ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΡΑΚΗΣ

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Δημοκρίτειου Πανεπιστημίου Θράκης

Υδραυλικές Μηχανές και Ενέργεια

Διάλεξη 6. - Εξισώσεις διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας

Σκουληκάρης Χαράλαμπος
Ηλεκτρολόγος Μηχανικός & Μηχ. Η/Υ, MSc, PhD
hskoulik@civil.auth.gr

Ξάνθη, 18 Νοεμβρίου 2016

Ανασκόπηση 5ου μαθήματος

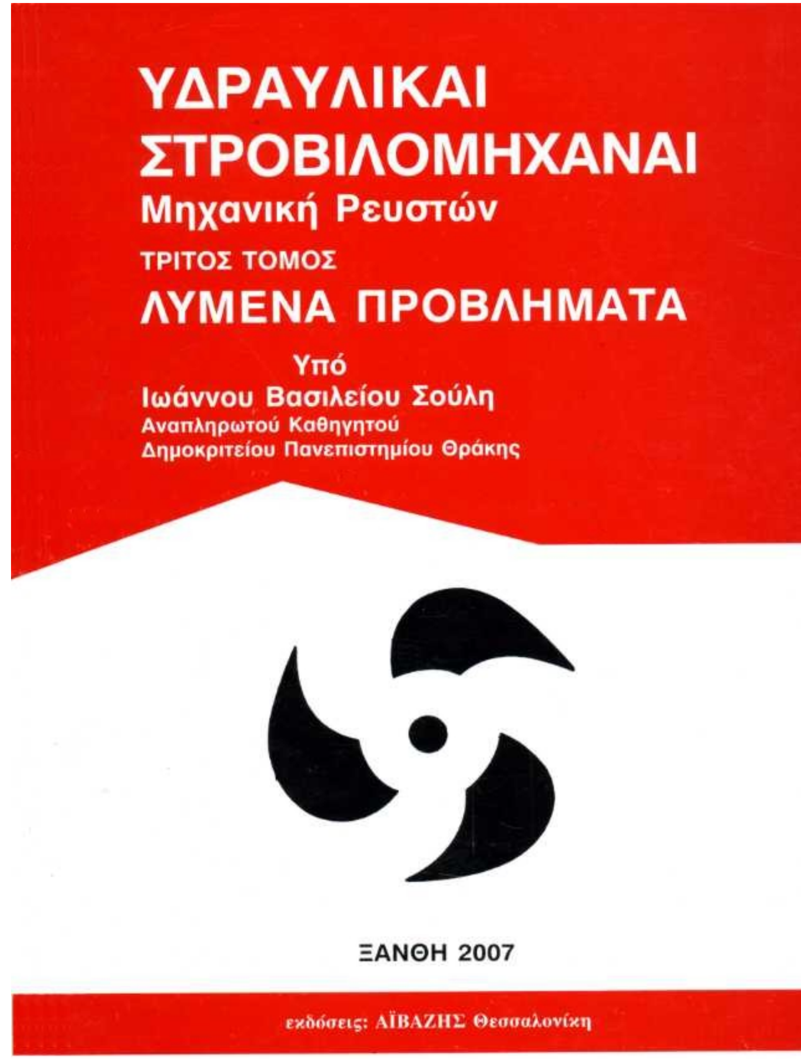
- Πείραμα αντλησιοταμίευσης και παρακολούθηση οπτικοακουστικού υλικού για κατανόηση φυσικών διεργασιών σχετικά με τη μηχανική ρευστών

Περιεχόμενα 6ου μαθήματος

Α/Α	Τρόπος διδασκαλίας	Μάθημα	Περιγραφή	Ώρες
4	*Διάλεξη*	*Ροή ρευστών εντός υδραυλικών στροβιλομηχανών*	*Καθορισμός και είδη υδραυλικών μηχανών, βασικές έννοιες υδραυλικών στροβιλομηχανών,*	*3*
5	***Εργαστήριο***	***Πείραμα αντλησιοταμίευσης και παρακολούθηση οπτικοακουστικού υλικού***	***Πείραμα αντλησιοταμίευσης και παρακολούθηση οπτικοακουστικού υλικού για κατανόηση φυσικών διεργασιών σχετικά με τη μηχανική ρευστών***	**3**
6	***Διάλεξη***	***Εξισώσεις διατήρησης της μάζας, ορμής και ενέργειας***	***- Ανασκόπηση εξισώσεων διατήρησης της μάζας, ορμής και ενέργειας για κατανόηση της ροής ύδατος εντός υδραυλικών στροβιλομηχανών.*** - ***Ασκήσεις***	**3**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – Εξισώσεις διατήρησης της μάζας, ορμής και ενέργειας

Συγγράμματα/Εκπαιδευτικό υλικό



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ, ΟΡΜΗΣ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

2.1 Εισαγωγή

Οι εξισώσεις της διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας έχουν ουσιαστικό ρόλο στην κατανόηση της συμπεριφοράς της ροής του ύδατος στις υδραυλ

> *Αν ο στοιχειώδης όγκος του ρευστού, που περνά από το τυχαίο σημείο του πεδίου ροής, διαγράφει πάντοτε την ίδια γραμμή ροής ενώ η ταχύτητά του στο δεδομένο σημείο είναι ανεξάρτητη του χρόνου, η ροή ονομάζεται μόνιμη (steady)*

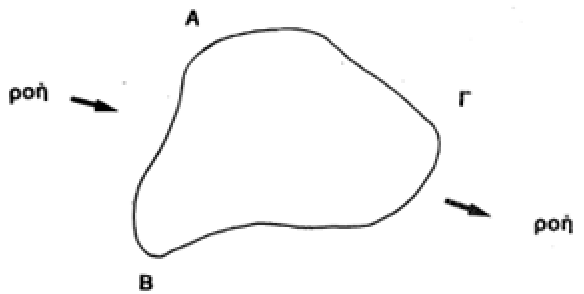
Στα πλαίσια του μαθήμα

- Αποφεύγεται η συστ ν για χώρους πέρα της μιας δι → Απλοποίηση των μαθηματικών εκφράσεων.
- Η ροή θεωρείται ότι είναι σταθερή στο χρόνο → Όλα τα φυσικά φαινόμενα που αναλύονται, εντός των στροβιλομηχανών, θεωρούνται μη-μεταβαλλόμενα ως προς το χρόνο.
- Η επίλυση των πολυσύνθετων προβλημάτων του πραγματικού χώρου ροής απαιτεί τη συστηματική χρήση Η/Υ.
- Η συστηματική μελέτη των στροβιλομηχανών συνοδεύεται από την πειραματική ανάλυση.

2.2 Συνέχεια της μάζας

Για να γίνει αντιληπτή η έννοια της συνέχειας της μάζας, θεωρούμε το χώρο ΑΒΓ.

- Ο χώρος δεν μεταβάλλεται με το χρόνο
- Δεν δημιουργείται αλλά ούτε καταστρέφεται μάζα εντός του χώρου (*απουσία πυρηνικών φαινομένων και χημικών αντιδράσεων*)



Σχήμα 2.1 Συνέχεια της μάζης

Τότε μπορεί να ισχυριστούμε ότι η μεταβολή στο χρόνο της μάζας του ρευστού που εισέρχεται στο χώρο ΑΒΓ ισούται με τη μεταβολή στο χρόνο της μάζας του ρευστού που εξέρχεται από τον έν λόγω χώρο συν την μεταβολή στο χρόνο της μάζας η οποία συσσωρεύεται στο χώρο ΑΒΓ.

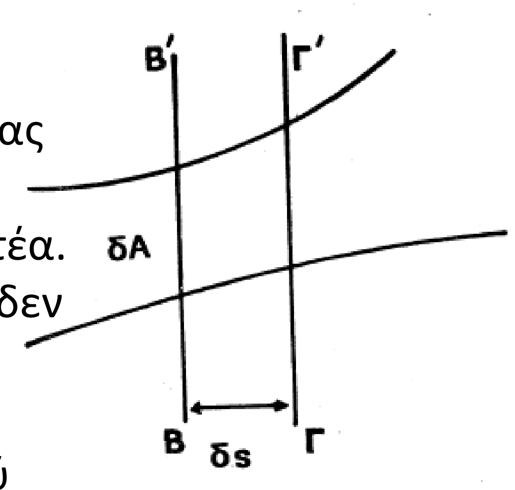
Εάν η ροή είναι σταθερά : η μεταβολή της μάζας που συσσωρεύεται εντός του χώρου ΑΒΓ είναι μηδενική.

Η μεταβολή στο χρόνο της μάζας του ρευστού που εισέρχεται στο χώρο ΑΒΓ ισούται με τη μεταβολή στο χρόνο της μάζας του ρευστού που εξέρχεται από τον χώρο ΑΒΓ.

2.2 Συνέχεια της μάζας

Έστω ότι έχουμε το ροϊκό σωλήνα του διπλανού σχήματος:

- ΒΒ' και ΓΓ' είναι 2 επίπεδα κάθετα επί της διεύθυνσης της ταχύτητας του ρευστού.
- Η μεταβολή της ταχύτητας κατά μήκος των ΒΒ' και ΓΓ' είναι αμελητέα.
- Τα 2 επίπεδα απέχουν μικρή απόσταση δs, απόσταση στην οποία δεν υπάρχει καμία μεταβολή της ταχύτητας κατά μήκος της ροϊκής γραμμής
- ΔΑ είναι το εμβαδό της διατομής, και (ΔΑ)*δs ο όγκος του ρευστού μεταξύ των διατομών.



