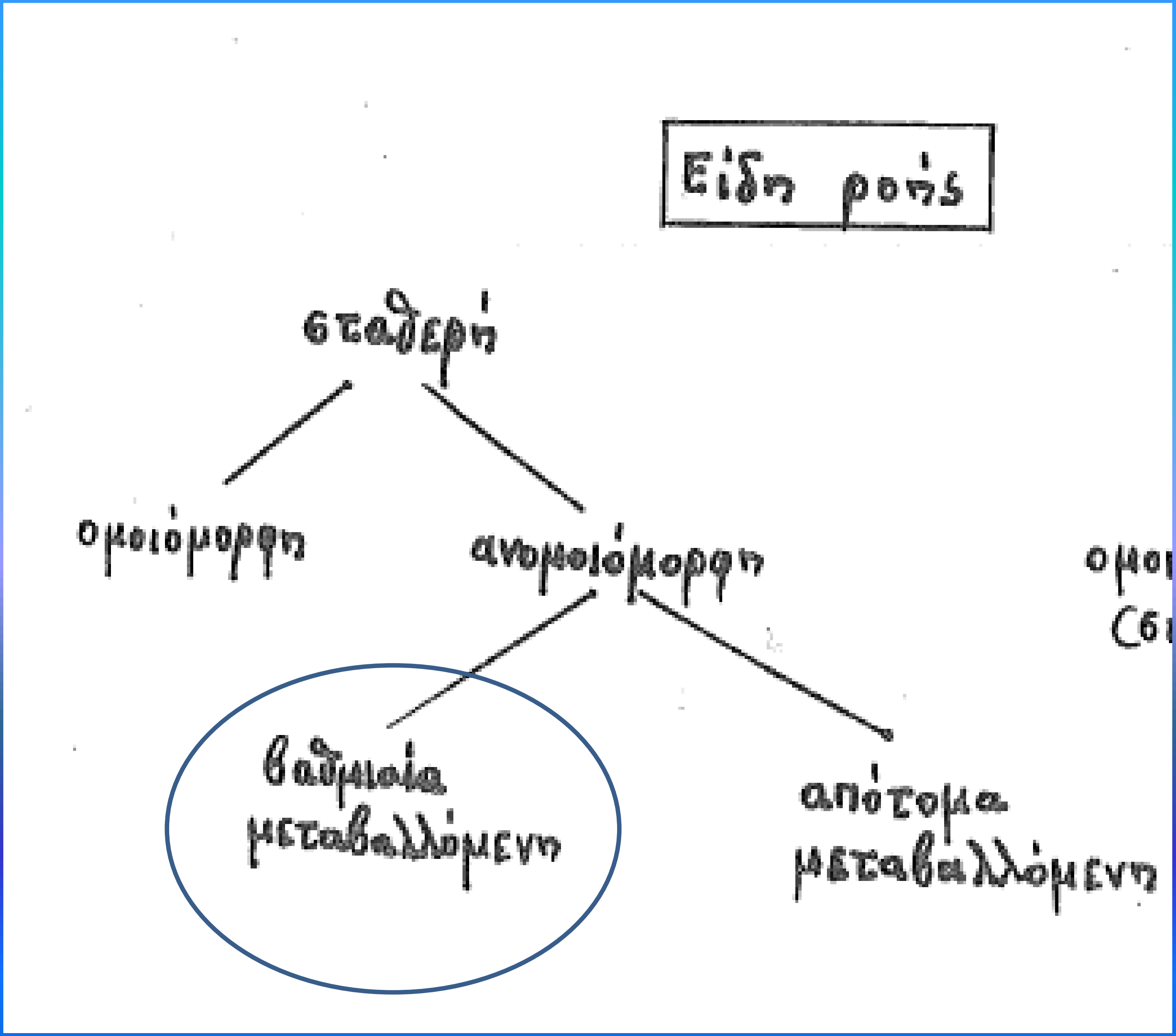
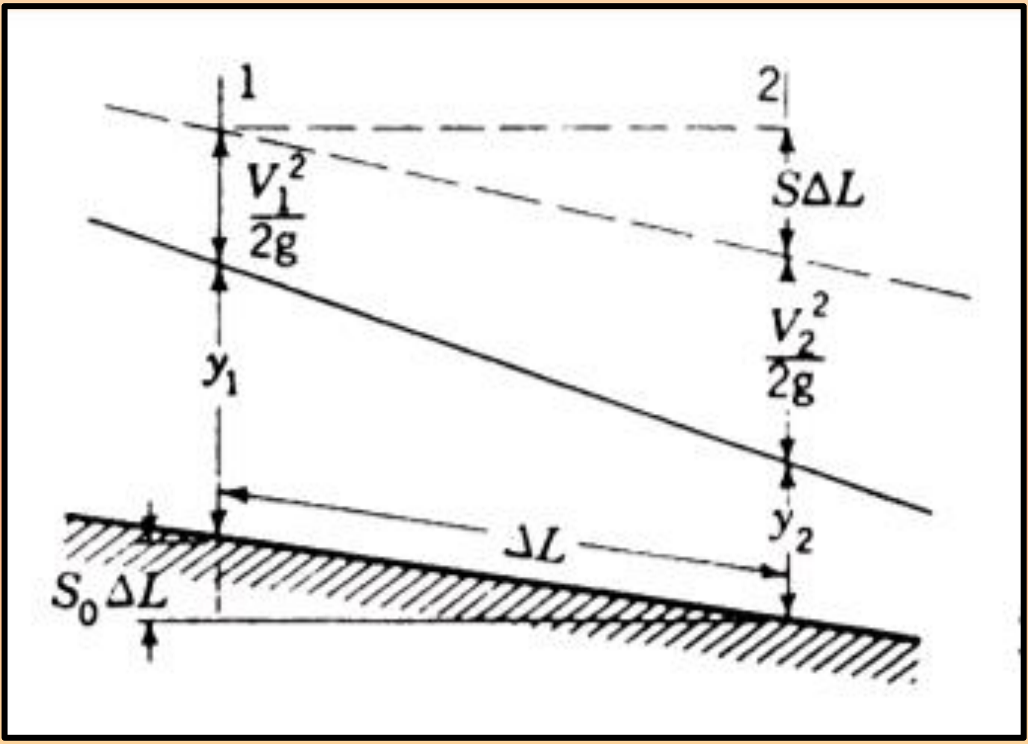
Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροη
εξίσωση ενέργειας
υπολογισμοί


Είδη ροής
σταθερή
ομοιόμορφη
ανομοιόμορφη
βαθμιαία μεταβαλλόμενη
απότομα μεταβαλλόμενη

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Μορφή καμπύλης στάθμης ελεύθερης επιφανείας

Σχήμα: **Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή**



Ύψος ενέργειας (σε μονάδες μήκους)

