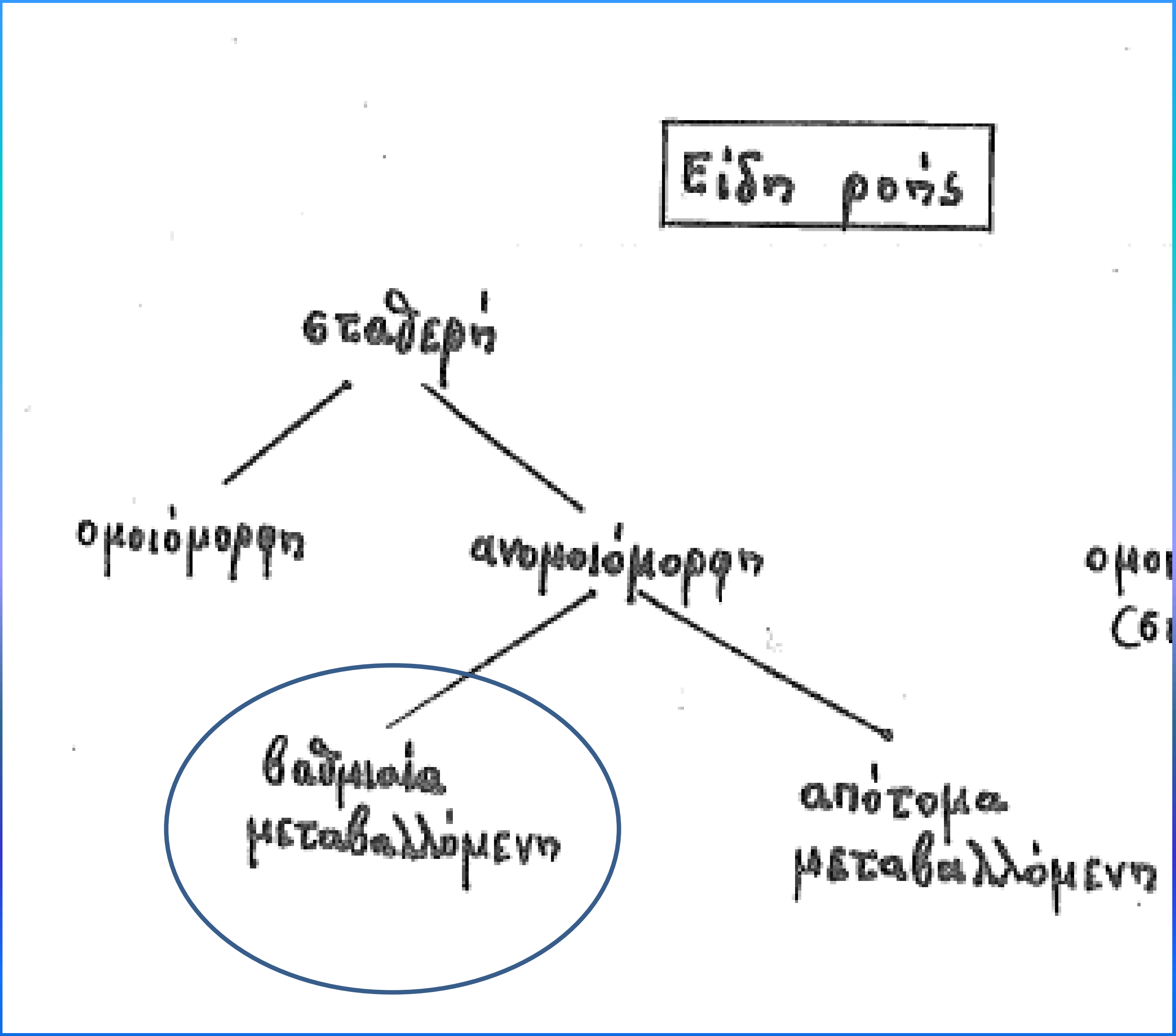
# Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή προφίλ νερού

