Μεταβαλλόμενη ροή:
Προφίλ νερού με την εφαρμογή της **διαφορικής εξίσωσης της ενέργειας**- πέραν της BMP

Μ.Σπηλιώτη

Υπερχειλιστής <u>πλατειάς στέψεως</u>: Ροή κρίσιμη

$$\frac{dy}{dx}=\frac{S_0-S_f}{1-Fr^2}\Leftrightarrow\frac{dy}{dx}\cdot\left(1-Fr^2\right)=S_0-S_f$$

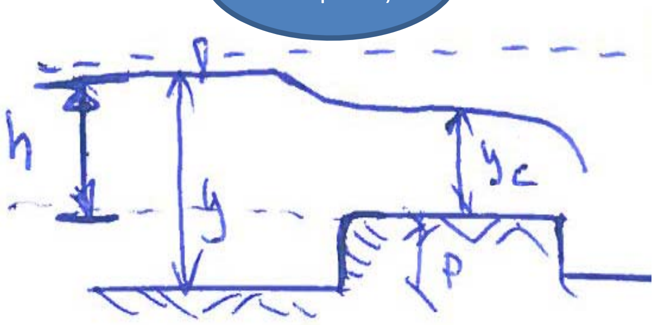
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{S_0-S_f}{1-Fr^2}\\ S_0=0\\ S_f\rightarrow 0\end{array}\right\}\Leftrightarrow\frac{dy}{dx}\cdot\left(1-Fr^2\right)=0\Leftrightarrow \textit{ροή κρίσιμη}\ \left(Fr=1\right)$$

<u>Αμελητέες απώλειες ενέργειας</u> για περιορισμένο μήκος

Οριζόντιος πυθμένας

Σχετικά περιορισμένο μήκος δεν μπορεί να αναπτυχθεί ομοιόμορφη ροή

$h=y-p$



<u>Εμπόδιο στη ροή</u> - αμελητέες απώλειες ενέργειας

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \\ S_0 = -\dfrac{dz}{dx} < 0 \\ S_f \to 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0}{1 - Fr^2} = \frac{-}{?}$$

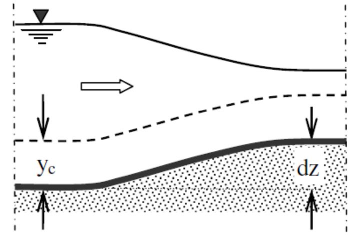
Διακρίνω περιπτώσεις:

- Ροή υποκρίσιμη $1\text{-}Fr^2 > 0 \rightarrow$ πτώση βάθους ροής

Περίπτωση (i)

Ροή υποκρίσιμη ($Fr < 1$) και $dz/dx > 0$.

Από την εξίσωση (3.6) προκύπτει ότι $dy/dx < 0$.

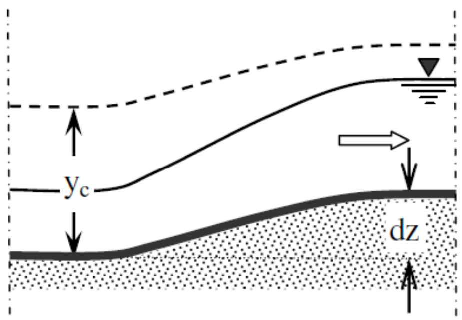


- **Ροή υπεκρίσιμη** $1\text{-}Fr^2 < 0 \rightarrow$ αύξηση βάθους ροής

Περίπτωση (iv)

Ροή υπερκρίσιμη ($Fr > 1$) και $dz/dx > 0$.