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

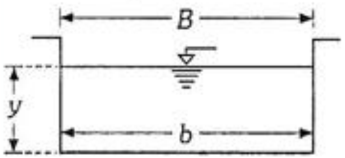
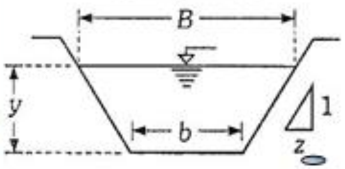
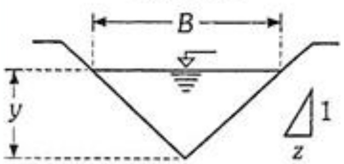
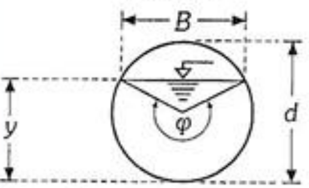
Ειδική ενέργεια (βοηθητικό μέγεθος)

$$\mathrm{E} = \mathrm{y} + \frac{\mathrm{V}^2}{2\mathrm{g}}$$

Σχέση ενέργειας και ειδικής ενέργειας

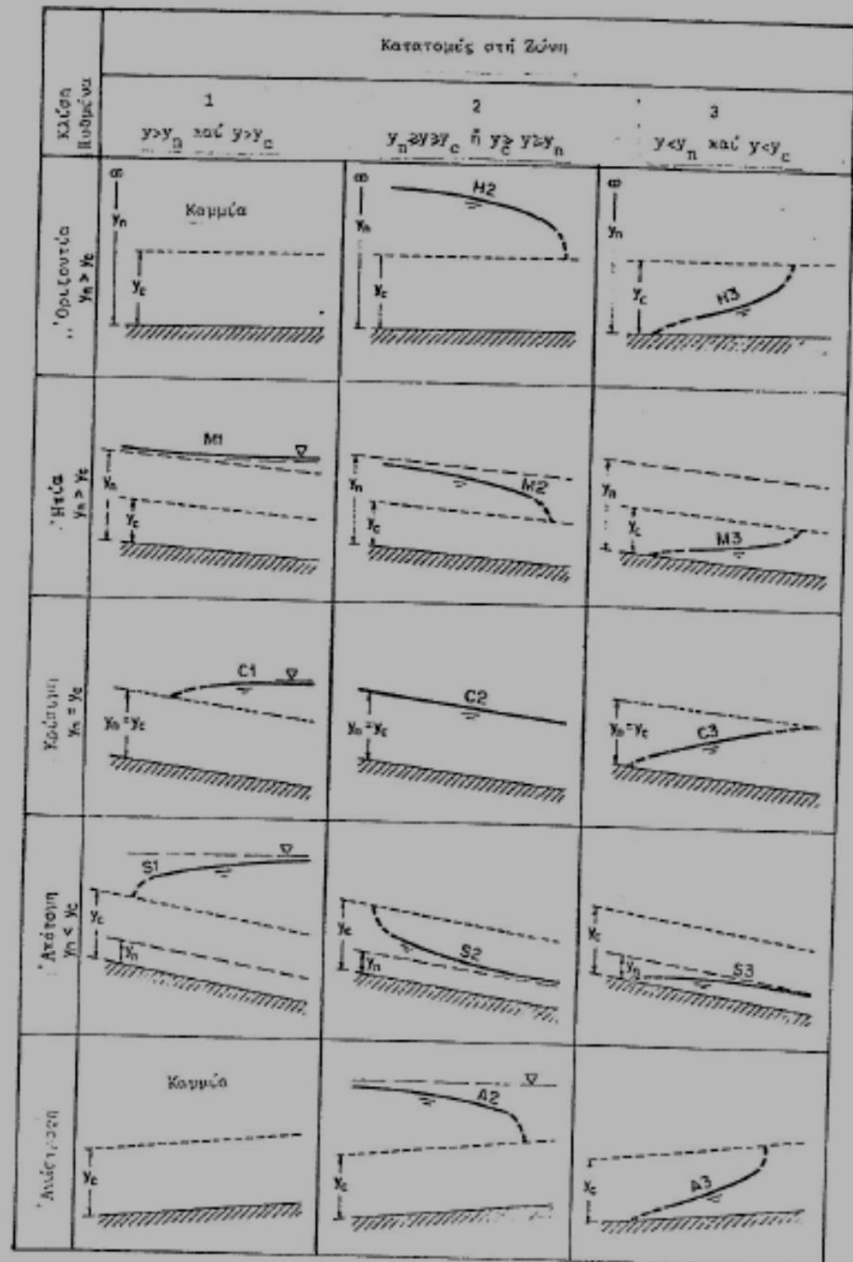
$$H = z + E$$

Πίν. 3.1: *Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών*

Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_\mu = A/B$	Αριθμός Froude F
Ορθογωνική 	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b	y	$\sqrt{\frac{Q^2}{b^2y^3g}}$
Τραπεζοειδής 	$(b+zy)y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$	$\frac{(b+zy)y}{b+2zy}$	$\sqrt{\frac{(b+2zy)Q^2}{(b+zy)^3y^3g}}$
Τριγωνική 	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	$\frac{y}{2}$	$\sqrt{\frac{2Q^2}{z^2y^5g}}$
Κυκλική 	$\frac{d^2}{8}(\varphi-\sin\varphi)$	$d\frac{\varphi}{2}$	$\frac{d}{4}\left(1-\frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$	$\frac{d}{8}\left\{\frac{\varphi-\sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right\}$	$\sqrt{\frac{512Q^2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi-\sin\varphi)^3}}$

Τσακίρης και Παπαθανασιαδης, 2011

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2}$$



. 4.1 Σχηματική παράσταση καί ταξινόμηση τῶν κατατομῶν τῆς

Σακκάς, 1988

Φορά υπολογισμών

- Υποκρίσημη ροή: Από κατάντη σε ανάντη (θέμα) εφόσον (τα κύματα βαρύτητας μετακινούνται και ανάντη και κατάντη, ‘φορείς πληροφοριών’)
- Υπερκρίσιμη ροή: Από ανάντη σε κατάντη. «Η υπερκρίσιμη ροή δε γνωρίζει τη συμβαίνει κατάντη αυτής» (τα κύματα βαρύτητας μετακινούνται μόνο κατάντη)

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Άλλης μορφής **διατύπωση της εξίσωσης της ενέργειας** για διακριτό βήμα, ευθεία μέθοδος