Δρ Μ. Σπηλιώτη
Επίκουρος Καθηγητης
Κείμενα από Μπέλλος, 2008, Σούλης 2013
και από τις σημειώσεις Χρυσάνθου, Παπανικολάου, 2008
(βλπ βασικές σημειώσεις από Διαφάνειες), 2014

# Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροη - διαφορική εξίσωση ενέργειας



Είδη ροής
σταθερή
ομοιόμορφη
ανομοιόμορφη
βαθμιαία μεταβαλλόμενη
απότομα μεταβαλλόμενη

# Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

- |dy/dx | <1 (Δημητρίου, 1988)
- Υδροστατική διανομή πιέσεων, αμελητέες κατακόρυφες κινήσεις
- Ισχύς της εξίσωσης του Manning για τη διατμητική τάση στερεού ορίου με βάση όμως την κλίση της γραμμής ενέργειας

Σχόλιο: Στη ΒΜΡ η κλίση πυθμένα, στάθμης ελεύθερης επιφανείας αλλά και γραμμής ενέργειας δε συμπίπτουν.

# Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

- Γενική εξίσωση: Ενέργειας σε διάφορες μορφές
- Μορφή καμπύλης στάθμης (βλπ πίνακες)
- Ισχύς εξίσωσης Manning σε διατομή μόνο που αντί της κλίσης πυθμένας θέτω την κλίση γραμμής ενέργειας
- Μέση κλίση της  γραμμής ενέργειας μεταξύ δύο τμημάτων
- Δύο βασικές περιπτώσεις προβλημάτων:
  - Γνωστό υψόμετρο και ΔL, άγνωστο το ανάντη (ή κατάντη υψόμετρο)
  - Γνωστά δύο υψόμετρα και άγνωστο το μήκος ΔL (θέμα)

# Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

- |dy/dx | <1 (Δημητρίου, 1988): **βαθμιαία μεταβολή του βάθους ροής**
- **Υδροστατική διανομή πιέσεων**, αμελητέες κατακόρυφες κινήσεις
- Ισχύς της **εξίσωσης του Manning** για τη διατμητική τάση στερεού ορίου με βάση όμως την κλίση της γραμμής ενέργειας

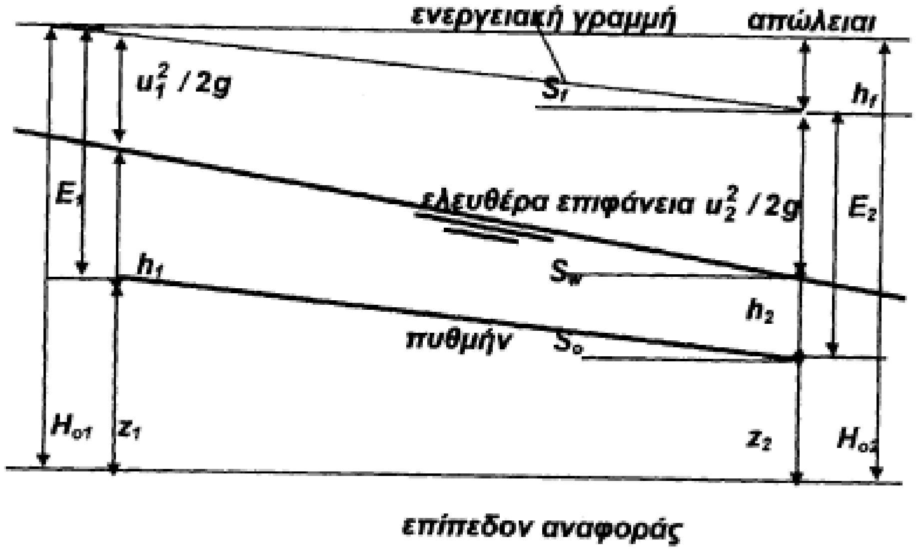
Σχόλιο: Στη ΒΜΡ η κλίση πυθμένα, στάθμης ελεύθερης επιφανείας αλλά και γραμμής ενέργειας δε συμπίπτουν.

# Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

- Γενική εξίσωση: Ενέργειας σε διάφορες μορφές
- Μορφή καμπύλης στάθμης (βλπ πίνακες)
- Ισχύς εξίσωσης Manning σε διατομή μόνο που αντί της κλίσης πυθμένας θέτω την κλίση γραμμής ενέργειας
- Μέση κλίση της γραμμής ενέργειας μεταξύ δύο τμημάτων
- Δύο βασικές περιπτώσεις προβλημάτων:
  - Γνωστό υψόμετρο και ΔL, άγνωστο το ανάντη (ή κατάντη υψόμετρο) βάθος ροής, **μέθοδος χωρικού βήματος, φυσικά υδατορέματα**
  - Γνωστά δύο υψόμετρα και άγνωστο το μήκος Δx , **ρητή μέθοδος επίλυσης (πρώτα μαθήματα, τεχνικοί αγωγού)**

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

# Μορφή καμπύλης στάθμης ελεύθερης επιφανείας




*Σχήμα 11.1 Σχέσεις ενεργείας εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν*

Η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως μεταξύ των διατομών *1* και *2* του Σχήματος 11.1 δίδει,

$$z_1 + h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \qquad \textbf{(11.6)}$$

επειδή,

$$z_1 - z_2 = S_o L \qquad \textbf{(11.7)}$$

όπου $L$ απόστασις μεταξύ των διατομών 1 και 2 και

$$h_f = S_f L \tag{11.8}$$

αι απώλειαι φορτίου, η ενεργειακή εξίσωσις (11.6) γράφεται,

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + L(S_f - S_o) \tag{11.9}$$

Η εξίσωσις κατά Manning, η οποία ισχύει μόνον διά ομοιόμορφον ροήν, δύναται να εφαρμοσθή και εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν με ακρίβειαν οποία εξαρτάται έκ του μήκους των επί μέρους κατατμήσεων $\Delta x$ του ανοικτού αγωγού.

Για $L = dx \rightarrow 0$

$$\frac{V_1^{\,2}}{2g}+y_1=\frac{V_2^{\,2}}{2g}+y_2+L\left(S_f-S_0\right)\Leftrightarrow$$

$$E_1-E_2=L\left(S_f-S_0\right)\Leftrightarrow$$

$$\frac{E_1-E_2}{S_f-S_0}=L$$

E1: ανάντη
E2: κατάντη

Αν L →0

$$\frac{E_2-E_1}{L}=S_0-S_f\underset{L\to 0}{\Leftrightarrow}\frac{dE}{dx}=S_0-S_f$$

## Ύψος ενέργειας (σε μονάδες μήκους)

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

## Ειδική ενέργεια (βοηθητικό μέγεθος)

$$\mathrm{E} = \mathrm{y} + \frac{\mathrm{V}^2}{2\mathrm{g}}$$

## Σχέση ενέργειας και ειδικής ενέργειας

$$H = z + E$$

# Μόνιμη ροή, διαφορική εξίσωση εξίσωσης ενέργειας

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{\mathrm{d}H}{\mathrm{dx}} = \dfrac{dz}{dx} + \dfrac{d\left(\dfrac{V^2}{2g} + y\right)}{dx} = \dfrac{dz}{dx} + \dfrac{dE}{dx} \\[2ex]
\dfrac{\mathrm{d}H}{\mathrm{dx}} = -S_f \\[2ex]
\dfrac{dz}{dx} = -S_0
\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{dE}{dx} = S_0 - S_f$$

Με άλλο τρόπο

# Μεταβολή ως προς το βάθος ροής y (κανόνας της αλυσίδας)

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{dx}} = \frac{d\left(\frac{V^2}{2g}+y\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{V^2}{2g}+y\right)}{dy}\frac{dy}{dx} = \left(1+\frac{d\left(\frac{Q^2}{2gA^2}\right)}{dy}\right)\frac{dy}{dx} =$$

$$= \left(1+\frac{Q^2}{2g}\frac{d\left(A^{-2}\right)}{dy}\right)\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d\left(A^{-2}\right)}{dy} = \frac{d\left(A^{-2}\right)}{d\mathrm{A}}\frac{dA}{dy} = -2A^{-3}\frac{d\mathrm{A}}{dy}$$

$$\frac{d\mathrm{A}}{dy} = B$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dx} = S_0 - S_f = \left(1-\frac{Q^2B}{gA^3}\right)\frac{dy}{dx} = \left(1-Fr^2\right)\frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{\left(1-Fr^2\right)}$$

