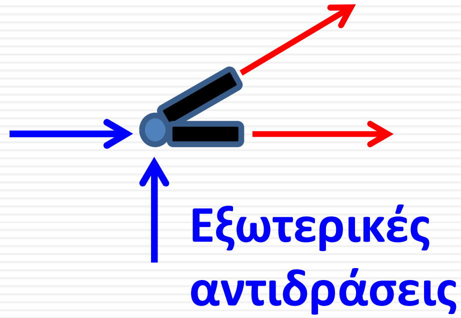
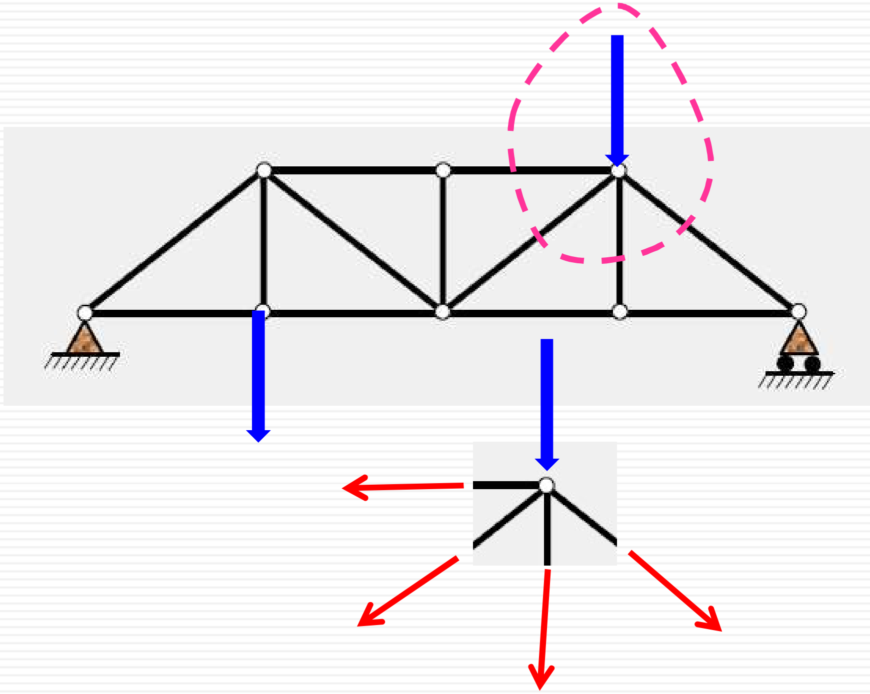
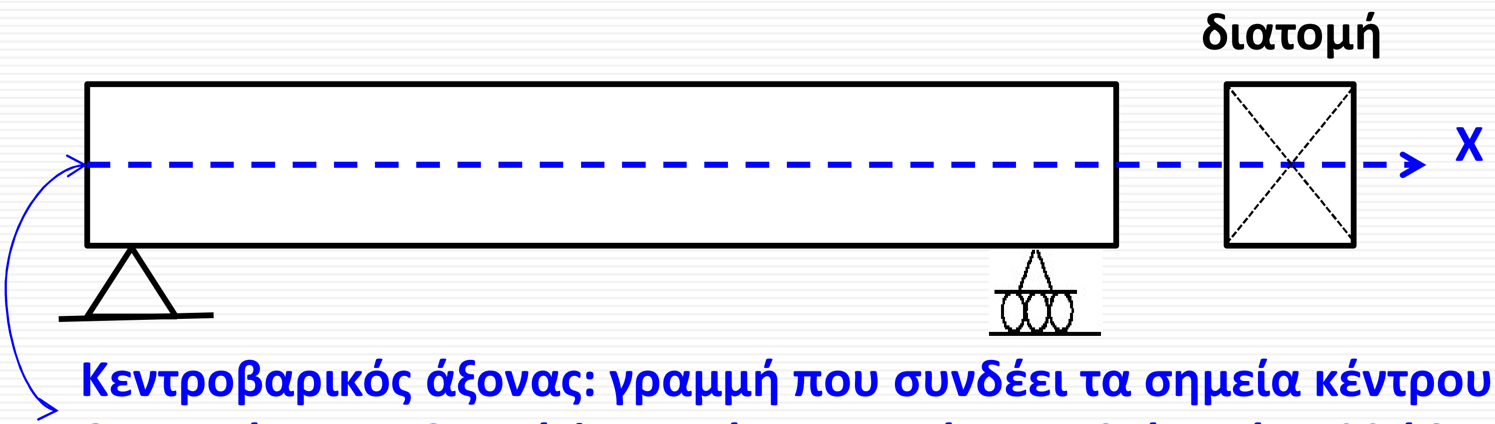
Στα δικτυώματα: οι ράβδοι καταπονούνται καθ' όλο το μήκος τους με εσωτερικές, αξονικές δυνάμεις (θλιπτικές ή εφελκυστικές)