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
Διάφορες φόρμουλες

Ενέργεια

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

Ειδική ενέργεια

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$H = z + E$$

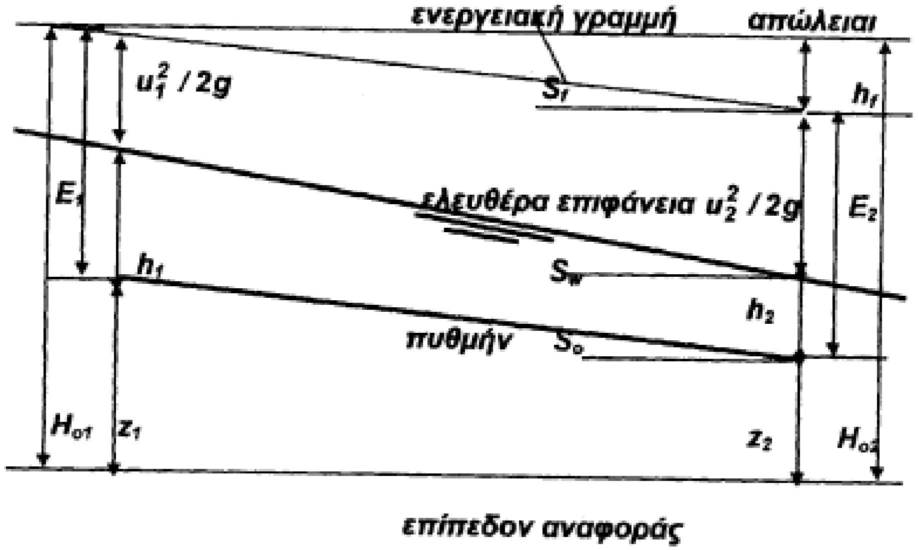
$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx}$$

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

Α Μέθοδος

- Ασκησιολογικά
  - Όταν **γνωρίζω τα βάθη ροής**, η μπορώ να υποθέσω μεταξύ αρχικού και τελικού και **ζητούνται τα μήκη L**
  - Εύκολη εφαρμογή σε θέμα
  - Μόνο για πρισματικούς αγωγούς
  - Επίλυση με βάση την **ΑΔΕ**



Σχήμα 11.1 Σχέσεις ενεργείας εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν

Σούλης, 2015

Η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως μεταξύ των διατομών *1* και *2* του Σχήματος 11.1 δίδει,

$$z_1 + h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \qquad \textbf{(11.6)}$$

επειδή,

$$z_1 - z_2 = S_o L \qquad \textbf{(11.7)}$$

όπου L απόστασις μεταξύ των διατομών 1 και 2 και

$$h_f = S_f L \tag{11.8}$$

αι απώλειαι φορτίου, η ενεργειακή εξίσωσις (11.6) γράφεται,

Σούλης, 2015

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + L(S_f - S_o) \tag{11.9}$$

Η εξίσωσις κατά Manning, η οποία ισχύει μόνον διά ομοιόμορφον ροήν, δύναται να εφαρμοσθή και εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν με ακρίβειαν οποία εξαρτάται εκ του μήκους των επί μέρους κατατμήσεων Δx του ανοικτού αγωγού.

Ούτως, όταν αι τιμαί των S_o και n είναι γνωσταί ενώ το βάθος ροής και η ταχύτης εις τα άκρα μέρη του υπό θεώρησιν τμήματος είναι δεδομένα, τότε το μήκος L το αντιστοιχούν εις τα δεδομένα δίδεται υπό της εξισώσεως,

$$L = \frac{h_1 + \dfrac{u_1^2}{2g} - \left(h_2 + \dfrac{u_2^2}{2g} \right)}{S_f - S_o} \qquad \textbf{(11.12)}$$

Σούλης, 2015

ή

$$L = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_o} \qquad \textbf{(11.13)}$$

δεδομένου ότι $E = h + \dfrac{u^2}{2g}$, ιδέ εξίσωσιν (9.2).

Εκτίμηση μέσης κλίσης γραμμής ενέργειας, επιλογή μηχανικού:

- Συντελεστής Manning n
- **Προσέγγιση για μέση κλίση γραμμής ενέργειας στη εξεταζόμενο τμήμα**

περιοχάς καθ΄εκάστη εκ των οποίων δυνατόν να έχη διαφορετικόν μήκος Δx ώστε η μεταβολή του βάθους h του ρευστού να είναι η αυτή εις κάθε εκάστην περιοχήν. Με τας ανωτέρω προυποθέσεις εις κάθε μίαν περιοχήν Δx του χώρου ροής, η εξίσωσις κατά Manning δίδει,

$$S_f = \left(\frac{n u_m}{R_m^{2/3}} \right)^2$$

Εκτίμηση μέσης κλίσης

Σούλης, 2015

όπου u_m και R_m αι μέσαι τιμαί των ταχυτήτων και υδραυλικών ακτίνων αντιστοίχως των δύο άκρων κάθε μιάς περιοχής αι οποίαι δίδονται υπό,

$$u_m = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad , \quad R_m = \frac{R_1 + R_2}{2} \qquad \textbf{(11.11)}$$

Μέθοδοι ρητής επίλυσης

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή γίνεται διακριτοποίηση της Εξ. 2.26 οπότε προκύπτει:

$$\Delta x = (E_2 - E_1)/[S_0 - \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2})] \qquad (\Pi 1.18)$$

Μπέλλος μέσος όρος για κλίση

Η σειρά των υπολογισμών είναι η εξής: Θεωρούνται γνωστά τα υδραυλικά στοιχεία μιας διατομής η οποία θεωρείται οριακή συνθήκη. Στην εξεταζόμενη περίπτωση η διατομή αυτή είναι η Διατομή 1 όπου η ροή είναι κρίσιμη και το βάθος ροής είναι συνάρτηση της παροχής και της γεωμετρίας της διατομής. Κατόπιν, με φορά προς τα ανάντη, επειδή ο αγωγός σχεδιάζεται για συνθήκες υποκρίσιμης ροής, ορίζεται μια νέα τιμή του βάθους ροής και από την παραπάνω εξίσωση υπολογίζεται η απόσταση Δx του βάθους αυτού και ούτω καθεξής. Οι εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για τους σχετικούς υπολογισμούς είναι όλες ρητές και έτσι διευκολύνεται η όλη διαδικασία.

Συνοπτικά είναι γνωστές οι τιμές y_1, A_1, R_1, V_1, S_{f1}, E_1 στην αρχική θέση, στη συνέχεια ορίζεται μια τιμή y_2 και ακολουθούν οι υπολογισμοί:

$$y_2 \Rightarrow A_2 \Rightarrow R_2 \Rightarrow V_2 \Rightarrow S_{f2} \Rightarrow \overline{S}_{f1,2} \Rightarrow E_2 \Rightarrow \Delta x_{1,2} \Rightarrow x_2 \qquad (\Pi 1.19)$$

Η διαδικασία των υπολογισμών συνεχίζεται μέχρι την περιοχή της υδροληψίας ώστε να καλυφθεί η περιοχή στην οποία ζητείται η κατατομή του νερού.

