

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΓΕΩΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑ (GEOSTROPHIC CIRCULATION)

Αδρανειακή Κίνηση

Αν θεωρήσουμε τις εξής παραδοχές : 1) δεν υπάρχει οριζόντια πιεσοβαθμίδα, 2) οι δυνάμεις F είναι μηδενικές, και 3) η κατακόρυφη ταχύτητα $w = 0$, τότε οι εξισώσεις κίνησης γίνονται :

$$\frac{du}{dt} = 2\Omega \sin \phi v \quad \frac{dv}{dt} = -2\Omega \sin \phi u \quad (10.1)$$

Οι εξισώσεις αυτές έχουν ως λύσεις :

$$u = V_H \sin (2 \Omega \sin \phi t)$$

$$v = V_H \cos (2 \Omega \sin \phi t)$$

όπου $V_H^2 = u^2 + v^2$. Συνεπώς, μία μάζα νερού στο B . Ημισφαίριο κινείται προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού σε οριζόντια κυκλική κίνηση, με σταθερή ταχύτητα V_H και γωνιακή ταχύτητα $2\Omega \sin \phi$. Αν η ακτίνα του κύκλου είναι B , τότε $V_H^2/B = 2\Omega \sin \phi \times V_H$ είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση που οφείλεται στην επιτάχυνση Coriolis $2\Omega \sin \phi \times V_H$. Μία τέτοια ροή επιτυγχάνεται όταν ενεργεί στην επιφάνεια της θάλασσας ο άνεμος, οπότε το νερό αποκτά ταχύτητα V_H , και στη συνέχεια όταν ο άνεμος σταματά, η μάζα του νερού κινείται αδρανειακά χωρίς τριβή. Η κίνηση αυτή ονομάζεται αδρανειακή κίνηση (inertial motion). Για ταχύτητα $V_H = 0,1$ m/sec σε γεωγραφικό πλάτος $\phi = 45^\circ$, η ακτίνα είναι $B = 1$ χλμ. Για $V_H = 1$ m/sec η ακτίνα $B = 10$ χλμ. Η φορά περιστροφής είναι ωρολογιακή (δεξιόστροφη) στο B . Ημισφαίριο.

Οριζόντια Πιεσοβαθμίδα

Η παρουσία πλευρικών ορίων στον ωκεανό, έχει σαν αποτέλεσμα τη συγκέντρωση υδάτινων μαζών στα περιθώρια των ωκεανών, δημιουργώντας μικρές αλλά σημαντικές κλίσεις στην επιφάνειά του. Οι επιφανειακές κλίσεις προκαλούν μεταβολή στην υδροστατική πίεση της υδάτινης μάζας σε κάποιο βάθος, οπότε δημιουργούνται **οριζόντιες πιεσοβαθμίδες** (pressure gradients). Προκαλείται έτσι κίνηση των υδάτινων

μαζών από τα σημεία υψηλών υδροστατικών πιέσεων προς τα σημεία χαμηλών υδροστατικών πιέσεων.

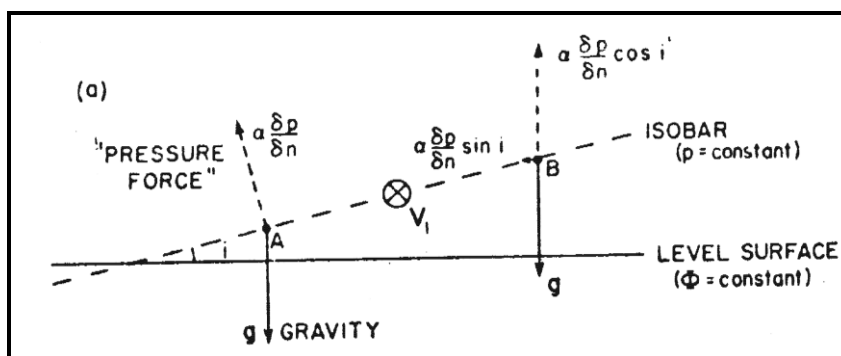
Έστω ότι σε μία υδάτινη μάζα ενεργεί μόνον η οριζόντια πιεσοβαθμίδα, τότε από την εξίσωση κίνησης έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 && \text{κατά την } x\text{-διεύθυνση} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 && \text{κατά την } y\text{-διεύθυνση} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= -g && \text{κατά την } z\text{-διεύθυνση όπου ενεργεί και η δύναμη της βαρύτητας} \end{aligned} \quad (10.2)$$

Ορίζουμε στο εσωτερικό της θάλασσας, επιφάνειες που ενώνουν σημεία ίσης πίεσης οι οποίες καλούνται **ισοβαρικές επιφάνειες** (isobaric surfaces). Για να βρούμε τις επιφάνειες αυτές πρέπει να υπολογίσουμε την υδροστατική πίεση σε διάφορα βάθη του ωκεανού. Ολοκληρώνουμε από την υδροστατική εξίσωση (10.2 κατά z-διεύθυνση) από την επιφάνεια ($z=0$) έως ένα βάθος ($-h$), και έχουμε:

$$p = \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz \quad (10.3)$$

Αν η η πυκνότητα είναι ομοιόμορφη και η στάθμη της θάλασσας είναι οριζόντια, οι ισοβαρικές καμπύλες είναι οριζόντιες. Αν όμως η στάθμη της θάλασσας, εξαιτίας διαφόρων λόγων όπως ο άνεμος, ένα βαρομετρικό σύστημα, η παλίρροια, κλπ. είναι κεκλιμένη, τότε και **οι ισοβαρικές καμπύλες θα είναι κεκλιμένες** (Σχήμα 10.1).



Σχήμα 10.1. Πιεσοβαθμίδες σε σχέση με τις ισοβαρείς επιφάνειες και το επίπεδο της θάλασσας για το Βόρειο ημισφαίριο. Η κλίση των ισοβαρικών καμπυλών προκαλεί γεωστροφική ροή. Η γεωστροφική ταχύτητα V_1 έχει διεύθυνση προς το χαρτί.

Αν οι ισοβαρικές καμπύλες είναι κεκλιμένες τότε με βάση την γεωστροφική εξίσωση θα παραχθεί ρεύμα. Μόλις η υδάτινη μάζα κινηθεί θα ενεργήσει πάνω της η δύναμη Coriolis. Αν στη κινούμενη υδάτινη μάζα ενεργεί από την μία πλευρά η πιεσοβαθμίδα και από την άλλη η δύναμη Coriolis, τότε αυτή βρίσκεται σε κατάσταση **γεωστροφικού ισοζυγίου** (geostrophic balance) και το ρεύμα που προκαλείται ονομάζεται **γεωστροφικό ρεύμα** (geostrophic current). Γράφουμε τις γεωστροφικές εξισώσεις στις τρεις διευθύνσεις:

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= \rho f v && \text{κατά την } x\text{-διεύθυνση} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= -\rho f u && \text{κατά την } y\text{-διεύθυνση} \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho g && \text{κατά την } z\text{-διεύθυνση}\end{aligned}\tag{10.4}$$

Όπου f η παράμετρος Coriolis ($\sim 10^{-4} \text{ s}^{-1}$).