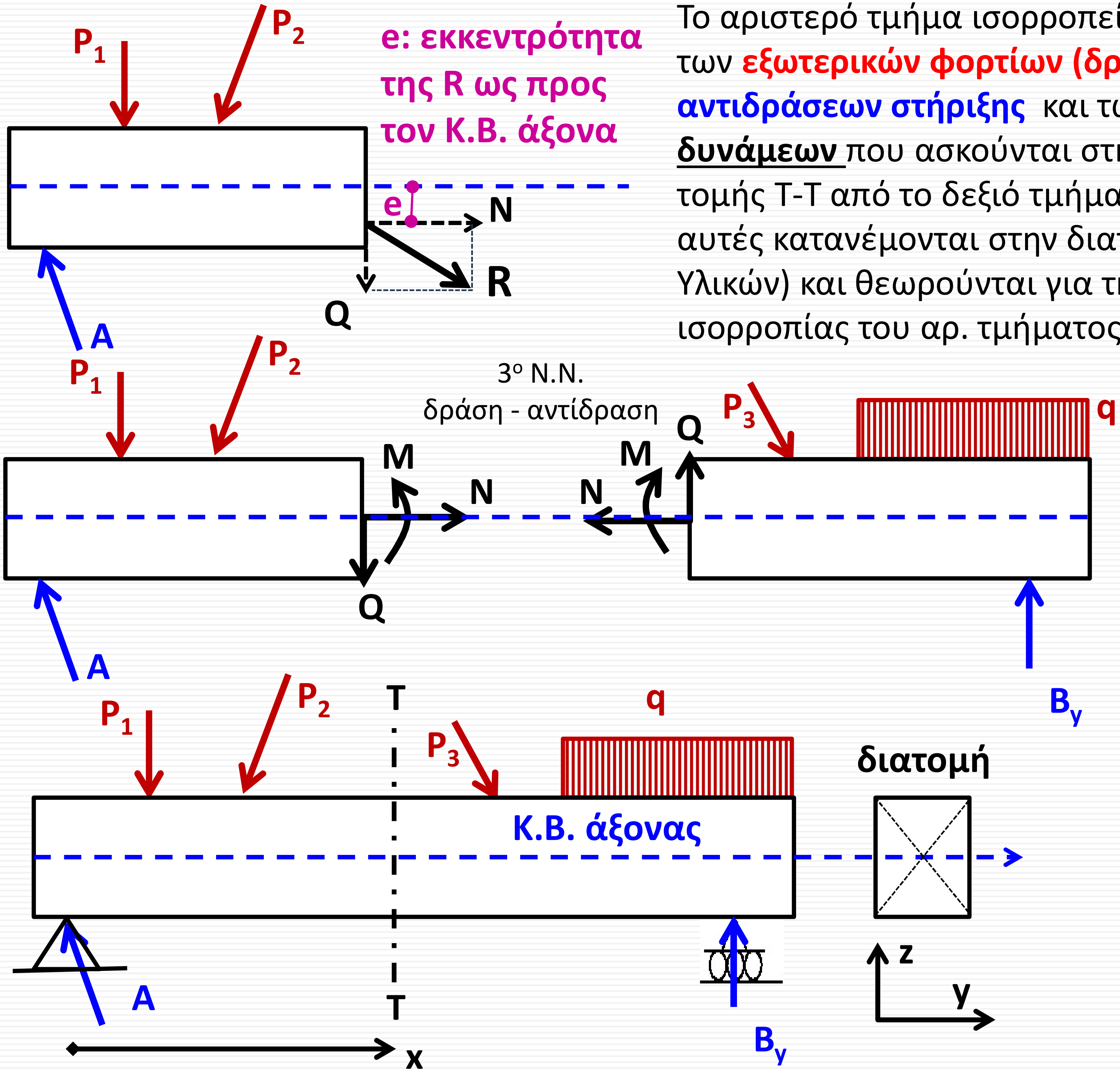


ΟΛΟΣΩΜΟΙ ΦΟΡΕΙΣ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ



Κεντροβαρικός άξονας: γραμμή που συνδέει τα σημεία κέντρου βάρους όλων των διατομών μιας δοκού (μπορεί να μην είναι ευθεία, εάν αλλάξει η διατομή κατά μήκος!)

ΟΛΟΣΩΜΟΙ ΦΟΡΕΙΣ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ



Το αριστερό τμήμα ισορροπεί υπό την επίδραση των **εξωτερικών φορτίων (δράσεων)**, **των αντιδράσεων στήριξης** και των **εσωτερικών δυνάμεων** που ασκούνται στην διατομή της τομής Τ-Τ από το δεξιό τμήμα της δοκού (3ο Ν.Ν.): αυτές κατανέμονται στην διατομή (Αντοχή των Υλικών) και θεωρούνται για την εξέταση ισορροπίας του αρ. τμήματος ως «εξωτερικές»

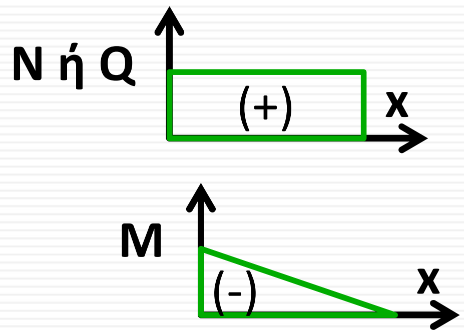
Εσωτερικά εντατικά μεγέθη:

N: αξονική δυν.