Σε γενικές γραμμές, πολύ διαδεδομένες είναι οι παρακάτω προσεγγίσεις για την εκτίμηση της μέσης κλίσης ενέργειας μεταξύ δύο διατομών:

1. $$S_f = \frac{Q^2}{\left[\frac{K_1 + K_2}{2}\right]^2}$$

2. $$S_f = \left[\frac{S_{f,1} + S_{f,2}}{2}\right]$$

3. $$S_f = \frac{Q^2}{K_1 \cdot K_2}$$

4. $$S_f = \frac{2S_{f,1} \cdot S_{f,2}}{S_{f,1} + S_{f,2}}$$

Όπου $K = \frac{1}{n} A R^{2/3}$ ονομάζεται και διοχετευτικότητα.

Η πρώτη μέθοδος είναι προεπιλογή στο λογισμικό HEC-RAS, ενώ η δεύτερη μέθοδος θεωρείται πιο ακριβής για κατατομή M_1 και η τέταρτη μέθοδος για κατατομή M_2.

(U.S. Army Corps of Engineers 1998).

Υπολογισμός του $\overline{S}_f$

(α) Με τη πρώτη μέθοδο υπολογίζονται οι κλίσεις στα δύο άκρα του βήματος με την εξ. Manning και το $\overline{S}_f$ υπολογίζεται σαν ο μέσος όρος των δύο δηλ.

$$S_{f1} = \frac{U_1^2 n_o^2}{R_1^{4/3}} \qquad S_{f2} = \frac{U_2^2 n^2}{R_2^{3/4}}$$

και

$$\overline{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2}$$

- Για προφίλς M_1 και S_2

(β) Με τη δεύτερη μέθοδο το $\overline{S}_f$ υπολογίζεται σαν αυτό που αντιστοιχεί στο μέσο βάθος και στη μέση ταχύτητα του τμήματος αυτού, δηλ:

$$\overline{S}_f = \frac{\overline{U}^2 n^2}{\overline{R}^{4/3}}$$

όπου $\overline{R}$ = υδραυλική ακτίνα που αντιστοιχεί σε βάθος $(h_1+h_2)/2$ και $\overline{U}$ = μέση ταχύτητα της διατομής με το παραπάνω βάθος.

- Για προφίλς M_2, M_3, S_1 και S_3

Εξίσωση Manning για ανομοιόμορφη ροή:

- Υποδιαίρεση του αγωγού σε επιμέρους τμήματα, έτσι ώστε οι συνθήκες ροής να είναι περίπου ίδιες σε κάθε τμήμα.

$$S_f = \left(\frac{n\, u_m}{R_m^{2/3}}\right)^2$$

ανάντη

u_m, R_m : μέσες τιμές των δύο α[illegible]ων διατομών ενός τμήματος

$$L = \frac{\left(h_1 + \frac{u_1^2}{2g}\right) - \left(h_2 + \frac{u_2^2}{2g}\right)}{S_f - S_o}$$

$$\boxed{L = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_o}}$$

Ύλη:
Μέθοδος που κατ αρχήν πρέπει να μάθουμε

Έστω ρητή μέθοδος.

Εφαρμόζεται για πρισματικούς αγωγούς.

Ξέρω το εύρος για τα βάθη ροής αλλά δεν ξέρω την οριζόντια απόσταση. Αυθαίρετα επιλέγω μία διαμέριση στα βάθη ροής (προφανώς, η μικρή διαμέριση είναι εις βάρος της ακρίβειας, ασκησιολογικά όμως μπορεί να είναι ένα μόνο βήμα) . Ζητούμενο το Δx

Από την εξίσωση της ενέργειας ισχύει:

$$\Delta x = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_0} = \frac{\left(y_1 + \frac{u_1^2}{2g}\right) - \left(y_2 + \frac{u_2^2}{2g}\right)}{\bar{S}_f - S_0}$$

Για αποφυγή αρνητικών πρόσημων (1) ανάντη (2) κατάντη

Για τη μέση εκτίμηση της κλίσης της γραμμής ενέργειας υπάρχουν πολλές προσεγγίσεις που στηρίζονται ότι τοπικά ισχύει η εξίσωση του Manning. Η αξιόπιστη προσέγγιση δίνει ήπια μεταβολή της κλίσης για βραδέως μεταβαλλόμενη ροή. Εκεί που πλησιάζω ομοιόμορφη ροή η κλίση πρέπει να είναι περίπου η κλίση του πυθμένα.

Έστω $\bar{S}_f = \left(\frac{n \cdot \bar{u}}{\bar{R}^{2/3}}\right)^2 = \frac{n^2 \cdot \bar{u}^2}{\bar{R}^{4/3}}, \ \bar{R} = \frac{R_1 + R_2}{2}, \bar{u} = \frac{u_1 + u_2}{2}$

π.χ.'εστω ροή υποκρίσιμη, όπως στο σχήμα οι υπολογισμοί άρχονται από το κατάντη σημείο:

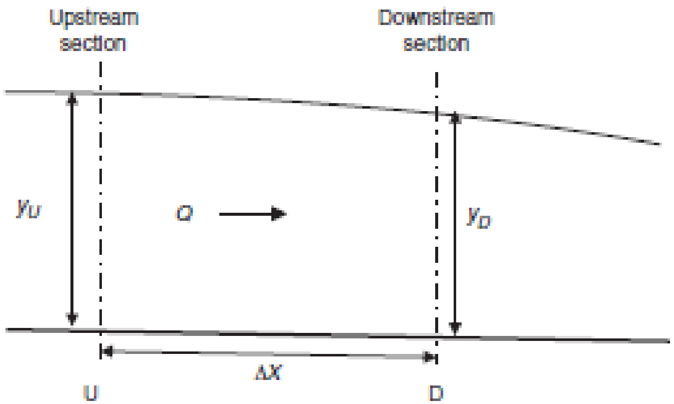


Figure 4.11 Definition sketch for gradually-varied flow formulation

where S_{fm} = average friction slope in the reach, approximated as

$$S_{fm} = \frac{1}{2}(S_{fU} + S_{fD}) \tag{4.10}$$

By rearranging the Manning formula, the friction slopes at sections U and D are obtained as

$$S_{fU} = \frac{n^2}{k_n^2}\frac{V_U^2}{R_U^{4/3}} \tag{4.11}$$

and

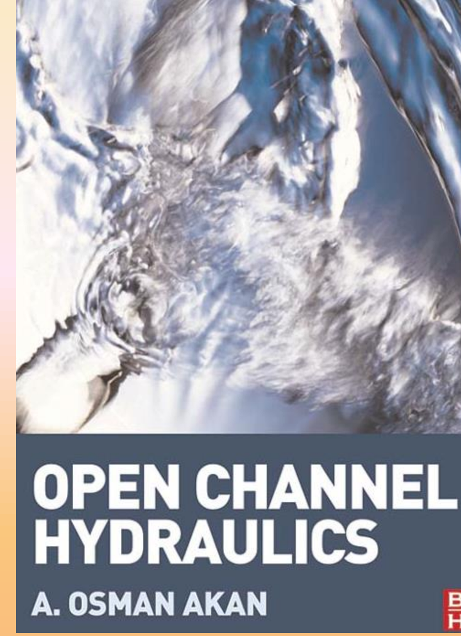
$$S_{fD} = \frac{n^2}{k_n^2}\frac{V_D^2}{R_D^{4/3}} \tag{4.12}$$

The two most common methods used to perform the gradually-varied flow calculations are the *direct step method* and the *standard step method*.