Σχήμα 2.2 Ροικός σωλήν και διατήρησις της συνεχείας της μάζης

Εάν το ρευστό που βρίσκεται μεταξύ των διατομών αρχίσει να κινείται, τότε ο όγκος του ρευστού που εξέρχεται από το όριο ΓΓ΄ στη μονάδα του χρόνου είναι ΔΑ*ds/dt. Επειδή όμως ds/dt είναι η γραμμική ταχύτητα u, τότε η παροχή Q(m3/sec) δηλαδή ο διερχόμενος όγκος στη μονάδα του χρόνου είναι:

$$Q = (\Delta A)\, u \tag{2.1}$$

2.2 Συνέχεια της μάζας

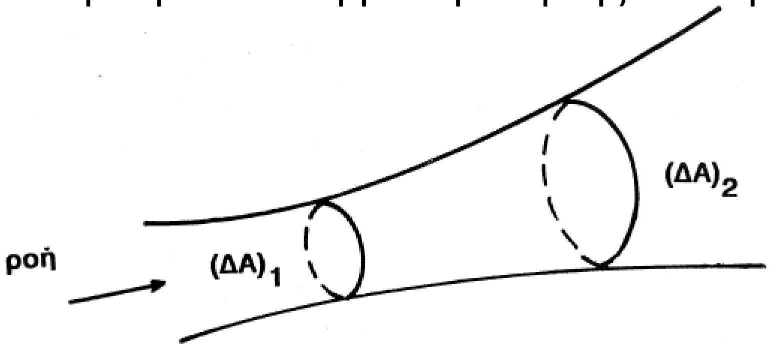
Σε πολλές περιπτώσεις είναι ωφέλιμο να γίνεται χρήση της έννοιας της διερχόμενης μάζας στη μονάδα του χρόνου και η οποία συμβολίζεται ως $\dot{m}$ (kg/s). Στην προκειμένη περίπτωση η παροχή Q διασυνδέεται με τη διερχόμενη μάζα στη μονάδα του χρόνου (*ροή μάζας*) με την ακόλουθη εξίσωση:

$$\dot{m} = \rho Q \tag{2.2}$$

Από τις εξισώσεις 2.1 και 2.2. προκύπτει:

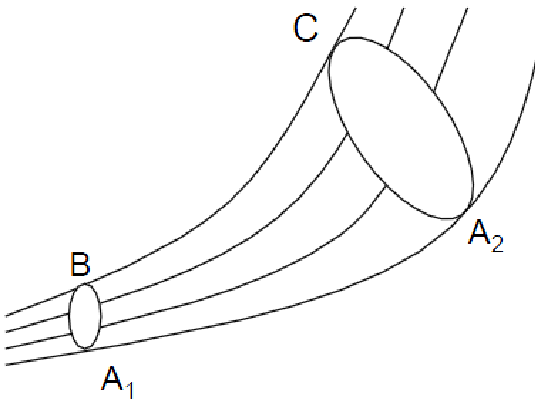
$$\dot{m} = \rho (\Delta A) u \tag{2.3}$$

Σε περίπτωση ροϊκού σωλήνα με έντονη μεταβολή της διατομής, όπως στο ακόλουθο σχήμα?



Σχήμα 2.3 Η διατομή του ροικού σωλήνος μεταβάλλεται από $(\Delta A)_1$ εις $(\Delta A)_2$.

2.2 Συνέχεια της μάζας



Έστω το ρευστό στο σημείο κινείται με ταχύτητα $υ_1$. Τότε σε χρονικό διάστημα dt, ένα «σωματίδιο» ρευστού θα διανύσει απόσταση **$υ_1$*dt**, επομένως όγκος **dV = $A_1υ_1$*dt** θα περάσει από τη διατομή A_1.
Βάση των παραδοχών που έχουμε κάνει ο ίδιος όγκος θα εξέλθει του συστήματος, δηλαδή θα περάσει από τη διατομή C. Εάν η ταχύτητα εκεί είναι $υ_2$ τότε ο εξερχόμενος όγκος είναι **dV = $A_2υ_2$*dt**
Συνεπώς: **$A_1υ_1$*dt** = **$A_2υ_2$*dt**
ή **Q = dV/dt = A*υ = σταθ**. (***ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ***).

Στην περίπτωση που η παροχή Q διασυνδέεται με τη διερχόμενη μάζα στη μονάδα του χρόνου (ροή μάζας), έχουμε την ακόλουθη εξίσωση:

$$\rho_1 (\Delta A)_1 u_1 = \rho_2 (\Delta A)_2 u_2 = \ldots = \text{σταθερόν} \qquad (2.4)$$

2.2 Συνέχεια της μάζας

Εάν μια διατομή μιας υδραυλικής κατασκευής αποτελείται από απειράριθμους ροϊκούς σωλήνες, τότε η ολοκλήρωση της Εξ. 2.4 δίνει:

$$\int \rho \; u \; dA = \text{σταθερόν} \qquad (2.5)$$

Η διατομή dA νοείται ότι είναι πάντα κάθετη στη ταχύτητα. Στην περίπτωση που η πυκνότητα και η ταχύτητα είναι σταθερές η προηγούμενη εξίσωση λαμβάνει τη μορφή:

$$\rho \; A \; u = \text{σταθερόν} \qquad (2.6)$$

Εάν η πυκνότητα είναι σταθερά τότε:

$$\int u \; dA = \text{σταθερόν} \qquad (2.7)$$

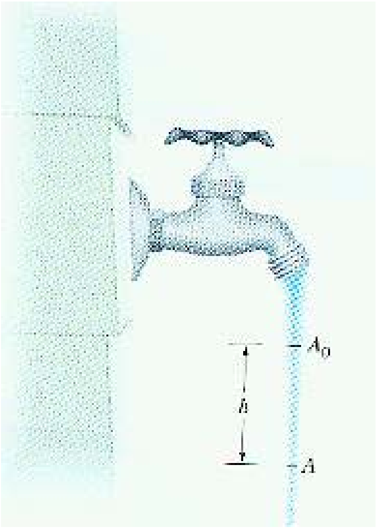
Σε αυτή την περίπτωση η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφτεί ως:

$$A \; \bar{u} = \text{σταθερόν} \qquad (2.8)$$

όπου $\bar{u}$ η μέση ταχύτητα του ρευστού.

2.2 Συνέχεια της μάζας

Άσκηση:



Το εμβαδόν της διατομής στη στάθμη A_0 είναι 1,0 cm^2 και στην A: 0,4 cm^2. Η απόσταση h μεταξύ των A_0 και A είναι 50 mm. Πόση είναι η παροχή του νερού από τη βρύση;

Λύση:

Καθώς το νερό ρέει η ταχύτητα του αυξάνει και επομένως η διατομή θα πρέπει να μειώνεται σύμφωνα προκειμένου να έχουμε την αρχή συνέχειας της μάζας.

$$\rho_1 \, (\Delta A)_1 \, u_1 = \rho_2 \, (\Delta A)_2 \, u_2 = \ldots = \text{σταθερόν} \qquad (2.4)$$

- Επειδή έχουμε το ίδιο ρευστό (νερό), $\rho_1 = \rho_2$
- Άρα $Q_{A0} = Q_A$ ή $u_0 * A_0 = u * A$
- Το νερό εκτελεί ελεύθερη πτώση με σταθερή επιτάχυνση g, επομένως: $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2gh$ (από ΘΜΚΕ)

$\upsilon_0^2 A_0^2 / A^2 = \upsilon_0^2 + 2gh$ ή

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{2ghA^2}{A_0^2 - A^2}}$$ ή

$$u_0 = \sqrt{\frac{2*9.81m/s^2*(0.05m)*(0.4cm^2)^2}{(1cm^2)^2-(0.4cm^2)^2}} = 0.151 \text{m/s} = 15.1 \text{cm/s}$$

$\boxed{\text{Άρα: } Q_0 = u_0 * A_0 = 15.1 cm^3/s}$

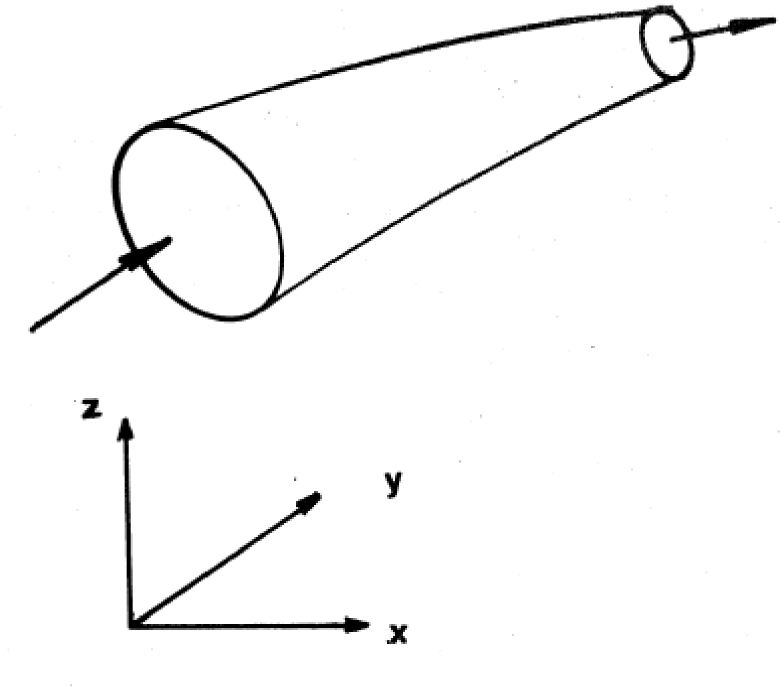
2.3 Διατήρηση της ορμής

Στη θεωρία των υδραυλικών μηχανών ο καθορισμός των δυνάμεων που ασκούνται στις στερεές επιφάνειες και προκαλούνται από το ρέων ρευστό είναι σημαντικός.

Όλες αυτές οι υδροδυναμικές δυνάμεις προέρχονται λόγω μεταβολής της ορμής του ρέοντος ρευστού, με το μέγεθος αυτών των δυνάμεων να καθορίζεται από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, ο οποίος μπορεί να εφαρμοστεί κατάλληλα για την περίπτωση ροής ρευστού σε περιορισμένο χώρο.

- Η εφαρμογή του νόμου της διατήρησης της ορμής αφορά τα όρια του χώρου αναφοράς και δεν απαιτεί πλήρη γνώση του εσωτερικού πεδίου ροής
- Οποιεσδήποτε δυνάμεις ασκούνται εντός του χώρου ροής αλληλοαναιρούνται και παραμένουν ενεργές μόνο οι δυνάμεις που ασκούνται επί των ορίων.

2.3 Διατήρηση της ορμής



Σχήμα 2.4 Διάγραμμα διά την απόδειξιν της διατηρήσεως της ορμής

Το σχήμα παρουσιάζει ροϊκό σωλήνα, με x, y, z να είναι οι συνιστώσες ενός στοιχείου ρευστού. Εάν δt είναι το χρονικό διάστημα το οποίο χρειάζεται ένα στοιχείο ρευστού να διασχίσει το ροϊκό σωλήνα, τότε η μάζα δm είναι ρ δQ δt. *(m= ρ*V και Q=ΔV/Δt).*

Σύμφωνα με το 2ο Νόμο του Νεύτωνα (***η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα, ισούται με το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος***), *έχουμε:*

$$\delta F_x = \rho\ \delta Q\ \delta t\ \left(\frac{\delta u}{\delta t}\right) \qquad (2.9)$$

ή

$$\delta F_x = \rho\ \delta Q\ (u_2 - u_1) \qquad (2.10)$$

2.3 Διατήρηση της ορμής

Αν αντί ροϊκού σωλήνα γίνει αναφορά σε όλο το διαθέσιμο χώρο ροής τότε:

$$F_x = \rho Q (U_2 - U_1) \tag{2.11}$$

όπου Q η ολική παροχή και U_1 και U_2 είναι οι αντίστοιχες συνιστώσες της ταχύτητας κατά τη x διεύθυνση. Ομοίως,

$$F_y = \rho Q (V_2 - V_1) \tag{2.12}$$

$$F_z = \rho Q (W_2 - W_1) \tag{2.13}$$

όπου V και W οι συνιστώσες της ταχύτητας κατά την y και z διεύθυνση.