Q: τέμνουσα ή διατμητική δυν.

M: ροπή κάμψης
επίπεδο zx ➔ M_y

ΟΛΟΣΩΜΟΙ ΦΟΡΕΙΣ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ



➔ **γραφική απεικόνιση: ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ N, Q, M**

- **τα θετικά N, Q σχεδιάζονται άνω της ίνας αναφοράς**
- **τα θετικά M σχεδιάζονται κάτω της ίνας αναφοράς**

Εσωτερικά εντατικά μεγέθη:

N: αξονική δυν.

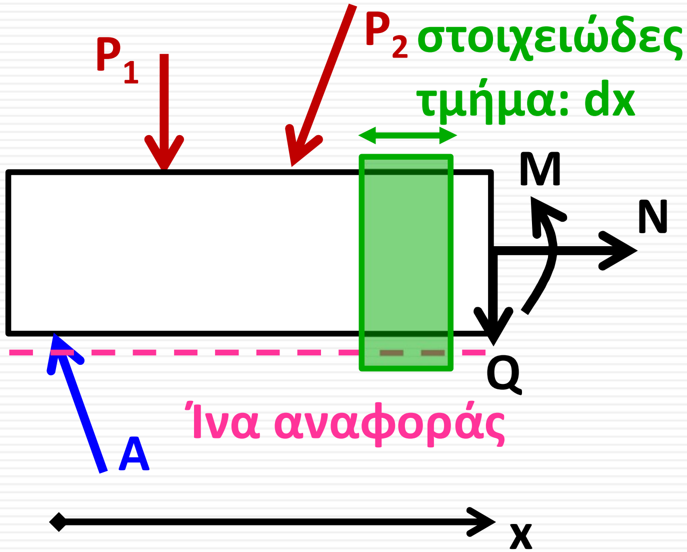
$N + \Sigma F_x^{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow N = \Sigma F_x^{\varepsilon\xi}$

Q: τέμνουσα ή διατμητική δυν.

$Q + \Sigma F_y^{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow Q = \Sigma F_y^{\varepsilon\xi}$

M: ροπή κάμψης

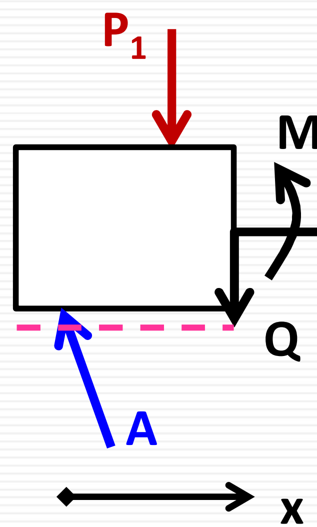
$M + \Sigma M^{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow M = \Sigma M^{\varepsilon\xi}$



Τα N, Q, M σχετίζονται με την απόσταση x:

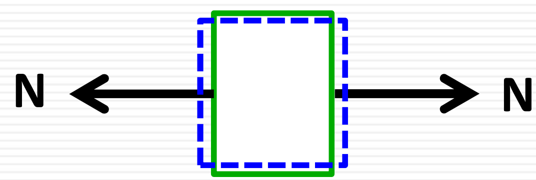
Κατανομές N(x), Q(x), M(x)

➔ άμεση εποπτεία σε όλο το μήκος ως προς την καταπόνηση, με έμφαση στις θέσεις μεγίστων