Λύνουμε τις γεωστροφικές εξισώσεις:

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \text{και} \quad v = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x}\tag{10.5}$$

Όπου p είναι η υδροστατική πίεση η οποία αναλύεται στην ατμοσφαιρική πίεση p_0 και στην πίεση της υδάτινης στήλης, δηλαδή:

$$p = p_0 + \int_{-h}^{\zeta} g(\phi, z)\rho(z)dz$$

όπου ζ η απόκλιση (άνοδος ή βύθιση) της ελεύθερης στάθμης της θάλασσας από το οριζόντιο επίπεδο. Έτσι η στάθμη της θάλασσας σε κάθε θέση μπορεί να βρίσκεται υψηλότερα ή χαμηλότερα της ισοβαρικής επιφάνειας $z=0$ (οριζόντιο επίπεδο), οπότε δημιουργείται πιεσοβαθμίδα και παράγεται επιφανειακό ρεύμα u_s .

Αντικαθιστώντας τη πίεση στις παραπάνω σχέσεις:

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} g(\phi, z)\rho(z)dz - \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial y}\tag{10.6}$$

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\zeta} g(\phi, z)\rho(z)dz - u_s\tag{10.7}$$

Όμοια για την y -διεύθυνση έχουμε:

$$v = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz + \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (10.8)$$

$$v = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 g(\phi, z) \rho(z) dz + v_s \quad (10.9)$$

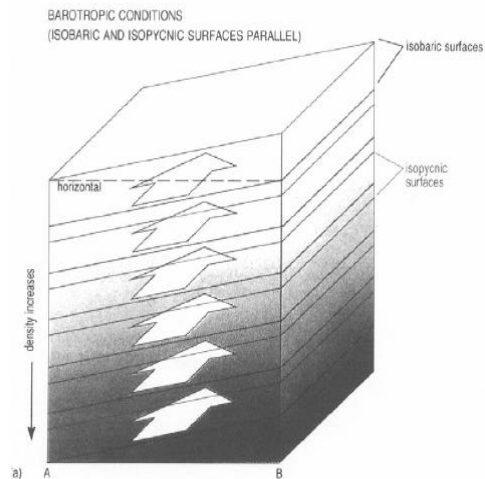
Οι δύο όροι των παραπάνω εξισώσεων που περιγράφουν την γεωστροφική ταχύτητα στην θάλασσα αντιστοιχούν στις δύο καταστάσεις/συνθήκες που επικρατούν στο πραγματικό περιβάλλον:

- Η πλέον απλή συνθήκη είναι να θεωρήσουμε τον **ωκεανό οριζόντια ομοιόμορφης πυκνότητας** (δηλαδή δεν υπάρχουν οριζόντιες πυκνοβαθμίδες, $\partial\rho/\partial x = \partial\rho/\partial y = 0$ και $\partial\rho/\partial z = c$), και ότι και η βαρύτητα είναι σταθερή ($g(\phi, z) = c$). Τότε ο πρώτος όρος των παραπάνω εξισώσεων (10.7) και (10.9) είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι η πιεσοβαθμίδα παράγεται λόγω μεταβολής της στάθμης της θάλασσας (δεύτερος όρος στις παραπάνω εξισώσεις). Η συνθήκη κατά την οποία οι πιεσοβαθμίδες παράγονται μόνο λόγω της επίδραση της μεταβολής της στάθμης της θάλασσας καλείται **βαροτροπική συνθήκη** και ο ωκεανός που βρίσκεται σε αυτήν ονομάζεται **βαροτροπικός ωκεανός** (barotropic ocean). Έτσι, οι οριζόντιες πιεσοβαθμίδες στο εσωτερικό του ωκεανού έχουν ίδια κλίση με τη πιεσοβαθμίδα που δημιουργείται στην επιφάνεια της θάλασσας ($z=0$). **Αυτό σημαίνει ότι τα βαροτροπικά γεωστροφικά ρεύματα που παράγονται από τις βαροτροπικές πιεσοβαθμίδες είναι ίσης ταχύτητας και διεύθυνσης με το βάθος.**

Άρα, στον βαροτροπικό ωκεανό ισχύει:

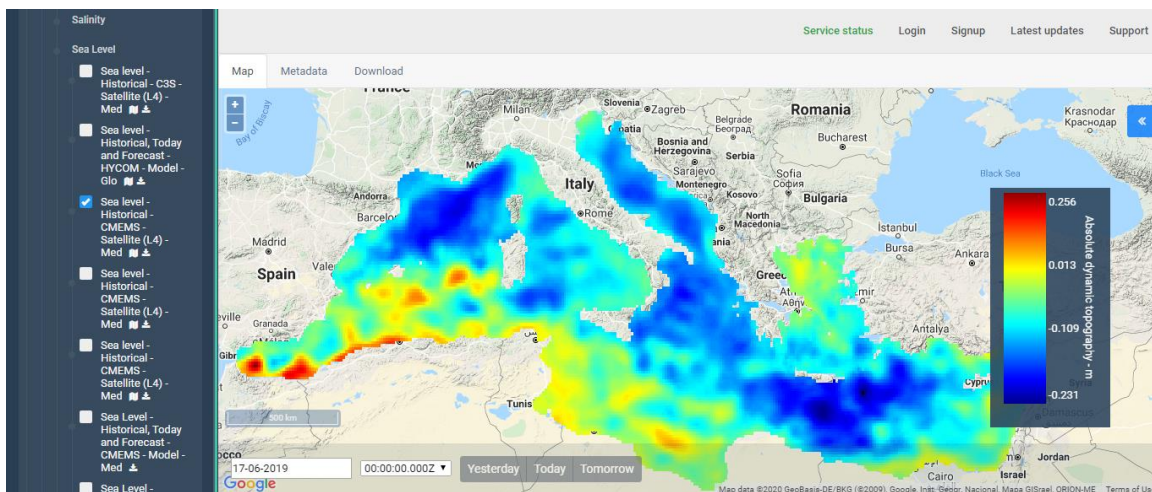
$$u_{barotropic} = -\frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad \text{και} \quad v_{barotropic} = \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (10.10)$$

Στον βαροτροπικό ωκεανό οι ισοβαρικές επιφάνειες και οι ισοπυκνες επιφάνειες είναι παράλληλες μεταξύ τους (Σχήμα 10.2).



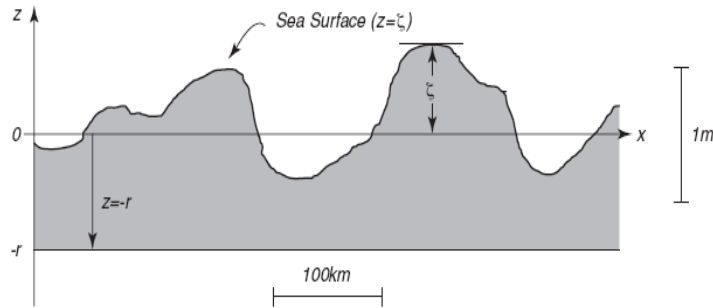
Σχήμα 10.2. Κατανομή ισοβαρικών, ισόπυκνων και γεωστροφικών ρευμάτων σε βαροτροπικό ωκεανό.

Πως όμως μπορούμε να υπολογίσουμε την κλίση της στάθμης της θάλασσας κατά την x- και y- διεύθυνση? Για να το κάνουμε αυτό χρησιμοποιούμε δορυφορικές εικόνες που περιγράφουν την μεταβολή της στάθμης της θάλασσας π.χ, στην Μεσόγειο, από όπου υπολογίζουμε τα βαροτροπικά γεωστροφικά ρεύματα (Σχήμα 10.3).



