4. ΘΕΩΡΙΑ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ

4.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΡΟΗΣ

4.1.1. Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΙΞΩΔΟΥΣ

Σε πολλά πρακτικά προβλήματα τυρβώδους ροής είναι σκόπιμο να μην εξετάσουμε τα στιγμιαία μεγέθη που υπεισέρχονται λόγω τους «χαοτικού» χαρακτήρα του φαινομένου, αλλά μέσες τιμές των μεγεθών αυτών.

Ο μέσες τιμές αναφέρονται σε μία κατάλληλη ολοκλήρωση στον χρόνο: Π.χ. η μέση ταχύτητα μπορεί να οριστεί σαν:

$$< u >= \bar{u} = \frac{1}{T}\int_{o}^{T} u dt \qquad (1)$$

Για λόγους ευκρίνειας χρησιμοποιούμε συχνά για τα μέσα μεγέθη τα αντίστοιχα κεφαλαία γράμματα π.χ. $\bar{u} = U$.

όπου u η στιγμιαία ταχύτητα και T ο χρόνος ολοκλήρωσης, ο οποίος πρέπει να είναι αρκετά μεγάλος για να μην επηρρεάζει το εξεταζόμενο μέγεθος . Σαν διαταραχή της ταχύτητας ορίζεται το μέγεθος $u' = u - U$

Ανάλογη διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί και για τα υπόλοιπα μεγέθη, που εμφανίζονται στις εξισώσεις Navier Stokes ή σε άλλες εξισώσεις μεταφοράς (πίεση, θερμοκρασία, συγκεντρώσεις).

Το σύστημα εξισώσεων που προκύπτει, δεν είναι πια ένα κλειστό σύστημα εξισώσεων επειδή εμφανίζονται επιπλέον άγνωστοι όροι: οι τυρβώδεις τάσεις $\bar{\tau}_{ij} = -\rho < u_i' u_j' >$.

Ονομάζουμε εδώ «επιπλέον» όρους τους αγνώστους εκτός των μέσων ταχυτήτων και της μέσης πίεσης. (βλέπε Ρευστομηχανική του Ν. Κωτσοβίνου, εκδόσεις Δ.Π.Θ.)

Οι τάσεις αυτές μπορούν να εκτιμηθούν για αρκετές ροές πρακτικού ενδιαφέροντος εφαρμόζοντας την υπόθεση του τυρβώδους ιξώδους η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$-\bar{\tau}_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij}$$

όπου ρ η πυκνότητα και δ_{ij} το δέλτα του Kronecker.

Ο συντελεστής μ_t καλείται τυρβώδες ιξώδες (turbulent viscosity, eddy viscosity) και εξαρτάται από την δομή της τυρβώδους ροής.

Η μεταβλητή k ονομάζεται κινητική ενέργεια της τύρβης και ορίζεται σαν:

$$k = \frac{1}{2} < u_i' u_i' > = \frac{1}{2}\left(< u_1'^2 > + < u_2'^2 > + < u_3'^2 > \right)$$

(Οι όροι u_i' συμβολίζουν διαταραχές της ταχύτητας).

Μία περιγραφή της φυσικής σημασίας του παρακάτω μεγέθους δίνεται στην επόμενη παράγραφο.

Επειδή τα χαρακτηριστικά της ροής αυτής μεταβάλλονται στον χώρο, η τιμή του συντελεστή του τυρβώδους ιξώδους δεν μπορεί να θεωρηθεί σταθερή.

Είναι προφανές ότι παρά τα προτερήματα της η υπόθεση του τυρβώδους ιξώδους δεν ισχύει για όλες τις ροές. .

Η εκτίμηση του συντελεστή μ_t είναι ένα βασικό κλειδί για την επιτυχία ενός μοντέλου. Κατά κανόνα η εκτίμηση του γίνεται με έναν αριθμό διαφορικών εξισώσεων που συνδέουν το τυρβώδες ιξώδες με τα χαρακτηριστικά της τύρβης (αναφερόμαστε σε «επιπλέον διαφορικές εξισώσεις εκτός των εξισώσεων Navier Stokes). Ο τύπος ενός μοντέλου εξαρτάται από των αριθμό των «επιπλέον» διαφορικών εξισώσεων που χρησιμοποιούνται.

Πριν αναφερθούμε στην μαθηματική δομή των εξισώσεων για την περιγραφή της τυρβώδους ροής είναι απαραίτητο να κατανοήσουμε στοιχειωδώς το φαινόμενο τα τύρβης από φυσική άποψη.