Οι εξισώσεις (2.11), (2.12) και (2.13) αποτελούν τις τρεις εκφάνσεις διατήρησης της ορμής και ορίζουν ότι η προκύπτουσα συνιστώσα της δύναμης, η οποία ασκείται σε ελεύθερο στερεό σώμα, ισούται με τη διαφορά των συνιστωσών των ορμών στην είσοδο και έξοδο του αναφερόμενου χώρου εφαρμογής.

2.3 Διατήρηση της ορμής

Από τις παραπάνω εξισώσεις είναι φανερό ότι είναι χρήσιμη η εφαρμογή μέσων τιμών ταχυτήτων. Η μέση τιμή της ταχύτητας μπορεί να εκφρασθεί μέσω της χρησιμοποίησης ενός διορθωτικού συντελεστή β ώστε αν ληφθεί υπόψη η μη-ομοιόμορφος κατανομή των ταχυτήτων .

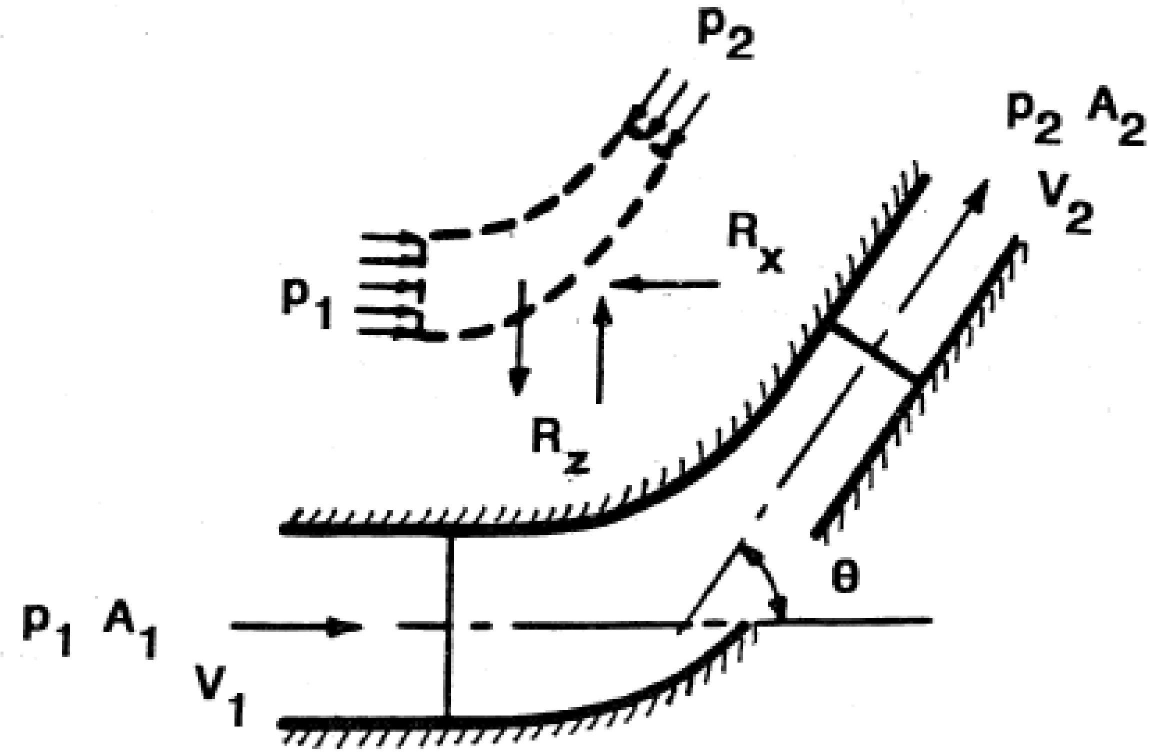
Η τιμή του β λαμβάνεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\beta = \int \frac{u}{V\,Q}\, dQ \qquad (2.14)$$

ή

$$\beta = \int \frac{u^2}{V^2\,A}\, dA \qquad (2.15)$$

2.3 Διατήρηση της ορμής



Σχήμα 2.5 Δυνάμεις δρώσαι επί κατακορύφου επικλινούς συγκλίνοντος αγωγού

Στο σχήμα παρουσιάζονται οι δυνάμεις που ασκούνται επί κατακόρυφου και επικλινούς συγκλίνοντος αγωγού.

Λόγω των υδροστατικών και δυναμικών πιέσεων ασκείται μια δύναμη επί του αγωγού η οποία ισορροπείται υπό κατάλληλες συνδέσεις. Η δύναμη αυτή μπορεί να υπολογιστεί μέσω της εφαρμογής της θεωρίας της διατήρησης της ορμής.

2.3 Διατήρηση της ορμής

Κατά τη διεύθυνση x η εφαρμογή της διατήρησης της ορμής μας δίνει:

$$p_1 A_1 - p_2 A_2 \,\text{συνθ} - R_x = \rho Q (V_2 \,\text{συνθ} - V_1) \quad (2.16)$$

Κατά τη διεύθυνση z η εφαρμογή της διατήρησης της ορμής μας δίνει:

$$R_z - B - p_2 A_2 \,\text{ημθ} = \rho Q V_2 \,\text{ημθ} \quad (2.17)$$

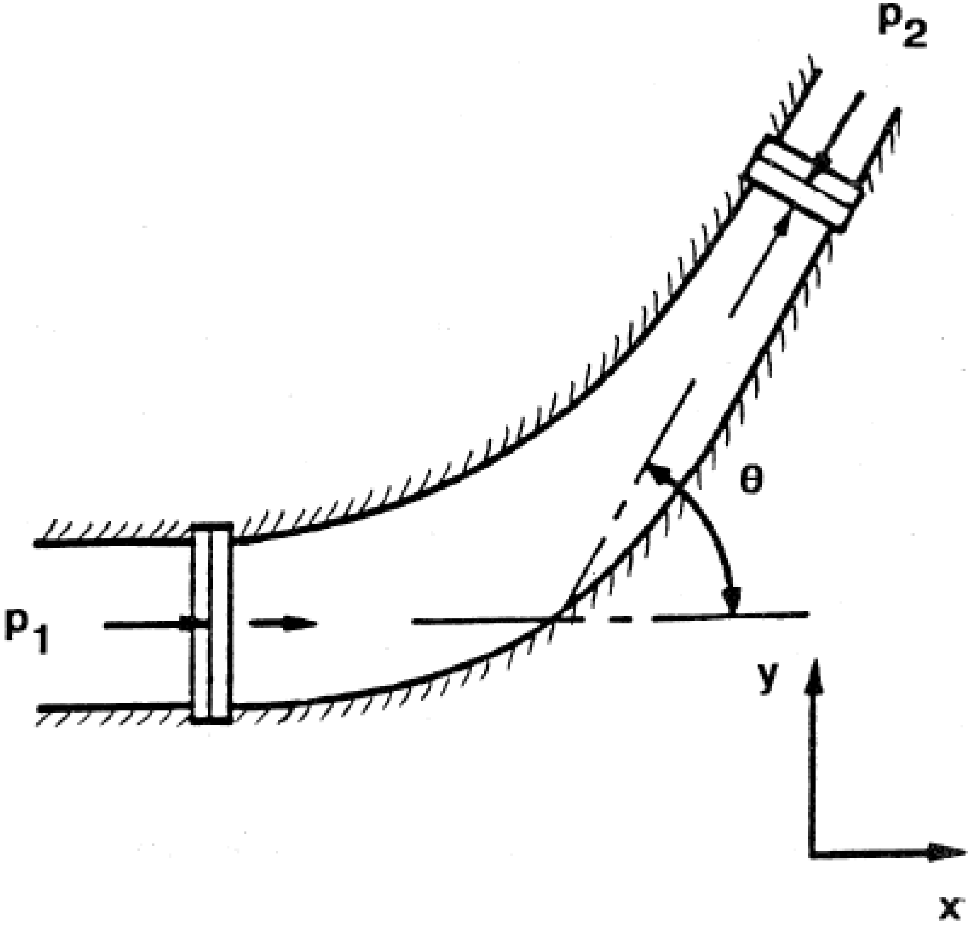
Όπου p η πίεση και R_X (N) και R_z (N) είναι οι αντιδράσεις στήριξης του αγωγού και B είναι το βάρος του ρευστού μεταξύ των διατομών 1 κα 2. Από τα παραπάνω η συνισταμένη R (N) είναι

$$R = (R_x + R_z)^{1/2} \quad (2.18)$$

1.1 Καθορισμός και είδη υδραυλικών μηχανών

<u>Παράδειγμα:</u> Εις αγωγός έχει διάμετρον εισόδου 400.0 mm και εξόδου 300.0 mm. Ο αγωγός κείται επί οριζοντίου επιπέδου και είναι κεκαμμένος κατά $45^{o}.0$, ιδέ Σχήμα 2.6. Η πίεσις επί της εισόδου είναι 240000.0 N/m^2 και η διερχομένη παροχή διά του σωλήνος είναι 0.425 m^3/s. Εάν αγνοηθούν παντελώς αι δυνάμεις λόγω τριβής του ρευστού, να υπολογισθή η συνισταμένη δύναμις η ασκουμένη υπό του ύδατος επί της στροφής.

1.1 Καθορισμός και είδη υδραυλικών μηχανών



Σχήμα 2.6 Παράδειγμα διά την εφαρμογήν της θεωρίας της διατηρήσεως της ορμής

1.1 Καθορισμός και είδη υδραυλικών μηχανών

Λύσις: Η ταχύτης εις την είσοδον, u_1, είναι,

$u_1 = Q/A_1$ άρα,

$u_1 = 0.425/(\pi \times 0.4^2/4.0) = 3.382$ m/s.

Εις την έξοδον είναι, $u_2 = Q/A_2$ άρα,

$u_2 = 0.425/(\pi \times 0.3^2/4.0) = 6.01$ m/s.