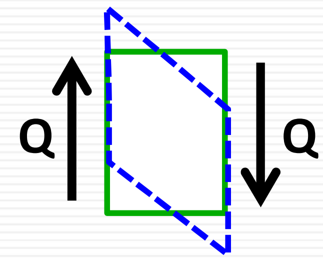


Αντοχή των Υλικών

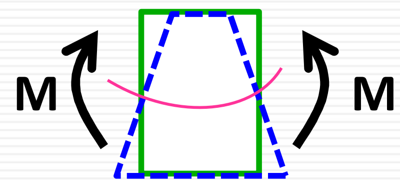
Θετική σήμανση



N: επιμηκύνει

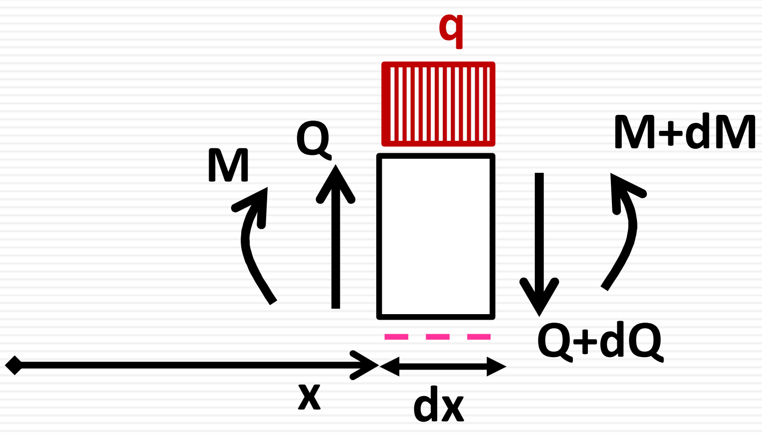


Q: στρεβλώνει, δεξιόστροφο ζεύγος



M: καμπυλώνει τον Κ.Β. κατά κοίλα άνω

Σχέσεις μεταξύ M, Q, q



$\Sigma F_y=0 \rightarrow \frac{dQ}{dx} = -q(x)$

$Q_2-Q_1 = -\int_{x1}^{x2} q(x)dx$

$Q_2 = Q_1 - \int_{x1}^{x2} q(x)dx$

$\Sigma M=0 \rightarrow \frac{dM}{dx} = Q(x)$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -q(x)$$

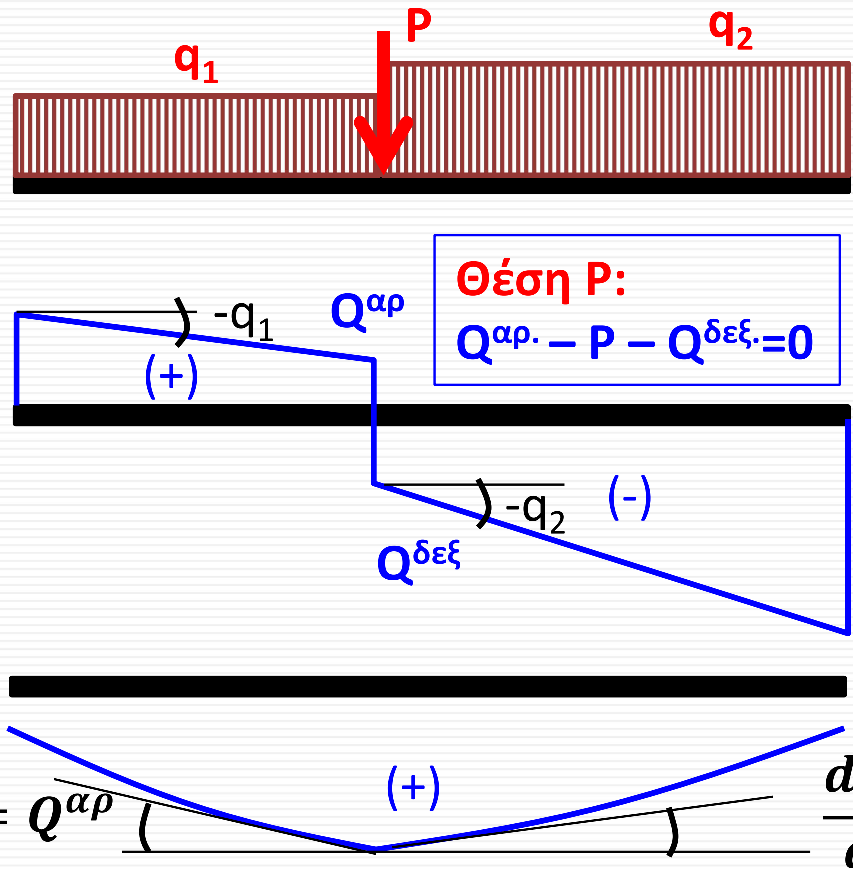
Η κλίση της καμπύλης Q σε κάθε θέση ισούται με την τιμή -q

Η κλίση της καμπύλης M σε κάθε θέση ισούται με την τιμή της τέμνουσας στην ίδια θέση

$M_2-M_1 = \int_{x1}^{x2} Q(x)dx$

$M_2 = M_1 + \int_{x1}^{x2} Q(x)dx$

Συγκεντρωμένο φορτίο P: σημείο ασυνέχειας (άλμα), απότομης αλλαγής στα διάγραμματα των Q(x) & M(x)



$\frac{dM}{dx} = Q^{\alpha\rho}$

$\frac{dM}{dx} = Q^{\delta\varepsilon\xi}$

Αν γνωρίζω τις τιμές Q_1, M_1 μιας προηγούμενης θέσης x_1, τότε μπορώ να βρω της επόμενης x_2, αφαιρώντας/προσθέτοντας τα σχετικά εμβαδά της q(x) και Q(x) στο διάστημα x_1-x_2.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: σωστή κατασκευή διαγραμμάτων και έλεγχος!

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{d\mathrm{M}}{dx} = Q(x) \rightarrow \frac{d^2\mathrm{M}}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -q(x)$$

Για συνάρτηση f:

Αν f'>0 ➔ η f είναι αύξουσα, αλλιώς φθίνουσα

Αν για x=a f'(x)=0 ➔ ακρότατη τιμή της f

Αν f''>0 ➔ κοίλα άνω,

Αν η f'' αλλάζει πρόσημο ➔ σημείο καμπής

<u>Για την συνάρτηση Q(x):</u>

Επειδή dQ/dx=-q (το q θετικό όταν κατευθύνεται προς την δοκό) η κλίση είναι αρνητική, η κατανομή βαίνει φθίνουσα!