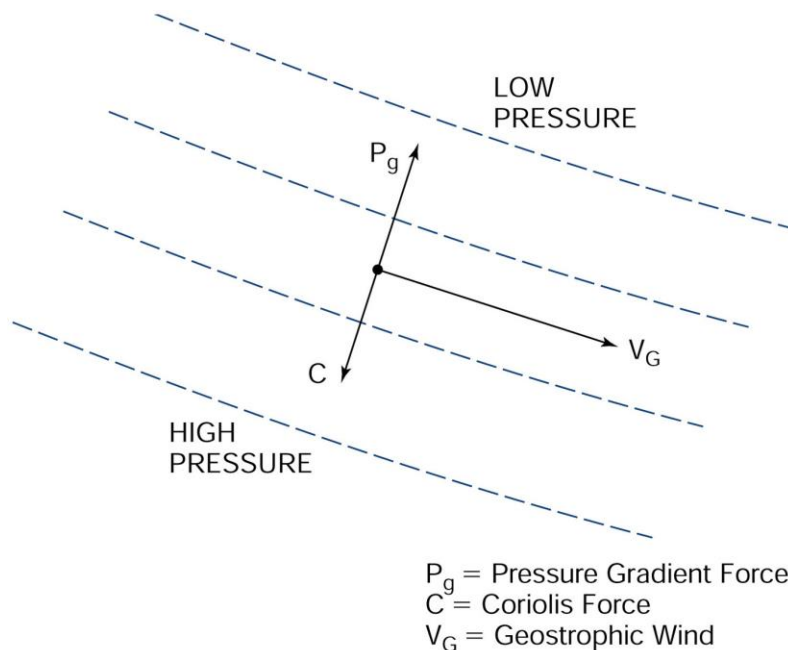
Σχήμα 10.3. Κατανομή της μεταβολής της στάθμης θάλασσας στις 17/6/2019 από δορυφορική εικόνα (από πλατφόρμα ODYSSEA).

Δημιουργώντας μια τομή κατά μήκος οποιασδήποτε διεύθυνσης παίρνουμε την οριζόντια διακύμανση της στάθμης της θάλασσας κατά την διεύθυνση αυτή. Πρόκειται για μεταβολή μερικών εκατοστών του μέτρου σε τομή απόστασης αρκετών χιλιομέτρων (Σχήμα 10.4).



Σχήμα 10.4. Μεταβολή στάθμης θάλασσας κατά μήκος τυπικής διατομής.

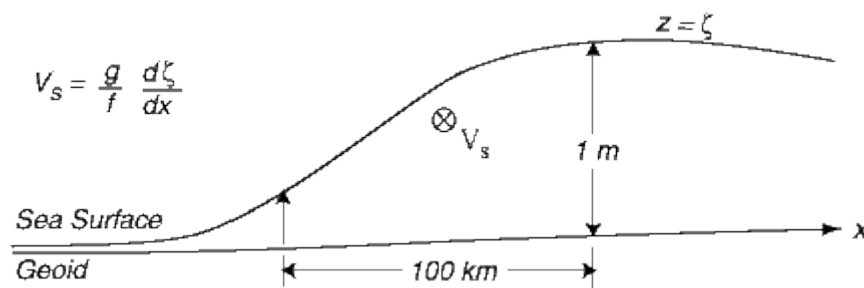
Έχουμε εξηγήσει ότι στην γεωστροφική εξίσωση η πιεσοβαθμίδα αντισταθμίζεται από την δύναμη Coriolis. Άρα, σε μία περιοχή όπου η στάθμη θάλασσας είναι ανυψωμένη, η υδροστατική πίεση σε κάποιο βάθος αναφοράς (π.χ., 1000 μ) θα είναι αυξημένη σε σχέση με μία άλλη περιοχή όπου η στάθμη θάλασσας εμφανίζει πτώση. Θα δημιουργηθεί πιεσοβαθμίδα από την περιοχή υψηλής προς την περιοχή χαμηλής πίεσης και η υδάτινη μάζα θα κινηθεί. Μόλις ξεκινήσει την κίνησή της η δύναμη Coriolis θα ενεργήσει προκαλώντας απόκλιση στην κίνηση της υδάτινης μάζας (στα δεξιά της κίνησης στο Β. Ημισφαίριο, και αντίθετα στο Νότιο). Στο τέλος η μάζα νερού θα κινηθεί κάθετα στην πιεσοβαθμίδα έχοντας στα αριστερά την πιεσοβαθμίδα και στα δεξιά της την δύναμη Coriolis (Σχήμα 10.5).



Σχήμα 10.5. Κίνηση μάζας νερού με την πιεσοβαθμίδα στα αριστερά της και την δύναμη Coriolis στα δεξιά της.

Έστω πιεσοβαθμίδα με διεύθυνση Α-Δ. Το νερό κινείται αρχικά δυτικά, ωστόσο λόγω της επίδρασης της δύναμης Coriolis αρχίζει να εκτρέπεται δεξιόστροφα και να κινείται βόρεια. Έτσι, στη κατάσταση ισορροπίας, το νερό κινείται βόρεια και εξισορροπείται από τη δύναμη Coriolis που ενεργεί προς τα ανατολικά και τη πιεσοβαθμίδα που ενεργεί προς τα δυτικά. Συνεπώς τα γεωστροφικά ρεύματα αντί να κινούνται αντίθετα προς τη πιεσοβαθμίδα κινούνται κάθετα ως αυτή.

Εφαρμόζοντας τα παραπάνω στο Σχήμα 10.6 έχουμε την κίνηση της υδάτινης μάζας προς το χαρτί (κάθετα στην πιεσοβαθμίδα), με την πιεσοβαθμίδα στα αριστερά της και την δύναμη Coriolis στα δεξιά της κίνησής της.



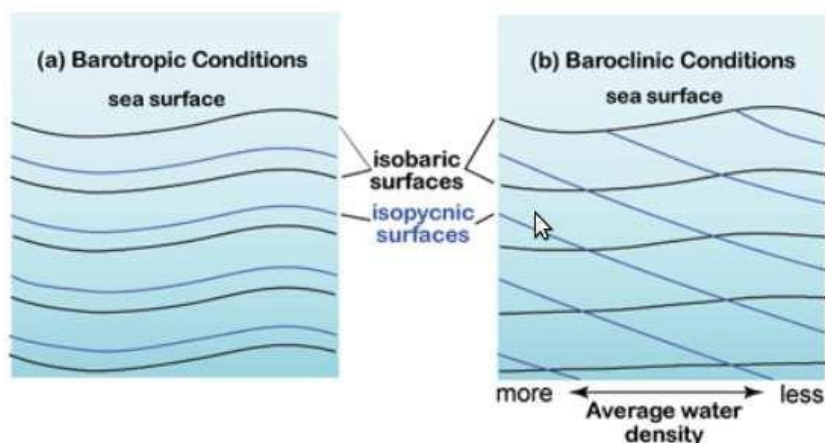
Σχήμα 10.6. Μεταβολή στάθμης θάλασσας και ανάπτυξη βαροτροπικής πιεσοβαθμίδας στην επιφάνεια του ωκεανού με αποτέλεσμα την δημιουργία γεωστροφικού ρεύματος προς το χαρτί.