# Μορφή καμπύλης

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}}$$

# Μορφή καμπύλης

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f = \frac{dE}{dy}\frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right)\frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}\right)\frac{dy}{dx}$$

$$S_o - S_f = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right)\frac{dy}{dx} = \left(1 - Fr^2\right)\frac{dy}{dx} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2}}$$

Για $y > y_n \Rightarrow S_o > S_f$

Για $y < y_n \Rightarrow S_o < S_f$

Γιατί? Βλπ επόμενη διαφάνεια

Για $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$

Για $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$

Για $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

- Κλίση πυθμένα

α) ήπια, όταν $y_n > y_{cr}$

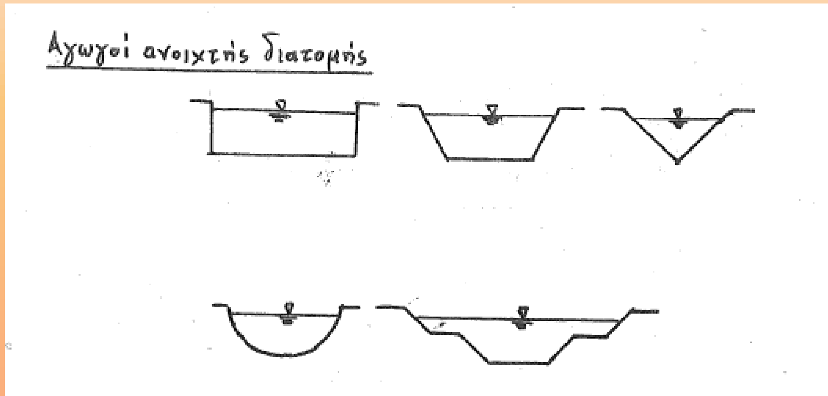
β) απότομη, όταν $y_n < y_{cr}$

γ) κρίσιμη, όταν $y_n = y_{cr}$

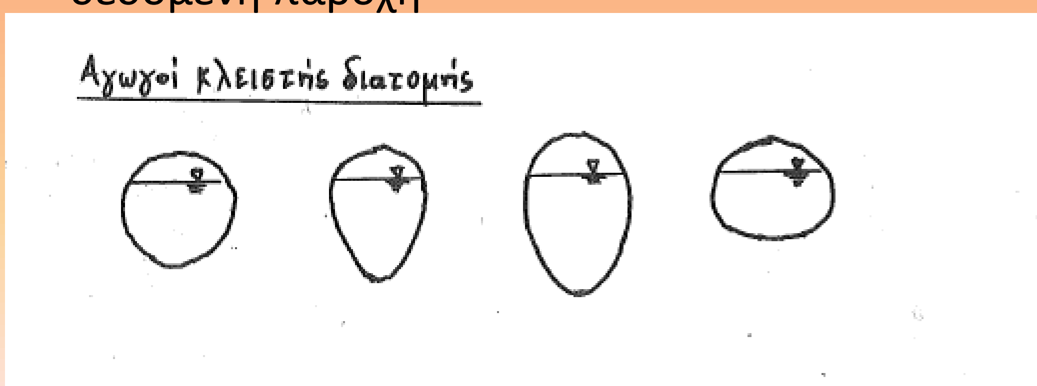
Προτιμώ τη σύγκριση με βάθη ροής και όχι με τις κλίσεις

**Δύο ειδών διατομές**

Τύπου α μία βάθους ροής για δεδομένη παροχή, όσο αυξάνει το βάθος ροής αυξάνει η υδραυλική διοχετευτικότητα και η παροχή




