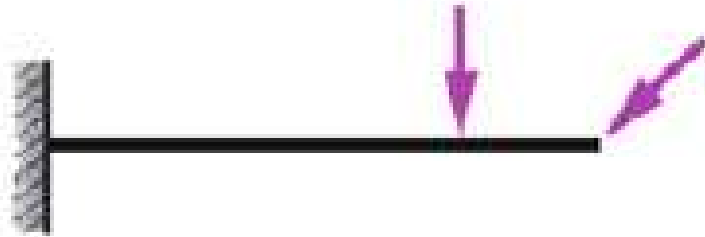


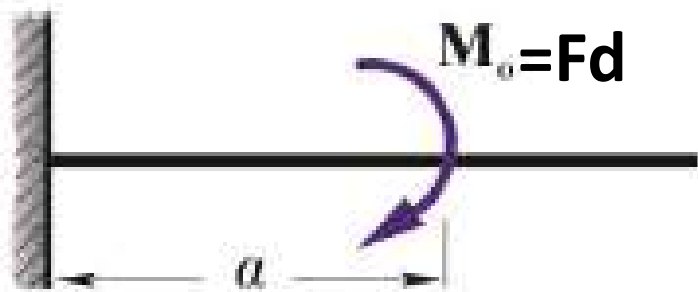
ΕΙΔΗ ΦΟΡΤΙΩΝ

Συγκεντρωμένα, κατανεμημένα, επιφανειακά



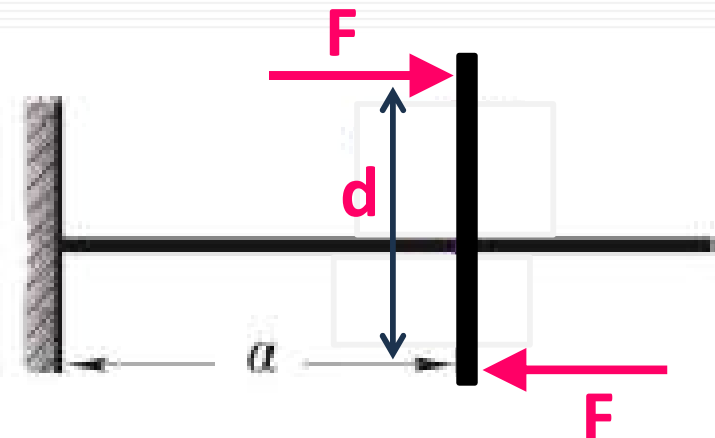
Συγκεντρωμένη ή σημειακή δύναμη

Μονάδες: π.χ. kN



*Ροπή ζεύγους δυνάμεων
Συγκεντρωμένη ροπή*

Μονάδες: π.χ. kNm



30 τόνων όχημα

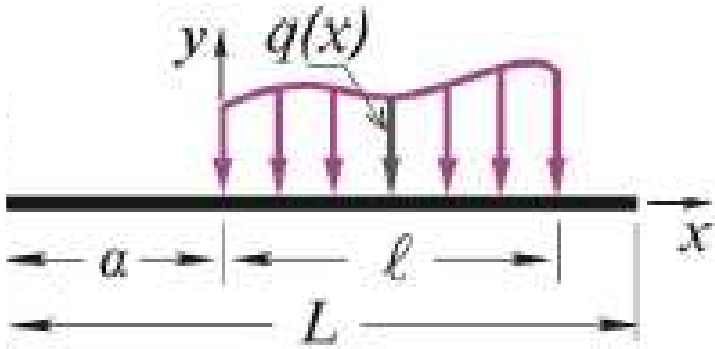


Κάθε ρόδα μεταβιβάζει:
30 tn/4 άξονες/2 ρόδες ανά άξονα =
3.50 τόνοι

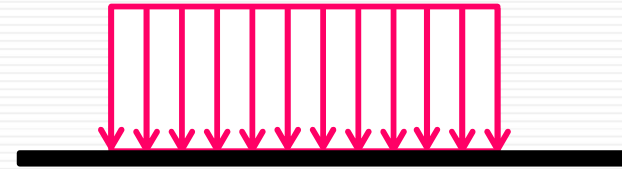
ΕΙΔΗ ΦΟΡΤΙΩΝ

Συγκεντρωμένα, κατανεμημένα, επιφανειακά

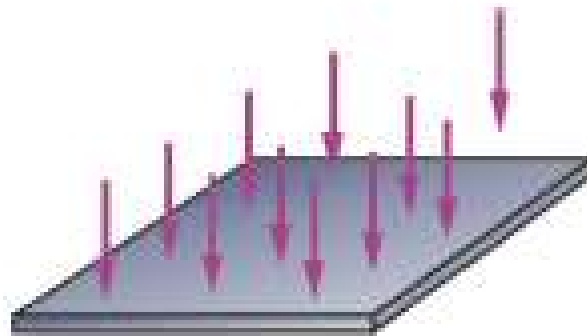
Ανομοιόμορφη κατανομή, π.χ. $q(x) = q_0 + k \times x^2$



Ομοιόμορφη κατανομή, $q(x) = q_0$



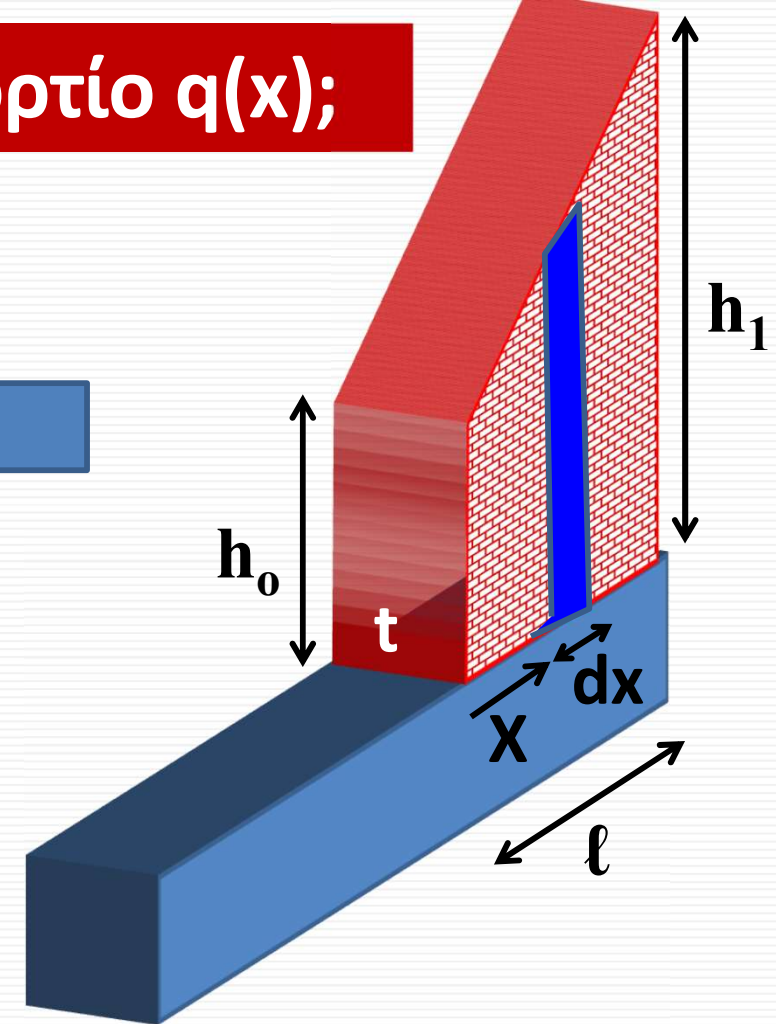
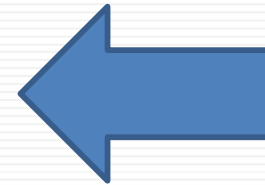
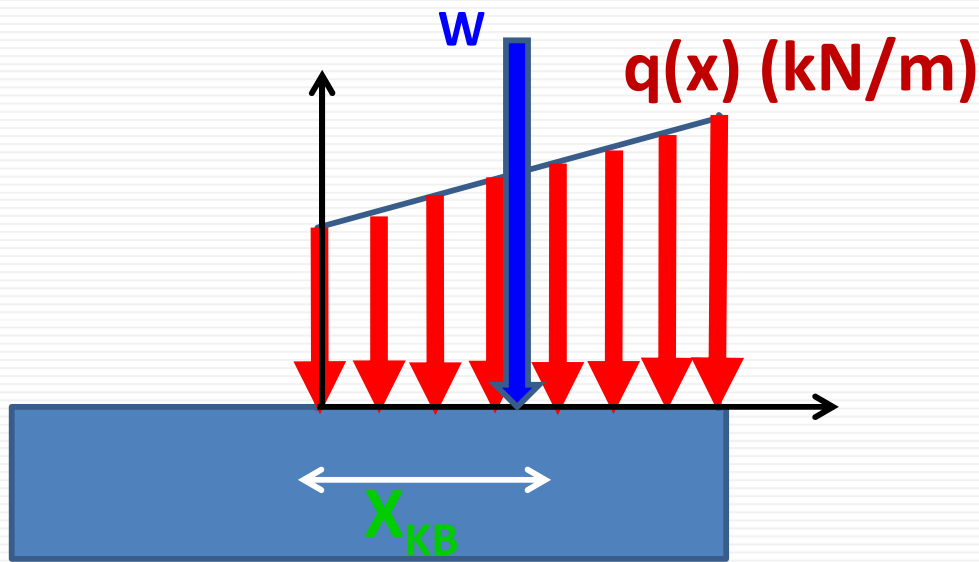
Κατανεμημένα φορτία → Μονάδες: π.χ. kN/m