- Η δεύτερη πιο σύνθετη συνθήκη είναι να θεωρήσουμε τον **ωκεανό στρωματοποιημένο κατακόρυφα και να θεωρήσουμε σημαντικές τις οριζόντιες πυκνοβαθμίδες**. Τότε η οριζόντια πιεσοβαθμίδα έχει δύο όρους: έναν όρο λόγω της κλίσης της στάθμης της θάλασσας (**βαροτροπικό όρο**), και έναν επιπλέον όρο λόγω των οριζόντιων διαφορών πυκνότητας (**βαροκλινικό όρο**).

$$u = -\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^0 g(\varphi, z) \rho(z) dz - u_s$$

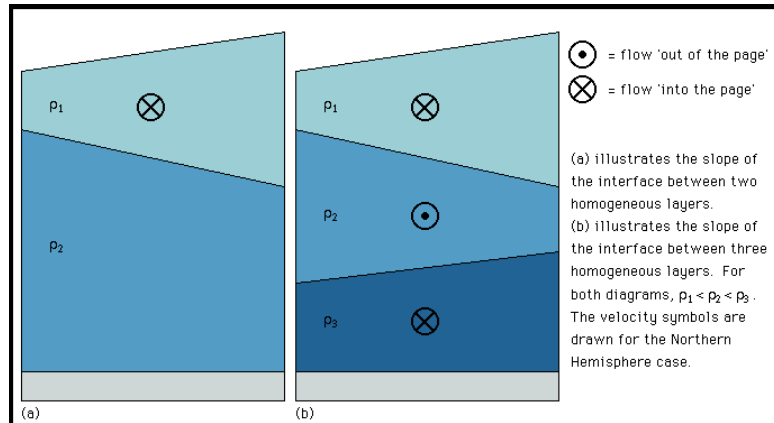
$$v = \underbrace{\frac{1}{f\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^0 g(\varphi, z) \rho(z) dz}_{\text{Βαροκλινικός Όρος}} + \underbrace{v_s}_{\text{Βαροτροπικός Όρος}}$$

Ο βαροκλιτικός όρος ονομάζεται και **σχετική ταχύτητα** διότι ο υπολογισμός του προϋποθέτει τη γνώση της ταχύτητας ροής (u_0, v_0) στην επιφάνεια της θάλασσας ή σε κάποιο άλλο βάθος. Στον **Βαροκλιτικό Ωκεανό** οι ισόπυκνες και οι ισοβαρικές επιφάνειες δεν είναι παράλληλες, αλλά τέμνονται λόγω των πλευρικών διαφορών πυκνότητας. Οι ισόπυκνες επιφάνειες τέμνουν και τη στάθμη της θάλασσας (Σχήμα 10.7). Σε μικρά βάθη, οι ισοβαρικές επιφάνειες είναι σχεδόν παράλληλες με την επιφάνεια της θάλασσας. Με την αύξηση του βάθους, η κλίση των ισοβαρικών επιφανειών σταδιακά μειώνεται και οι ισοβαρικές γίνονται σχεδόν οριζόντιες. Αυτό σημαίνει ότι **στον βαροκλιτικό ωκεανό οι ταχύτητες δεν είναι ίσες κατακόρυφα, αλλά η έντασή τους μεταβάλλεται με βάση την κλίση των ισοβαρικών επιφανειών**. Όσο πιο οριζόντιες είναι οι ισοβαρικές επιφάνειες τόσο πιο χαμηλή είναι η ένταση του βαροκλιτικού γεωστροφικού ρεύματος (σε μεγάλα βάθη). Αντίθετα, όσο πιο έντονη είναι η κλίση των ισοβαρικών επιφανειών ως προς το οριζόντιο επίπεδο τόσο πιο υψηλή είναι η ταχύτητα του βαροκλιτικού γεωστροφικού ρεύματος.



Σχήμα 10.7. Σχέση ισοβαρικών και ισόπυκνων επιφανειών (α) στον βαροτροπικό, και (β) στον βαροκλιτικό ωκεανό.

Η κατάσταση αυτή συμβαίνει σε μία λίμνη όπου η κατανομή της πυκνότητας εξαρτάται από τη θερμοκρασία ($\rho = \rho(T, p)$) ή στην θάλασσα όπου η πυκνότητα είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας, της αλατότητας και της πίεσης ($\rho = \rho(S, T, p)$). Γενικά, θεωρούμε **τα επιφανειακά 1000 μ του ωκεανού ως βαροκλιτικό πεδίο και από τα 1000 μ. μέχρι το πυθμένα ως βαροτροπικό πεδίο**.



Σχήμα 10.8. Το βαροκλινικό πεδίο του ωκεανού.

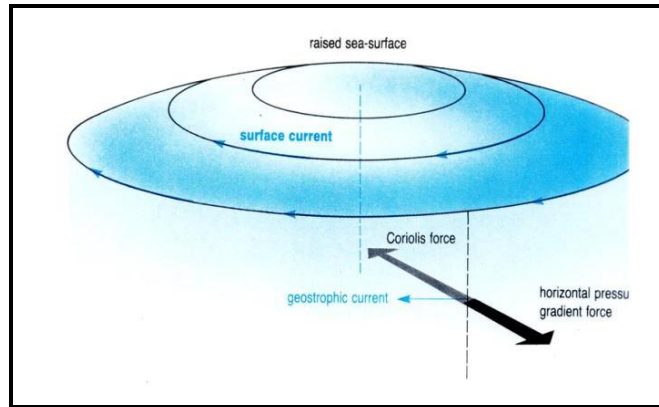
Γεωστροφικά Ρεύματα

Γεωστροφικά ρεύματα (ρεύματα στα οποία η οριζόντια πιεσοβαθμίδα εξισορροπείται από τη δύναμη Coriolis) μπορούν να προκληθούν και σε βαροτροπικές και σε βαροκλινικές συνθήκες. Αν η επιφάνεια της θάλασσας και οι ισοβαρικές καμπύλες έχουν γωνία κλίσης (i) ως προς το οριζόντιο επίπεδο, τότε η πιεσοβαθμίδα που ενεργεί σε μάζα νερού m είναι: $mg \tan i$. Η δύναμη Coriolis που ενεργεί στη μάζα νερού m είναι: mfu , όπου f η παράμετρος Coriolis και u η ταχύτητα του νερού. Σε κατάσταση γεωστροφικής ισορροπίας η οριζόντια πιεσοβαθμίδα και η δύναμη Coriolis εξισορροπούνται (Σχήμα 10.9), και επομένως :

$$m g \tan i = m f u \Rightarrow \tan i = \frac{f u}{g} \quad (10.11)$$

Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι η οριζόντια πιεσοβαθμίδα όπως και η Coriolis είναι σχετικά μικρού μεγέθους, της τάξης των 10^{-4} N/kg, θεωρούνται όμως από τις πιο σημαντικές δυνάμεις που ενεργούν κατά την οριζόντια διεύθυνση.

Από τη παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι η γεωστροφική ταχύτητα είναι ανάλογη της κλίσης ($\tan i$), δηλ. όσο μεγαλύτερη η γωνία κλίσης, τόσο μεγαλύτερη και η γεωστροφική ταχύτητα. Άρα, σε συνθήκες βαροτροπικού ωκεανού, η γεωστροφική ταχύτητα είναι σταθερή με το βάθος, ενώ σε συνθήκες βαροκλινικού ωκεανού η γεωστροφική ταχύτητα μεταβάλλεται με το βάθος και μηδενίζεται εκεί όπου οι ισοβαρείς επιφάνειες είναι οριζόντιες.



Σχήμα 10.9. Εξισορρόπηση δύναμης Coriolis και πιεσοβαθμίδας.