Τύπου β δύο λύσεις βάθους ροής για δεδομένη παροχή



- $S_0$ (κλίση πυθμένα) > $S_f$

$$Τυπου \quad A$$

$$\left.\begin{array}{l} S_0\ (κλίση\ πυθμένα) > S_f, \\ δεδομένη\ παροχή \\ \frac{1}{n} A_n R_n^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{n} A\, R^{2/3} S_f^{1/2} \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\underset{\substack{υδραυλική\ διοχετευτικότητα \\ ομοιμορφο\ βαθο\ ςροής}}{A_n R_n^{2/3}} < A\, R^{2/3} \rightarrow$$

$$y_n < y$$

Επειδή το βάθος ροής y στη ΒΜΡ μεταβάλλεται, ορίζουμε τις ακόλουθες μορφές των καμπυλών της ελεύθερης επιφάνειας:

| | | |
|---|---|---|
| εάν $dy/dx = 0$ | τότε | $J_o = J_E$ (ομοιόμορφη ροή) |
| εάν $dy/dx > 0$ | τότε | καμπύλη υπερύψωσης |
| εάν $dy/dx < 0$ | τότε | καμπύλη κατάπτωσης. |

Θα εξηγηθούν ξανά τη Δευτέρα

# Προφίλ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

- Για να δω αν υπάρχει κατάπτωση η ανύψωση ε.ε. συγκρίνω τον αριθμητή και τον παρανομαστή.
- Ο όρος $S_0$ αναφέρεται στην κλίση και είναι ίσιος με την κλίση ομοιόμορφης ροής.
- Ο όρος $S_f$ στις

  πραγματικές απώλειες ενέργειας

Για $y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$

Για $y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$

- Έλεγχος κρίσιμης ροής στον παρανομαστή (πραγματική)
- Προτιμώ τη χρήση πινάκων

Για $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$

Για $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$

Για $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

# Μεθοδολογία με πίνακες

- Πρώτα τσεκάρω την κλίση. Αν είχαμε ροή **ομοιόμορφη** (υπόθεση δεν συμβαίνει πάντα, αποκλειστικά για έλεγχο κλίσης) η **ροή θα ήταν υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη ή κρίσιμη?** Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση της οριζόντιας και της αντίστροφης κλίσης που είναι καλό να αποφεύγονται για μεγάλα μήκη
- Αφού προσδιορίσω την καμπύλη (γράμμα) τότε με βάση τις πραγματικές συνθήκες ελέγχω το **πραγματικό βάθος ροής** με βάση τους πίνακες και αντιστοιχώ τον αριθμό

Προσδιορισμός ομοιόμορφου βάθους από εξίσωση Manning
Προσδιορισμός κρίσιμου βάθους από την εξίσωση Fr =1

Είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν αυτά τα βάθη, δεν σημαίνει όμως ότι στην περιοχή όπου μελετώ θα εμφανιστούν αυτά (δηλαδή «μπορεί να μην συμβαίνουν»)

Επειδή το βάθος ροής y στη ΒΜΡ μεταβάλλεται, ορίζουμε τις ακόλουθες μορφές των καμπυλών της ελεύθερης επιφάνειας:

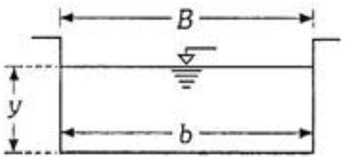
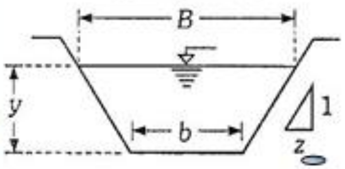
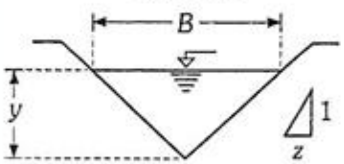
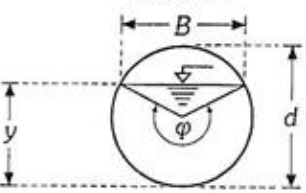
| | | |
|---|---|---|
| εάν $dy/dx = 0$ | τότε | $J_o = J_E$ (ομοιόμορφη ροή) |
| εάν $dy/dx > 0$ | τότε | καμπύλη υπερύψωσης |
| εάν $dy/dx < 0$ | τότε | καμπύλη κατάπτωσης. |