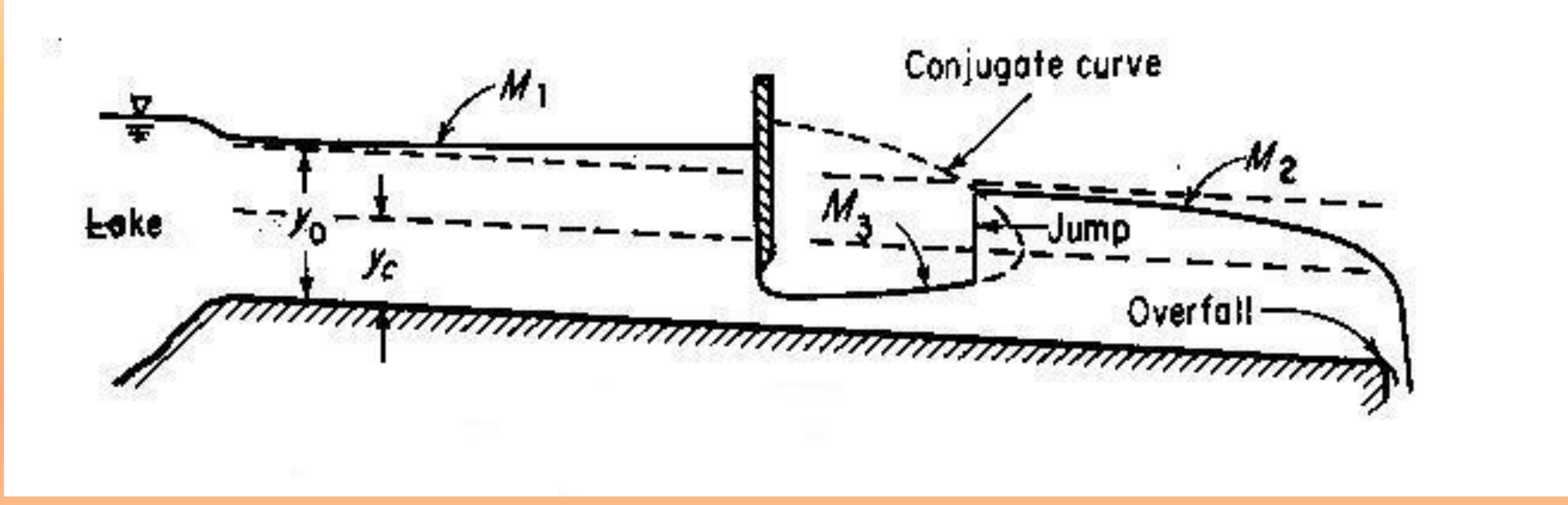
4.5.1 DIRECT STEP METHOD

In the direct step method, we write Equation 4.9 as

$$\Delta X = \frac{E_D - E_U}{S_0 - S_{fm}} = \frac{(y_D + V_D^2/2g) - (y_U + V_U^2/2g)}{S_0 - S_{fm}} \tag{4.13}$$



Προφίλ βάθους ροής σε ένα πραγματικό αγωγό



Παράδειγμα ανομοιόμορφης ροής

- Αγωγός ορθογωνικής διατομής πλάτους $b = 1.8288$ m
- Βάθος ροής $h = 0.9144$ m σε μια ορισμένη διατομή
- Παροχή $Q = 4.528$ m^3/s
- Να υπολογισθεί η απόσταση από τη διατομή όπου $h = 0.975$

  Εάν $S_o = 0.002$ και $n = 0.012$

Λύση

$$Q = A \frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2}$$

$$4.528 = (1.8288\, h_n) \frac{1}{0.012} \left(\frac{1.8288\, h_n}{1.8288 + 2h_n}\right)^{2/3} (0.002)^{1/2}$$

$$h_n = 1.0668 \text{ m}$$

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{4.528^2}{1.8288^2 \times 9.81}} = 0.8549 \text{ m}$$

$$h_c < h < h_n$$

- υποκρίσιμη ροή, το βάθος του νερού αυξάνεται προς τα ανάντη της ροής, εκ της μελετωμένης διατομής
- Προφίλ M_2

Υπολογισμός κρίσιμου βάθους και ομοιόμορφου βάθους ΒΟΗΘΗΤΙΚΑ για την εύρεση του **είδους της καμπύλης**