- **Αν q(x) πολυώνυμο ν βαθμού ➔ η Q(x) είναι ν+1 βαθμού**

  $$-\frac{d^2\mathrm{Q}}{dx^2} = -\frac{dq}{dx}$$

- **αν dq/dx>0, η q(x) είναι αύξουσα, η Q(x) έχει κοίλα κάτω, αλλιώς η q(x) είναι φθίνουσα, η Q(x) έχει κοίλα άνω**
- **Αν q(x)=0 (<u>αφόρτιστο τμήμα δοκού</u>), η Q(x) = σταθερή**

<u>Για την συνάρτηση M(x):</u>

Επειδή dM/dx=Q(x), η κλίση της ροπής στην θέση x ισούται με την τιμή της τέμνουσας.

- **Αν q(x) πολυώνυμο ν βαθμού ➔ η M(x) είναι ν+2 βαθμού**
- **Αν q(x)=0, αφόρτιστο τμήμα δοκού, η M(x) μεταβάλλεται γραμμικά**
- **Αν q(x) > 0, $d^2M/dx^2<0$, κοίλα κάτω!!**
- **Αν Q(x)>0, η M(x) είναι αύξουσα**
- **Αν Q(x)=0, η M έχει ακρότατο**

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: σωστή κατασκευή διαγραμμάτων και έλεγχος!

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM}{dx} = Q(x) \rightarrow \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -q(x)$$

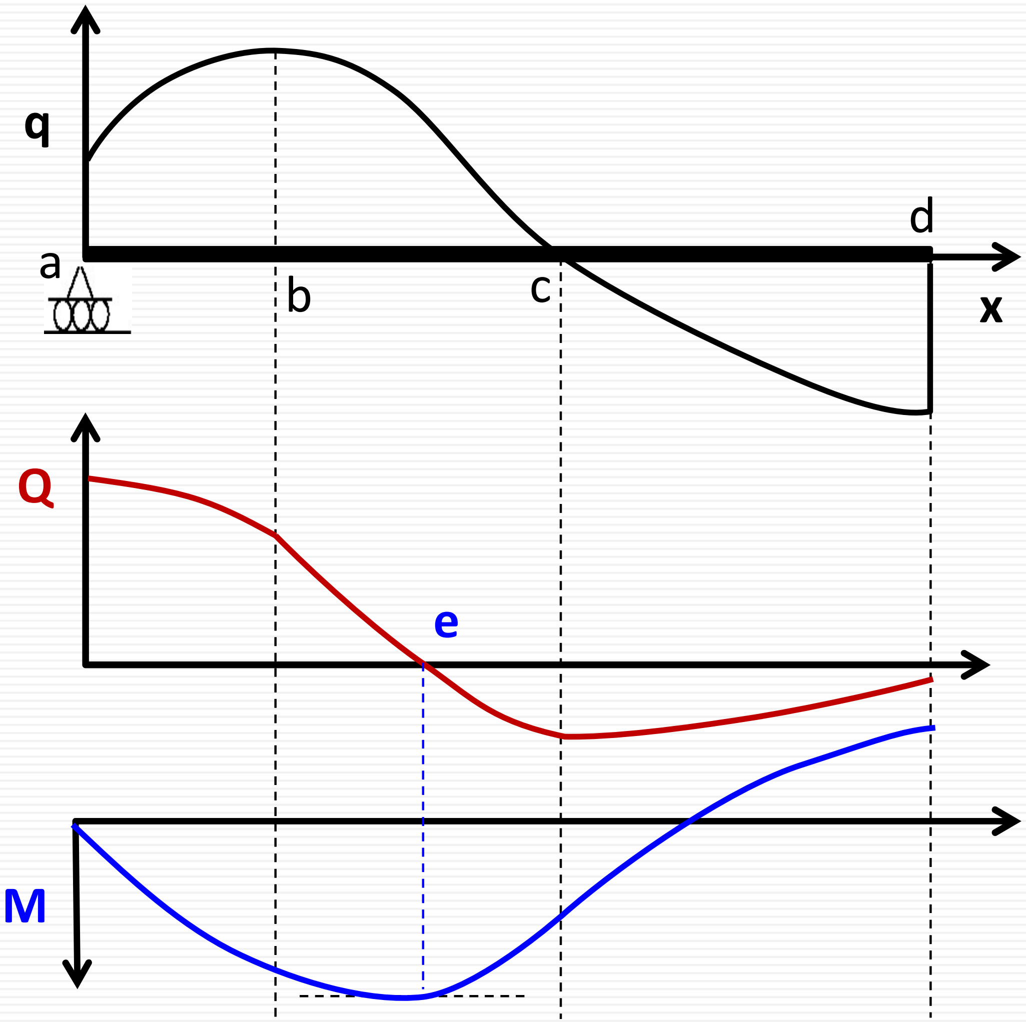
Για συνάρτηση f:

