + [a(T - 10) + b(S - 35) + kp]$$

όπου  $a = -0.15 \text{ kg/m}^3 \text{ ανά } ^\circ\text{C}$ ,  $b = 0.78 \text{ kg/m}^3 \text{ ανά psu}$ ,  $k = 4.5 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3 \text{ ανά dbar}$ .

1. Αντίστοιχα υπολογίζω τις τιμές των παραμέτρων  $\rho_{T,S,0}$  και  $\sigma_{T,S,0}$  μηδενίζοντας στη παραπάνω εξίσωση κατάστασης τη πίεση.
2. Υπολογίζω για κάθε βάθος τη παράμετρο  $\Delta_{T,S}$

$$\Delta_{S,T} = \left( \frac{1000}{1000 + \sigma_t} - 0.97266 \right) 10^{-3} / 10^{-8} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \quad \text{Θερμοστερική Ανωμαλία}$$

3. Υπολογίζω τη μέση τιμή  $\delta = (\Delta_{S,T,p} + \Delta_{S,T,p-1})/2$  μεταξύ δύο διαδοχικών τιμών θερμοστερικής ανωμαλίας

4. Πολλαπλασιάζω τη μέση τιμή σε κάθε βάθος με τη διαφορά πίεσης  $\delta\rho$

$$\delta \times \Delta\rho = \delta \times \Delta d \times 10^{-4}$$

5. Προσθέτω όλες τις τιμές  $\delta \times \Delta\rho$ , δηλ.  $\Sigma(\delta \times \Delta\rho)$ .

6. Η τιμή του αθροίσματος αντιστοιχεί στη τιμή  $\Delta\Phi$  στην επιφάνεια της στήλης.

7. Για τον υπολογισμό του  $\Delta\Phi$  σε κάθε άλλο βάθος αφαιρώ από την επιφανειακή τιμή  $\Delta\Phi$  τη τιμή  $\delta \times \Delta\rho$  του συγκεκριμένου βάθους

8. Κάνω το ίδιο και για το δεύτερο προφίλ T,S, $\rho$  και υπολογίζω τα γεωστρωφικά ρεύματα σε κάθε βάθος μέσω της γεωστρωφικής εξίσωσης.

$$V = \frac{\Delta\Phi_B - \Delta\Phi_A}{L 2\Omega \sin \phi}$$

V2-V1

-1.77  
-1.78  
-1.79  
-1.81  
-1.81  
-1.79  
-1.73  
-1.67  
-1.62  
-1.57  
-1.49  
-1.40  
-1.31  
-1.11  
-0.90  
-0.69  
-0.51  
-0.37  
-0.27  
-0.20  
-0.17  
-0.15  
-0.14  
-0.13  
-0.12  
-0.10  
-0.08  
-0.05  
-0.02  
0.00  
0.00

Για  $L = 10^5 \text{ m}$

Και για  $\phi = 45^\circ$  έχουμε  $2\Omega \sin \phi = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$$V = \frac{\Delta\Phi_B - \Delta\Phi_A}{L 2\Omega \sin \phi}$$