Επιφανειακά κατανεμημένο φορτίο

Μονάδες: π.χ. kN/m²

Πώς προκύπτει το διανεμημένο φορτίο $q(x)$;



Π.χ. τοίχος από σκυρόδεμα:

Πυκνότητα $\rho = dm/dV$

Βάρος Φέτας: $dW = dm \cdot g = \rho dV \cdot g = \varepsilon \cdot dV$

Ειδικό βάρος σκυρ: $\varepsilon = \rho g = 24 \text{ kN/m}^3$

$dW = \varepsilon \cdot dV = \varepsilon \cdot t \cdot dx \cdot h(x) \rightarrow$

$q(x) = dW/dx = \varepsilon \cdot t \cdot h(x)$

Συνάρτηση ύψους:

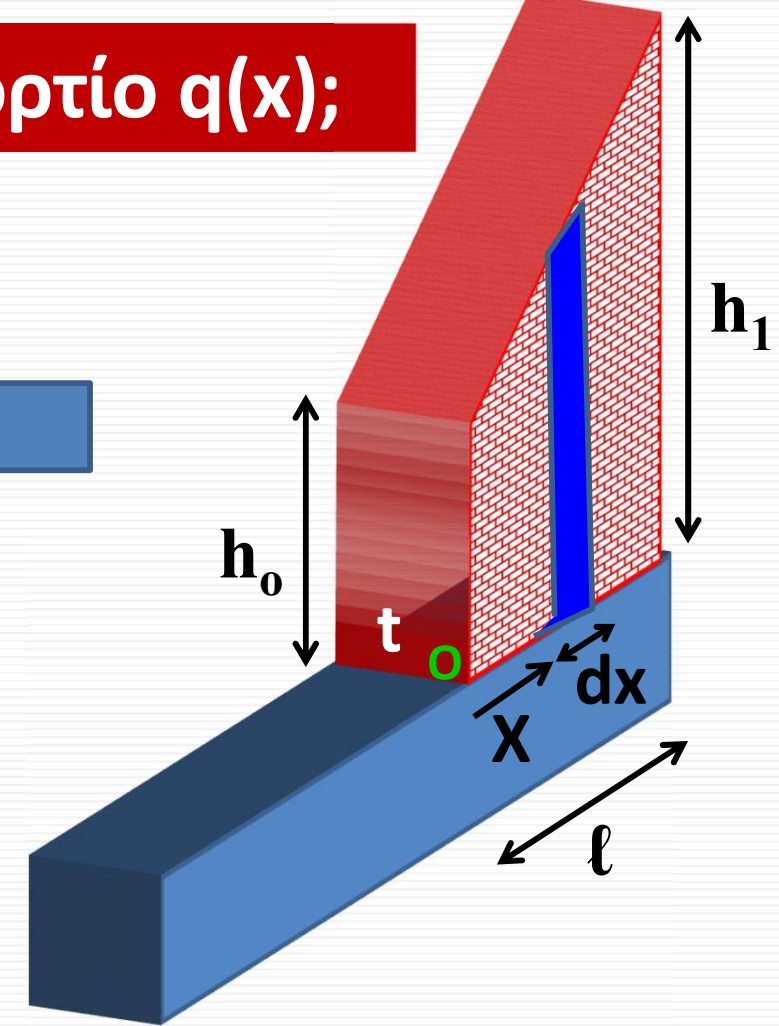
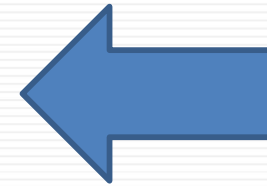
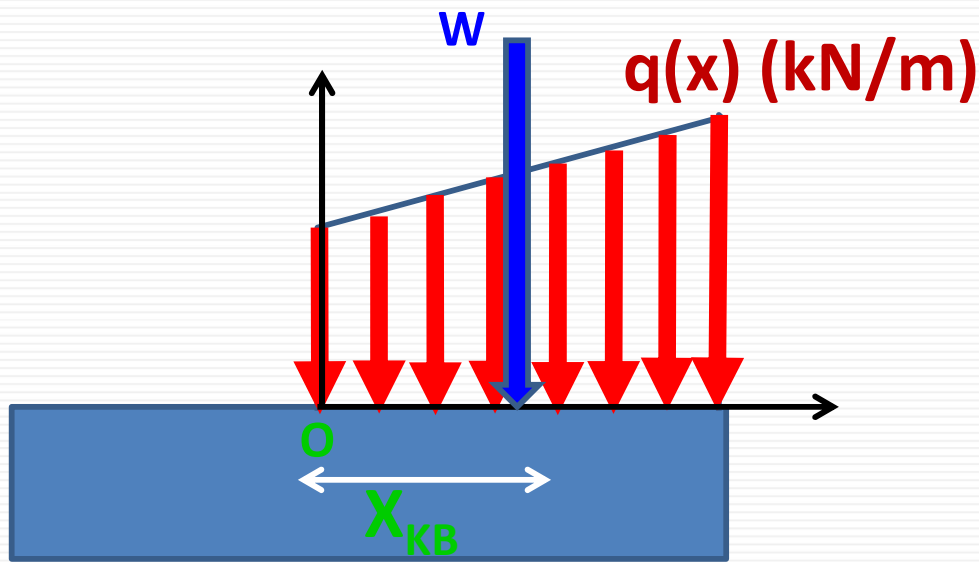
$$h(x) = \frac{h_1 - h_0}{l} x + h_0$$

Συνολικό βάρος: $W = \int_0^l q(x) dx = \varepsilon \cdot t \cdot \int_0^l h(x) dx$

Επιφάνεια = $t \cdot \int_0^l h(x) dx$

Απλοποιητικά: $W = \varepsilon \cdot t \cdot E = \varepsilon \cdot t \cdot (h_0 + h_1) \cdot l / 2$ Που ασκείται όμως το βάρος: $X_{KB} =$;

Πώς προκύπτει το διανεμημένο φορτίο $q(x)$;



Ροπή Φέτας ως προς O :

$$dM_O = \underbrace{(x + dx/2)}_{\text{απόσταση από } O} \cdot \underbrace{(q(x) \cdot dx)}_{\text{δύναμη}}$$

$$\rightarrow dM_O = x \cdot q(x) \cdot dx + dx^2 \cdot \frac{q(x)}{2} = x \cdot q(x) \cdot dx$$

Με ολοκλήρωση:

$$M_O = \int_0^l xq(x)dx$$

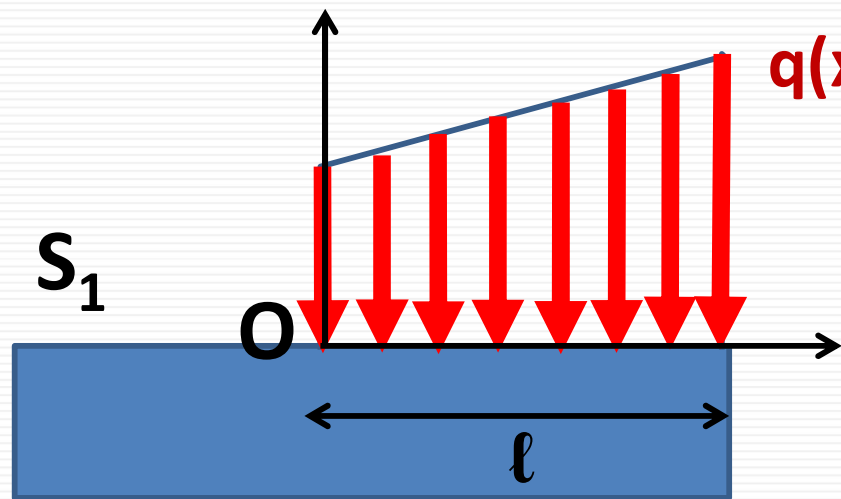
Από ισοδυναμία συστημάτων (δες επόμενη διαφάνεια):

$$M_O = x_{KB} \cdot W \rightarrow x_{KB} = \int_0^l xq(x)dx / \int q(x)dx$$

$$\text{Συνολικό βάρος: } W = \int_0^l q(x)dx$$

Που ασκείται όμως το βάρος: $x_{KB} =$;

Ισοδυναμία Συστημάτων → κέντρο βάρους



$$\bullet (\Sigma F)_1 = (\Sigma F)_2$$

$$\bullet (\Sigma M_O)_1 = (\Sigma M_O)_2$$

Εάν είναι γνωστή η συνάρτηση $q(x)$:

$$W = \int_0^l q(x) dx$$

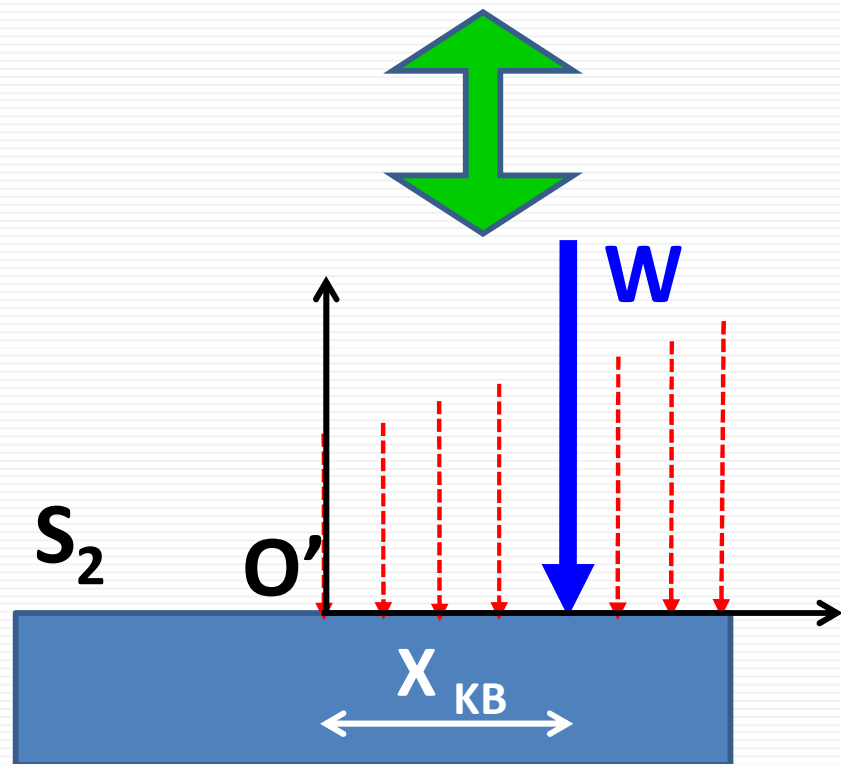
$$M_{O'} = x_{KB} \cdot W = \int_0^l (q(x) \cdot x) dx$$