Αν f'>0 ➔ η f είναι αύξουσα, αλλιώς φθίνουσα

Αν για x=a f'(x)=0 ➔ ακρότατη τιμή της f

Αν f''>0 ➔ κοίλα άνω,

Αν η f'' αλλάζει πρόσημο ➔ σημείο καμπής



(a-b):

q(x)>0 & αύξουσα: dQ/dx<0 ➔ Q(x) φθίνουσα

d^2Q/dx^2=-dq/dx<0 ➔ Κοίλα κάτω

(b-c):

q(x)>0 & φθίνουσα: dQ/dx<0 ➔ Q(x) φθίνουσα

d^2Q/dx^2=-dq/dx > 0 ➔ Κοίλα άνω

Στο b: σημείο καμπής (dq/dx=0) για Q

(c-d):

q(x)<0 & φθίνουσα: dQ/dx>0 ➔ Q(x) αύξουσα

d^2Q/dx^2=-dq/dx<0 ➔ Κοίλα άνω

Στο c: q=0 ➔ακρότατο για Q

(a-c):

q(x)>0, d^2M/dx^2=-q(x)<0 ➔ M κοίλα κάτω

(c-d):

q(x)<0, d^2M/dx^2=-q(x)>0 ➔ M κοίλα άνω

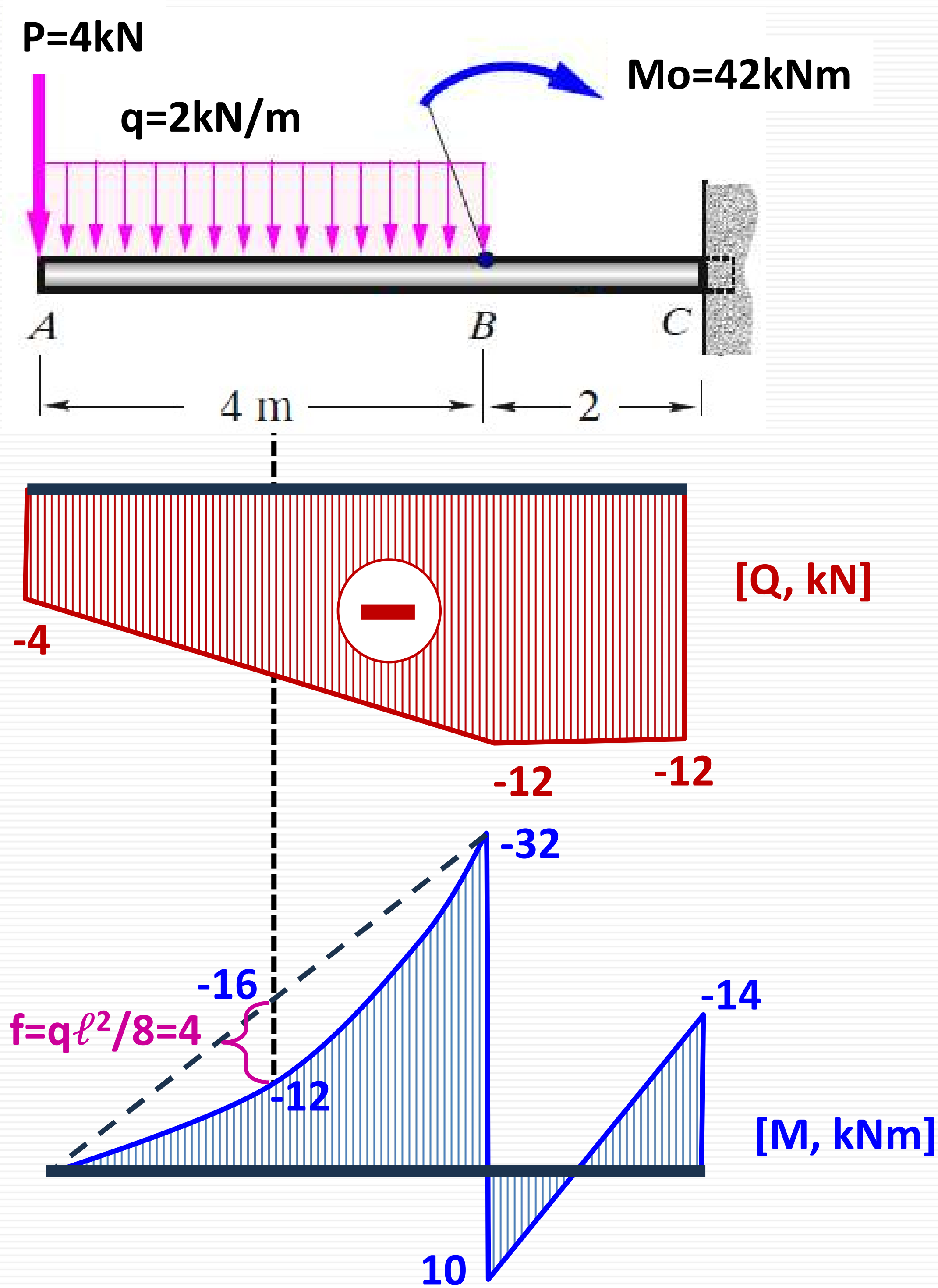
Στο c σημείο καμπής για την M

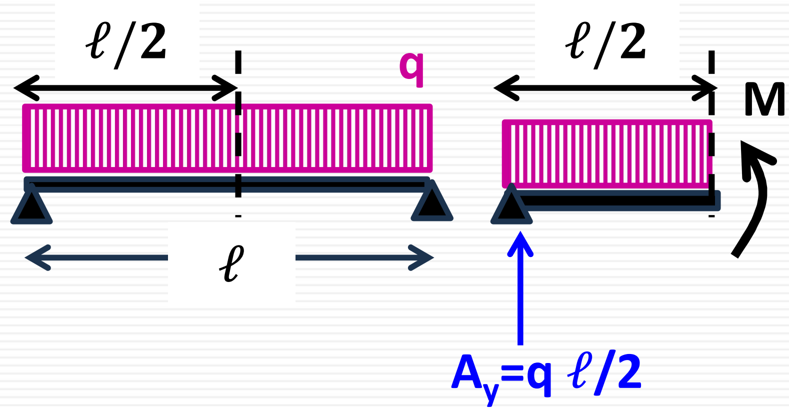
Στο (a-e): Q>0, M αύξουσα

Στο (e-d): Q<0, M φθίνουσα

Στο e όπου Q=0, ακρότατο για την M

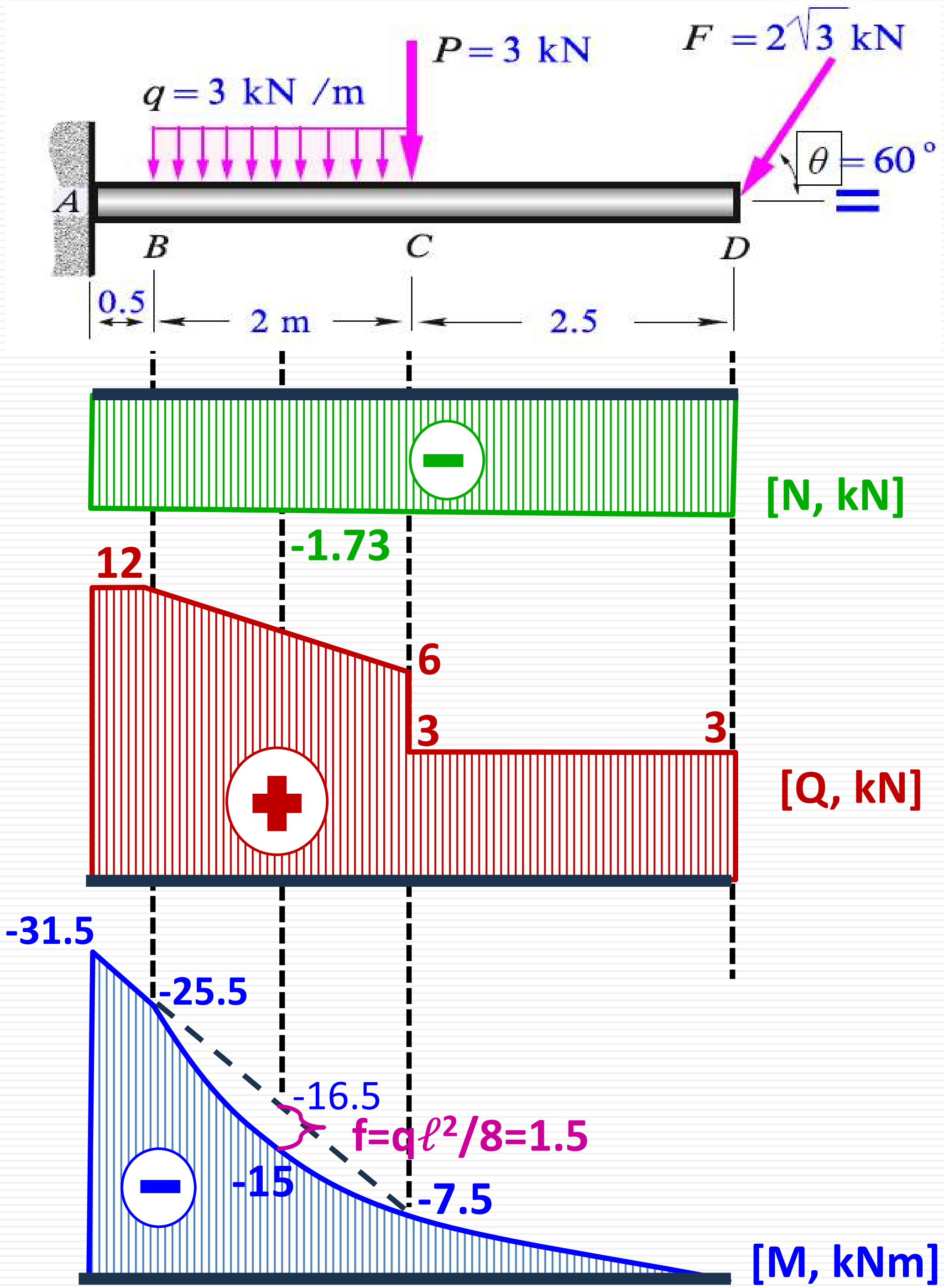
Παράδειγμα:





$$M_{max} = f = A_y \times \ell/2 - q \times \ell/2 \times \ell/4 =$$
$$= q\,\ell^2/4 - q\,\ell^2/8$$

$$f = q\,\ell^2/8$$



Εξάσκηση στο σπίτι: να βρεθούν οι αντιδράσεις και να σχεδιασθούν τα διαγράμματα N, Q, M