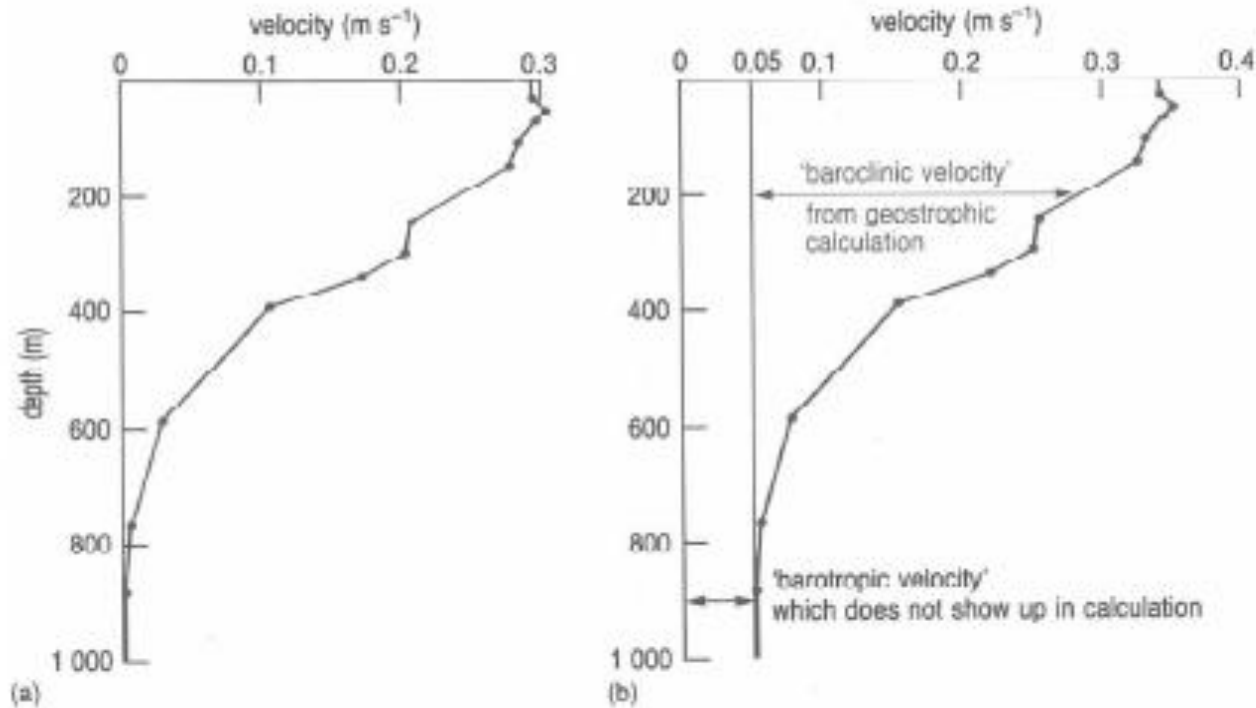


Figure 3.17 (a) Example of a profile of geostrophic current velocity, calculated on the assumption that the horizontal pressure gradient, and hence the geostrophic current velocity, are zero at 1 000 m depth (the reference level).

(b) If direct current measurements reveal that the current velocity below about 1 000 m is not zero as assumed, but some finite value (say 0.05 m s<sup>-1</sup>), the geostrophic current velocity profile would look like this. The geostrophic velocity at any depth may therefore be regarded as a combination of baroclinic and barotropic components.

**ΠΡΟΣΟΧΗ:  
ΣΤΟΝ ΒΑΡΟΚΛΙΝΙΚΟ ΩΚΕΑΝΟ ΈΧΟΥΜΕ  
ΒΑΡΟΤΡΟΠΙΚΑ (ΣΤΑΘΕΡΑ ΜΕ ΤΟ  
ΒΑΘΟΣ) ΚΑΙ ΒΑΡΟΚΛΙΝΙΚΑ  
(ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΑ ΜΕ ΤΟ ΒΑΘΟΣ)  
ΡΕΥΜΑΤΑ.**

**ΑΡΑ, ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΓΕΩΣΤΡΟΦΙΚΟ  
ΡΕΥΜΑ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΩΝ ΔΥΟ  
ΡΕΥΜΑΤΩΝ.**



⊙ = flow 'out of the page'  
⊗ = flow 'into the page'