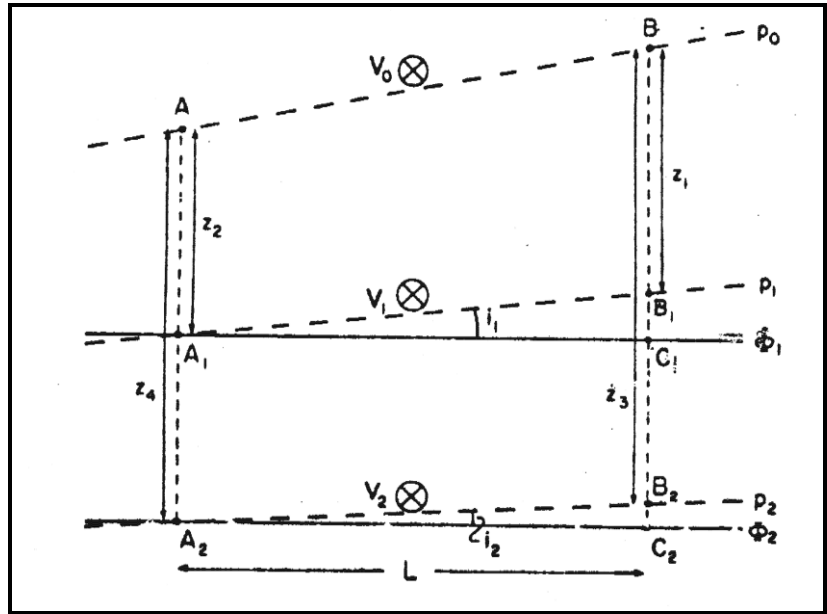
Προσδιορισμός Έντασης Γεωστροφικών Ρευμάτων

Ο προσδιορισμός της έντασης των γεωστροφικών ρευμάτων σε βαροτροπικές συνθήκες σημαίνει τη μέτρηση της κλίσης της επιφάνειας της θάλασσας. Πρακτικά, αυτό μπορεί να γίνει μόνο κατά μήκος στενών θαλάσσιων περιοχών με τη χρήση παλιρροιογράφων. Όμως η κατανομή της πυκνότητας, όπως προσδιορίζεται από τη κλίση των ισόπυκνων καμπυλών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το προσδιορισμό της γεωστροφικής ταχύτητας στον ανοικτό ωκεανό. Στο βαροτροπικό ωκεανό, οι ισοβαρικές είναι παράλληλες με τις ισόπυκνες και μπορούμε να υπολογίσουμε τη γεωστροφική ταχύτητα (α) από την κλίση της επιφάνειας της θάλασσας ως προς το οριζόντιο επίπεδο, (β) από τη κλίση των ισοπυκνών καμπυλών. Σε κάθε περίπτωση έστω η κλίση των ισοβαρικών είναι $\tan i$, τότε:

$$u = \left(\frac{g}{f} \right) \tan i \quad (10.12)$$

σε όλα τα βάθη της υδάτινης στήλης.

Αντίθετα, σε βαροκλιλικές συνθήκες, η γεωστροφική ταχύτητα μεταβάλλεται με το βάθος, οπότε η χρήση των ισοπυκνών καμπυλών μπορεί να βοηθήσει μόνο στο προσδιορισμό **σχετικών ταχυτήτων** (δηλ. διαφορών ταχυτήτων ως προς ένα βάθος αναφοράς). Για μεγαλύτερη ευκολία θεωρούμε ότι σε κάποιο βάθος υπάρχει ένα επίπεδο αναφοράς όπου οι ισοβαρείς και οι ισόπυκνες καμπύλες είναι οριζόντιες και άρα η πιεσοβαθμίδα και συνεπώς και η γεωστροφική ταχύτητα μηδενίζονται. Οι σχετικές αυτές ταχύτητες που υπολογίζονται ως προς αυτό το επίπεδο αναφοράς θεωρούνται **απόλυτες ταχύτητες**.



Σχήμα 10.10. Σχηματικό διάγραμμα για τη διατύπωση της γεωστροφικής εξίσωσης στον βαροκλινικό ωκεανό. Παρατηρούμε ότι οι ισοβαρικές ρ_0 , ρ_1 , ρ_2 έχουν διαφορετικές γωνίες κλίσης i_0 , i_1 , i_2 .

Στο Σχήμα 10.4 θεωρούμε προφίλ θερμοκρασίας και αλατότητας, από όπου υπολογίζουμε τη μέση πυκνότητα ρ μεταξύ των βαθών z_0 και z_1 και βρίσκουμε ότι $\rho_A > \rho_B$. Η απόσταση μεταξύ των ισόπυκνων καμπυλών ρ_1 και ρ_2 είναι μεγαλύτερη στο σημείο B από ότι στο A, καθώς η υδροστατική πίεση είναι $\rho g h$, όπου h το ύψος της υδάτινης στήλης. Η ισοβαρής ρ_1 έχει γωνία κλίσης i_1 μεταξύ των σημείων A και B, η οποία προσδιορίζεται ως:

$$\tan i_1 = \frac{h_B - h_A}{L} \quad \text{όπου } L \text{ η οριζόντια απόσταση των A και B.}$$

Αντικαθιστούμε και για $\tan i_1$ και έχουμε:

$$u = \frac{g}{f} \left(\frac{h_B - h_A}{L} \right) \tag{10.13}$$

Οι υδροστατικές πιέσεις ρ_1 και ρ_0 στα σημεία A και B είναι ίσες:

$$\rho_A g h_A = \rho_B g h_B$$

$$h_A = h_B (\rho_B / \rho_A)$$

Αντικαθιστώντας για h_A έχουμε:

$$u = \frac{g}{f} \left(\frac{h_B - h_A \frac{\rho_B}{\rho_A}}{L} \right) \Rightarrow u = \frac{g h_B}{f L} \left(1 - \frac{\rho_B}{\rho_A} \right)$$

Γεωστροφική Εξίσωση

Προκύπτει έτσι η γεωστροφική ταχύτητα ως συνάρτηση της κατανομής πυκνότητας μεταξύ των σημείων A και B. Το αποτέλεσμα των υπολογισμών των εξισώσεων αυτών δίνει τη τιμή της ταχύτητας ($V_1 - V_2$) η οποία είναι η διαφορά ταχύτητας μεταξύ του επιπέδου πίεσης p_1 και p_2 . Για τον προσδιορισμό της πίεσης χρησιμοποιούμε το $p = -10^4 z$. Η διεύθυνση της ταχύτητας είναι κάθετη στη γραμμή AB. Στο B. ημισφαίριο κατευθύνεται 'μέσα στο χαρτί' ενώ στο N. ημισφαίριο θα κατευθύνεται 'έξω από το χαρτί'.

Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται γεωστροφική εξίσωση, διότι εκφράζει την ισορροπία μεταξύ της πιεσοβαθμίδας και της δύναμης Coriolis. Υπολογίζοντας τη κλίση i της ισοβαρικής επιφάνειας, μπορούμε να υπολογίσουμε με τη παραπάνω εξίσωση τη ταχύτητα V . Επειδή όμως η μέτρηση της κατανομής της πίεσης δεν είναι εύκολη στο πεδίο, χρησιμοποιούμε τη κατανομή της πυκνότητας ρ , μέσω της υδροστατικής εξίσωσης $p = - \int \rho g dz$.