Δι' εφαρμογής της διατηρήσεως της ενεργείας μεταξύ εισόδου και εξόδου,

$p_1 + \rho\, u_1^2/2 = p_2 + \rho\, u_2^2/2$ άρα,

$p_2 = p_1 + \rho/2\,(u_1^2 - u_2^2)$

επομένως,

$p_2 = 240000.0 + 1000.0/2.0 \times (3.382^2 - 6.01^2) = 227658.9\ N/m^2$

Δι' εφαρμογής της εξισώσεως 2.16 (κατά την x-διεύθυνσιν) είναι,

$p_1\, A_1 - p_2\, A_2$ συνθ $- R_x = \rho\, Q\, (V_2$ συνθ $- V_1)$ άρα,

1.1 Καθορισμός και είδη υδραυλικών μηχανών

$R_x = 240000.0 \times (\pi \times 0.4^2/4.0) - 227658.9 \times (\pi \times 0.3^2/4.0) \times συν45^o -$
$1000.0 \times 0.425 \times (6.01 \times συν45^o - 3.382)$

Μετά τας πράξεις είναι, $R_x = 18411.5$ N.

Ομοίως, δι' εφαρμογής της εξισώσεως 2.17 κατά την y-διεύθυνσιν είναι,

$$R_y - B - p_2 A_2 \, ημθ = \rho \, Q \, V_2 \, ημθ$$

'Ομως, B = 0.0 και επομένως η ανωτέρω εξίσωσις γράφεται,

$$R_y = 1000.0 \times 0.425 \, (6.01 \times ημ45^o) + 227658.9 \times (\pi \times 0.3^2/4.0) \times ημ45^o$$

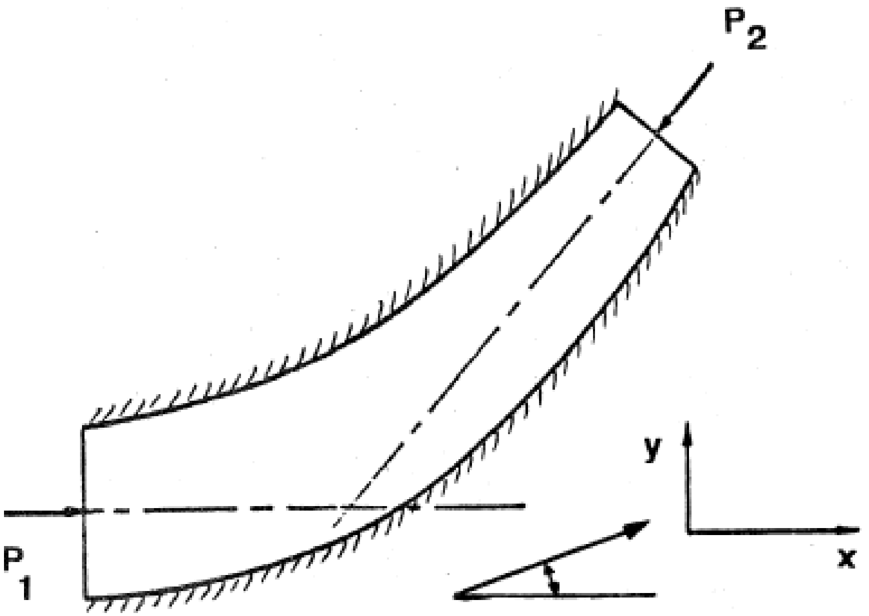
Μετά τας πράξεις είναι, $R_y = 13183.3$ N.

Επομένως, η ολική αντίδρασις, εξίσωσις 2.18, είναι,

$$R = (18411.5^2 + 13183.3^2)^{1/2} = 22644.7 \text{ N},$$

δρώσα κατά την διεύθυνσιν, ιδέ Σχήμα 2.7,

$$εφ^{-1}\,(13183.3/18411.5) = 35^o \; 36'$$



Σχήμα 2.7 Η συνισταμένη αντίδρασις R σχηματίζει γωνίαν 35° 36' με την x-διεύθυνσιν

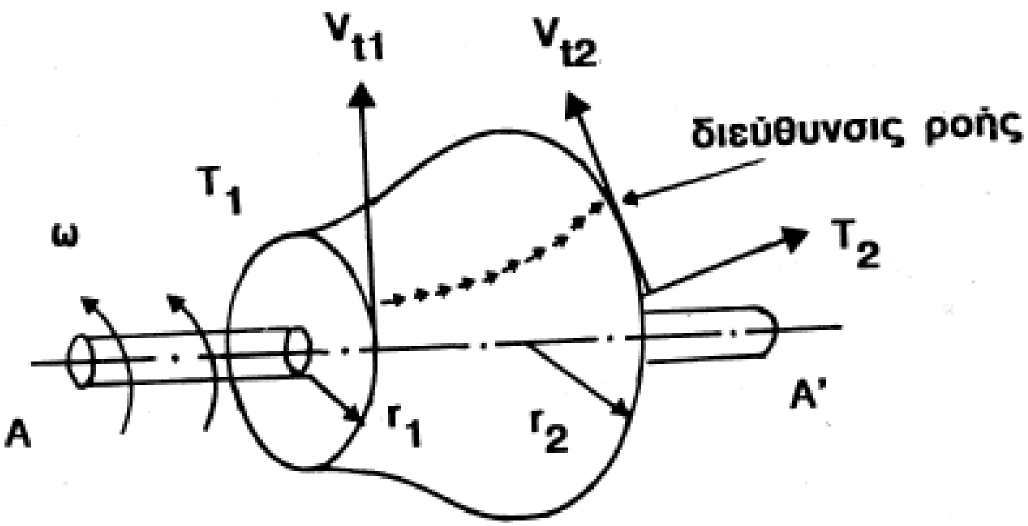
2.3 Διατήρηση της ορμής

Στη δυναμική ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα εφαρμόζεται κατ' εξακολούθηση κατά των υπολογισμό των ροπών των δυνάμεων.
Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να υπολογισθούν οι μετατροπές ενέργειας στις υδραυλικές στροβιλομηχανές.
Ειδικότερα, για οποιοδήποτε σύστημα μαζών m, το διανυσματικό άθροισμα όλων των εξωτερικών δυνάμεων (ροπών) που επιδρούν επί συστήματος γύρω από τυχαίο άξονα Α-Α' ισούται με τη μεταβολή της ροπής της ορμής, η οποία ονομάζεται συστροφή, του συστήματος γύρω του άξονα αυτού. Ισχύει δηλαδή:

$$T = \rho\, Q\, (V_{t2}\, r_2 - V_{t1}\, r_1) \qquad (2.19)$$

Όπου T (N m) η ροπή που αναπτύσσεται από το νερό στο δρομέα, r_1 (m) και r_2 (m) είναι η ακτίνα περιστροφής στην είσοδο και στην έξοδο αντιστοίχως, και V_{t1} (m/s), V_{t2} (m/s) είναι οι εφαπτομενικές συνιστώσες των απόλυτων ταχυτήτων V_1 (m/s) και V_2 (m/s) επί του δρομέα.

2.3 Διατήρηση της ορμής



Σχήμα 2.8 'Ογκος ελέγχου διά την απόδειξιν του θεωρήματος της συστροφής

Το διανυσματικό άθροισμα όλων των εξωτερικών δυνάμεων (ροπών) που επιδρούν επί συστήματος γύρω από τυχαίο άξονα Α-Α' ισούται με τη μεταβολή της ροπής της ορμής, η οποία ονομάζεται συστροφή, του συστήματος γύρω του άξονα αυτού. Ισχύει δηλαδή:

$$T = \rho\, Q\, (V_{t2}\, r_2 - V_{t1}\, r_1)$$

Όπου T (N m) η ροπή που αναπτύσσεται από το νερό στο δρομέα, r_1 (m) και r_2 (m) είναι η ακτίνα περιστροφής στην είσοδο και στην έξοδο αντιστοίχως, και V_{t1} (m/s), V_{t2} (m/s) είναι οι εφαπτομενικές συνιστώσες των απόλυτων ταχυτήτων V_1 (m/s) και V_2 (m/s) επί του δρομέα.

2.3 Διατήρηση της ορμής

Η προηγούμενη εξίσωση (Εξ. 2.19) ισχύει για τη ροή μιας διάστασης.
Στην περίπτωση της αντλίας, ο δρομέας περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω (ακτίνια/sec) γύρω από τον άξονα περιστροφής και η ισχύς που μεταδίδεται από το δρομέα στο ρευστό δίνεται από την εξίσωση:

$$I = T\,\omega \qquad (2.20)$$

Όπου σε συνδυασμό με την Εξ. 2.19 έχουμε:

$$I = \rho\, Q\, \omega\, (V_{t2}\, r_2 - V_{t1}\, r_1) \qquad (2.21)$$

Και επομένως

$$I = \rho\, Q\, (U_2\, V_{t2} - U_1\, V_{t1}) \qquad (2.22)$$

Διότι U = ω*r. Η U (m/sec) ονομάζεται γραμμική ταχύτητα περιστροφής του δρομέα.

2.3 Διατήρηση της ορμής

Η ενέργεια , ανά μονάδα μάζας του ρέοντος ρευστού (Εξ. 2.2.2) μπορεί να γραφτεί ως:

$$\frac{I}{\rho\ Q} = U_2\ V_{t2} - U_1\ V_{t1} > 0.0 \qquad (2.23)$$

η οποία είναι γνωστή ως η εξίσωση του Euler για τις αντλίες περιστρεφόμενου τύπου.