4.1.2 ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΤΗΣ ΤΥΡΒΗΣ

Η τυρβώδης ροή:

-είναι ακανόνιστη
-είναι μη μόνιμη
-χαρακτηρίζεται από έντονη ανάμιξη διαφόρων μεγεθών (ορμής, θερμοκρασίας, συγκέντρωσης)
-χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη στροβίλων
-συνδέεται με κατανάλωση ενέργειας

Η κινητική ενέργεια η οποία είναι απαραίτητη για την δημιουργία των «διακυμάνσεων» της ταχύτητας (και την δημιουργία στροβίλων) αποσύρεται από την κυρίως ροή με την βοήθεια στροβίλων ¨μεγάλου μεγέθους L οι οποίοι μετατρέπονται διαδοχικά σε μικρότερους στροβίλους φθίνοντος μεγέθους.

Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται, ουσιαστικά χωρίς απώλεια ενέργειας, μέχρι την εμφάνιση στροβίλων ενός (ελάχιστου) κρίσιμου μεγέθους η οι οποίοι μετατρέπουν την κινητική ενέργεια της τύρβης σε θερμότητα. (Είναι ουσιαστικά υπεύθυνοι για την «απώλεια» ενέργειας.)

Για την ποσοτική περιγραφή των παραπάνω φαινομένων χρησιμοποιούμε τα εξής μεγέθη:

- Την κινητική ενέργεια της τύρβης (ή ένταση της τύρβης) k
- Την καταστροφή κινητικές ενέργειας ε

Η ποσοτική μορφή για την κινητική ενέργεια της τύρβης είχε δοθεί παραπάνω.

Μία εκτίμηση για το μέγεθος των «μεγάλων» στροβίλων δίνεται από την σχέση:
$L = k^{\frac{3}{2}} / \varepsilon$.

Αντίστοιχα μία εκτίμηση για το μέγεθος των «μικρών» στροβίλων (οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για τη μετατροπή της κινητικής ενέργειας σε θερμότητα) δίνεται από την σχέση:
$\eta = \left(\nu^3 / \varepsilon\right)^{1/4}$, όπου ν το κινηματικό ιξώδες.

Όσο η τύρβη γίνεται πιο σημαντική ,ο λόγος των μεγεθών των μεγάλων στροβίλων προς τους μικρούς αυξάνεται.

4.1.3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΙΞΩΔΟΥΣ

Το τυρβώδες ιξώδες μ_t περιγράφει την αυξημένη μεταφορά ορμής λόγω τους φαινομένου της τύρβης. Για τους λόγους αυτούς έχει προταθεί προσομοίωση του με βάση διάφορα χαρακτηριστικά μεγέθη που περιγράφουν την τύρβη: της κινητικής ενέργειας *k* και του μεγέθους των μεγάλων στροβίλων *L*: Μία προσέγγιση είναι λοιπόν να χρησιμοποιηθεί μία σχέση του τύπου $\mu_t \cong k^m L^n$, όπου οι εκθέτες m και n παίρνουν διαφορετικούς συνδυασμούς από τιμές.

Ένα από τα μοντέλα που έχουν επικρατήσει στην πράξη είναι η χρήση της σχέσης που είχαμε δει προηγουμένως:

$$L = k^{\frac{3}{2}} / \varepsilon$$

Με βάση την παραπάνω το τυρβώδες ιξώδες προσομοιώνεται με το γνωστό μοντέλο **k-ε**:

$$\mu_t = c_\mu \rho k^2 / \varepsilon$$

Όπου c_μ μία σταθερά που εκτιμάται πειραματικά.

Η προσέγγιση αυτή έχει καλά αποτελέσματα για μεγάλο αριθμό πρακτικών προβλημάτων (όχι όμως για όλα, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως για αρκετά δεν μοντέλα ισχύει καν η χρήση της προσέγγισης του τυρβώδους ιξώδους για την προσομοίωση των αντίστοιχων τάσεων)

Διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους που επιτρέπουν τον υπολογισμό των μεγεθών k-ε, μπορούν να γραφούν με κατάλληλο χειρισμό των «στιγμιαίων» και ομογενοποιημένων (ως προς τον χρόνο) εξισώσεων Navier-Stokes.

Οι παραπάνω διαφορικές εξισώσεις μεταφοράς, σχηματίζουν μαζί με τις ομογενοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes και την εξίσωση συνέχειας, ένα κλειστό σύστημα εξισώσεων το οποίο μπορεί να επιλυθεί με την χρήση κατάλληλων αριθμητικών μεθόδων.

Παρόλο που τα μοντέλα για την τύρβη είχαν αναπτυχθεί αρχικά για εφαρμογές σε προβλήματα αεροδυναμικής, μηχανολογίας κλπ., τα τελευταία είκοσι περίπου χρόνια εφαρμόζονται με επιτυχία σε προβλήματα που σχετίζονται με την προστασία του περιβάλλοντος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Wolfgang Rodi: Turbulence Models and their Application in Hydraulics. *A state of the Art Review* A. Balkema/Rotterdam/Brookfield/2000 (Υπάρχει στην βιβλιοθήκη)