Θα εξηγηθούν ξανά τη Δευτέρα

# Μεθοδολογία με πίνακες

- Πρώτα τσεκάρω την κλίση. Αν είχαμε ροή ομοιόμορφη (υπόθεση δεν συμβαίνει πάντα, αποκλειστικά για έλεγχο κλίσης) η ροή θα ήταν υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη ή κρίσιμη? Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση της οριζόντιας και της αντίστροφης κλίσης που είναι καλό να αποφεύγονται για μεγάλα μήκη
- Αφού προσδιορίσω την καμπύλη (γράμμα) τότε με βάση τις πραγματικές συνθήκες ελέγχω το πραγματικό βάθος ροής με βάση τους πίνακες και αντιστοιχώ τον αριθμό

## **Πίν. 3.1:** *Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών*

| Διατομή | Επιφάνεια $A$ | Βρεχ. περίμετρος $P$ | Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$ | Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας $B$ | Υδραυλικό βάθος $y_\mu = A/B$ | Αριθμός Froude $F$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ορθογωνική  | $by$ | $b+2y$ | $\frac{by}{b+2y}$ | $b$ | $y$ | $\sqrt{\frac{Q^2}{b^2y^3g}}$ |
| Τραπεζοειδής  | $(b+zy)y$ | $b+2y\sqrt{1+z^2}$ | $\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$ | $b+2zy$ | $\frac{(b+zy)y}{b+2zy}$ | $\sqrt{\frac{(b+2zy)Q^2}{(b+zy)^3y^3g}}$ |
| Τριγωνική  | $zy^2$ | $2y\sqrt{1+z^2}$ | $\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$ | $2zy$ | $\frac{y}{2}$ | $\sqrt{\frac{2Q^2}{z^2y^5g}}$ |
| Κυκλική  | $\frac{d^2}{8}(\varphi - \sin\varphi)$ | $d\frac{\varphi}{2}$ | $\frac{d}{4}\left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$ | $d\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$ | $\frac{d}{8}\left\{\frac{\varphi - \sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right\}$ | $\sqrt{\frac{512Q^2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi - \sin\varphi)^3}}$ |

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

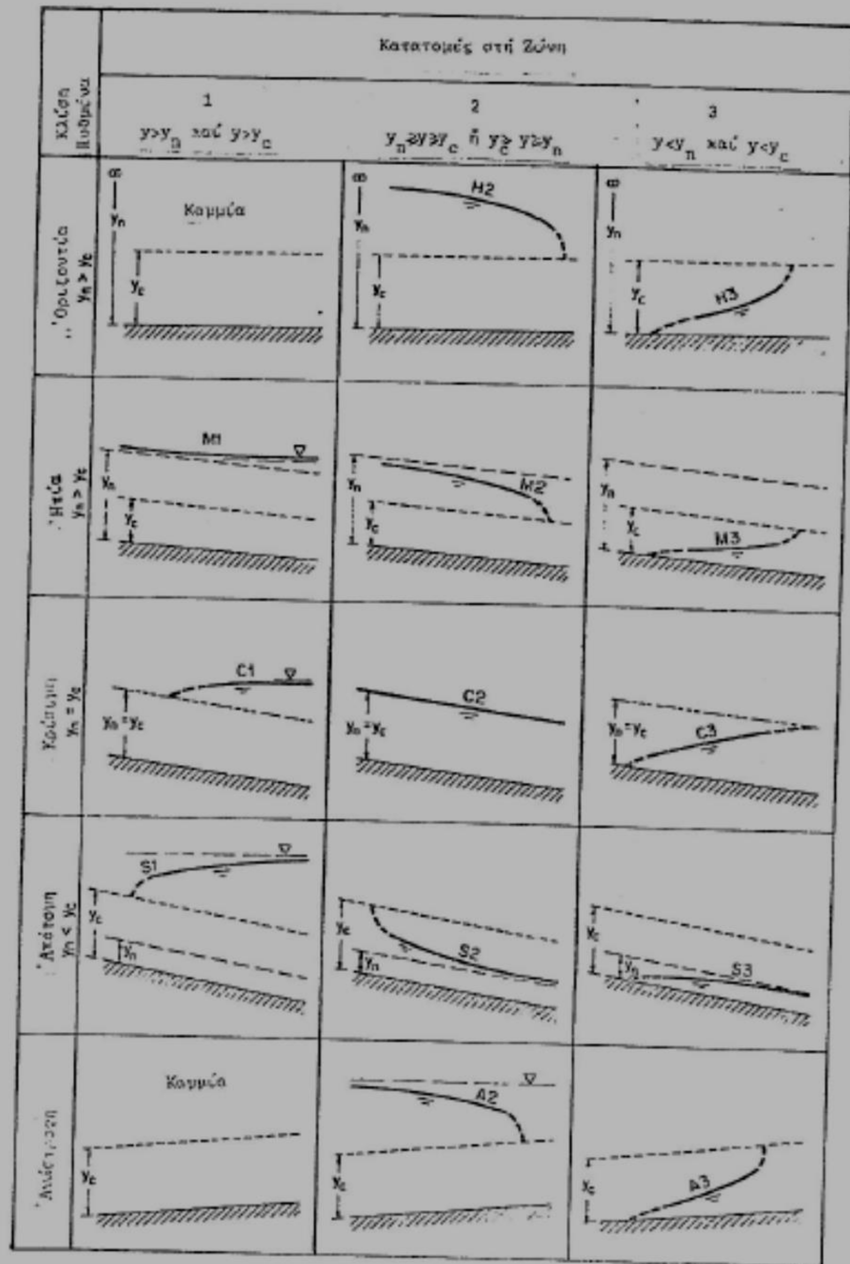
ΤΥΠΟΙ ΚΑΤΑΤΟΜΩΝ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ ΥΔΑΤΟΣ
ΣΕ ΠΡΙΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