Η γεωστροφική εξίσωση χρησιμοποιείται από τους ωκεανογράφους για τον υπολογισμό των ρευμάτων, επειδή η μέτρηση ρευμάτων στη θάλασσα είναι ιδιαίτερα δύσκολη και μεγάλου κόστους επιχείρηση. Η μέτρηση ρευμάτων πρέπει να γίνει από αγκυροβολημένο σκάφος με τη καταβύθιση ρευματογράφου, σε ένα μόνο σημείο και σε ένα μόνο βάθος. Επιπλέον, η κίνηση του σκάφους σε σχέση με την αγκύρωση δημιουργεί πρόσθετο 'θόρυβο' στις μετρούμενες τιμές ρευμάτων. Στα βαθιά νερά που η αγκύρωση σκάφους είναι αδύνατη, το σφάλμα μέτρησης είναι ακόμη μεγαλύτερο. Η χρήση αλυσιδωτών ρευματογράφων αγκυροβολημένων σε μία θέση λύνουν το πρόβλημα, αλλά αυξάνουν σημαντικά το κόστος.

Η γεωστροφική μέθοδος υπολογισμού των ρευμάτων απαιτεί πληροφορίες κατανομής της πυκνότητας στην ωκεάνεια περιοχή μελέτης. Οι πληροφορίες αυτές είναι ευκολότερο να συλλεχθούν από ωκεανογραφικά σκάφη από το να μετρήσουμε άμεσα τα ρεύματα. Αν και η μέθοδος έχει σοβαρά μειονεκτήματα, αν χρησιμοποιηθεί σωστά

και σε συνδυασμό με άλλες πληροφορίες μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στη κατανόηση της δυναμικής της περιοχής.

Μετατροπή Γεωστροφικής Εξίσωσης

Έστω ότι (α) στη ροή δεν υπάρχει επιτάχυνση, δηλαδή

$$\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{dw}{dt} = 0$$

(β) η κατακόρυφη ταχύτητα w είναι μικρή σε μέγεθος, (γ) ο όρος $[2\Omega \cos\phi w]$ θεωρείται αμελητέος, και (δ) όλες οι δυνάμεις $F = 0$.

Η z-εξίσωση της κίνησης γίνεται :

$$0 = 2\Omega \cos\phi u - a \frac{\partial p}{\partial z} - g$$

$$\delta p = -\rho \delta z (g - 2\Omega \cos\phi u)$$

Η οποία είναι η υδροστατική εξίσωση με τη προσθήκη του όρου Coriolis. Ο όρος αυτός είναι μικρός για μεσαία γεωγραφικά πλάτη, π.χ., για $\phi=45^\circ$ $u = 2,5$ m/sec η τιμή του όρου Coriolis γίνεται $2,6 \times 10^{-4}$ m/sec² που θεωρείται αμελητέος σε σχέση με την επιτάχυνση της βαρύτητας. Συνεπώς, ισχύει η υδροστατική εξίσωση με την απαιτούμενη ακρίβεια για ένα ρεαλιστικό ωκεανό.

Οι x- και y- εξισώσεις κίνησης γίνονται :

$$0 = 2\Omega \sin\phi v - a \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$0 = -2\Omega \sin\phi u - a \frac{\partial p}{\partial y}$$

οι οποίες σημαίνουν ότι για την οριζόντια κίνηση Δύναμη Coriolis = - Πιεσοβαθμίδα. Στις εξισώσεις αυτές η x-πιεσοβαθμίδα ($\partial p/\partial x$) σχετίζεται με τη v-ταχύτητα, ενώ η y-πιεσοβαθμίδα ($\partial p/\partial y$) σχετίζεται με τη u-ταχύτητα. Οι εξισώσεις αυτές μπορούν να συνδυαστούν σε μία εξίσωση :

$$2\Omega \sin\phi V_H = a \frac{\partial p}{\partial n_H} \quad (10.14)$$

όπου V_H = το διανυσματικό άθροισμα των u και v

και $\partial p/\partial n$ = η οριζόντια πιεσοβαθμίδα κάθετη στη διεύθυνση του V_H .

Θα πρέπει να θυμόμαστε τη σειρά ανάπτυξης του φαινομένου της ροής με βάση της γεωστροφική εξίσωση:

1. Η πιεσοβαθμίδα δημιουργείται με κάποιο τρόπο,
2. το ρευστό ξεκινά κινείται με τη κατεύθυνση της πιεσοβαθμίδας,
3. στο ρευστό ενεργεί η Coriolis δύναμη και το εκτρέπει δεξιόστροφα στο Β. ημισφαίριο,
4. το ρευστό κινείται κατά μήκος των ισοβαρικών επιφανειών, δηλ. κατά μήκος της κλίσης και όχι εγκάρσια προς αυτή, με τη πιεσοβαθμίδα να εφαρμόζεται προς τα κάτω της κλίσης και τη δύναμη Coriolis να αναπτύσσεται προς τα πάνω της κλίσης.

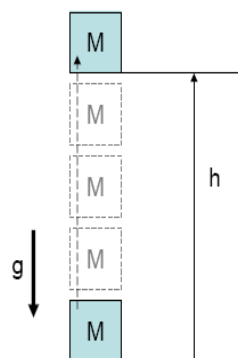
Δυναμική Τοπογραφία (Dynamic Topography)

Έχουμε δει ως τώρα, ότι ο προσδιορισμός των γεωστροφικών ρευμάτων απαιτεί τη γωνία κλίσης των ισοβαρών επιφανειών από το οριζόντιο επίπεδο. Όμως στον ωκεανό ποιο είναι το οριζόντιο επίπεδο;

Η πιο απλή απάντηση αναφέρει ότι **το οριζόντιο επίπεδο είναι κάθετο στη διεύθυνση της δύναμης της βαρύτητας**. Στο σημείο αυτό θα εισάγουμε την έννοια του **γεωδυναμικού** (geopotential). Η ποσότητα

$$dw = Mgdz \quad (10.15)$$

είναι η δυναμική ενέργεια που απαιτείται για να ανέλθει μία μάζα M σε κατακόρυφη απόσταση dz ενάντια στη δύναμη της βαρύτητας (Σχήμα 10.11).



$$Work = mgh$$

Σχήμα 10.11. Έργο που απαιτείται για να ανέλθει μία μάζα νερού κατά κατακόρυφη απόσταση h ενάντια στην δύναμη της βαρύτητας.

Αν λοιπόν ορίσουμε ως γεωδυναμικό (Φ) μία ποσότητα τέτοια ώστε η μεταβολή της ($d\Phi$) κατά τη κατακόρυφη απόσταση dz να δίνεται ως:

$$Md\Phi = dw = Mgdz \text{ (Joules), άρα διαιρώντας με την μάζα } M$$

$$d\Phi = g dz \text{ παίρνω την μεταβολή της ενέργειας ανά μονάδα μάζας.}$$

Αλλά $gdz = \alpha dp$ από την υδροστατική εξίσωση.

Ολοκληρώνοντας από το βάθος z_1 ως το βάθος z_2 :

$$\int_1^2 d\Phi = \int_1^2 g dz = - \int_1^2 \alpha dp$$

Αν θέσουμε $\alpha = \alpha_{35,0,p} + \delta$ έχουμε, όπου $\alpha_{35,0,p}$ ο ειδικός όγκος του Νερού Κοπεγχάγης, έχουμε:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = g(z_2 - z_1) = - \int_1^2 \alpha_{35,0,p} dp - \int_1^2 \delta dp = - \Delta\Phi_{std} - \Delta\Phi \quad (10.16)$$

Η ποσότητα ($\Phi_2 - \Phi_1$) ονομάζεται **γεωδυναμική απόσταση** (geopotential distance) μεταξύ των επιπέδων z_2 και z_1 . Η πρώτη ποσότητα ονομάζεται **σταθερή γεωδυναμική απόσταση** (standard geopotential distance, $\Delta\Phi_{std}$) και είναι συνάρτηση μόνο της πίεσης), ενώ η δεύτερη ονομάζεται **γεωδυναμική ανωμαλία** (geopotential anomaly, $\Delta\Phi$), και είναι συνάρτηση της πυκνότητας. Ο δεύτερος όρος είναι από άποψη μεγέθους είναι μόλις το ένα χιλιοστό του πρώτου.