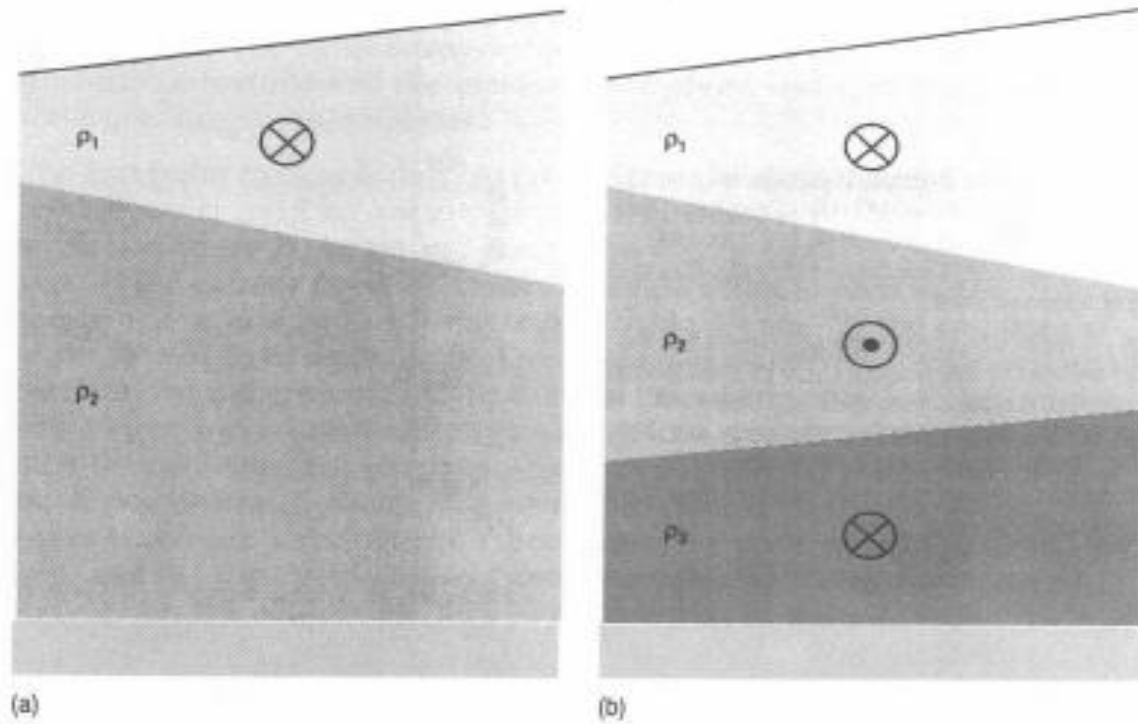


Figure 3.19 Diagrams to show how the interfaces between layers slope in the case of (a) two and (b) three homogeneous layers, where  $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ . The velocity symbols are drawn on the assumption that this is for the Northern Hemisphere.

## Μειονεκτήματα Υπολογισμού Γεωστροφικών Ρευμάτων από Υδρογραφικά Δεδομένα

Γεωστροφικά ρεύματα από υδρογραφικά δεδομένα υπολογίζονται για πολλά χρόνια, έως και τις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα. Ωστόσο, υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί:

1. Τα υδρογραφικά δεδομένα χρησιμοποιούνται μόνο για το προσδιορισμό των γεωστροφικών ρευμάτων σε σχέση με ένα άλλο επίπεδο αναφοράς.
2. Η παραδοχή του «επιπέδου μη-κίνησης» είναι κατάλληλη για τα βαθιά στρώματα του ωκεανού, αλλά δεν είναι καλή παραδοχή για τα ρηχά νερά.
3. Τα γεωστροφικά ρεύματα δεν μπορούν να υπολογισθούν από κοντινούς σε απόσταση υδρογραφικούς σταθμούς. Οι σταθμοί θα πρέπει να βρίσκονται τουλάχιστον 50 χλμ μακριά.

## Περιορισμοί Χρήσης της Γεωστροφικής Εξίσωσης

- Η γεωστροφική εξίσωση δεν είναι τέλεια.
- Αν ήταν, τότε η ροή του ωκεανού δεν θα μεταβαλλόταν στο χρόνο, καθώς η γεωστροφική εξίσωση θεωρεί μηδενική επιτάχυνση.

Υπάρχουν σημαντικοί περιορισμοί στη χρήση της:

1. Τα γεωστροφικά ρεύματα δεν μεταβάλλονται στο χρόνο, καθώς η εξίσωση αγνοεί την επιτάχυνση. Η επιτάχυνση επικρατεί σε οριζόντιες κλίμακες ροής μικρότερες από 50 χλμ και σε χρονική κλίμακα μερικών ημερών. Η επιτάχυνση είναι μικρή αλλά όχι μηδενική σε μεγαλύτερες χωρικές και χρονικές κλίμακες.
2. Η γεωστροφική ισορροπία δεν εφαρμόζεται πολύ κοντά στον Ισημερινό, όπου η Coriolis σχεδόν μηδενίζεται.
3. Η γεωστροφική ισορροπία αγνοεί τη τριβή.