Προφίλ καμπύλης

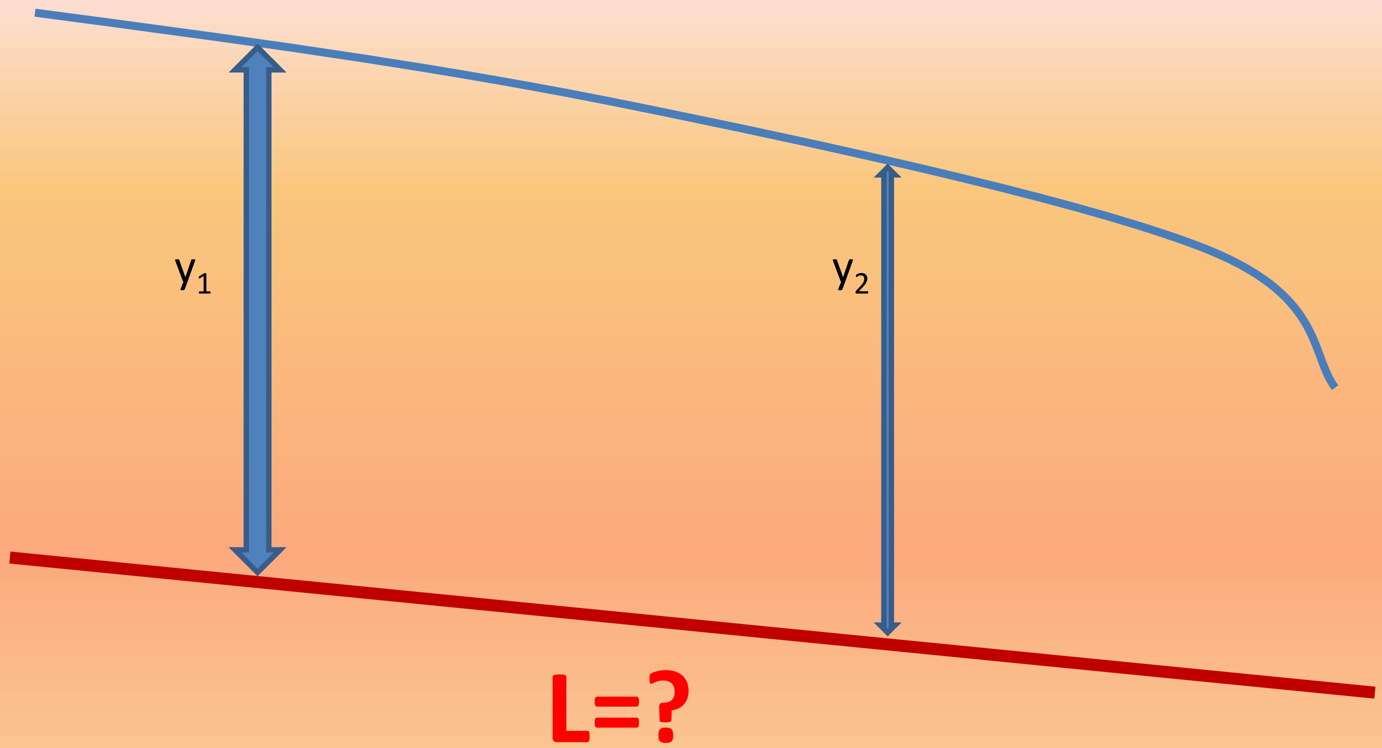
- **Έλεγχος για ομοιόμορφο βάθος ροής**

  yn>yc → κλίση ήπια→ καμπύλη M

- **Πραγματικά βάθη ροής:**

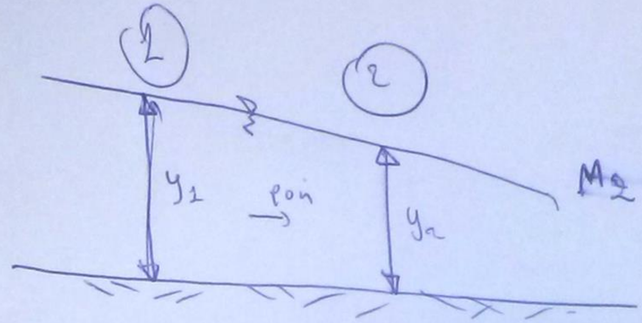
  yn=1.07> **y(πραγματικό, εκφώνηση)=0.9144 - 0.975**> **yc =0.85** → **κατάπτωση** ακολουθώντας **την κίνηση του νερού** → **καμπύλη M2**
- **Από 0.9144 m σε 0.975 m** <y, θα είναι ανάντη (πριν το σημείο που έχουμε την πληροφορία). Από καμπύλη M2 **πραγματικά βάθη ροής** ***κάτω από το ομοιόμορφο βάθος*** **και πάνω από το κρίσιμο βάθος ροής** μία μόνο περίπτωση υπάρχει, **κατάπτωση στάθμης επιφανείας**
- Φορά υπολογισμών: **Πραγματική ροή, υποκρίσιμη** → από κατάντη (χαμηλό βάθος) σε ανάντη (υψηλότερο βάθος ροής και υψόμετρο)

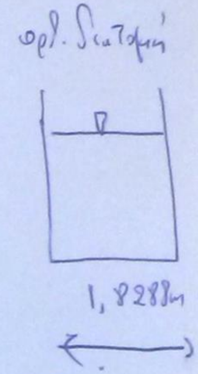
$$\Delta x = \frac{E_{ANANTH} - E_{KATANTH}}{\overline{S}_f - S_0}$$



Για εξετάσεις, αν δεν ζητηθούν περισσότερα

σημεία: 2 σημεία





$y_1 = 0.975m$ $y_2 = 0.9144m$

$y, y = \gamma\nu \Rightarrow \Delta x = ?$ (ρητή μέθοδος επίλυσης για σταθερή διατομή).

$$\Delta x = \frac{E_{\text{ανάντη}} - E_{\text{κατάντη}}}{\bar{S}_f - S_0}$$

Διατομές 1, 2 γνωστά τα βάθη ροής

①

$y_1 = 0.975 \Rightarrow A_1 = b y_1 = 1.8288 \cdot 0.975 = 1.783\,m^2$

$\hookrightarrow P_1 = b + 2y_1 = 3.7788\,m$

$R_1 = \dfrac{A_1}{\Pi_1} = 0.457\,m$

$V_1 = \dfrac{Q}{A_1} = \dfrac{4.528}{1.763} = 2.53\,m/s$

$E_{ανάντη} = y_1 + \dfrac{V_1^2}{2g} = 1.303\,m$

②

$y_2 = 0.914\,m \rightarrow A_2 = b y_2 = 0.914 \cdot 1.8288 = 1.671\,m^2$

$\hookrightarrow \Pi_2 = b + 2y_2 = 3.658\,m$

$\Rightarrow \dfrac{A_2}{\Pi_2} = R_2 =$ υδραυλική ακτίνα 0.457

$V_2 = \dfrac{Q}{A_2} = \dfrac{4.528}{1.671} = 2.70\,m/s.$

$E_{κατάντη} = y_2 + \dfrac{V_2^2}{2g} = 1.288\,m$

Μέση κλίση γραμμής ενέργειας Manning

BMR

$$\bar{V} = \frac{1}{\bar{n}} \bar{R}^{2/3} \bar{S}_f^{1/2} \Rightarrow \bar{S}_f = \left(\frac{\bar{V} \cdot n}{\bar{R}^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{\left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right) \cdot n}{\left(\frac{R_1 + R_2}{2} \right)^{2/3}} \right)^2$$

Μήκος από διατομή 1 σε 2

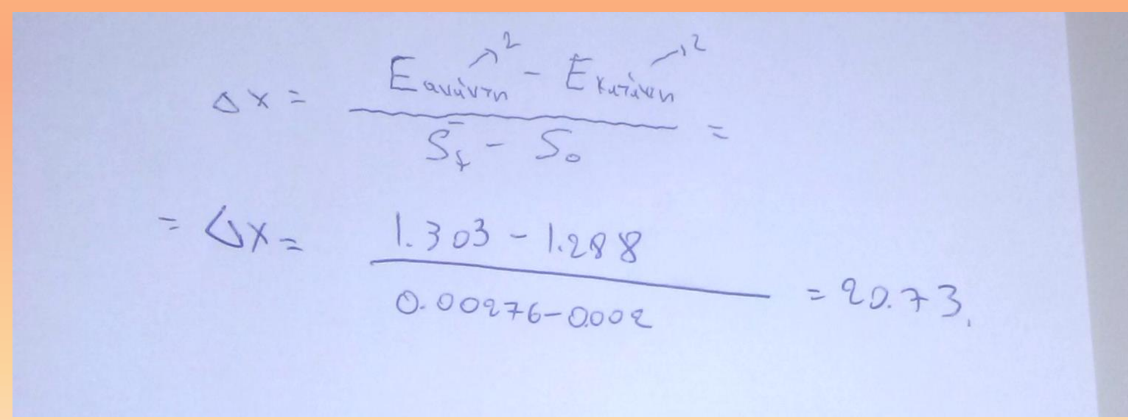
	Βάθος	Εμβαδόν	Βρ. Περίμετρος	Υδραυλική ακτίνα	Ταχύτητα V=Q/A	Ειδική ενέργεια E=y+V^2/2g	E1-E2	μ.ταχύττα (V1+V2)/2	μ. υδραυλ. Ακτίνα (R1+R2)/2	Sf (μέση)	Sf-S0	Δx
	m	m^2	m	m	m/s	m	m	m/s	m			m
1.8288	0.914	1.6715232	3.6568	0.457099978	2.708906463	1.288014996						
	0.975	1.78308	3.7788	0.471864084	2.539426161	1.303679166	0.015664169	2.624166312	0.464482031	0.00276	0.00076	20.70113