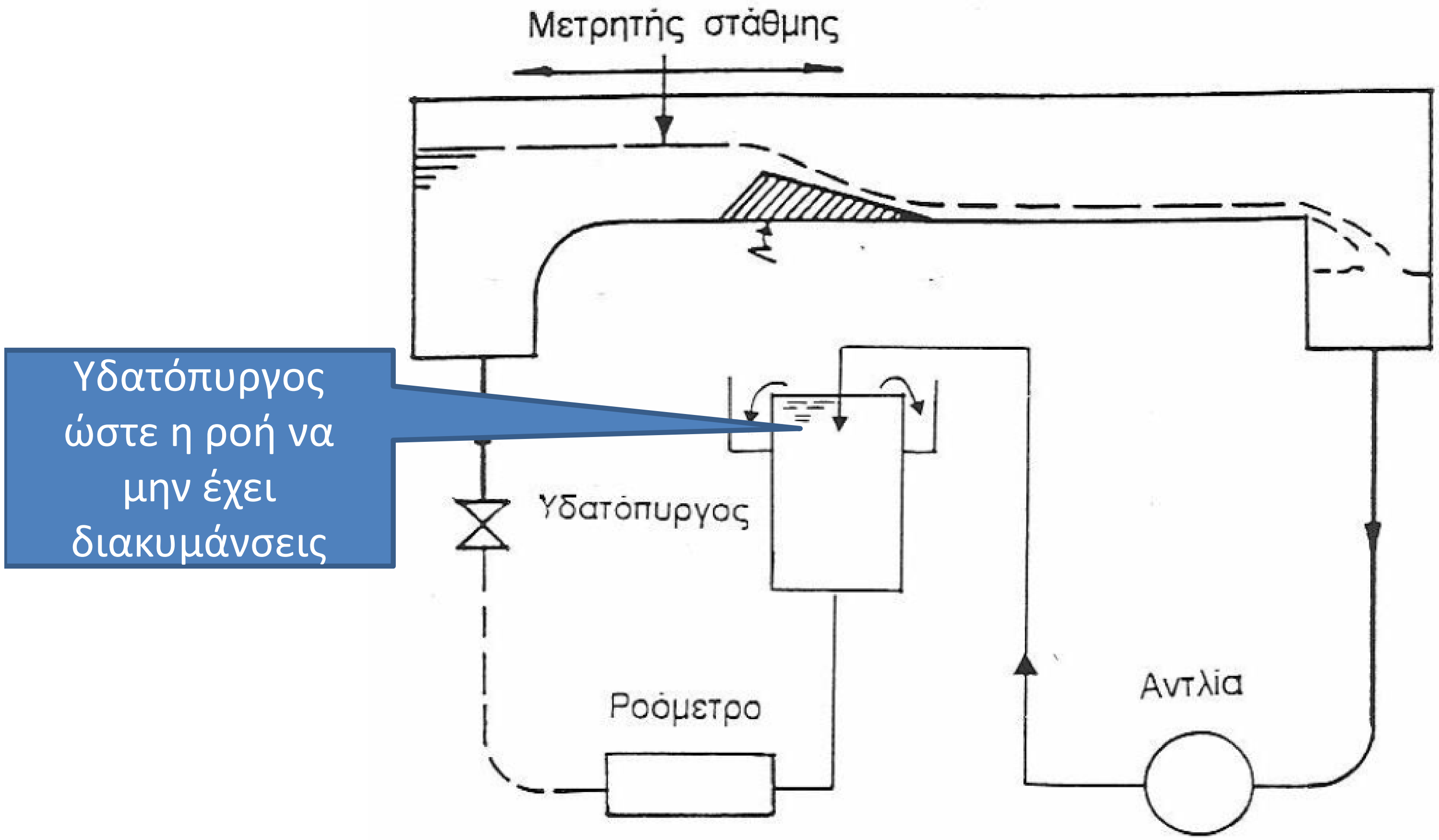
Από την εξίσωση (3.6) προκύπτει ότι $dy/dx > 0$.



Περίπτωση	**d*z*/d*x***	***Fr***	**Τύπος ροής**	**d*y*/d*x***	***y*(*x*)**
(i)	>0	<1	υποκρίσιμη	<0	$\downarrow$
(ii)	<0	<1	υποκρίσιμη	>0	$\uparrow$
(iii)	<0	>1	υπερκρίσιμη	>0	$\downarrow$
(iv)	>0	>1	υπερκρίσιμη	<0	$\uparrow$
(v)	$=0$	Είτε $Fr=1$ (κρίσιμη ροή), είτε $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x=0$. Εάν $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x\neq 0$, τότε $Fr=1$ και δυνατότητα εκτίμησης της παροχής.				