Στους στροβίλους η ισχύς η οποία αποδίδεται στο δρομέα και κατά συνέπεια στον άξονα περιστροφής (άτρακτος) πάνω στον οποίο είναι προσαρτημένος ο δρομέας είναι ανάλογος της Έξ. 2.23 έχοντας αντίθετο πρόσημο, δηλαδή

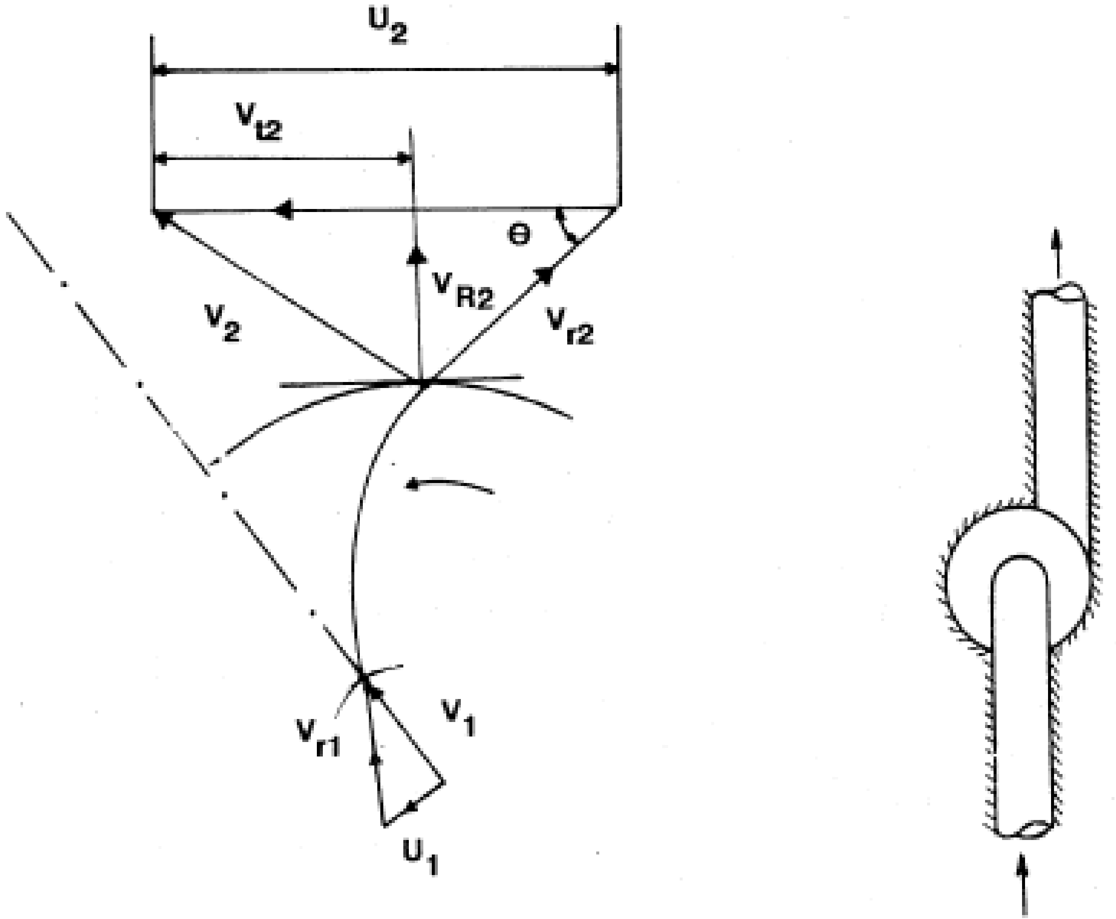
$$\frac{I}{\rho\ Q} = U_1\ V_{t1} - U_2\ V_{t2} > 0.0 \qquad (2.24)$$

Η οποία είναι γνωστή ως η εξίσωση του Euler για στροβίλους περιστρεφόμενου τύπου.

2.3 Διατήρηση της ορμής

Παράδειγμα : Μία φυγόκεντρος αντλία παρέχει 0.2 m^3/s ύδατος όταν η περιστροφική αυτής ταχύτης είναι 1200.0 στροφαί ανά λεπτόν. Η εξωτερική διάμετρος του δρομέως της αντλίας είναι 300.0 mm και το εμβαδόν της διατομής διά της οποίας παροχετεύεται η ανωτέρω παροχή είναι 0.1 m^2. Τα πτερύγια κλείνουν προς την αντίθετον κατεύθυνσιν της περιστροφής των ούτως ώστε η σχετική ταχύτης της ροής να σχηματίζη γωνίαν $145^o.0$ μετά της εφαπτομένης της εφηρμοσμένης επί του επιπέδου περιστροφής του δρομέως, ιδέ Σχήμα 2.9. Να υπολογισθή η καταναλισκομένη υπό της αντλίας ενέργεια και κατά συνέπειαν η ισχύς της, προκειμένου να ανταπεξέλθη εις το ανωτέρω έργον. Να θεωρηθή ότι η εφαπτομενική ταχύτης εισόδου είναι μηδενική.

2.3 Διατήρηση της ορμής



Σχήμα 2.9 Υπολογισμός καταναλισκομένης ενεργείας υπό φυγοκέντρου αντλίας. Εφαρμογή θεωρήματος Euler επί των αντλιών

2.3 Διατήρηση της ορμής

Λύσις: Εκ της εξισώσεως 2.23 του Euler, η καταναλισκομένη υπό της αντλίας ενέργεια ανά μονάδα μάζης του ύδατος είναι,

$$\frac{I}{\rho\ Q} = U_2\ V_{t2} - U_1\ V_{t1}$$

ένθα $V_{t1} = 0.0$ m/s. Επομένως, η ανωτέρω εξίσωσις γράφεται,

$$\frac{I}{\rho\ Q} = U_2\ V_{t2}$$

Είναι, $U_2 = \omega\ r_2 = 2.0 \times \pi \times 1200.0 \times 0.15/60.0 = 18.849$ m/s.

Διότι $r_2 = D_2/2.0$ και $\omega = 2\ \pi\ N$ ένθα N είναι στροφαί ανά δευτερόλεπτον. Επίσης $Q = A\ V_{R2}$ ένθα A είναι η διατομή διά της οποίας διέρχεται το ύδωρ και V_{R2} είναι η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητος V. Η V_{R2} είναι κάθετος επί της διατομής A. 'Αρα,

2.3 Διατήρηση της ορμής

$V_{R2} = Q/A = 0.2/0.1 = 2.0$ m/s.

Τώρα, εκ του τριγώνου, της εξόδου της ροής εκ της αντλίας είναι, ιδε Σχήμα 2.9,

$$V_{t2} = U_2 - V_{R2}\, \sigma\varphi\theta = 18.849 - 2.0 \times \sigma\varphi(180^{o}.0 - 145^{o}.0) = 15.992 \text{ m/s.}$$

Επομένως, η ενέργεια η αναλισκομένη υπό της αντλίας, ανά μονάδα διερχομένης μάζης, είναι,

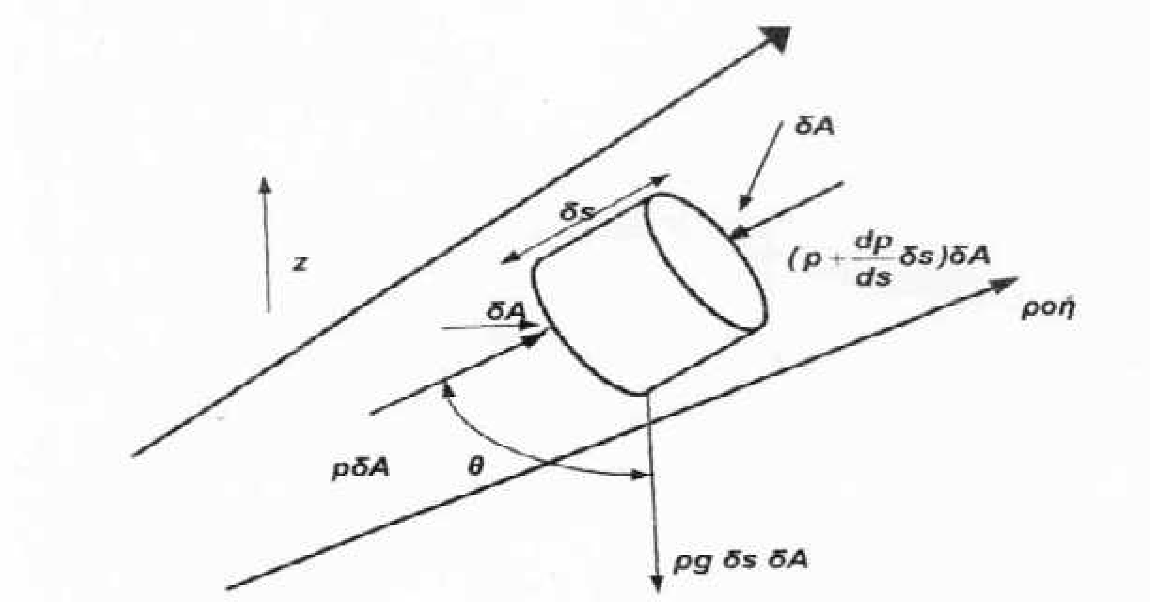
$$\frac{I}{\rho\ Q} = 18.849 \times 15.992 = 301.45 \text{ J/Kg}$$

και επομένως η ισχύς της αντλίας θα πρέπη να είναι,

$$I = 301.45\ \rho\ Q = 301.45 \times 1000.0 \times 0.2 = 60229.7 \text{ W ή } 60.2297 \text{ KW.}$$

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Η διατήρηση της ενέργειας αποδεικνύεται/δίδεται μέσω της εξίσωσης του Bernouli.



Σχήμα 2.10 Δυνάμεις δρώσαι επί κυλινδρικού στοιχείου

Στο Σχήμα 2.10 απεικονίζεται ένα κυλινδρικό στοιχείο του ροϊκού σωλήνα κατά μήκος μιας ροϊκής γραμμής. Το μήκος και το εμβαδόν της διατομής είναι *δs (m) και δA, αντιστοίχως. Το βάρος του* στοιχείου θα είναι *ρgδsδA (γ=ρg). Η δύναμη η οποία επενεργεί στο* οπίσθιο τμήμα είναι *ρδA (N) ενώ στο εμπρόσθιο τμήμα είναι* [p +(dp/ds)δs] δA (N) όπου ρ (N/m^2) *η* ***στατική πίεση.***

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Θεωρείται ότι:

• Η ροή είναι ιδεατή δηλαδή ότι το ρευστό είναι ***ιδεατό ή μη - συνεκτικό και κατά*** συνέπεια οι ασκούμενες διατμητικές δυνάμεις ισούται προς μηδέν.

• Το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία επομενως οι κάθετες δυνάμεις οι οποίες δρουν επί των πλευρικών τοιχωμάτων του στοιχειώδους κυλίνδρου αλληλοαναιρούνται.