0.012

κατάντν

ανάντη

$$\Delta x = \frac{E_{ANANTH} - E_{KATANTH}}{\bar{S}_f - S_0}$$

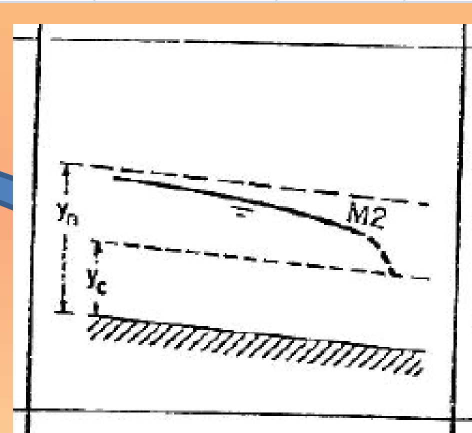


Τρία σημεία: «αυθαίρευτα» ο μέσος όρος το ενδιάμεσο

Φορά κίνησης νερού

Φορά υπολογισμού: ροή υποκρίσιμη: από κατάντη σε ανάντη

	Βάθος	Εμβαδόν	Βρ. Περίμετρος	Υδραυλική ακτίνα	Ταχύτητα V=Q/A	Ειδική ενέργεια E=y+V^2/2g	E1-E2	μ.ταχύττα (V1+V2)/2	μ. υδραυλ. Ακτίνα (R1+R2)/2	Sf (μέση)	Sf-S0	Δx
	m	m^2	m	m	m/s	m	m	m/s	m			m
2	0.914	1.6715232	3.6568	0.457099978	2.7089065	1.288014996						
1	0.9445	1.7273016	3.7178	0.464603152	2.6214299	1.294749467	0.0067345	2.665168164	0.460851565	0.002873406	0.0008734	7.7105855
0	0.975	1.78308	3.7788	0.471864084	2.5394262	1.303679166	0.0089297	2.580428013	0.468233618	0.002637116	0.0006371	14.015818
												21.7264



$$\boxed{L = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_o}}$$

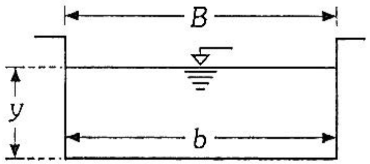
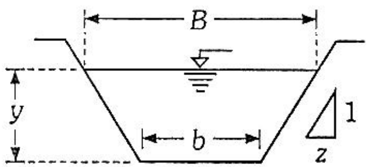
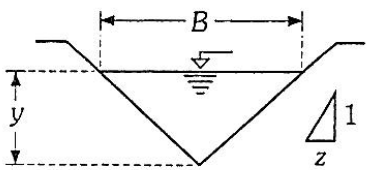
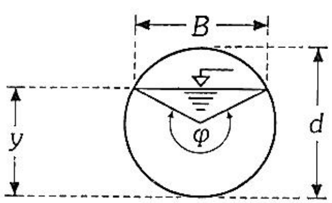
Προσοχή το ανάντη κάτω από το κατάντη στον πίνακα

Υψ. Διαμέριση, καλύτερο αποτέλεσμα

	Βάθος	Εμβαδόν	Βρ. Περίμετρος	Υδραυλική ακτίνα	Ταχύτητα V=Q/A	Ειδική ενέργεια E=y+V^2/2g	E1-E2	μ.ταχύττα (V1+V2)/2	μ. υδραυλ. Ακτίνα (R1+R2)/2	Sf (μέση)	Sf-S0	Δx
	m	m^2	m	m	m/s	m	m	m/s	m			m
14	0.9144	1.6722547	3.6576	0.4572	2.7077215	1.288087846						
1	0.9190615	1.6807797	3.666923077	0.458362422	2.6939877	1.288968261	0.0008804	2.700854597	0.457781211	0.002977289	0.0009773	0.900875
2	0.9237231	1.6893048	3.676246154	0.459518947	2.6803926	1.289905775	0.0009375	2.687190169	0.458940685	0.002937315	0.0009373	1.0002125
3	0.9283846	1.6978298	3.685569231	0.460669622	2.666934	1.290899245	0.0009935	2.67366331	0.460094285	0.002898101	0.0008981	1.1061897
4	0.9330462	1.7063548	3.694892308	0.46181449	2.6536099	1.291947555	0.0010483	2.660271954	0.461242056	0.002859627	0.0008596	1.2194941
5	0.9377077	1.7148798	3.704215385	0.462953595	2.6404183	1.293049617	0.0011021	2.647014075	0.462384042	0.002821876	0.0008219	1.3409109
6	0.9423692	1.7234048	3.713538462	0.46408698	2.6273571	1.29420437	0.0011548	2.633887686	0.463520287	0.00278483	0.0007848	1.4713424
7	0.9470308	1.7319299	3.722861538	0.465214688	2.6144246	1.29541078	0.0012064	2.620890842	0.464650834	0.002748473	0.0007485	1.6118292
8	0.9516923	1.7404549	3.732184615	0.466336763	2.6016187	1.296667837	0.0012571	2.608021634	0.465775726	0.002712787	0.0007128	1.7635791
9	0.9563538	1.7489799	3.741507692	0.467453246	2.5889377	1.297974555	0.0013067	2.595278191	0.466895004	0.002677758	0.0006778	1.928001
10	0.9610154	1.7575049	3.750830769	0.468564178	2.5763797	1.299329974	0.0013554	2.582658679	0.468008712	0.00264337	0.0006434	2.1067493
11	0.9656769	1.76603	3.760153846	0.469669601	2.5639429	1.300733156	0.0087856	2.570161298	0.469116889	0.002609607	0.0006096	14.411903
12	0.9703385	1.774555	3.769476923	0.470769556	2.5516256	1.302183184	0.00145	2.557784284	0.470219579	0.002576456	0.0005765	2.5154196
13	0.975	1.78308	3.7788	0.471864084	2.5394262	1.303679166	0.001496	2.545525906	0.47131682	0.002543901	0.0005439	2.7504643
												23.904558

Πυκνή διαμέριση ώστε η κλίση της γραμμής ενέργειας να αλλάζει λίγο οπότε η προσέγγιση της μέσης κλίσης για τη γραμμή ενέργειας να είναι σωστή (στις εξετάσεις δεν απαιτείται πυκνή διαμέριση)