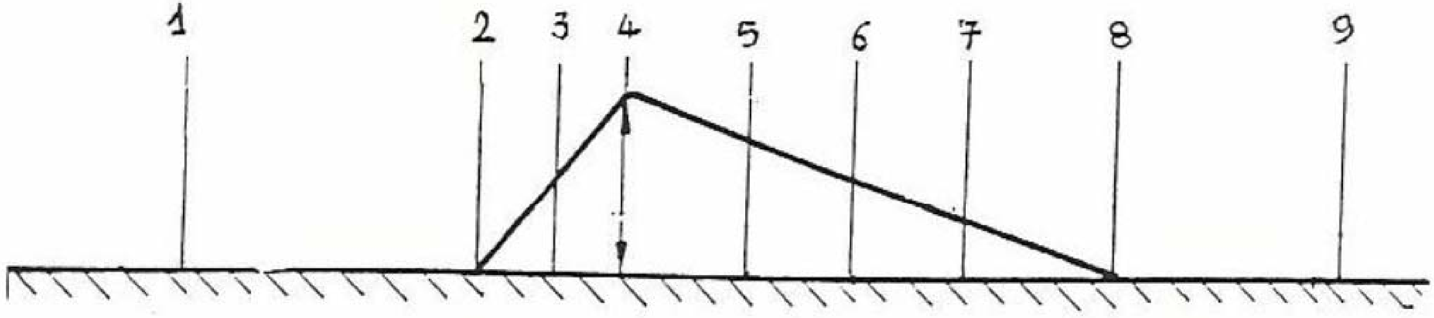
Πείραμα έτους

πείραμα

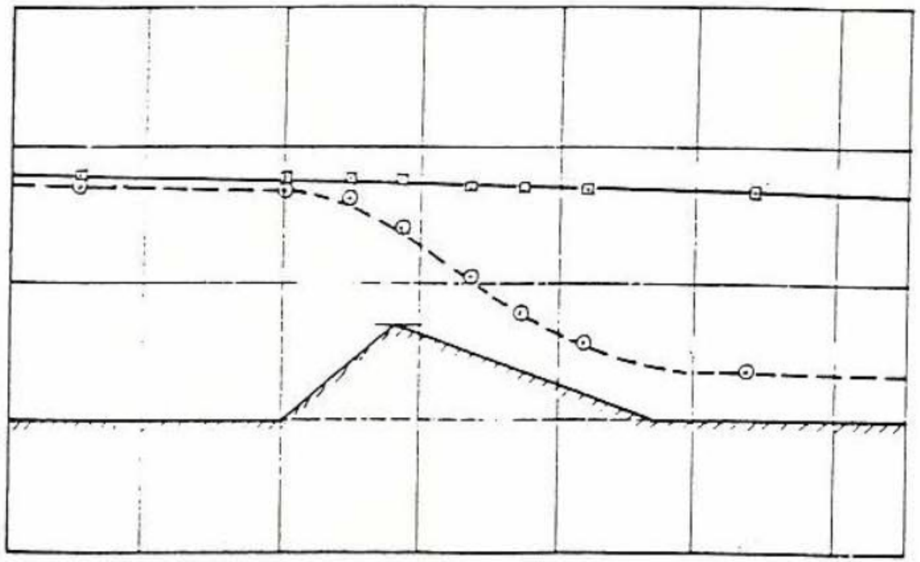


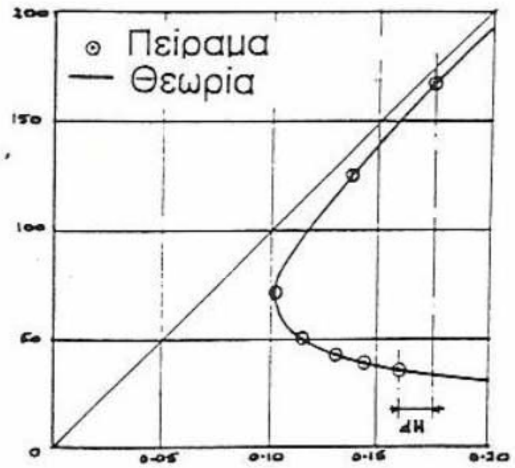
Μετρητής στάθμης
Υδατόπυργος ώστε η ροή να μην έχει διακυμάνσεις
Υδατόπυργος
Ροόμετρο
Αντλία

Ορθογωνική διατομή



Σχ. 5.1.3 Προσδιορισμός των σημείων μετρήσεως





Σχ. 5.1.4 Μηκοτομή του αγωγού και αποτελέσματα των μετρήσεων

Σχ. 5.1.5 Καμπύλη ειδικής ενεργείας - βάθους ροής

Σταθερή ενέργεια
- Διάγραμμα ειδικής ενέργειας (ή διαφορική εξίσωση ενέργειας) για την παρακολούθηση της στάθμης
-Πτώση στάθμης
-Κρίσιμη ροή εκεί όπου υπάρχει μέγιστο στο πυθμένα

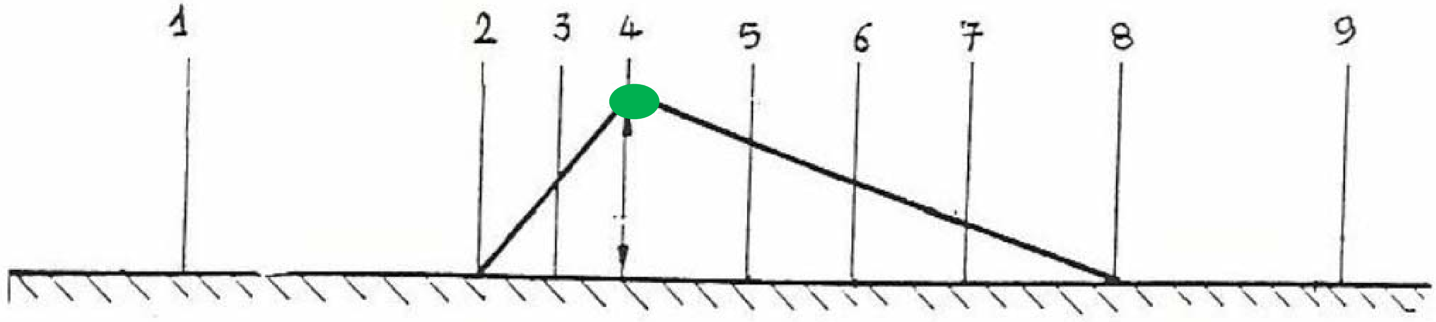
Ζητούμενα: Γραμμή ενέργειας και διάγραμμα ειδικής ενέργειας