Η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά μήκος της ροϊκής γραμμής (από θέση σε θέση) και ως εκ τούτου υπάρχει μία δύναμη επιταχύνσεως η οποία πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν στην εξισορρόπηση των δυνάμεων των δρώντων κατά μήκος του άξονος της ροής. Από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα, ότι δηλαδή οι ασκούμενη δύναμη ισούται με το ρυθμό μεταβολής της ορμής,

$$-\gamma\ \delta s\ \delta A\ \sigma \upsilon \nu \theta + p\ dA - \left[p + \left(\frac{dp}{ds}\right) ds\right] \delta A = \gamma\ \delta s\ \delta A \left(\frac{du}{dt}\right)/g \qquad (2.25)$$

ή

$$-\gamma\ \sigma \upsilon \nu \theta - dp/ds = \gamma \left(\frac{du}{dt}\right)/g \qquad (2.26)$$

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Από το σχήμα 2.10 προκύπτει ότι συνθ=dz/ds, όπου z η κατακόρυφη απόσταση. Επίσης, επειδή η ροή είναι σταθερή, το οποίο σημαίνει ότι όλες οι μεταβολές των φυσικών ποσοτήτων σε αναφορά προς τον χρόνο *t(s)* είναι μηδέν, θα ισχύει ότι

$$\frac{du}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial t}\ ,\ \text{αλλά}\ \ \frac{\partial u}{\partial t} = 0\ (\text{σταθερά ροή})\ \text{και}\ \frac{du}{dt} = u\frac{du}{ds}\ ,\ \text{άρα,}$$

Η εξίσωση 2.26

$$-\gamma\ \text{συν}\theta\ - dp/ds = \gamma\ \left(\frac{du}{dt}\right)/g \qquad (2.26)$$

γράφεται ως

$$\frac{dp}{ds} + \gamma\ u\ \frac{du}{ds}/g + \gamma\ \frac{dz}{ds} \qquad (2.27)$$

Ή

$$\frac{dp}{ds}/\gamma + u\ \frac{du}{ds}/g + \frac{dz}{ds} \qquad (2.28)$$

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Στην περίπτωση ρευστού σταθερής πυκνότητας ρ, το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης είναι

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + z = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}\nu \qquad (2.29)$$

ή

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + z = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o} = H$$

Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται ***εξίσωση του Bernoulli*** και εκφράζει την ενεργειακή εξισορρόπηση κατά την ροή του ρευστού. Εάν κάθε όρος της εξίσωσης πολλαπλασιασθεί με το σταθερό ποσό ρgQ, θα έχουμε,

$$(\rho g Q)z + (\rho g Q)\frac{p}{\rho g} + (\rho g Q)\frac{u^2}{2g} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

Ο κάθε όρος της παραπάνω εξίσωσης έχει μονάδες ισχύος (W) (ενέργεια ανά μονάδα χρόνου). Στην εξίσωση (2.29) ο κάθε όρος έχει μονάδες (m) με τον τελευταίο όρο να είναι το ύψος λόγω θέσεως του ρευστού, ο πρώτος όρος είναι το ύψος πιέσεως του ρευστού και ο τρίτος όρος το κινητικό ύψος του ρευστού. Το άθροισμα όλων των ανωτέρω όρων δίνει το ολικό ενεργειακό ύψος ή φορτίο H(m).

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής δηλώνει ότι εφόσον δεν υπάρχουν πυρηνικές αντιδράσεις, η ενέργεια δεν μπορεί ούτε να καταστραφεί αλλά ούτε να δημιουργηθεί.

Ως εκ τούτου σε οποιοδήποτε σύστημα η καθαρώς προσδιδομένη ενέργεια θερμότητας ισούται με την αύξηση της ενέργειας του συστήματος συν το παραγόμενο έργο από το σύστημα:

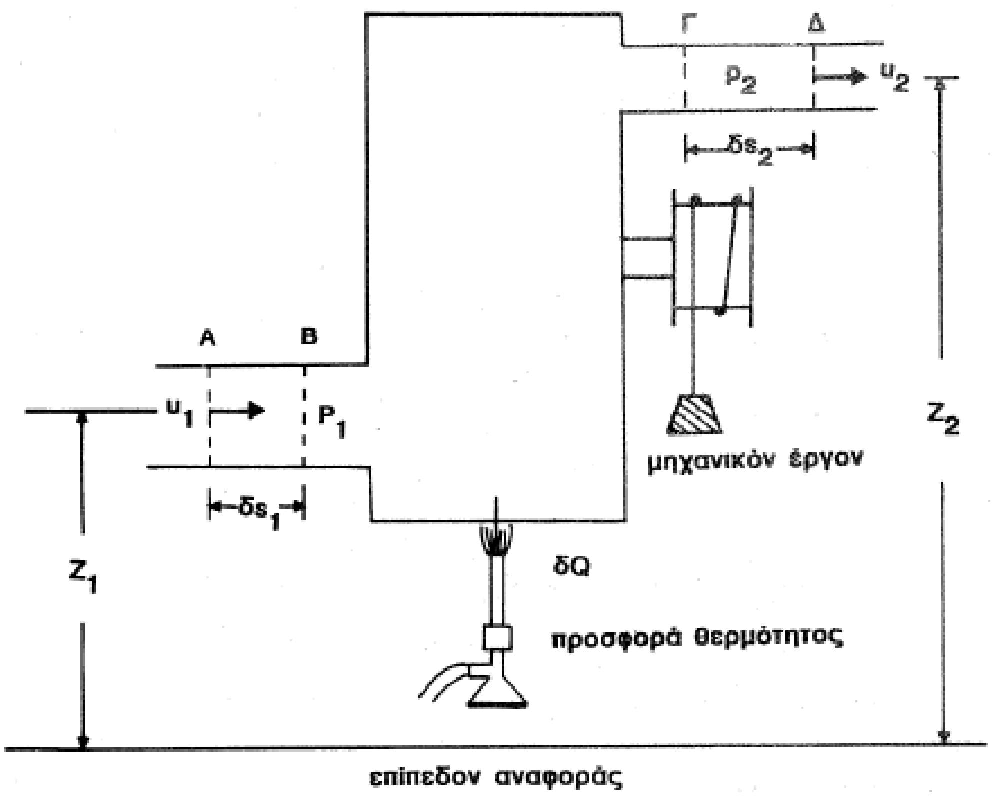
$$\Delta Q = \Delta E + \Delta W \quad (2.30)$$

όπου Q (J) η προσδιδομένη θερμότητα στο σύστημα, E (J) η ενέργεια του συστήματος και W (J) το παραγόμενο έργο από το σύστημα.

Η ενέργεια E του συστήματος, το οποίο θεωρείται συνεχές μέσον, συνίσταται από την κινητική ενέργεια η οποία συσχετίζεται με την κίνηση και τη δυναμική ενέργεια λόγω θέσεως.

Επιπροσθέτως ως ενέργεια του συστήματος θεωρείται η εσωτερική ενέργεια την οποία κατέχει το σύστημα λόγω της κινητικής και δυναμικής ενέργειας των μορίων και ατόμων του ρευστου και η οποία είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας και πυκνότητας του ρευστου.

2.4 Διατήρηση της ενέργειας



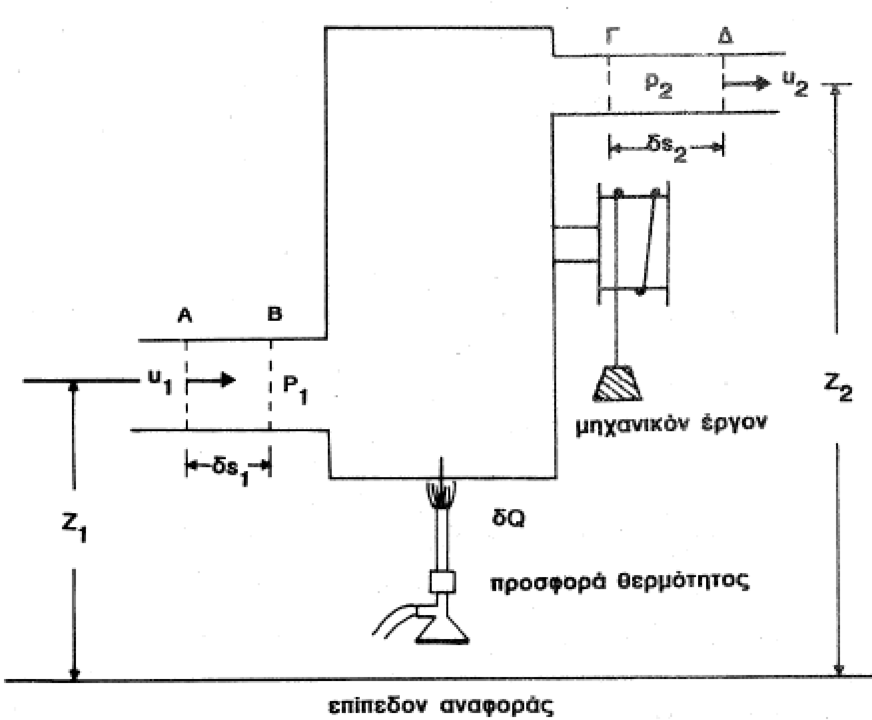
Σχήμα 2.11 Διάταξις διά την παραγωγήν έργου. Η προσφερομένη θερμότης μετατρέπεται εις αύξησιν της ενεργείας του συστήματος και ταυτόχρονον παραγωγήν έργου

Στο Σχήμα παρουσιάζεται διάταξη παραγωγής έργου υπό σταθερή ροή.

Στη θέση Α το ρευστό βρίσκεται υπό πίεση p_1, ταχύτητα u_1, εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας e_1 και σε υψόμετρο z_1. Αντίστοιχα, στη θέση Γ τα το ρευστό βρίσκεται υπό πίεση p_2, ταχύτητα u_2, εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας e_2 και σε υψόμετρο z_2.

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Μετά από χρόνο δt, ρευστό μάζας δm κινείται προς τα εμπρός κα συνεπώς βρίσκεται σε νέα θέση Β της περιοχής 1 και συνεπώς σύμφωνα με τη διατήρηση της συνέχειας της μάζας, ίση ποσότητα μάζας κινείται στη θέση Δ της περιοχής 2.



Εάν η υπάρχουσα ενέργεια μεταξύ Α και Γ είναι Ε τότε στον ίδιο χώρο Α-Γ η ολική ενέργεια είναι:

$E + \delta m^*(u_1^2/2 + gz_1 + e_1)$

Μετά τη νέα θέση Β-Δ η ολική ενέργεια είναι:

$E + \delta m^*(u_2^2/2 + gz_2 + e_2)$

Στο χρόνο όμως δt προστέθηκε θερμότητα δQ και το σύστημα παρήγαγε έργο δW. Το έργο ισούται με το πραγματικό έργο δW’ συν το έργο το οποίο καταβλήθηκε για την υπερκέραση των δυνάμεων λόγω πίεσης:

$p_2^*A_2^*\delta s_2 - p_1^*A_1^*\delta s_1$ *(έργο ίσον με τη δύναμή επί τη μετατόπιση).*

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Τότε βάση του 1ου νόμου της Θερμοδυναμικής έχουμε:

$$\delta Q = E + \delta m(u_2^2/2 + g\, z_2 + e_2) - [E + \delta m(u_1^2/2 + g\, z_1 + e_1)] + \delta W' \quad (2.31)$$

ή

$$\delta Q = \delta m\, [(e_2 - e_1) + (u_2^2 - u_1^2)/2 + g\,(z_2 - z_1)] + \delta W'$$
$$+ p_2\, A_2\, \delta s_2 - p_1\, A_1\, \delta s_1 \quad (2.32)$$

αλλά

$$\delta m = \rho_1\, A_1\, \delta s_1 = \rho_2\, A_2\, \delta s_2 \quad (2.33)$$

οπότε η Εξ. 2.32 γίνεται

$$q = (p_2/\rho_2 + u_2^2/2 + g\, z_2) - (p_1/\rho_1 + u_1^2/2 + g\, z_1) + w' + e_2 - e_1 \quad (2.34)$$

όπου q η προσφερθείσα θερμότητα στο σύστημα ανά μονάδα μάζας σε χρόνο δt, και w΄ είναι το ανά μονάδα μάζας παραγόμενο έργο στο σύστημα.