Άρα για τα κατανεμημένα φορτία $q(x)$, ενδιαφέρει να βρεθεί:

- η συνισταμένη δύναμη, ώστε αυτή να μπει στις εξισώσεις ΣF
- το σημείο που αυτή δρα (στο Κ.Β. του σχήματος κατανομής) ώστε να μπορεί να γίνει χρήση της εξίσωσης: ΣM_O

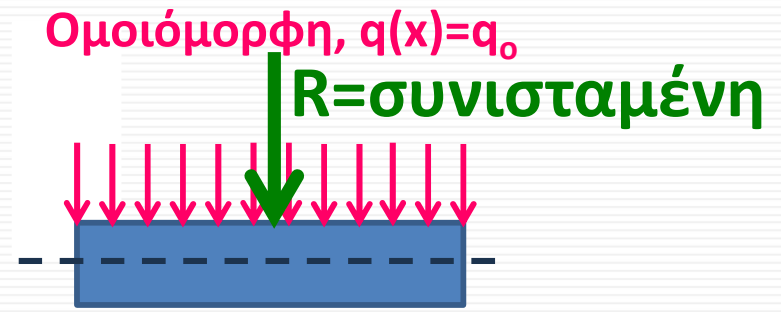
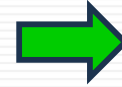
Εάν είναι άγνωστη η εξίσωση της $q(x)$;

→ αριθμητική ολοκλήρωση

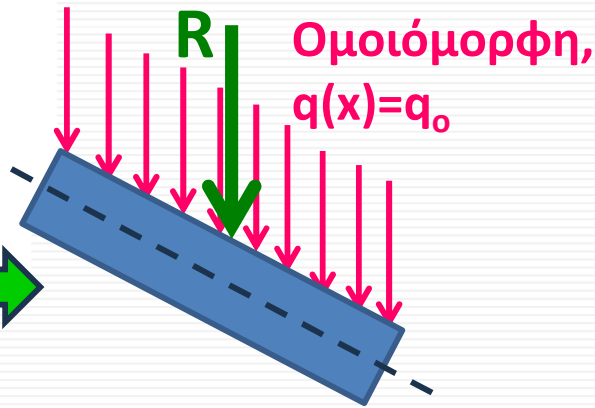


ΕΙΔΗ ΦΟΡΤΙΩΝ: κατανεμημένα

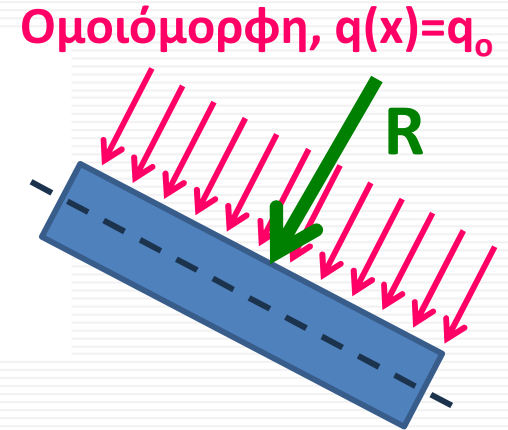
Ομοιόμορφο, κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο κάθετα στον άξονα του φορέα
Περίπτωση ιδίου βάρους



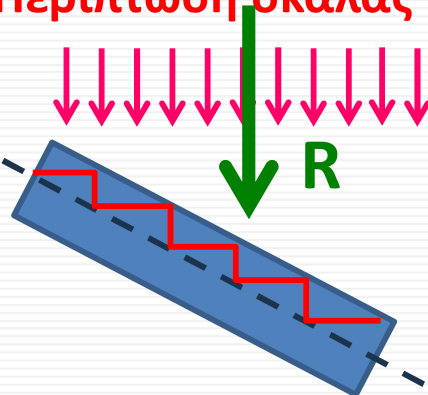
Ομοιόμορφο, κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο επί κεκλιμένου φορέα
Περίπτωση ιδίου βάρους



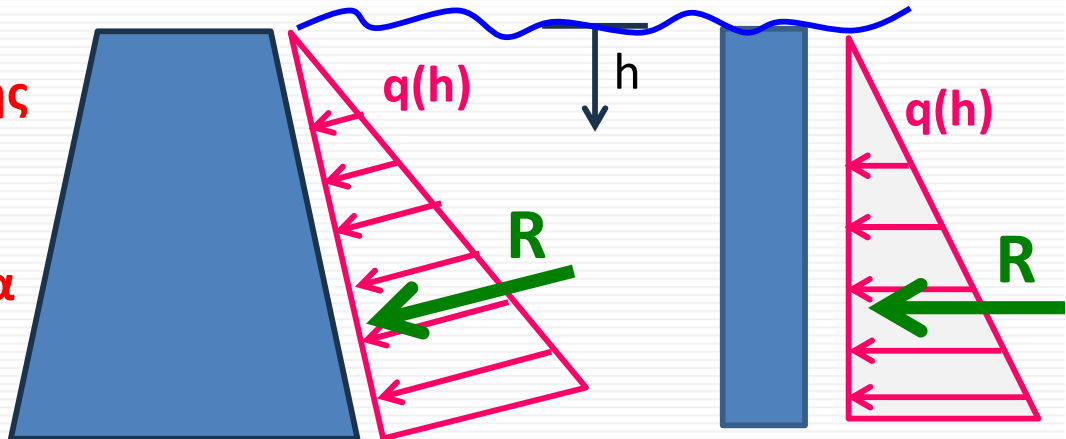
Ομοιόμορφο, κατανεμημένο φορτίο κάθετο επί κεκλιμένου φορέα
Περίπτωση ανεμοπίεσης



Ομοιόμορφο, κατακόρυφο κατανεμημένο φορτίο ανά μέτρο οριζόντιας προβολής κεκλιμένου φορέα
Περίπτωση σκάλας



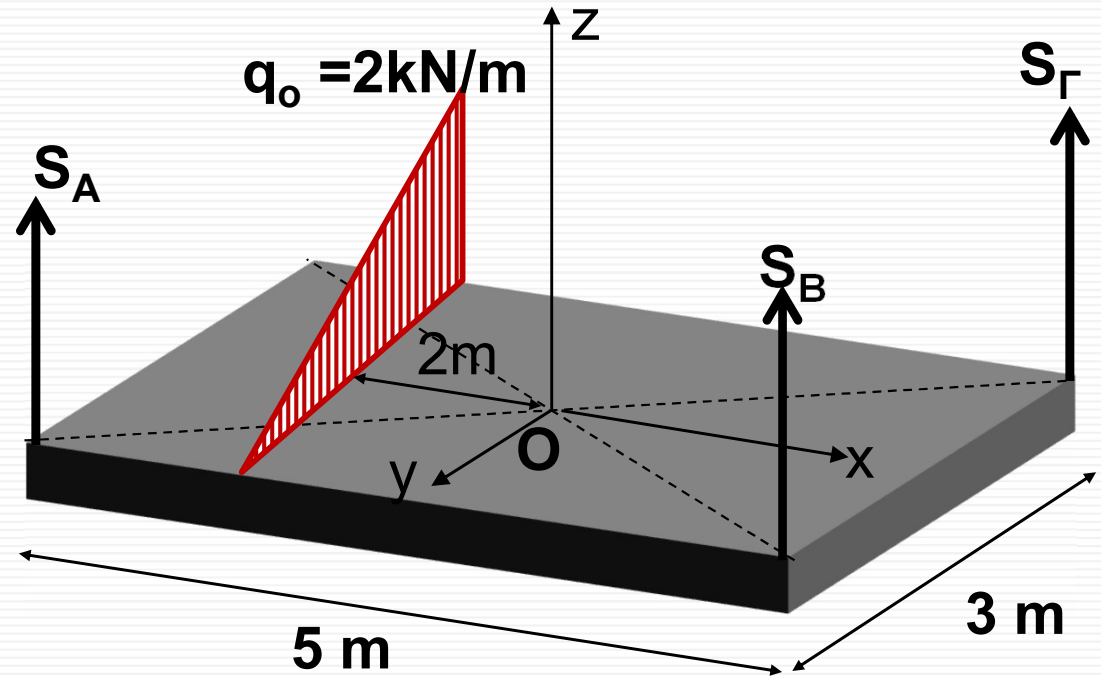
Τριγωνικό κατανεμημένο φορτίο
Περίπτωση υδροστατικής πίεσης, $q(h)=\rho_0gh$ (πίεση πάντα κάθετη στην επιφάνεια)