- **$H = z+y+v^2/(2g)$ = σταθ (έλεγχος)**

- **$E= y+v^2/(2g)$ θα πρέπει να ακολουθεί το διάγραμμα E(y) πτώση στάθμης**

- **Ελάχιστη ειδική ενέργεια και κρίσιμο βάθος στην αιχμή,** $y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$

$$\frac{dz}{dx} = 0 \ \sigma\tau\eta\nu \ \alpha\iota\chi\mu\acute{\eta}$$

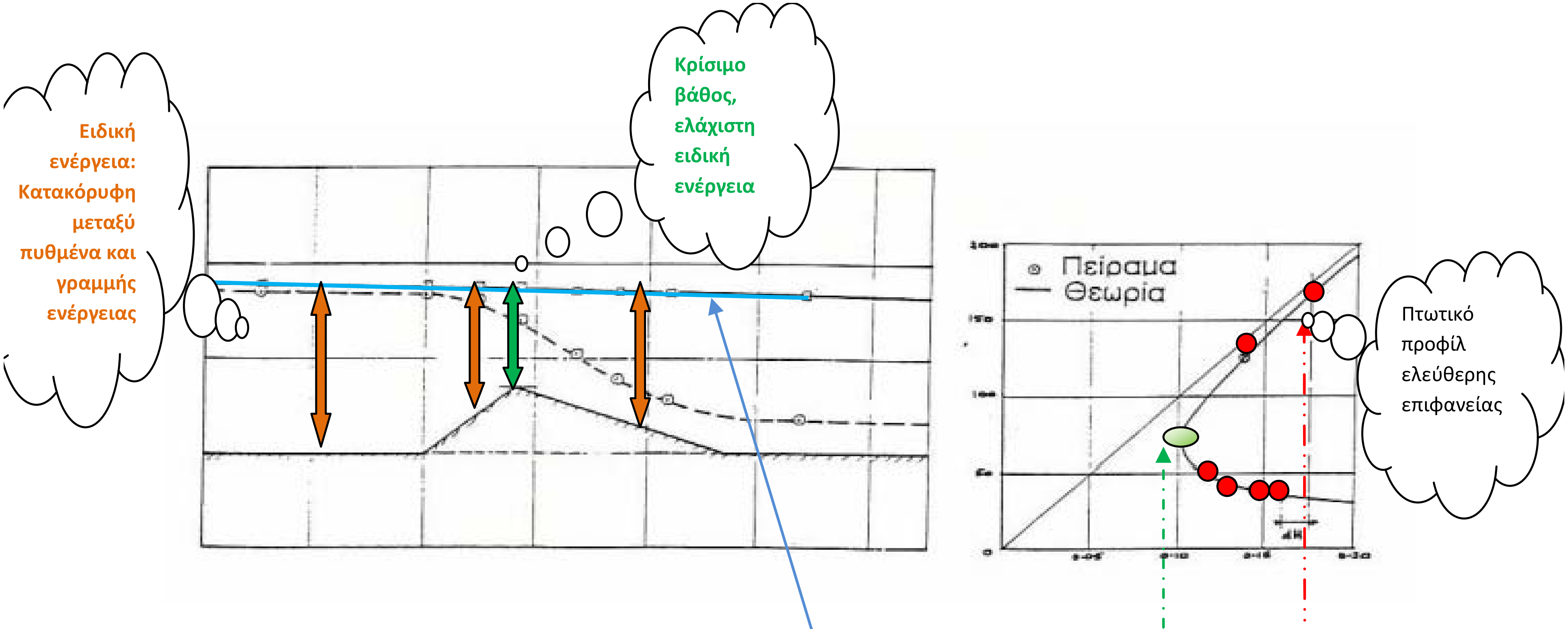


Σχ. 5.1.3 Προσδιορισμός των σημείων μετρήσεως

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \Leftrightarrow \frac{dy}{dx} \cdot \left(1 - Fr^2\right) = S_0 - S_f$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \\ S_0 = \dfrac{dz}{dx} = 0 \ \sigma\tau\eta\nu \ \alpha\iota\chi\mu\acute{\eta} \\ S_f \to 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \frac{dy}{dx} \cdot \left(1 - Fr^2\right) = 0 \Leftrightarrow \rho o\acute{\eta} \ \kappa\rho\acute{\iota}\sigma\iota\mu\eta \, \sigma\tau\eta\nu \ \alpha\iota\chi\mu\acute{\eta} \ \left(Fr = 1\right)$$

Επαλήθευση διαγραμμάτων



Σχ. 5.1.4 Μηκοτομή του αγωγού και αποτελέσματα των μετρήσεων

Σχ. 5.1.5 Καμπύλη ειδικής ενεργείας - βάθους ροής

ΑΔΕ, αμελητέες απώλειες ενέργειας

Θεωρητικό υπόβαθρο: ΑΔΕ – θεωρώντας αμελητέες απώλειες ενέργειας:

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + z = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o} \rightarrow H = y + \frac{q^2}{2gy^2} + z$$

$$V = \frac{Q}{A} \underset{\text{ορθ διατομή}}{=} \frac{Q}{by} = \frac{q}{y}$$

Πείραμα - Επαλήθευση:

Η γραμμή ενέργειας θα πρέπει να είναι περίπου σταθερή ευθεία (με μικρή κατηφορική κλίση λόγω κάποιων απωλειών ενέργειας στην πράξη -μικρή απόκλιση)

Διάγραμμα ειδικής ενέργειας – προφίλ ε.ε.

Θεωρητικό υπόβαθρο: ΑΔΕ – Ειδική Ενέργεια-ΑΔΕ- και διάγραμμα της

$$\left.\begin{aligned} &H = y + \frac{V^2}{2g} + z = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o} \rightarrow H = \mathrm{E} + z \\ &\mathrm{E} = \frac{V^2}{2g} + y = y + \frac{q^2}{2gy^2} = f(y) \end{aligned}\right\} \rightarrow \mathrm{E}_1 + z_1 = \mathrm{E}_2 + z_2 \rightarrow \mathrm{E}_1 - \mathrm{E}_2 = z_2 - z_1$$

Πείραμα - Επαλήθευση:

Τα σημεία θα πρέπει να ικανοποιούν το διάγραμμα ειδικής ενέργειας. Κάθε σημείο στο διάγραμμα θα πρέπει να απέχει από το κατάντη, σε οριζόντια απόσταση όσο η διαφορά υψομέτρου του πυθμένα.

Ανάπτυξη κρίσιμου βάθους

Θεωρητικό υπόβαθρο: ΑΔΕ κρίσιμο βάθος

Από τη διαφορική μορφή της εξίσωσης της ενέργειας στο σημείο όπου ο πυθμένας έχει μέγιστο θα έχουμε κρίσιμη ροή για περιορισμένα μήκη

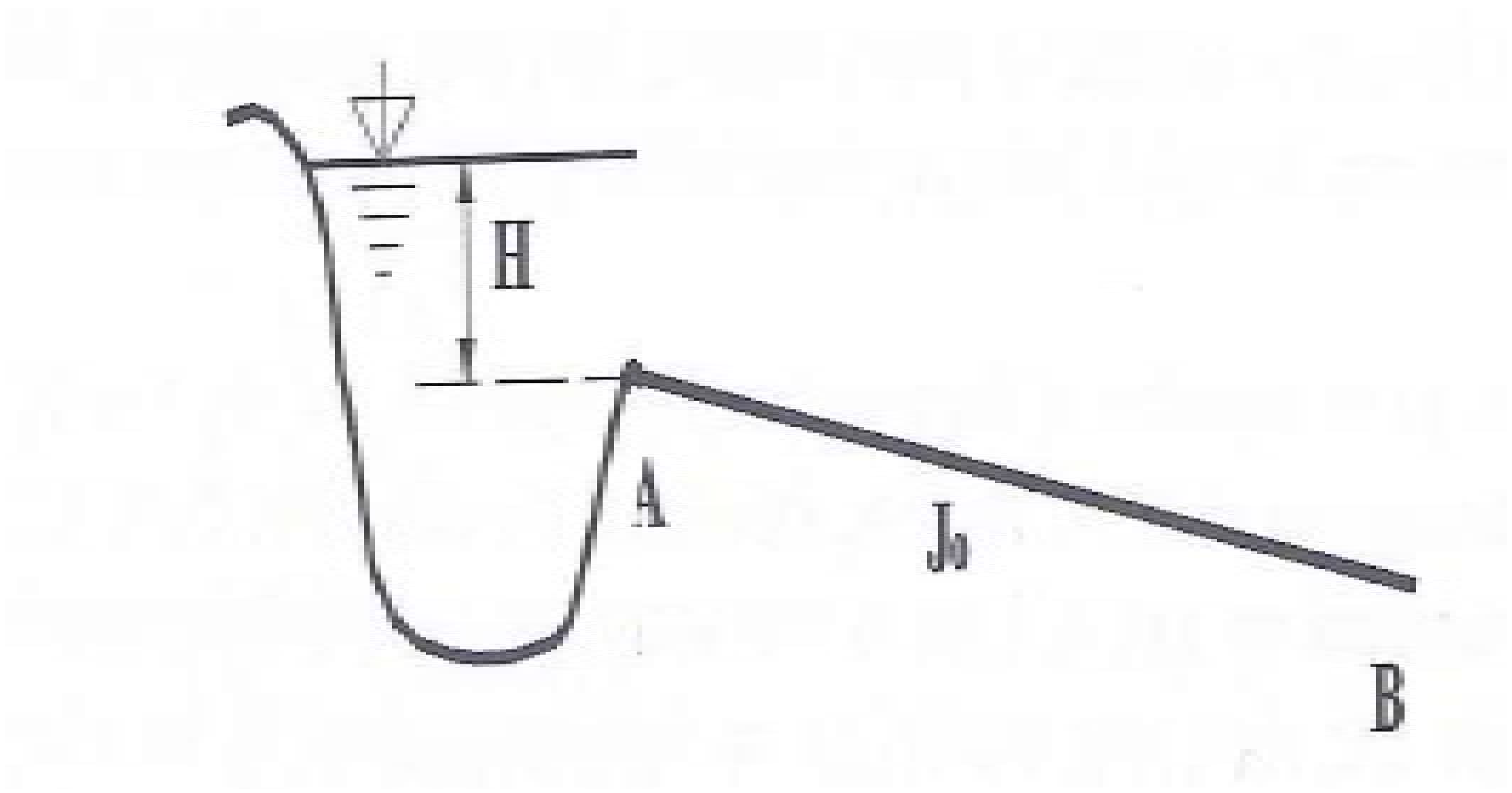
Πείραμα - Επαλήθευση:

Στη διατομή (4) το μετρηθέν βάθος ροής θα πρέπει να είναι περίπου το κρίσιμο βάθος ροής, για ορθογωνική διατομή: $y_c = \sqrt[3]{q^2/g}$. Σχόλιο: Το κρίσιμο βάθος εξαρτάται από την παροχή και τα γεωμετρικά στοιχείο της διατομής. Για κάθε παροχή προσδιορίζω εκ νέου το κρίσιμο βάθος.

Διώρυγα υδροδοτούμενη από δεξαμενή

Μ. Σπηλιώτη

Θεωρείται σημαντικό μήκος ΑΒ



Σημείο Α

- Με βάση την εξίσωση της ενέργειας, δύο τινά θα συμβούν:
  - Κρίσιμη ροή στην είσοδο
  - Ομοιόμορφη ροή από την είσοδο και κατάντη

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \\ S_0 = 0 \ \sigma\tau o \mathrm{A} \\ \dfrac{dz}{dx} \underset{o\rho}{=} - S_0 \\ S_f \to 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \frac{dy}{dx} \cdot \left(1 - Fr^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \rho o \acute{\eta} \ o\mu o\iota \acute{o} \mu o \rho \varphi \eta \left(\dfrac{dy}{dx} = 0 \right) \\ \acute{\eta} \\ \rho o \acute{\eta} \ \kappa \rho \acute{\iota} \sigma \iota \mu \eta \ \left(Fr = 1 \right) \end{array}\right\}$$

Δυσκολία: Εύρεση της παροχής

Ροή υποκρίσιμη

- Στο **A** **υποκρίσιμη ροή** και **ομοιόμορφη** (με το καλημέρα)
- **ΑΔΕ** στην περιοχή του **A**

$$H = y_n + \frac{V_n^{\;2}}{2g} \Leftrightarrow V_n = \sqrt{2g\left(\mathrm{H} - y_n\right)}$$

- **Εξίσωση του Manning**:

$$V_n = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{\;1/2}$$

- Συνδυασμός:

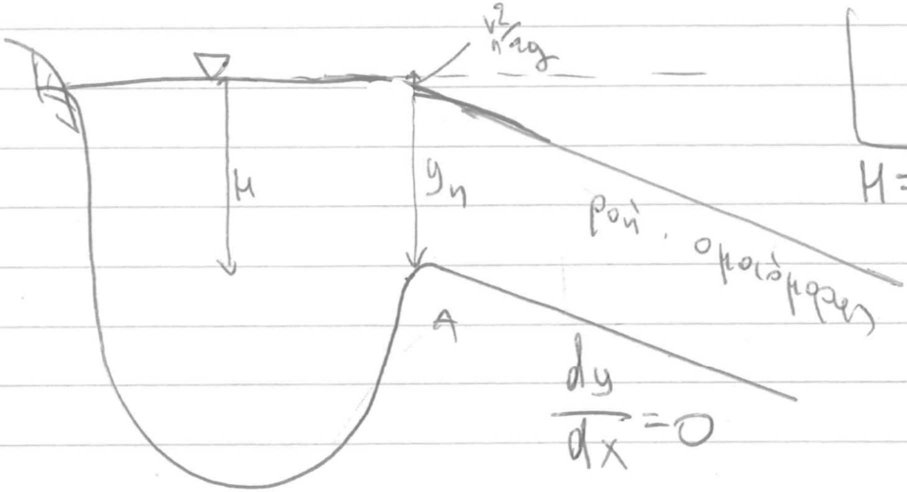
$$\sqrt{2g\left(\mathrm{H} - y_n\right)} = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{\;1/2}$$