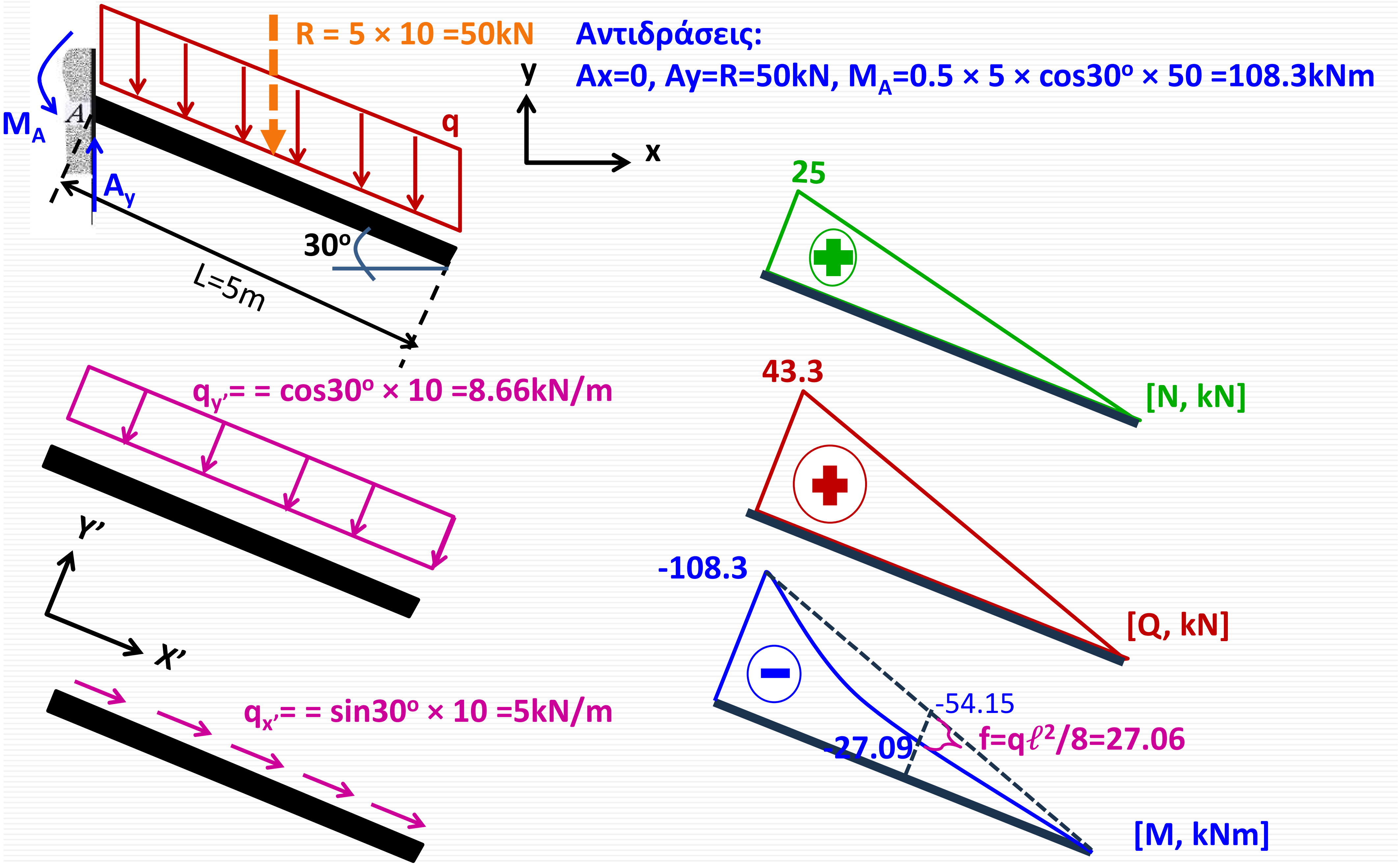
Αντιδράσεις:

A_x=1.73kN, A_y=12kN, M_A=31.5kNm

?

Παράδειγμα: να βρεθούν οι αντιδράσεις και να σχεδιασθούν τα διαγράμματα N, Q, M

Κατακόρυφο φορτίο ανά μέτρο μήκους κεκλιμένης δοκού, **q=10kN/m**



Άσκηση για το σπίτι: να βρεθούν οι αντιδράσεις και να σχεδιασθούν τα διαγράμματα N, Q, M

Κατακόρυφο φορτίο ανά μέτρο οριζόντιας προβολής κεκλιμένης δοκού, **q=10kN/m**