Τυπολόγιο

1) ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

$$\boxed{u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\frac{n\pi c}{l}t+b_n\sin\frac{n\pi c}{l}t\right)\sin\frac{n\pi x}{l}}$$ όπου

$$\boxed{a_n=\frac{2}{l}\int_0^l g_1(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx} \text{ και } \boxed{b_n=\frac{2}{n\pi c}\int_0^l g_2(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx}.$$

2) ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

$$\boxed{u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}c_n e^{-\frac{n^2\pi^2 c}{l^2}t}\sin\frac{n\pi x}{l}} \text{ όπου } \boxed{c_n=\frac{2}{l}\int_0^l g(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx}.$$

3) ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ LAPLACE

$$\boxed{u(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cosh\frac{n\pi y}{l}+b_n\sinh\frac{n\pi y}{l}\right)\sin\frac{n\pi x}{l}} \text{ όπου } \boxed{a_n=\frac{2}{l}\int_0^l g_1(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx}$$

και

$$\boxed{b_n=\frac{1}{\sinh\frac{n\pi m}{l}}\left[\frac{2}{l}\int_0^l g_2(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx-\left(\cosh\frac{n\pi m}{l}\right)\frac{2}{l}\int_0^l g_1(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx\right]}.$$

$$\boxed{u(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cosh\frac{n\pi x}{m}+b_n\sinh\frac{n\pi x}{m}\right)\sin\frac{n\pi y}{m}} \text{ όπου } \boxed{a_n=\frac{2}{m}\int_0^m g_3(y)\sin\frac{n\pi y}{m}dy}$$

και

$$\boxed{b_n=\frac{1}{\sinh\frac{n\pi l}{m}}\left[\frac{2}{m}\int_0^m g_4(y)\sin\frac{n\pi y}{m}dy-\left(\cosh\frac{n\pi l}{m}\right)\frac{2}{m}\int_0^m g_3(y)\sin\frac{n\pi y}{m}dy\right]}.$$

$$\boxed{v(x,t)=u(x,t)+\frac{x-l}{l}A-\frac{x}{l}B}$$

4) ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΗ ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

$$\boxed{u(x,y,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}K_{nk}\sin\frac{n\pi}{l}x\sin\frac{k\pi}{m}y\cos\left(c\sqrt{\frac{n^2}{l^2}+\frac{k^2}{m^2}}\pi t\right)}$$

όπου

$$\boxed{K_{nk}=\frac{4}{lm}\int_0^l\int_0^m f(x,y)\sin\frac{n\pi}{l}x\sin\frac{k\pi}{m}ydxdy.}$$

1. Έστω η εξίσωση $y_{n+1} = p_n y_n + q_n$. Τότε
$$y_n = y_{n_0} \prod_{j=n_0}^{n-1} p_j + \sum_{k=n_0}^{n-1} \Big(\prod_{s=k+1}^{n-1} p_s\Big) q_k .$$

2. Έστω η εξίσωση $y_{n+1} - y_n = z_n$. Τότε $y_n = y_{n_0} + \sum_{k=n_0}^{n-1} z_k$.

3. Έστω η εξίσωση $y_{n+1} = p_n y_n$. Τότε
$$y_n = y_{n_0} \prod_{j=n_0}^{n-1} p_j .$$

4. Έστω η εξίσωση $y_{n+2} + a_1 y_{n+1} + a_2 y_n = 0$. Έστω λ_1, λ_2 πραγματικές διακεκριμένες ρίζες της εξίσωσης
$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0$$
τότε παίρνουμε τις λύσεις $y_i(n) = \lambda_i^n,\ i = 1,2$. Εάν $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ τότε παίρνουμε τις λύσεις $y_1(n) = \lambda^n, y_2(n) = n\lambda^n$. Εάν έχουμε $\lambda = a + bi = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ τότε σε αυτή αντιστοιχούν οι λύσεις $y_1(n) = r^n\cos(n\theta),\ y_2(n) = r^n\sin(n\theta)$.

5. Έστω η εξίσωση $y_{n+2} + a_1 y_{n+1} + a_2 y_n = f_n$, $f_n = p_n \beta^n (A\cos(\gamma n) + B\sin(\gamma n))$. Τότε μια μερική λύση της μη ομογενούς δίδετε από τη σχέση $y_n = n^s \beta^n (P_n\cos(\gamma n) + Q_n\sin(\gamma n))$, όπου P_n, Q_n είναι πολυώνυμα ίδιου βαθμού με το p_n και s είναι ο βαθμός πολλαπλότητας του αριθμού $\beta(\cos(\gamma) + i\sin(\gamma))$ στη χαρακτηριστική εξίσωση της ομογενούς.

6. Παράγωγος Schwartz: $S(f(x)) = -f'''(x) - \frac{3}{2}(f''(x))^2$.