Ροή υποκρίσιμη

(β) Ροή κατάντη ομοιόμορφη

$S_0 < S_c$

ΑΔΕ (Λίμνη - Α)



$$\boxed{E_n = H}$$

$$H = y_n + \frac{V_n^2}{2g}$$

για αμελητέες τοπικές απώλειες

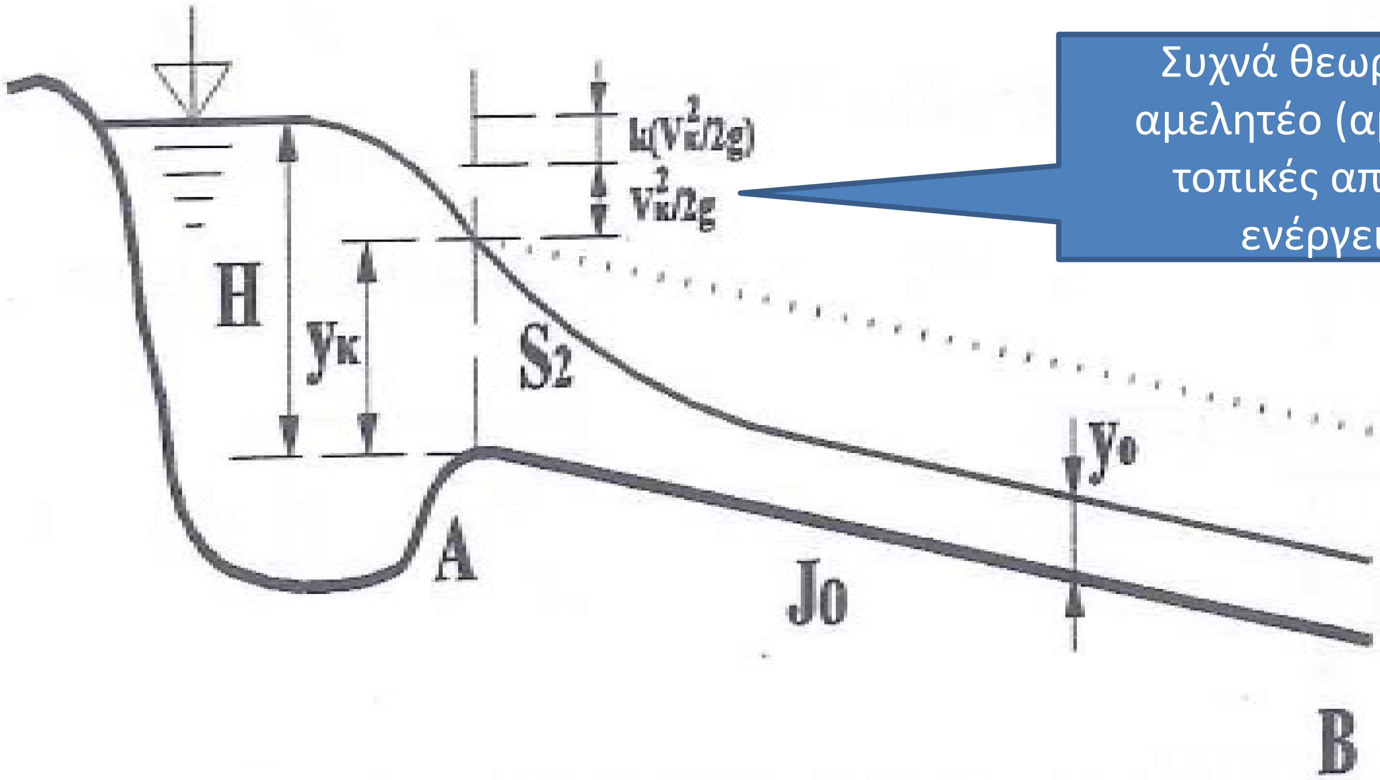
Ροή υπερκρίσιμη

- Στο **Α** **κρίσιμη ροή**, προσδιορισμός παροχής με βάση το κρίσιμο βάθος
- **ΑΔΕ** και **κρίσιμη ροή** στο **Α**

$$\begin{cases} H = y_c + \dfrac{V^2{}_c}{2g} \\ Fr = 1 \end{cases}$$

- Κατάντη προσδιορισμός του βάθους ροής (υπερκρίσιμο) με βάση την εξίσωση του Manning
- Υπάρχει μία κλίση που κατάντη παραμένει το κρίσιμο βάθος ροής (κατάντη κρίσιμες συνθήκες)