ΕΙΔΗ ΦΟΡΤΙΩΝ

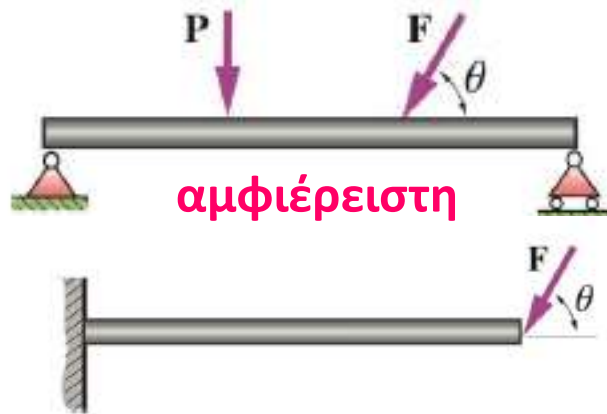
Συγκεντρωμένα, κατανεμημένα, επιφανειακά

Παράδειγμα: Σε οριζόντιο δίσκο βάρους 4 kN ανά m^2 επιφάνειας ($4 \text{ kN}/m^2$) ασκείται με κατεύθυνση προς τα κάτω, κατακόρυφο, τριγωνικό διανεμημένο φορτίο με $q_0 = 2 \text{ kN}/m$ σε θέση $x = -2 \text{ m}$. Ζητούνται οι αντιδράσεις των σχοινιών S_A , S_B , S_Γ ώστε ο φορέας να είναι ισοδύναμος με αυτόν χωρίς δυνάμεις/ροπές πάνω του.



$$\begin{aligned}\vec{M}_O &= \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \\ &= (r_y F_z - r_z F_y) \vec{i} - (r_x F_z - r_z F_x) \vec{j} + (r_x F_y - r_y F_x) \vec{k}\end{aligned}$$

Στερεό σώμα – φορέας

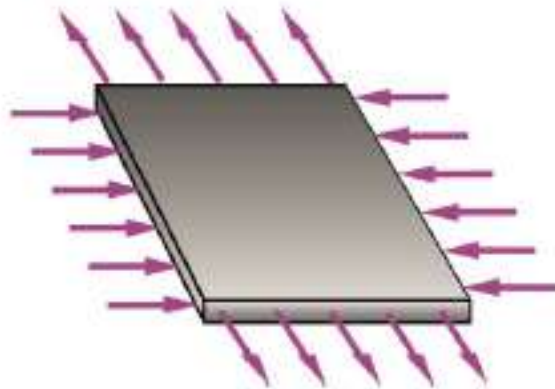
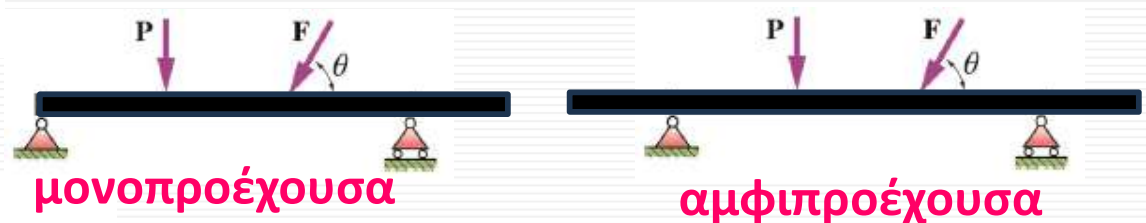


Δοκός

ή υποστήλωμα: οι δύο διαστάσεις (π.χ. διατομής) \ll από την 3^η διάσταση (μήκος)

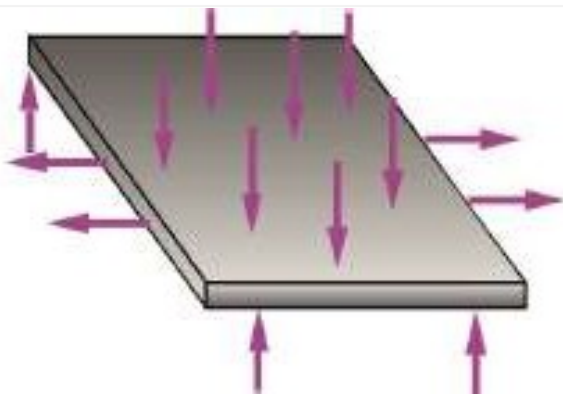
→ γραμμικός φορέας

Ανάλογα τις στηρίξεις μπορεί να είναι αμφιέρειστη, πρόβολος, μονο- ή αμφι-πρόχουσα δοκός



Δίσκος

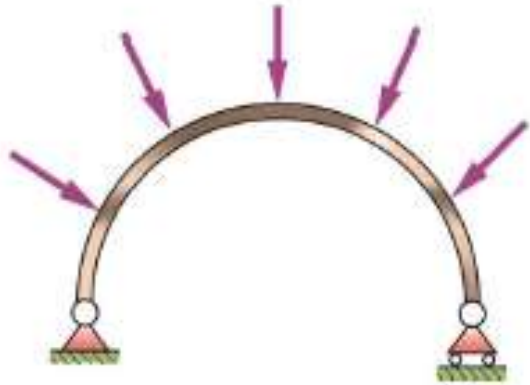
Φέρει τα φορτία παράλληλα στο επίπεδό του.



Πλάκα

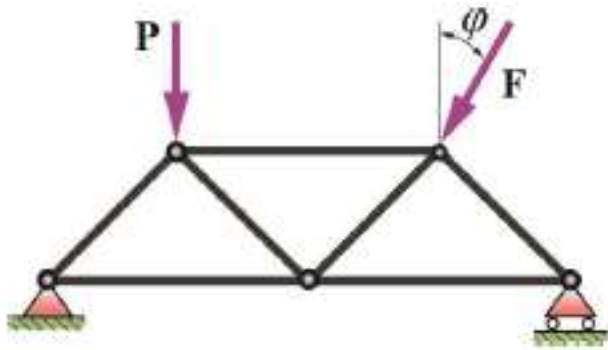
Φέρει τα φορτία κάθετα στο επίπεδό του.

Στερεό σώμα – φορέας



Τόξο

Καμπύλος φορέας που διαβιβάζει τα φορτία – δράσεις μέσω θλιπτικών δυνάμεων που ακολουθούν την τροχιά του τόξου.

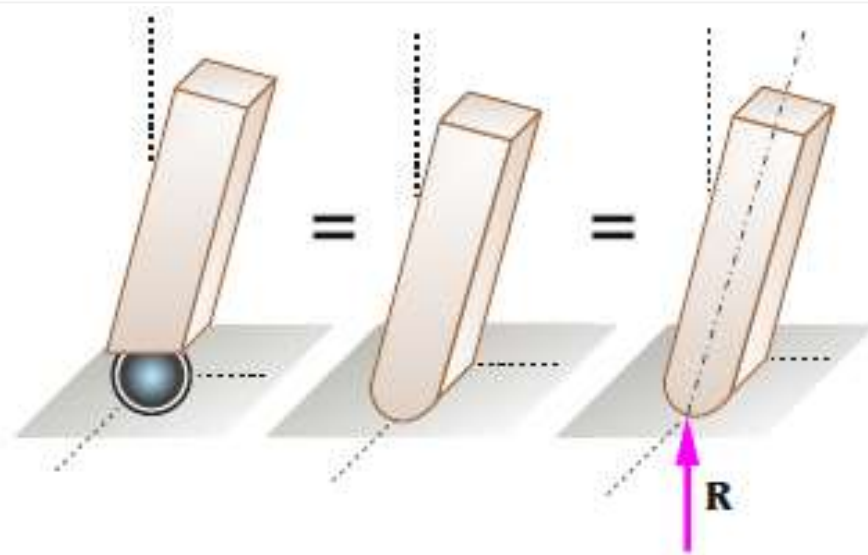


Δικτύωμα

Απαρτίζεται από συνδεόμενες ράβδους σε κόμβους. Όλο αυτό εδράζεται σε στηρίξεις. Οι ράβδοι παραλαμβάνουν μόνο αξονικές δυνάμεις (**θλιπτικές** ή **εφελκυστικές**)



Βασικά Είδη Στήριξης

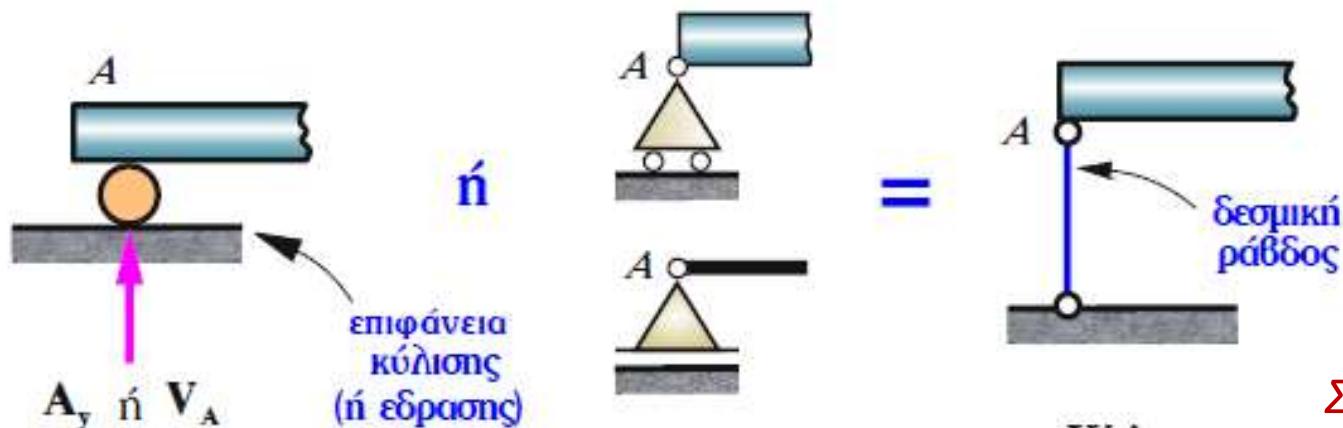


Σφαιρίδιο

Απλή στήριξη σε
λεία επιφάνεια

Η Κύλιση: δεν επιτρέπει, στην θέση που αυτή υλοποιείται επί του στερεού, κίνηση στον άξονα δράσης της.