Πίν. 3.1: *Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών*

Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_\mu = A/B$	Αριθμός Froude F
Ορθογωνική 	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b	y	$\sqrt{\frac{Q^2}{b^2y^3g}}$
Τραπεζοειδής 	$(b+zy)\,y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{(b+zy)\,y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$	$\frac{(b+zy)\,y}{b+2zy}$	$\sqrt{\frac{(b+2zy)\,Q^2}{(b+zy)^3y^3g}}$
Τριγωνική 	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	$\frac{y}{2}$	$\sqrt{\frac{2Q^2}{z^2y^5g}}$
Κυκλική 	$\frac{d^2}{8}(\varphi-\sin\varphi)$	$d\frac{\varphi}{2}$	$\frac{d}{4}\left(1-\frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$	$\frac{d}{8}\left\{\frac{\varphi-\sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right\}$	$\sqrt{\frac{512Q^2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi-\sin\varphi)^3}}$

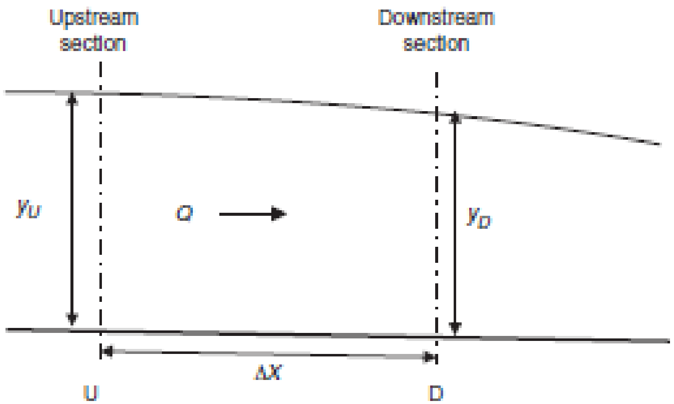


FIGURE 4.11
Definition sketch for gradually-varied flow formulation

where S_{fm} = average friction slope in the reach, approximated as

$$S_{fm} = \frac{1}{2}(S_{fU} + S_{fD}) \tag{4.10}$$

By rearranging the Manning formula, the friction slopes at sections U and D are obtained as

$$S_{fU} = \frac{n^2}{k_n^2}\frac{V_U^2}{R_U^{4/3}} \tag{4.11}$$

and

$$S_{fD} = \frac{n^2}{k_n^2}\frac{V_D^2}{R_D^{4/3}} \tag{4.12}$$

The two most common methods used to perform the gradually-varied flow calculations are the *direct step method* and the *standard step method*.

4.5.1 DIRECT STEP METHOD

In the direct step method, we write Equation 4.9 as

$$\Delta X = \frac{E_D - E_U}{S_0 - S_{fm}} = \frac{(y_D + V_D^2/2g) - (y_U + V_U^2/2g)}{S_0 - S_{fm}} \tag{4.13}$$

Ρητή μέθοδος, επίλυση με <u>αριθμητική ολοκλήρωση</u> της διαφορικής έκφρασης για την εξίσωση της ενέργειας, αποφεύγω τις μικρές διαφορές που αναπτύσσονται στις άλλες μεθόδους

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - a\frac{Q^2 B}{gA^3}}$$

Επίλυση με βάση ολοκλήρωση ως προς y ή x:

- Ακριβής για ορισμένες μόνο περιπτώσεις
- αριθμητική ολοκλήρωση

- **Ολοκληρώνοντας,**

$$L=\int_{y_1}^{y_2}\left(\frac{1-\alpha\dfrac{Q^2B}{gA^3}}{\left(S_o-\left(\dfrac{nQ}{AR^{2/3}}\right)^2\right)}\right)dy$$

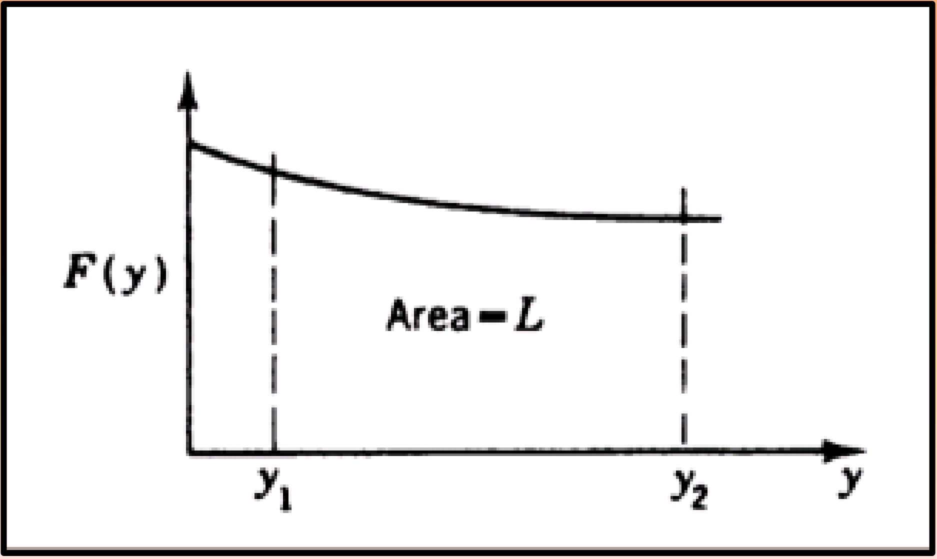
- **Μη καλή προσέγγιση κοντά στο κρίσιμο βάθος**

- **Όταν ο παρανομαστής τείνει στο μηδέν η ροη είναι ομοιόμορφη**

$$E\sigma\tau\omega : F(y)=\left(\frac{1-\alpha\dfrac{Q^2B}{gA^3}}{\left(S_o-\left(\dfrac{nQ}{AR^{2/3}}\right)^2\right)}\right)$$

- **Το εμβαδόν της συνάρτησης F του *y* για τις δύο τιμές είναι το μήκος *L* των δύο τιμών:**

$$L = \int_{y_1}^{y_2} F(y)\, dy$$



- **Προσέγγιση Α:**

$$E\sigma\tau\omega : \bar{F}(y) = \frac{\left(\dfrac{1-\alpha\dfrac{Q^2 B}{gA^3}}{S_0-\left(\dfrac{nQ}{AR^{2/3}}\right)^2}\right)_1 + \left(\dfrac{1-\alpha\dfrac{Q^2 B}{gA^3}}{S_0-\left(\dfrac{nQ}{AR^{2/3}}\right)^2}\right)_2}{2}$$

Επομένως:

$$L_2 = L_1 + \bar{F}(y)(y_2 - y_1)$$

Β μέθοδος χωρικής ανάλυσης

- Για φυσικά υδατορέματα
- Άγνωστο το βάθος ροής ανάντη ή κατάντη
- ΑΔΕ, επίλυση με δοκιμές