Αν έχουμε δύο σταθμούς μέτρησης CTD στον ωκεανό, τοποθετημένους σε μεγάλη οριζόντια απόσταση L (τουλάχιστον 10 χλμ), τότε η κλίση της ισοβαρικής επιφάνειας δίνεται από:

$$\frac{\Delta\Phi_B - \Delta\Phi_A}{L} \quad (10.17)$$

Επομένως η νέα γεωστροφική εξίσωση είναι:

$$\boxed{V = \frac{(\Delta\Phi_B - \Delta\Phi_A)}{L(2\Omega \sin \phi)}} \quad (10.18)$$

Όπου V η γεωστροφική ταχύτητα της ανώτερης από το επίπεδο αναφοράς γεωδυναμικής επιφάνειας.

Προσδιορισμός γεωστροφικής ταχύτητας σε διάφορα βάθη με την χρήση δεδομένων CTD από δύο σταθμούς A και B

Έστω προφίλ CTD με δεδομένα πίεσης, θερμοκρασίας και αλατότητας σε μία θέση. Υπολογίζουμε την πυκνότητα $\rho_{T,S,p}$ και την παράμετρο $\sigma_{T,S,p}$. Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και την απλοποιημένη εξίσωση της κατάστασης:

$$\rho_{S,T,p} = 1027 + [a(T - 10) + b(S - 35) + kp]$$

όπου $a = -0.15 \text{ kg/m}^3 \text{ ανά } ^\circ\text{C}$, $b = 0.78 \text{ kg/m}^3 \text{ ανά psu}$, $k = 4.5 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3 \text{ ανά dbar}$.

Με αντίστοιχο τρόπο υπολογίζουμε τις τιμές των παραμέτρων $\rho_{T,S,0}$ και $\sigma_{T,S,0}$ μηδενίζοντας στη παραπάνω εξίσωση κατάστασης τη πίεση. Στην συνέχεια υπολογίζουμε την θερμοστερική ανωμαλία $\Delta_{T,S}$ για κάθε βάθος.

$$\Delta_{S,T} = \left(\frac{1000}{1000 + \sigma_t} - 0.97266 \right) 10^{-3} / 10^{-8} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

Κατόπιν υπολογίζουμε την μέση τιμή $\delta = (\Delta_{S,T,p} + \Delta_{S,T,p-1})/2$ μεταξύ δύο διαδοχικών τιμών θερμοστερικής ανωμαλίας. Πολλαπλασιάζουμε την τιμή δ σε κάθε βάθος με τη διαφορά πίεσης Δp ως εξής:

$$\delta \times \Delta p = \delta \times \Delta d \times 10^{-4}$$

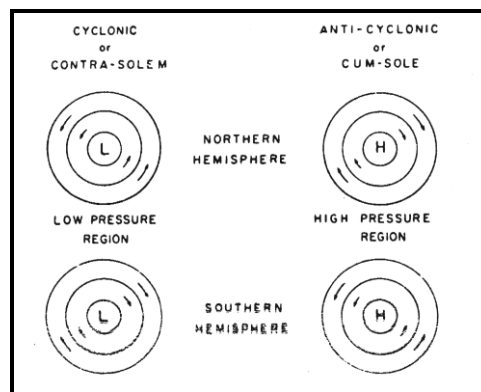
Τέλος, προσθέτουμε όλες τις τιμές ($\delta \times \Delta p$), και παίρνουμε το $\Sigma(\delta \times \Delta p)$. Η τιμή του αθροίσματος αντιστοιχεί στη τιμή $\Delta\Phi$ στην επιφάνεια της στήλης. Για τον υπολογισμό του $\Delta\Phi$ σε κάθε άλλο βάθος αφαιρούμε από την επιφανειακή τιμή $\Delta\Phi$ τη τιμή ($\delta \times \Delta p$) του συγκεκριμένου βάθους.

Κάνω το ίδιο και για το δεύτερο προφίλ T,S,p και υπολογίζω τα γεωστροφικά ρεύματα σε κάθε βάθος μέσω της γεωστροφικής εξίσωσης:

$$V = \frac{(\Delta\Phi_B - \Delta\Phi_A)}{L(2\Omega \sin \phi)}$$

Για περισσότερη ευκολία στον υπολογισμό των κλίσεων των ισοβαρικών επιφανειών χρησιμοποιείται το **δυναμικό μέτρο** (dynamic meter) ως μονάδα γεωδυναμικού, τέτοια ώστε $1 \text{ dyn m} = 10,0 \text{ J kg}^{-1}$. Η γεωδυναμική απόσταση εκφράζεται σε σχέση με την επιφάνεια της θάλασσας και συμβολίζεται με D. Γεωδυναμική επιφάνεια είναι μία επιφάνεια που διέρχεται από σημεία ίσου γεωδυναμικού. Η γεωδυναμική επιφάνεια που

αντιστοιχεί στην επιφάνεια της θάλασσας ενός υποθετικά ακίνητου ωκεανού ονομάζεται **ωκεάνιο γεωειδές**. Έτσι, όταν υπολογίζουμε τη διαφορά $h_B - h_A$ ως 0.3 μ. μπορούμε να πούμε ότι το δυναμικό ύψος της ισοβαρούς p_1 μεταξύ των σταθμών A και B είναι 0.3 δυναμικά μέτρα. Τέτοιες μεταβολές δυναμικών υψών περιγράφουν την ωκεάνια δυναμική τοπογραφία. Εφόσον, το γεωστροφικό ρεύμα κινείται κάθετα στη κλίση των ισοβαρών επιφανειών, άρα κινείται κατά μήκος των ισοδυναμικών καμπυλών, με φορά τέτοια ώστε οι ισοδυναμικές καμπύλες ανέρχονται στα δεξιά της ροής του (Σχήμα 10.12). Υψηλές γεωστροφικές ταχύτητες συνδέονται με πύκνωση των ισοδυναμικών καμπυλών.



Σχήμα 10.12. Φορά περιστροφής γύρω από περιοχές χαμηλής και υψηλής βαρομετρικής πίεσης στο Βόρειο και Νότιο ημισφαίριο.

Εξισώσεις Θερμικού Ανέμου (Thermal wind equations)

Μία άλλη γραφή των γεωστροφικών εξισώσεων δείχνει το πως οι οριζόντιες μεταβολές της θερμοκρασίας οδηγούν σε κατακόρυφες μεταβολές της γεωστροφικής ταχύτητας. Έστω η x - γεωστροφική εξίσωση :

$$0 = 2\Omega \sin \phi v - a \frac{\partial p}{\partial x}$$

την οποία πολλαπλασιάζουμε με ρ ώστε να έχουμε : $\rho f v = \partial p / \partial x$.