Άρα η κύλιση δεσμεύει μία μετακίνηση (εδώ κατά $y-y$)



ή

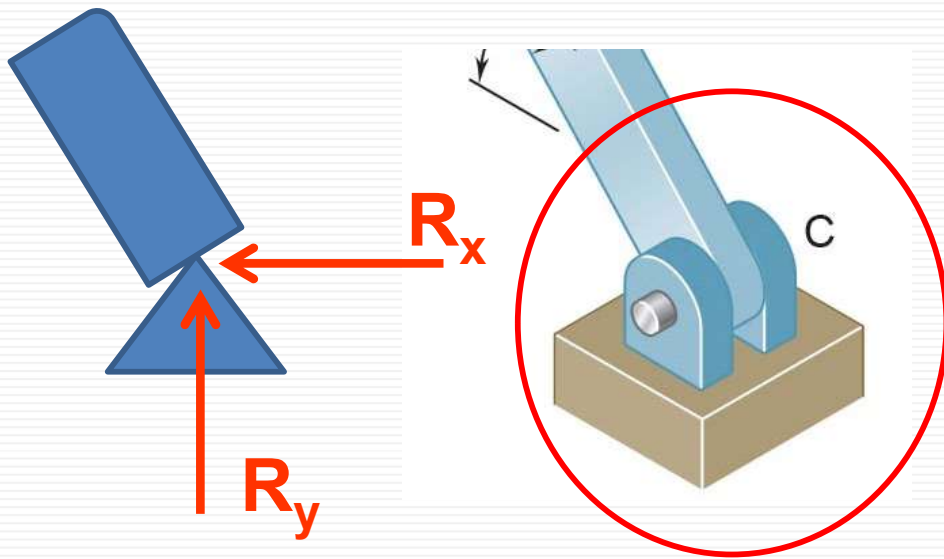
επιφάνεια
κύλισης
(ή εδρασης)

A_y ή V_A

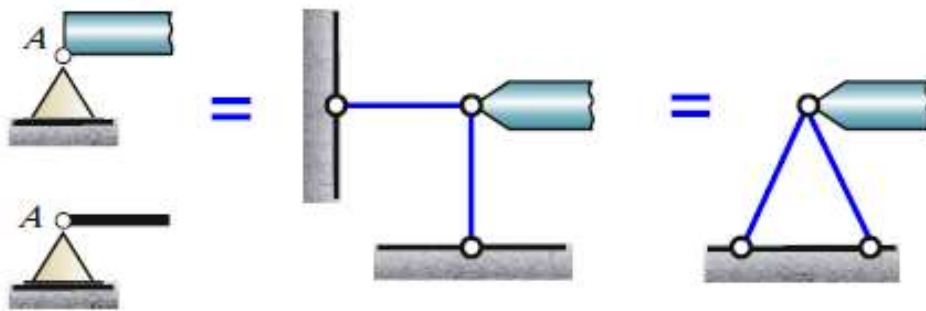
δεσμική
ράβδος

Κύλιση

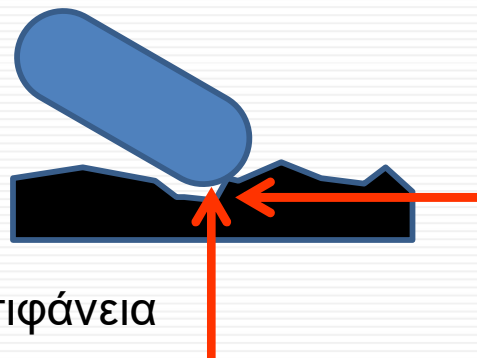
Σχήματα από Βουθούνης Π.
(Μηχανική)



Η Άρθρωση: δεν επιτρέπει, στην θέση που αυτή υλοποιείται επί του στερεού, κίνηση $\leftarrow \rightarrow$ και $\uparrow \downarrow$, (ή γενικότερα κάθετα ή παράλληλα στο επίπεδό της) ενώ επιτρέπει την περιστροφή.

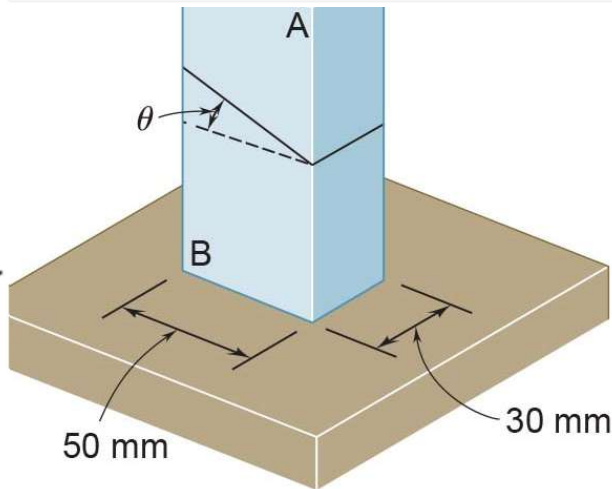
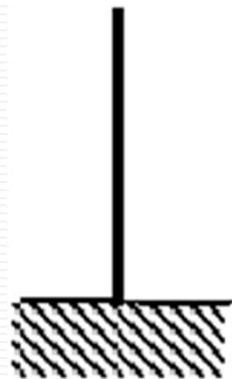
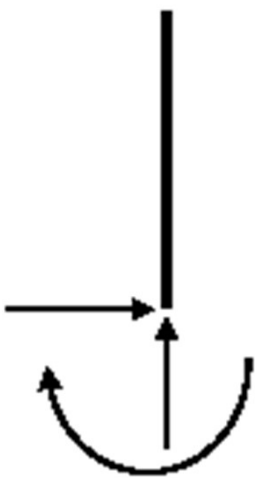


Άρθρωση

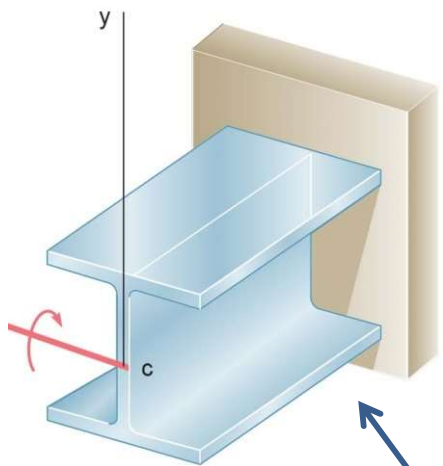


Επαφή με ΑΔΡΗ επιφάνεια

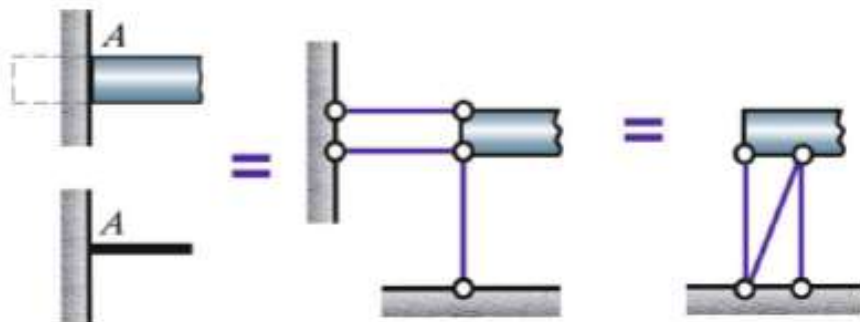
Άρα η άρθρωση δεσμεύει δύο μετακινήσεις και συνεπώς προβάλλει δύο αντιδράσεις ως προς αυτές τις μετακινήσεις



Η πάκτωση: δεν επιτρέπει καμία κίνηση του στερεού στην διεπαφή ($\leftarrow \rightarrow$, $\uparrow \downarrow$, είτε περιστροφή).