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Η Εξίσωση 2.34 είναι γνωστή και ως ενεργειακή εξίσωση σταθεράς ροής

$$q = (p_2/\rho_2 + u_2^2/2 + g\, z_2) - (p_1/\rho_1 + u_1^2/2 + g\, z_1) + w' + e_2 - e_1 \quad (2.34)$$

Εάν q = 0, και δεν υπάρχει εσωτερική μεταβολή της ενέργειας με μη παραγωγή υπό του συστήματος έργου, τότε w’=0, οπότε η εξίσωση 2.34 γίνεται:

$$p_2/\rho_2 + u_2^2/2 + g\, z_2 = p_1/\rho_1 + u_1^2/2 + g\, z_1 \quad (2.35)$$

η οποία είναι ταυτόσημη με την εξίσωση 2.29 του Bernoulli.

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Όταν η ροή είναι συνεκτική τότε υφίσταται απώλειες κατά τον ρου της. Μέρος των ενεργειών χάνεται προς τον περιβάλλοντα χώρο (-q) και μέρος τους καταναλώνεται για την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του ρέοντος ρευστού.

Η εξίσωση 2.34 τότε μπορεί να γραφτεί:

$$p_1/\rho_1 + u_1^2/2 + g\,z_1 = p_2/\rho_2 + u_2^2/2 + g\,z_2 + e_2 - e_1 - q \qquad (2.36)$$

Και επομένως

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 + h_f \qquad (2.37)$$

δεχόμενοι ότι $h_f = (e_2 - e_1 - q)/g$ και ότι η πυκνότητα δεν μεταβάλλεται από θέση σε θέση. Συνήθως η έκφραση του κινητικού ύψους $u^2/2g$ στην Εξ. 2.37 μπορεί να πολλαπλασιαστεί με ένα συντελεστή διορθώσεως κινητικού ύψους α ώστε να ληφθεί υπόψη η μη-ομοιόμορφος κατανομή των ταχυτήτων.

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Συνήθως η έκφραση του κινητικού ύψους $u^2/2g$ στην Εξ. 2.37 μπορεί να πολλαπλασιαστεί με ένα συντελεστή διορθώσεως κινητικού ύψους α ώστε να ληφθεί υπόψη η μη-ομοιόμορφος κατανομή των ταχυτήτων. Η τιμή αυτή υπολογίζεται ως:

$$\alpha = \int_A \frac{u_i^3}{u^3}\frac{dA}{A} \qquad (2.38)$$

όπου Α το εμβαδό της βρεχόμενης διατομής, και u_i είναι η σημειακή ταχύτητα σε σημείο i της διατομής.

Η μεταβλητή h_f (m) εκφράζει, σε μέτρα του ρευστού ύδατος, τις απώλειες ενέργειας κατά το ρου από τη θέση 1 στη θέση 2. Η τιμή αυτή μπορεί να υπολογιστεί μέσω διαφόρων εμπειρικών σχέσεων.
Συνήθως η h_f (m) περιλαμβάνει τις γραμμικές απώλειες (οι οποίες είναι και οι πιο σημαντικές) και τις τοπικές απώλειες (με μικρότερη βαρύτητα). Στην περίπτωση τοπικών απωλειών αυτές εκφράζονται ως h_L και γραμμικές ως h_f .

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Σε περίπτωση τυρβώδους ροής, οι τοπικές απώλειες εκφράζονται ως:

$$h_L = K \frac{u^2}{2g} \tag{2.39}$$

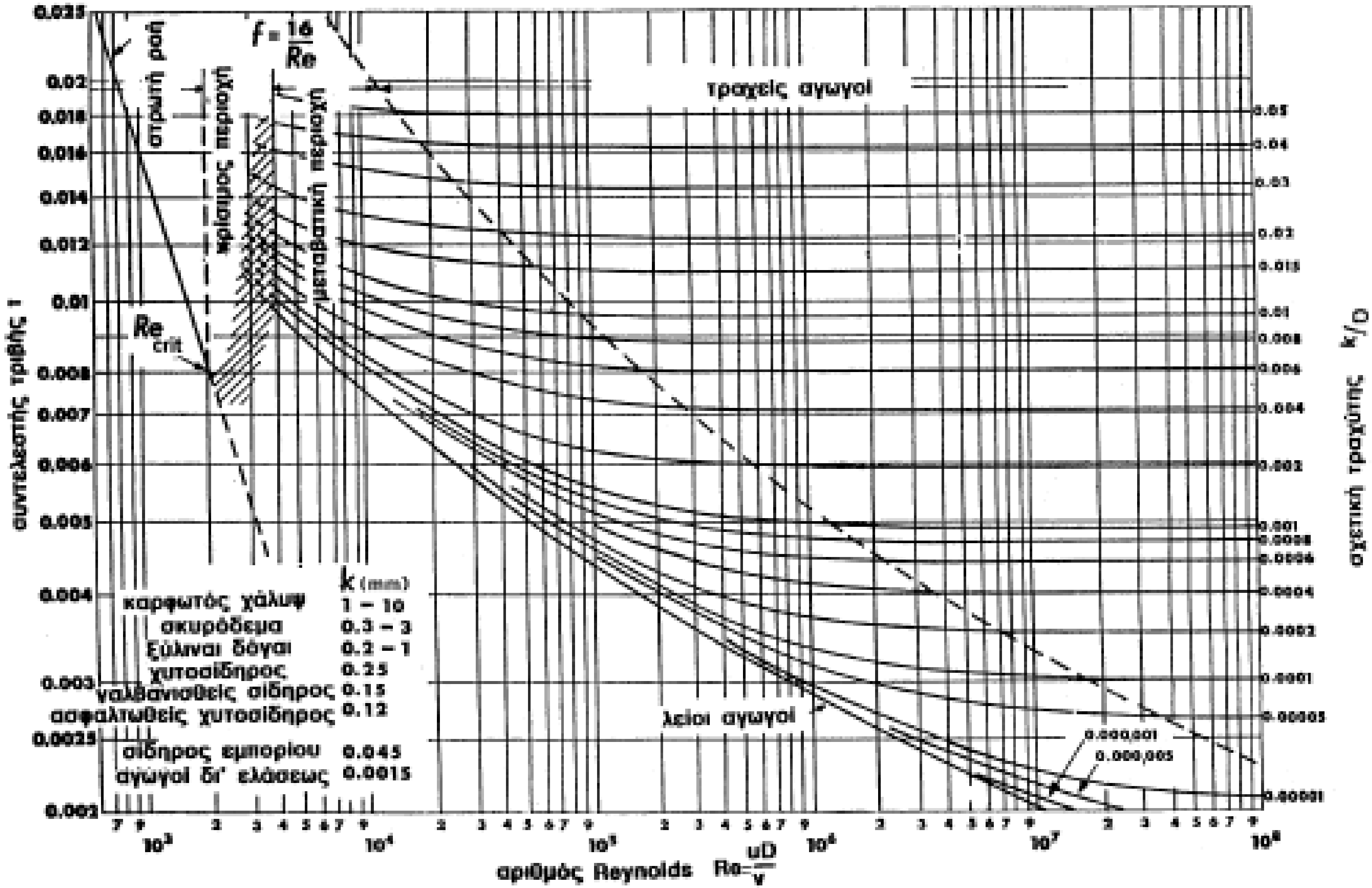
όπου u η μεγαλύτερη από τις ταχύτητες u_1 και u_2, ενώ ο συντελεστής απωλειών K λαμβάνεται εκ πειραματικών δεδομένων.

Για τις γραμμικές απώλειες γίνεται χρήση του διαγράμματος Moody και της εξίσωσης των Darcy-Weisbach.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2g} \tag{2.40}$$

όπου f ο συντελεστής τριβής, L είναι το μήκος του σωλήνα και D είναι η διάμετρος του σωλήνα.

Για τη τυρβώδη ροή, η συστηματοποιημένη σχέση μεταξύ των f, Re και k/D είναι γνωστή ως διάγραμμα του Moody.



2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Εάν υπάρχει τοποθετημένος στρόβιλος ο οποίος παράγει ισχύ (= ρ g Q $h_{στρ}$, όπου $h_{στρ}$ (m) το φορτίο του στροβίλου), τότε από τις εξισώσεις 2.34 και 2.37 έχουμε:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 + h_{\sigma\tau\rho} + h_{f1-2} + \Sigma h_L \qquad (2.41)$$

ενώ αν υπάρχει αντλητική διάταξη η οποία καταναλώνει ισχύ (= ρ g Q $h_{αντλ}$, όπου $h_{αντλ}$ (m) το φορτίο της αντλίας), τότε :

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 - h_{\alpha\nu\tau\lambda} + h_{f1-2} + \Sigma h_L \qquad (2.42)$$