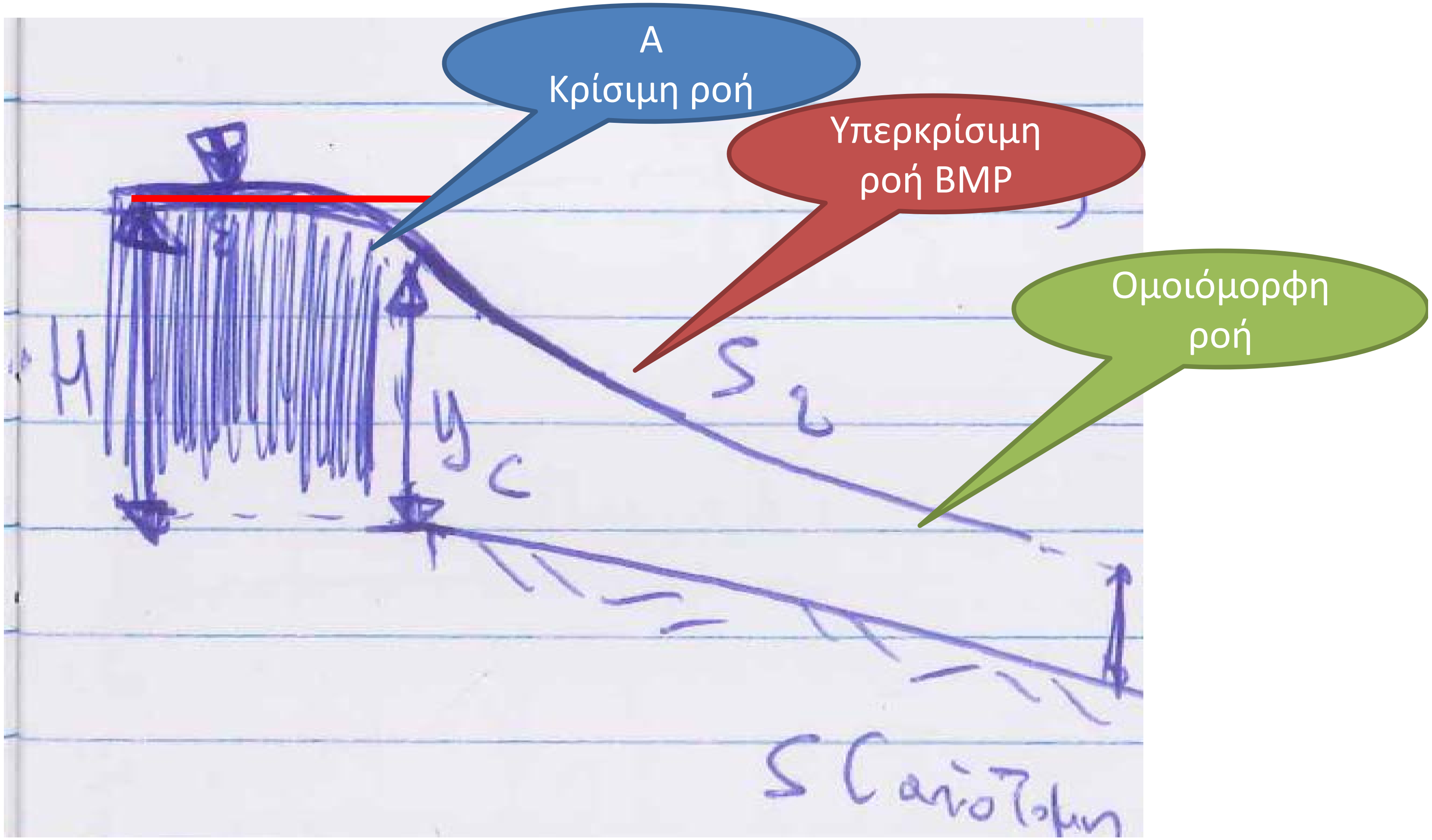
Ροή υπερκρίσιμη



Συχνά θεωρούμε k αμελητέο (αμελητέες τοπικές απώλειες ενέργειας)

Σχήμα 6-3. Υπερκρίσιμη ροή

Ροή υπερκρίσιμη



Κατώφλι: κρίσιμη κλίση

- Κρίσιμη κλίση: ροή κατάντη και ομοιόμορφη και κρίσιμη:
- Α.Δ.Ε

(1) Προσδιορισμός της κρίσιμης κλίσης κατάντη, δηλαδή της κλίσης για την οποία κατάντη η ροή είναι κρίσιμη.

(1a) ΑΔΕ

$$z_f + H = y_c + \frac{v_c^2}{2g} + \cancel{z_2} + \cancel{h_f}^{\,0}$$

$$\mathrm{H} = y_c + v_c^{\,2} / 2g = E_c$$

Κατώφλι: κρίσιμη κλίση (2)

- Κρίσιμες συνθήκες

$$\frac{v_c}{\sqrt{g y_{mc}}} = 1, \; y_m = \frac{A}{B}, \;\; \textit{ορθογωνικός αγωγός} : y_m = y$$

- Εξίσωσης Manning για τον προσδιορισμό της κρίσιμης κλίσης

Από Manning, προσδιορίζω την κρίσιμη κλίση

$$Q_c = \frac{1}{n} A_c R_c^{2/3} \cdot S_c^{1/2} \rightarrow \boxed{S_c = \gamma\nu}$$

κρίσιμη κλίση