Υλοποίηση με περιμετρική συγκόλληση

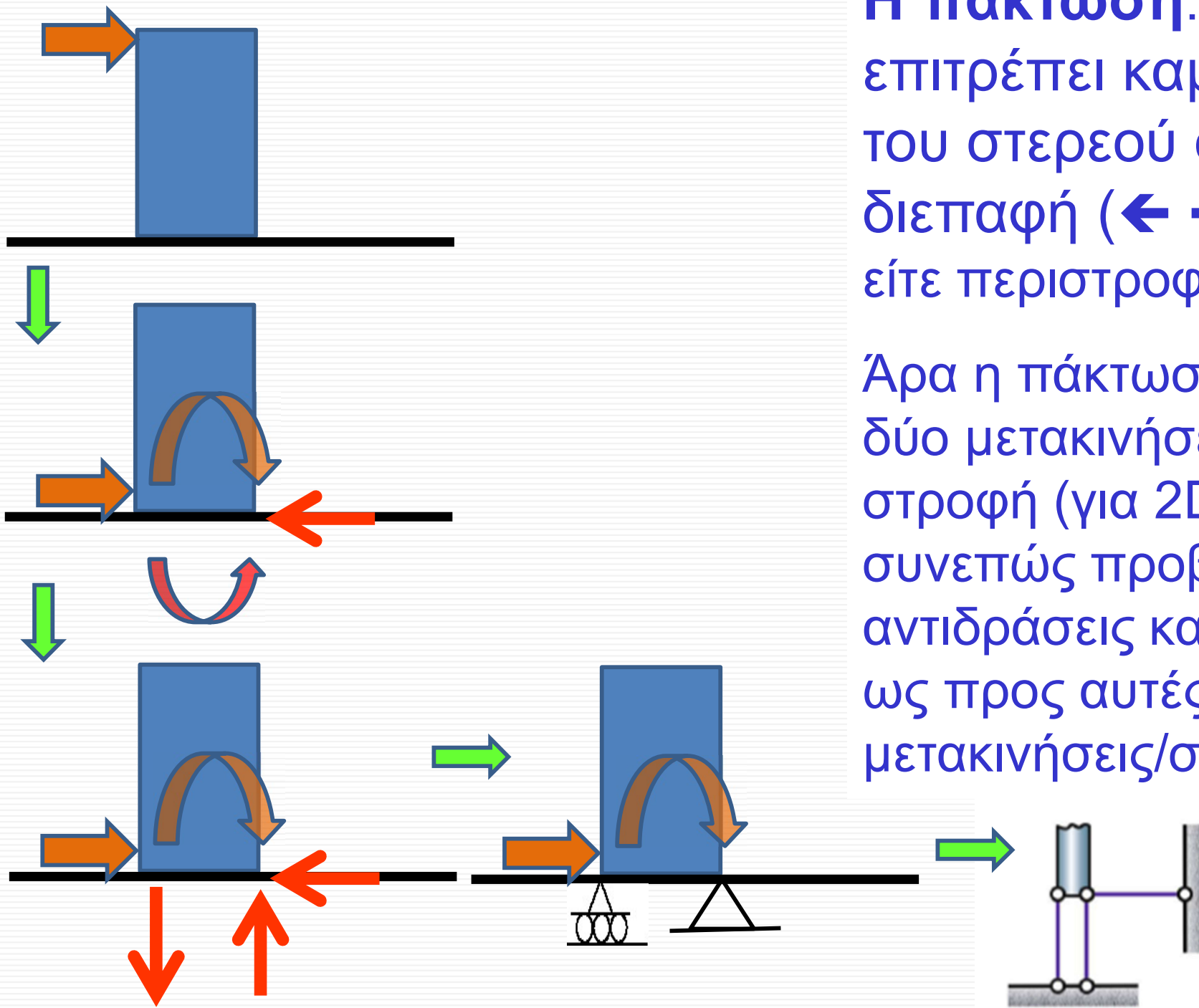


Πάκτωση

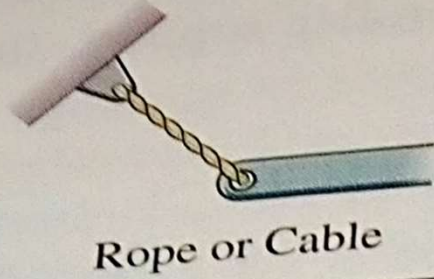
Άρα η πάκτωση δεσμεύει δύο μετακινήσεις και μία στροφή (για 2D στερεά) συνεπώς προβάλλει δύο αντιδράσεις και μία ροπή ως προς αυτές τις μετακινήσεις/στροφές

Η πάκτωση: δεν επιτρέπει καμία κίνηση του στερεού στην διεπαφή ($\leftarrow \rightarrow$, $\uparrow \downarrow$, είτε περιστροφή).

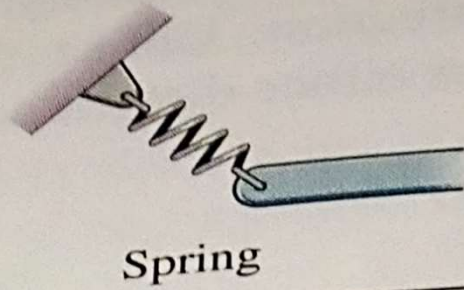
Άρα η πάκτωση δεσμεύει δύο μετακινήσεις και μία στροφή (για 2D στερεά) συνεπώς προβάλλει δύο αντιδράσεις και μία ροπή ως προς αυτές τις μετακινήσεις/στροφές