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

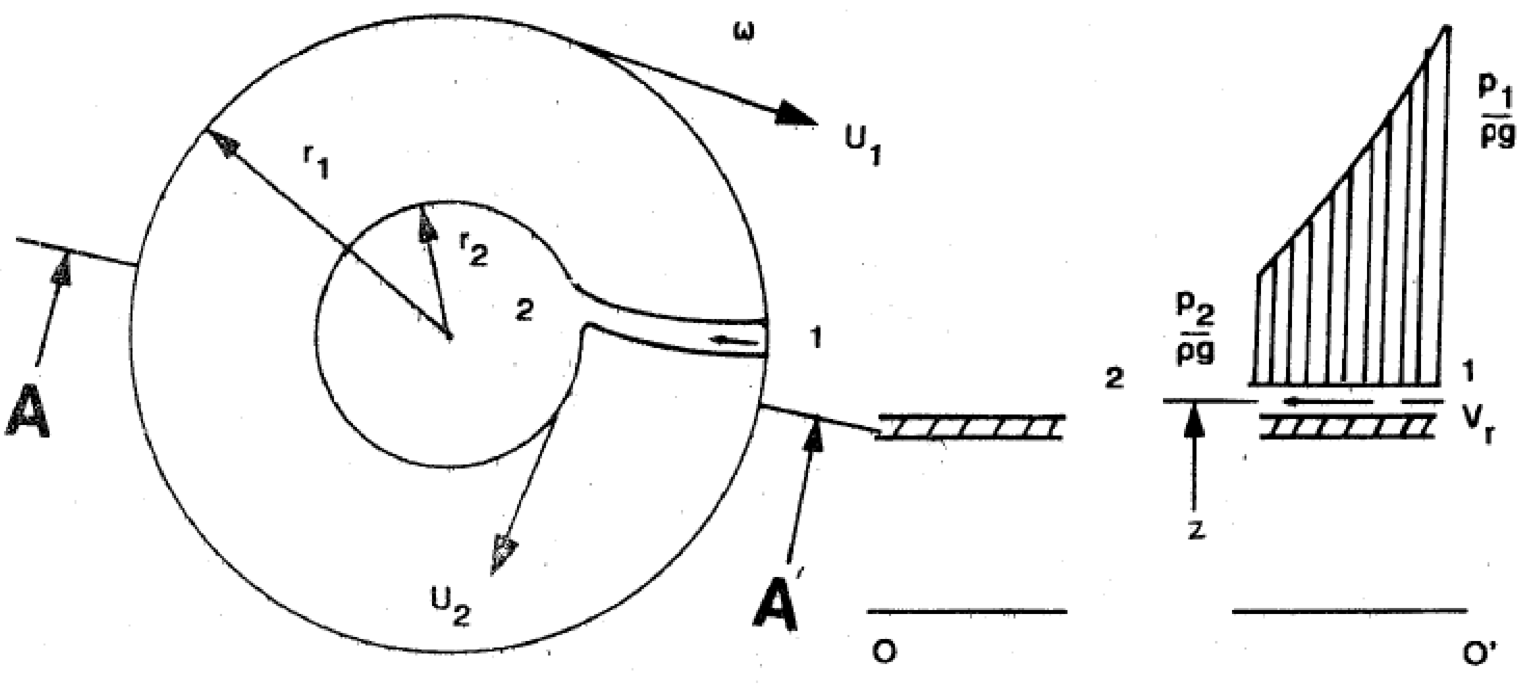
Η εφαρμογή της εξίσωσης 2.37 του Bernoulli επί κινούμενου συστήματος όπως είναι ο δρομέας των υδραυλικών στροβιλομηχανών είναι κεφαλαιώδους σημασίας

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 + h_f \qquad (2.37)$$

Η κατανόηση του μηχανισμού μετατροπής ενέργειας στις υδραυλικές στροβιλομηχανές στηρίζεται ακριβώς στην εξίσωση του Bernoulli.

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Ας θεωρηθεί περιστρεφόμενος δίσκος με γωνιακή ταχύτητα ω (ακτίνια/sec). Στο δίσκο είναι προσαρτημένος αγωγός που μεταφέρει νερό από τη θέση 1 στη θέση 2. Εάν ληφθεί ως ακίνητο σύστημα αναφοράς το επίπεδο που διέρχεται από το O-O'.



Σχήμα 2.12 Εφαρμογή της εξισώσεως του Bernoulli εις κινούμενον σύστημα αναφοράς

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Η εφαρμογή της εξίσωσης 2.37 του Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 δίνει:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_{r1}^2}{2g} + z_1 - \frac{U_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_{r2}^2}{2g} + z_2 - \frac{U_2^2}{2g} + h_{f1-2} \qquad (2.43)$$

όπου V_{r1} και V_{r2} οι σχετικές ταχύτητες του ύδατος ως προς τον περιστρεφόμενο αγωγό, U_1 και U_2 είναι οι γραμμικές ταχύτητες περιστροφής του δίσκου στα σημεία 1 και 2 αντιστοίχως και h_{f1-2} οι απώλειες φορτίου μεταξύ των θέσεων 1 και 2.

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Παράδειγμα: Δίδεται η αντλητική διάταξις του Σχήματος 2.13 η οποία αποτελείται εκ χυτοσιδηρών αγωγών διαμέτρου D = 0.25 m και τραχύτητος k = 0.00025 m. Ο αγωγός ΑΒ έχει μήκος 7.0 m και ο συντελεστής τοπικών απωλειών, $K_{εισ}$, εις την είσοδόν του είναι 0.5. Ο αγωγός ΓΔ έχει μήκος 1000.0 m και ο συντελεστής τοπικών απωλειών εις την έξοδόν του, $K_{εξ}$, είναι ίσος με 1.0. Εάν οι ρυθμοί υποβιβάσεως της στάθμης της χαμηλωτέρας δεξαμενής και αναβιβάσεως της στάθμης της υψηλωτέρας δεξαμενής είναι αμεληταίοι να υπολογισθή η θεωρητική ισχύς την οποίαν πρέπει να έχη μία αντλία ώστε να δύναται να μεταφέρη 0.15 m^3/s από την μίαν δεξαμενήν εις την άλλην. Η υψομετρική διαφορά των ελευθέρων επιφανειών των δύο δεξαμενών ευρίσκεται εις τα 40.0 m. Ο συντελεστής κινηματικού ιξώδους του ύδατος είναι $v = 1.3 \times 10^{-6}$ m^2/s.

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

Λύσις: Εκ των παραδοχών του προβλήματος είναι,

$u_1 = 0.0$ m/s

$u_2 = 0.0$ m/s

$(p_1/\rho g) = 0.0\ N/m^2$

$(p_2/\rho g) = 0.0\ N/m^2$ (λόγω ατμοσφαιρικής πιέσεως)

και η εξίσωσις 2.42 γράφεται,

$h_{αντλ} = z_2 - z_1 + h_f + h_{Lεισ} + h_{Lεξ}$

αλλά, $z_2 - z_1 = 40.0$ m

Εκ της εξισώσεως της συνεχείας είναι,

$u = Q/A$ ένθα,

$A = \pi D^2/4.0 = \pi \times (0.25)^2/4.0$ άρα,

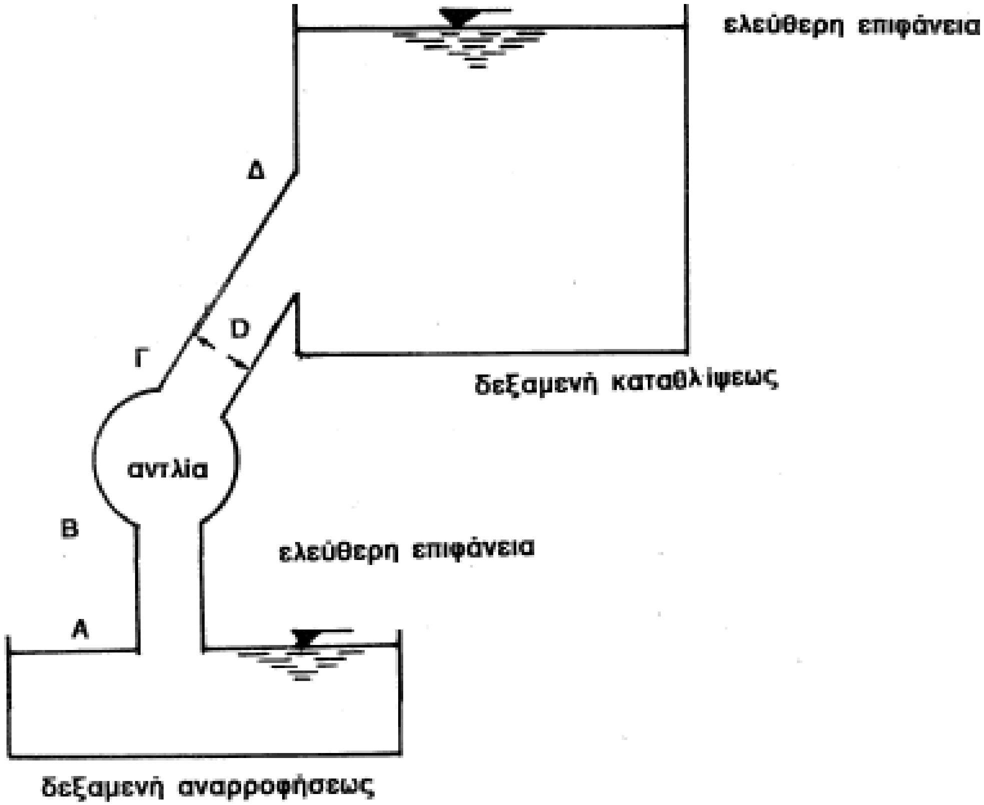
$u = 4.0 \times 0.15/(\pi \times 0.25^2) = 3.058$ m/s.

Εκ του διαγράμματος του Moody, ιδέ Σχήμα 2.14, δύναται να υπολογισθή ο συντελεστής τριβών f ως συνάρτησις του αριθμού Reynolds, Re, και της σχετικής τραχύτητος k/D. Είναι λοιπόν,

$Re = u\,D/\nu = 3.058 \times 0.25/(1.3 \times 10^{-6}) = 5.88 \times 10^5$

$k/D = 0.00025/0.25 = 0.001$ άρα, $f = 0.02$

Επομένως, εκ της εξισώσεως 2.40 είναι,



Σχήμα 2.13 Εφαρμογή του ενεργειακού θεωρήματος. Η αντλία μεταφέρει 0.150 m^3/s από την μίαν δεξαμενήν εις την άλλην. Η υψομετρική διαφορά των δεξαμενών είναι 40.0m

$$h_f = f\ (L/D)\ u^2/2g = 0.02 \times (1000.0/0.25) \times 3.058^2/(2.0 \times 9.81)$$

$$= 38.130 \text{ m}$$

Επίσης, $h_{L\varepsilon\iota\sigma} = K_{\varepsilon\iota\sigma}\ u^2/2g = 0.5 \times 3.058^2/(2 \times 9.81) = 0.238$ m

και $h_{L\varepsilon\xi} = K_{\varepsilon\xi}\ u^2/2g = 1.0 \times 3.058^2/(2.0 \times 9.81) = 0.476$ m   άρα,

2.4 Διατήρηση της ενέργειας

$$h_{αντλ} = 40.0 + 38.130 + 0.238 + 0.476 = 78.844 \text{ m}$$

επομένως η θεωρητική ισχύς της αντλίας πρέπει να είναι,

$$I_{αντλ} = \rho \; g \; Q \; h_{αντλ} = 1000.0 \times 9.81 \times 0.15 \times 78.844 = 116.018 \text{ KW}$$

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!