

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΑΘΜΗΣ ΑΝΑΝΤΗ ΔΕΞΑΜΕΝΗΣ
(Η ΟΠΟΙΑ ΣΥΝΔΕΕΤΑΙ ΣΤΑ ΚΑΤΑΝΤΗ ΜΕΣΩ ΑΓΩΓΟΥ ΜΕ ΔΕΥΤΕΡΗ
ΔΕΞΑΜΕΝΗ)

Δύο δεξαμενές, **A** και **B**, συνδέονται με έναν αγωγό εσωτερικής διαμέτρου $D=1$ m, μήκους $L=2$ km, και τραχύτητας $k=1$ mm. Η παροχή η οποία διέρχεται μέσω του αγωγού είναι ίση με $Q=2$ m³/s. Η στάθμη του νερού στην επιφάνεια της δεξαμενής **B** είναι στα +100 m.

Η επιφάνεια του υγρού και στις δύο δεξαμενές έρχεται σε επαφή με την ατμόσφαιρα (και κατά συνέπεια η πίεση σε αυτήν είναι ίση με την πίεση της ατμόσφαιρας). Επίσης το νερό στην επιφάνεια και των δύο δεξαμενών μπορεί να θεωρηθεί ακίνητο. Το κινηματικό ιξώδες του νερού μπορεί να θεωρηθεί ίσο με $\nu = 10^{-6}$ m² / s

Υποθέτοντας πως οι μόνες τοπικές απώλειες είναι οι απώλειες εισόδου, με συντελεστή $K_T = K_{εισ} = 0,5$ και οι απώλειες εξόδου με συντελεστή $K_T = K_{εξ} = 1,0$. Στην άσκηση αυτή ο συντελεστή τριβής f μπορεί να θεωρηθεί γνωστός και ίσος με $f=0,02$

Με βάση τα παραπάνω υπολογίστε την στάθμη του νερού στην επιφάνεια της δεξαμενής A

ΛΥΣΗ

Για την λύση και του προβλήματος αυτού θα εφαρμόσουμε την εξίσωση Bernoulli, η οποία υπενθυμίζουμε ότι γράφεται:

$$\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta h \quad (\text{I})$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli, θεωρώντας ότι το σημείο ανάντη, σημείο με δείκτη 1, είναι η επιφάνεια του νερού της δεξαμενής A και το σημείο κατάντη σημείο με δείκτη 2 είναι η επιφάνεια του νερού της δεξαμενής B και παίρνοντας υπόψη μας όσα έχουν ήδη αναφερθεί στην εκφώνηση προκύπτει ότι

a) $p_1 = p_2 = p_{atm}$, όπου p_{atm} είναι η ατμοσφαιρική πίεση

b) $u_1 = u_2 = 0$, επειδή το νερό στις επιφάνειες των δύο δεξαμενών θεωρείται ακίνητο

Κατά συνέπεια η εξίσωση (I) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$z_1 = z_2 + \Delta h \quad (\text{II})$$

Η τιμή του z_2 στην δεξιά πλευρά τις παραπάνω εξίσωσης είναι γνωστή από την εκφώνηση:

$z_2 = 100 \text{ m}$ (υψόμετρο της επιφάνειας του νερού της δεξαμενής **B**)

Για το Δh το συνολικό ύψος των ενεργειακών απωλειών ανάμεσα στις διατομές 1 και 2, μπορώ να χρησιμοποιήσω την παρακάτω εξίσωση:

$$\Delta h = h_T + \Sigma h_T \quad (\text{III})$$

Όπου h_T είναι οι γραμμικές (ή κύριες) απώλειες και Σh_T είναι οι τοπικές (ή δευτερεύουσες) απώλειες

Ενώ για τις γραμμικές απώλειες μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την σχέση, την οποία έχουμε παρουσιάσει ήδη:

$$h_T = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2g}, \quad (\text{IV})$$

Όπου u είναι η μέση ταχύτητα στον αγωγό και τα υπόλοιπα μεγέθη τα έχουμε παρουσιάσει ήδη, για την συγκεκριμένη περίπτωση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό των τοπικών απωλειών την σχέση:

$$\Sigma h_T = K_{\epsilon\sigma} \frac{u^2}{2g} + K_{\epsilon\xi} \frac{u^2}{2g} \quad (\text{V})$$

Εφόσον η παροχή είναι γνωστή μπορώ να υπολογίσω την τιμή της μέσης ταχύτητας u από την εξίσωση της συνέχειας, $u = Q/A$, όπου A είναι η διατομή της κάθετης επιφάνειας στην ροή, εδώ $A = \pi D^2/4$. Προκύπτει ότι

$$u = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 2}{\pi \cdot 1^2} = 2,5465 \text{ m/s} \quad (\text{VI})$$

Παίρνοντας υπόψη μας τα δεδομένα της εκφώνησης και παίρνοντας υπόψη μου τις εξισώσεις (IV), (V) και (III) προκύπτει ότι

$$\Delta h = 13,716 \text{ m}$$

Παίρνοντας τέλος υπόψη μου την εξίσωση (II) $z_1 = z_2 + \Delta h$ προκύπτει ότι

$$\underline{\underline{z_1 = 113,72 \text{ m}}}$$

το οποίο είναι και το ζητούμενο αποτέλεσμα