Παραγωγίζοντας σε σχέση με το z έχουμε :

$$\frac{\partial(\rho f v)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Αλλάζοντας τη σειρά παραγωγίσης για τη πυκνότητα και χρησιμοποιώντας την υδροστατική εξίσωση $\partial p / \partial z = -\rho g$, έχουμε :

$$\frac{\partial(\rho f v)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial(-\rho g)}{\partial x} = -g \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

Αν κάνουμε το ίδιο και για τη y- εξίσωση έχουμε :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho f v)}{\partial z} &= -g \frac{\partial \rho}{\partial x} \\ \frac{\partial(\rho f u)}{\partial z} &= -g \frac{\partial \rho}{\partial y} \end{aligned} \tag{10.17}$$

Οι εξισώσεις αυτές δείχνουν και πάλι ότι η μορφή του πεδίου πυκνότητας καθορίζει τη κατακόρυφη κατανομή της οριζόντιας ταχύτητας, δηλ. της διατμητικής τάσης $\partial u/\partial z$, $\partial v/\partial z$. Οι οριζόντιες πυκνοβαθμίδες είναι αρκετά σημαντικές ώστε να μπορούν να παρατηρηθούν. Οι παραπάνω εξισώσεις εκφράζουν επίσης τον εμπειρικό κανόνα 'το ελαφρύ νερό στα δεξιά' στο Β. ημισφαίριο. Έστω ρ μειώνεται προς τα ανατολικά, τότε $\partial \rho/\partial x < 0$ και $\partial(\rho f v)/\partial z > 0$, που σημαίνει ότι η ταχύτητα v αυξάνει όσο κινούμαστε προς τα πάνω στην υδάτινη στήλη. Αν ρ μειώνεται προς τα νότια, τότε $\partial \rho/\partial y > 0$ και $\partial(\rho f u)/\partial z > 0$.

Η γεωστροφική εξίσωση υπολογίζει τη συνιστώσα σχετικής ταχύτητας ($V_1 - V_2$) μεταξύ δύο βαθών, δηλ. υπολογίζει τη διατμητική τάση λόγω διαφοράς ταχυτήτων dV/dz . Έτσι, αν γνωρίζουμε τη ταχύτητα σε ένα από τα δύο επίπεδα V_1 ή V_2 τότε θα γνωρίζουμε και τις απόλυτες τιμές ταχύτητας. Υπάρχουν οι εξής πιθανότητες :

1. να θεωρήσουμε το επίπεδο της μηδενικής κίνησης (level of no motion) ως επίπεδο αναφοράς, δηλ. έστω ότι $V_2 = 0$ στα βαθιά νερά, και στη συνέχεια να υπολογίσουμε το V_1 για τα διάφορα επίπεδα πάνω από αυτό (κλασσική μέθοδος),
2. όταν υπάρχουν σταθμοί σε ολόκληρο το πλάτος ενός στενού ή ενός ωκεανού, να υπολογίσουμε τις γεωστροφικές ταχύτητες και στη συνέχεια να εφαρμόσουμε την εξίσωση της συνέχειας για να δούμε αν η κατακόρυφη ροή είναι της αναμενόμενης τάξης μεγέθους,
3. να χρησιμοποιήσουμε ένα γνωστό επίπεδο (level of known motion) π.χ., αν γνωρίζουμε τα επιφανειακά ρεύματα ή αν υπάρχουν μετρήσεις ρευμάτων σε ορισμένα βάθη με ρευματογράφους ή δράγες, ή να χρησιμοποιήσουμε δεδομένα δορυφόρων.

Οι παραπάνω τεχνικές είναι οι πιο κλασσικές στο να υπολογίσουμε την απόλυτη τιμή των ταχυτήτων. Αφού οι επιφανειακές ταχύτητες είναι σημαντικές και αναφέρονται στη κλίση της επιφάνειας της θάλασσας, συνήθως πλοτάρουμε τη γεωδυναμική τοπογραφία της επιφάνειας της θάλασσας, αν υπάρχουν επαρκή δεδομένα με τη μορφή καννάβου. Οι σχετικές διευθύνσεις των ρευμάτων θα είναι παράλληλες προς τις γραμμές ίσου γεωδυναμικού ύψους και τα σχετικά μεγέθη τους θα είναι ανάλογα των αποστάσεων των γραμμών αυτών (κοντινές αποστάσεις → έντονη κλίση → μεγάλες ταχύτητες).

Είναι επίσης δυνατόν να πλοτάρουμε τη γεωδυναμική τοπογραφία σε υποεπιφανειακά βάθη και να επεξεργαστούμε τη ροή εκεί. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι υπάρχει μία περιοχή ταχύτητας η οποία δεν πρέπει να χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των γεωστροφικών ταχυτήτων. Αυτή η περιοχή είναι ο πυθμένας της θάλασσας, διότι εκεί η ταχύτητα της ροής τείνει στο μηδέν λόγω των έντονων τριβών, οι οποίες θεωρήθηκαν αμελητέες στην θεώρηση της γεωστροφικής εξίσωσης. **Να θυμόμαστε λοιπόν ότι η γεωστροφική εξίσωση δεν έχει εφαρμογή σε περιοχές όπου η τριβή είναι σημαντική.**

Σχόλια πάνω στη γεωστροφική μέθοδο

Η γεωστροφική μέθοδος υπολογισμού των ρευμάτων έχει πολλά μειονεκτήματα :

1. Αναφέρεται μόνο σε σχετικά ρεύματα, ως προς ένα επίπεδο 'μη -κίνησης' η εκτίμηση της θέσης του οποίου είναι πάντα προβληματική. Ωστόσο, οι επιστήμονες θεωρούν ότι όταν η μέθοδος χρησιμοποιείται έξυπνα δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα ειδικά στα βαθιά νερά.
2. Το πρόβλημα γίνεται μεγαλύτερο όταν το επίπεδο 'μη-κίνησης' προσεγγίζει το πυθμένα, ειδικά σε παράκτιους σταθμούς.
3. Δεν είναι πρακτικό να θεωρήσουμε σταθμούς πολύ κοντά μεταξύ τους διότι : α) υπάρχουν περιορισμοί στην ακρίβεια των μετρήσεων των S , T , ρ και α , β) υπάρχει περιορισμένη ακρίβεια εύρεσης της θέσης του σταθμού, που επηρεάζει την απόσταση L μεταξύ των σταθμών και μπορεί να δημιουργήσει σημαντικό σφάλμα, γ) το πεδίο πυκνότητας μπορεί να γίνει πιο πολύπλοκο από τη παρουσία εσωτερικών κυματισμών. Οι υπολογισμοί με τη γεωστροφική εξίσωση δίνουν μία μέση τιμή του ρεύματος μεταξύ δύο σταθμών, η οποία μπορεί να συγκριθεί με τη μακροπρόθεσμη κυκλοφορία και δεν περιέχει τις μικρής χωρικής ή χρονικής κλίμακας κινήσεις.

4. Η τριβή έχει αγνοηθεί από τη γεωστροφική εξίσωση, γεγονός που σημαίνει ότι αυτή δεν ισχύει κοντά στο πυθμένα ή σε περιοχές μεγάλης διατμητικής τάσης.
5. Η εξίσωση δεν ισχύει κοντά στον Ισημερινό, όπου η δύναμη Coriolis γίνεται τόσο μικρή ώστε οι δυνάμεις τριβής να είναι πιο σημαντικές.

Παρόλα τα μειονεκτήματά της, η μέθοδος εκεί όπου εφαρμόστηκε μας έδωσε σημαντικές πληροφορίες για τα ωκεάνια ρεύματα, ειδικά σε μεγάλα βάθη. Παραμένει η μόνη μέθοδος προσφοράς γρήγορων αποτελεσμάτων από μεγάλες θαλάσσιες περιοχές.