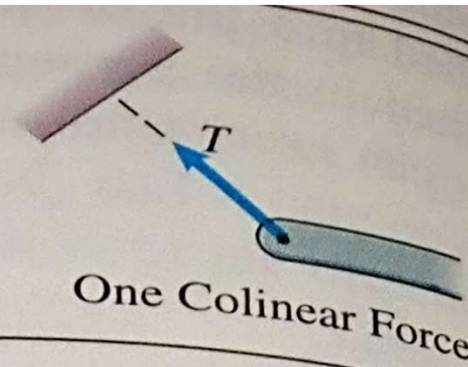
στηρίξεις – 2D



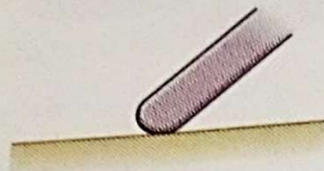
Rope or Cable



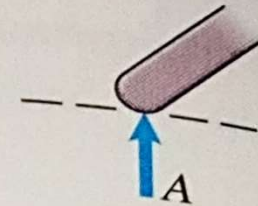
Spring



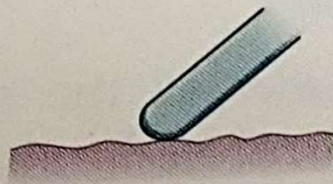
One Colinear Force



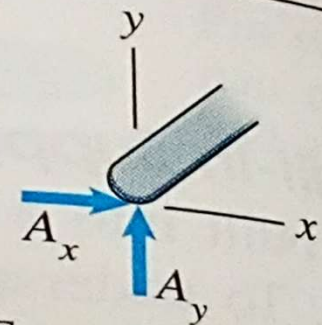
Contact with a Smooth Surface



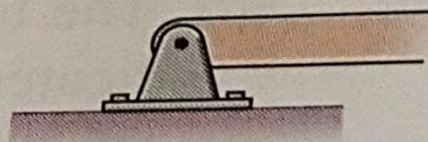
One Normal Force



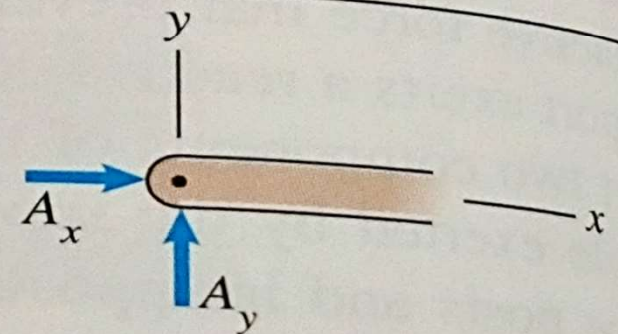
Contact with a Rough Surface



Two Force Components



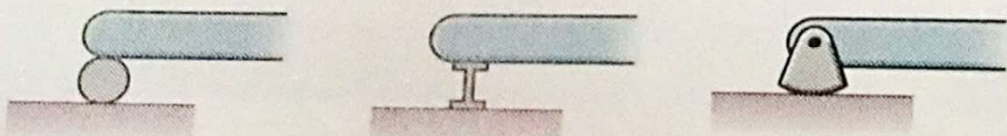
Pin Support



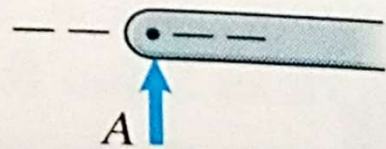
Two Force Components

στηρίξεις – 2D

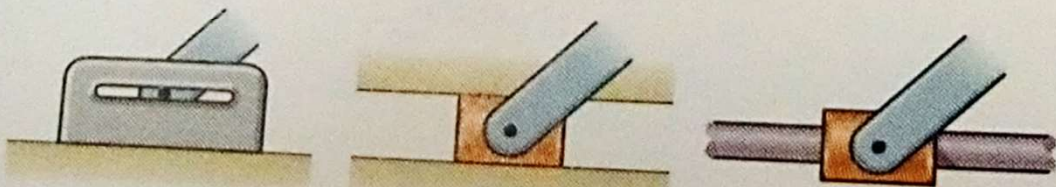
Roller Support



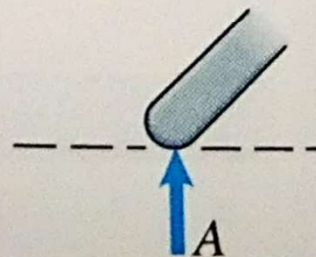
Equivalents



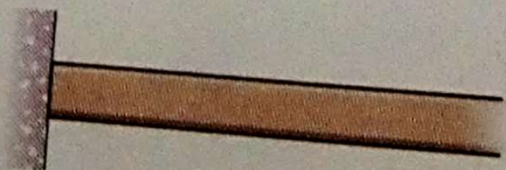
One Normal Force



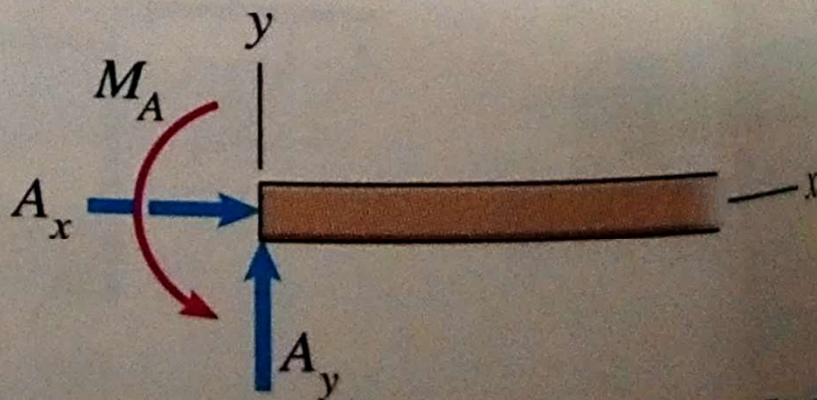
Constrained Pin or Slider



One Normal Force

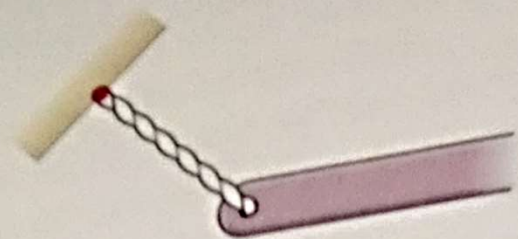
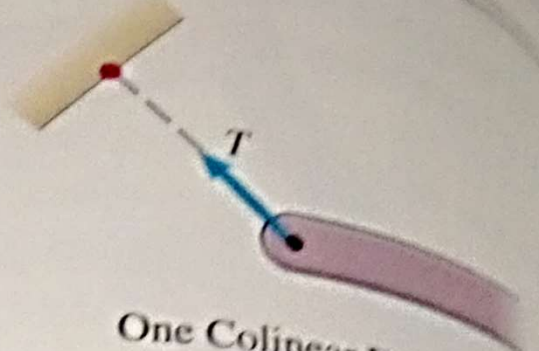
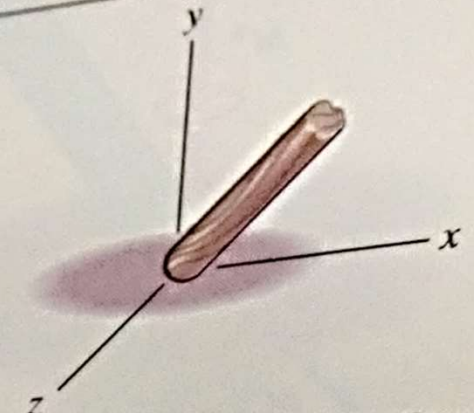
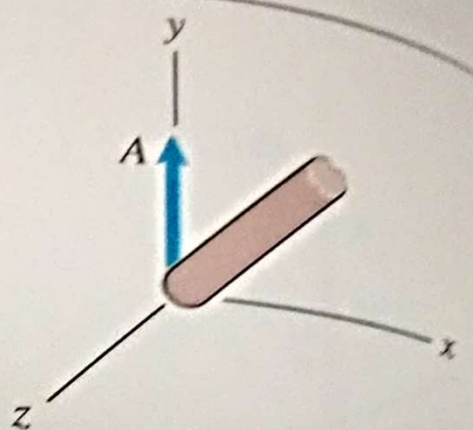
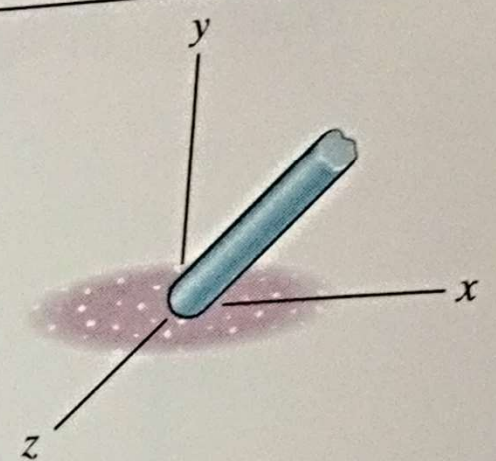
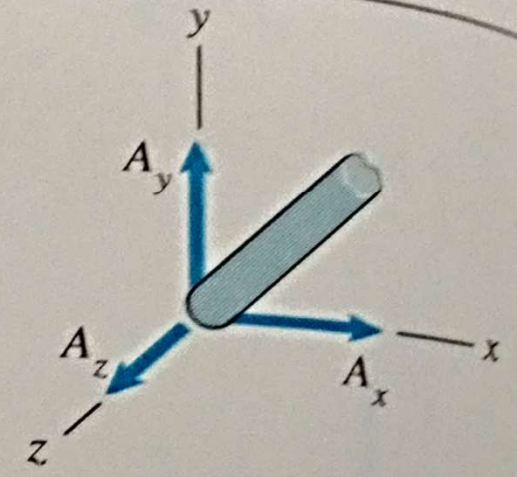


Built-in (Fixed) Support

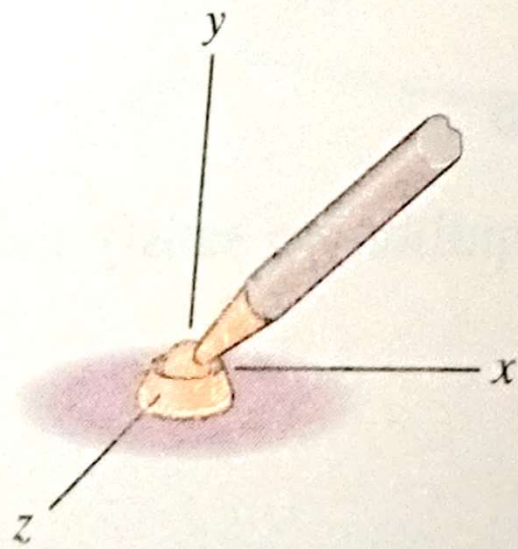


Two Force Components and One Couple

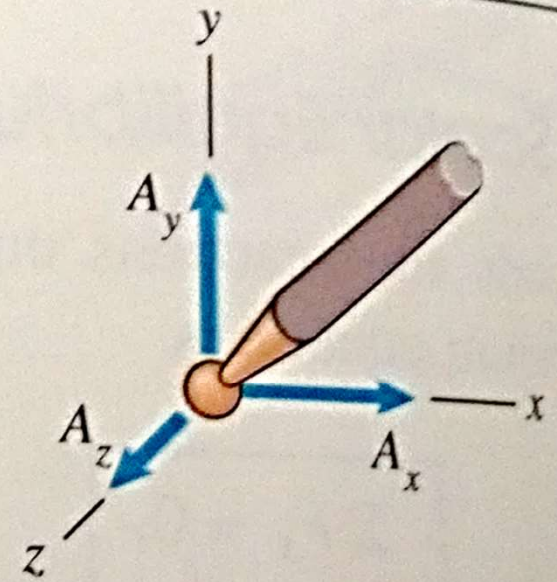
στηρίξεις
– 3D

Table	Supp.
 <p>Rope or Cable</p>	 <p>One Colinear Force</p>
 <p>Contact with a Smooth Surface</p>	 <p>One Normal Force</p>
 <p>Contact with a Rough Surface</p>	 <p>Three Force Components</p>

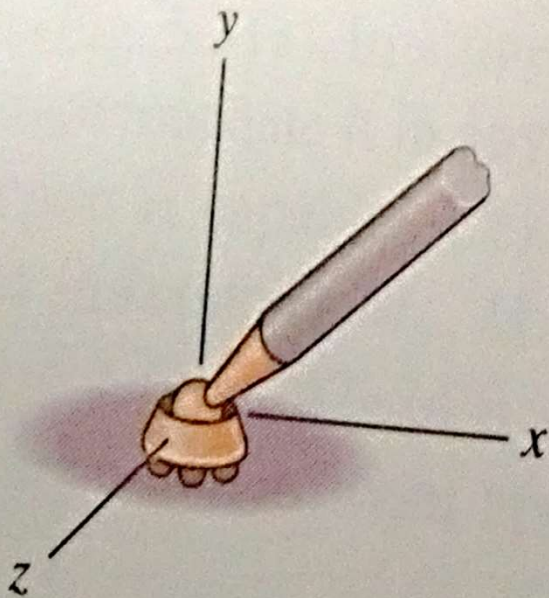
στηρίξεις
– 3D



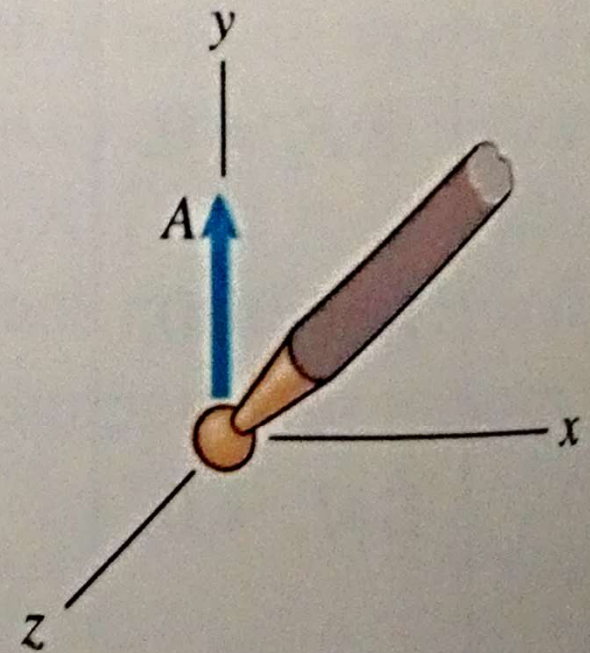
Ball and Socket Support



Three Force Components

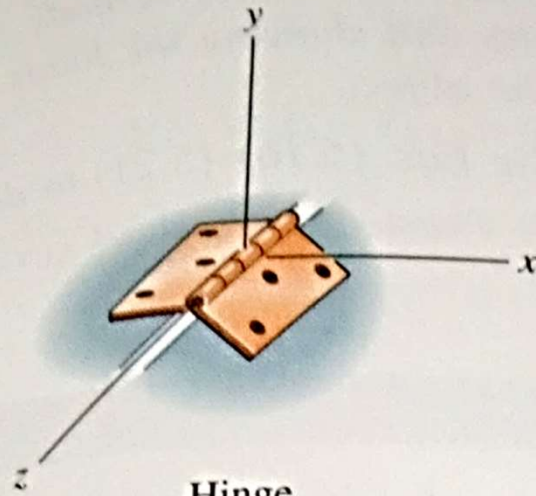


Roller Support

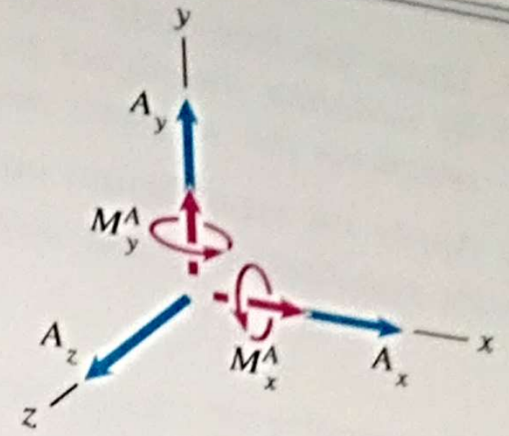


One Normal Force

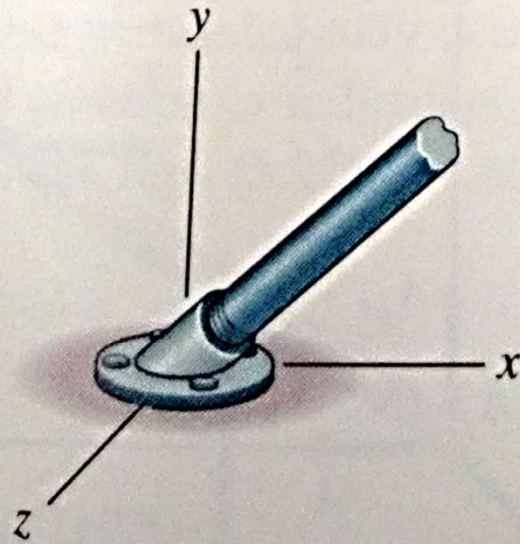
στηρίξεις – 3D



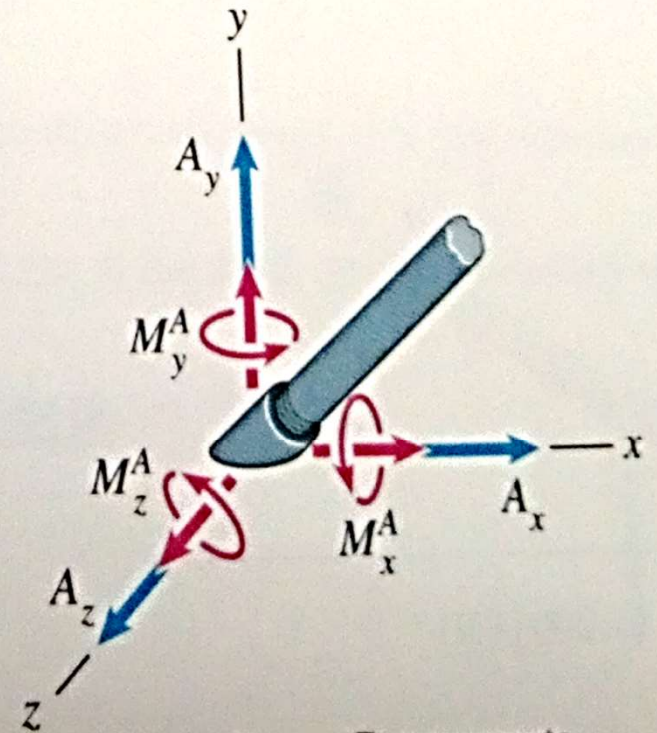
Hinge
(The z axis is parallel
to the hinge axis.)



Three Force Components,
Two Couple Components

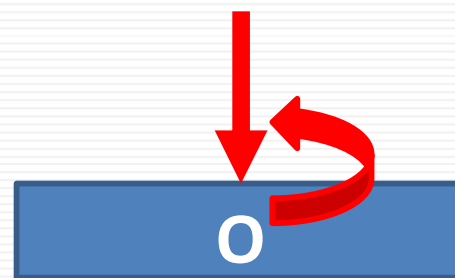
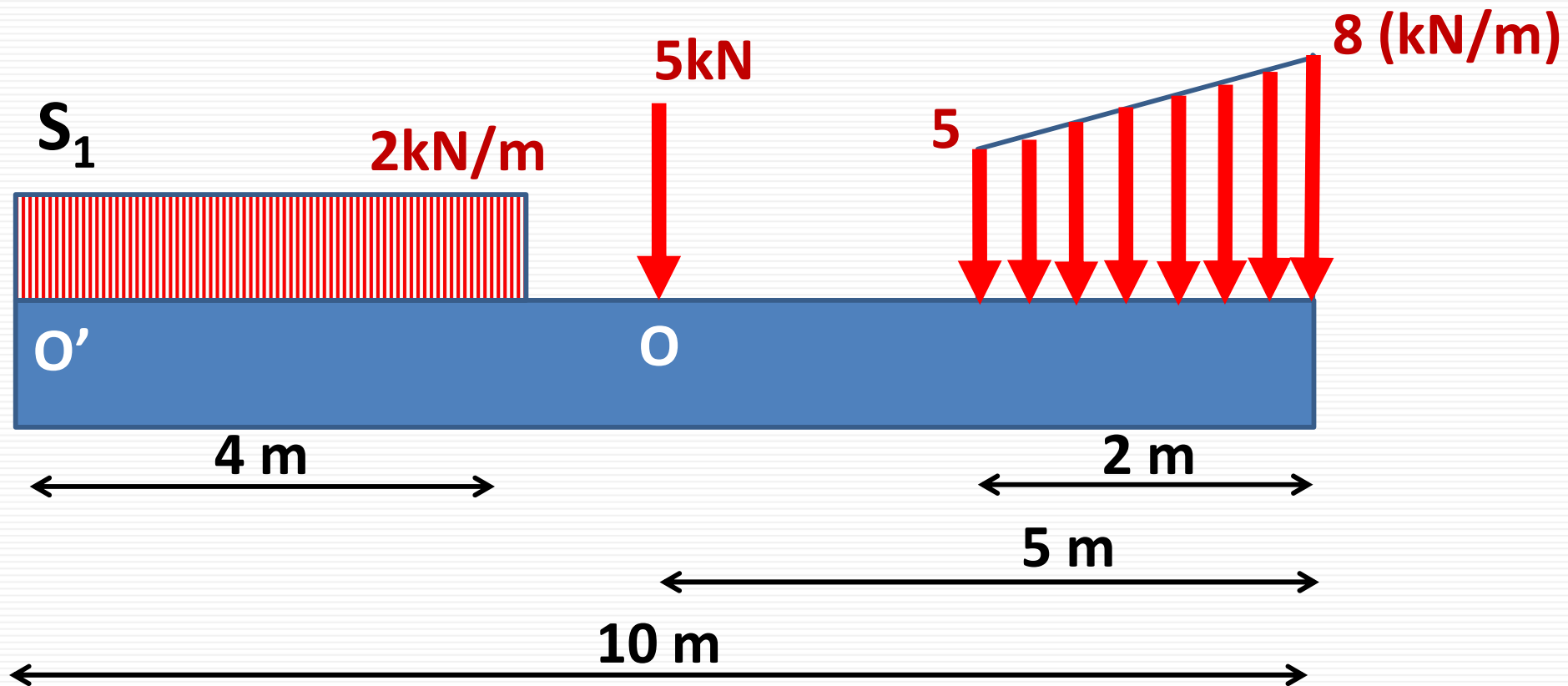


Built-in (Fixed) Support



Three Force Components,
Three Couple Components

Ισοδυναμία Συστημάτων → άσκηση για το σπίτι



S_2

S_2'

Ειδικώς για τα κατανεμημένα φορτία $q(x)$:

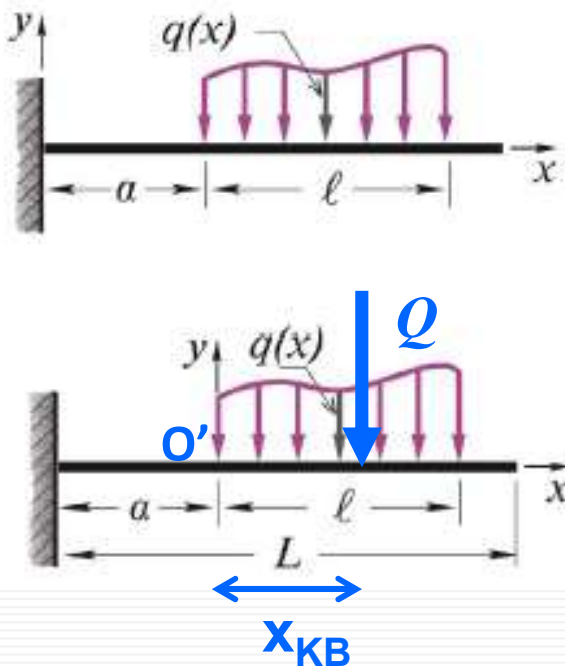
Ενδιαφέρει να βρεθεί:

A) η συνισταμένη δύναμη, ώστε αυτή να μπει στις εξισώσεις:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0$$

B) το σημείο που αυτή δρα (στο Κ.Β. του σχήματος κατανομής) ώστε να γίνει χρήση της εξίσωσης:

$$\Sigma M_A = 0$$



Εάν είναι γνωστή η συνάρτηση $q(x)$:

$$Q = \int_0^{\ell} q(x) dx$$

$$M_{O'} = x_{KB} \cdot Q = \int_0^{\ell} (q(x) \cdot x) dx$$

Εάν δεν είναι γνωστή η $q(x)$ \rightarrow αριθμητική ολοκλήρωση

Χειρόγραφο...