| Κλίση πυθμένα αγωγού | Συμβολισμός Ζώνη 1 | Ζώνη 2 | Ζώνη 3 | Σχέση τοῦ βάθους y πρός $y_n$ καί $y_c$ | Γενικός τύπος καμπύλης* | κατάσταση τῆς ροῆς |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ὁριζόντια | —θ— | | | —θ— | —θ— | —θ— |
| $S_0 = 0$ | | $H_2$ | | $y_n > y > y_c$ | Κ | Ὑποκρίσιμη |
| | | | $H_3$ | $y_n > y_c > y$ | Υ | Ὑπερκρίσιμη |
| Ἤπια | $M_1$ | | | $y > y_n > y_c$ | Υ | Ὑποκρίσιμη |
| $0 < S_0 < S_c$ | | $M_2$ | | $y_n > y > y_c$ | Κ | >> |
| | | | $M_3$ | $y_n > y_c > y$ | Υ | Ὑπερκρίσιμη |
| Κρίσιμη | $C_1$ | | | $y > y_n = y_c$ | Υ | Ὑποκρίσιμη |
| $S_0 = S_c > 0$ | | $C_2$ | | $y = y_n = y_c$ | Ο | Κρίσιμη καί ὁμοιόμορφη |
| | | | $C_3$ | $y_n = y_c > y$ | Υ | Ὑπερκρίσιμη |
| Ἀπότομη | $S_1$ | | | $y > y_c > y_n$ | Υ | Ὑποκρίσιμη |
| $S_0 > S_c > 0$ | | $S_2$ | | $y_c > y > y_n$ | Κ | Ὑπερκρίσιμη |
| | | | $S_3$ | $y_c > y_n > y$ | Υ | >> |
| Ἀνάστροφη | —θ— | | | —θ— | —θ— | —θ— |
| $S_0 < 0$ | | $A_2$ | | $\|y_n\| > y > y_c$ | Κ | Ὑποκρίσιμη |
| | | | $A_3$ | $\|y_n\| > y_c > y$ | Υ | Ὑπερκρίσιμη |

*) Κ = καμπύλη καταπτώσεως, Υ = καμπύλη ὑπερυψώσεως, Ο = ὁμοιόμορφη ροή

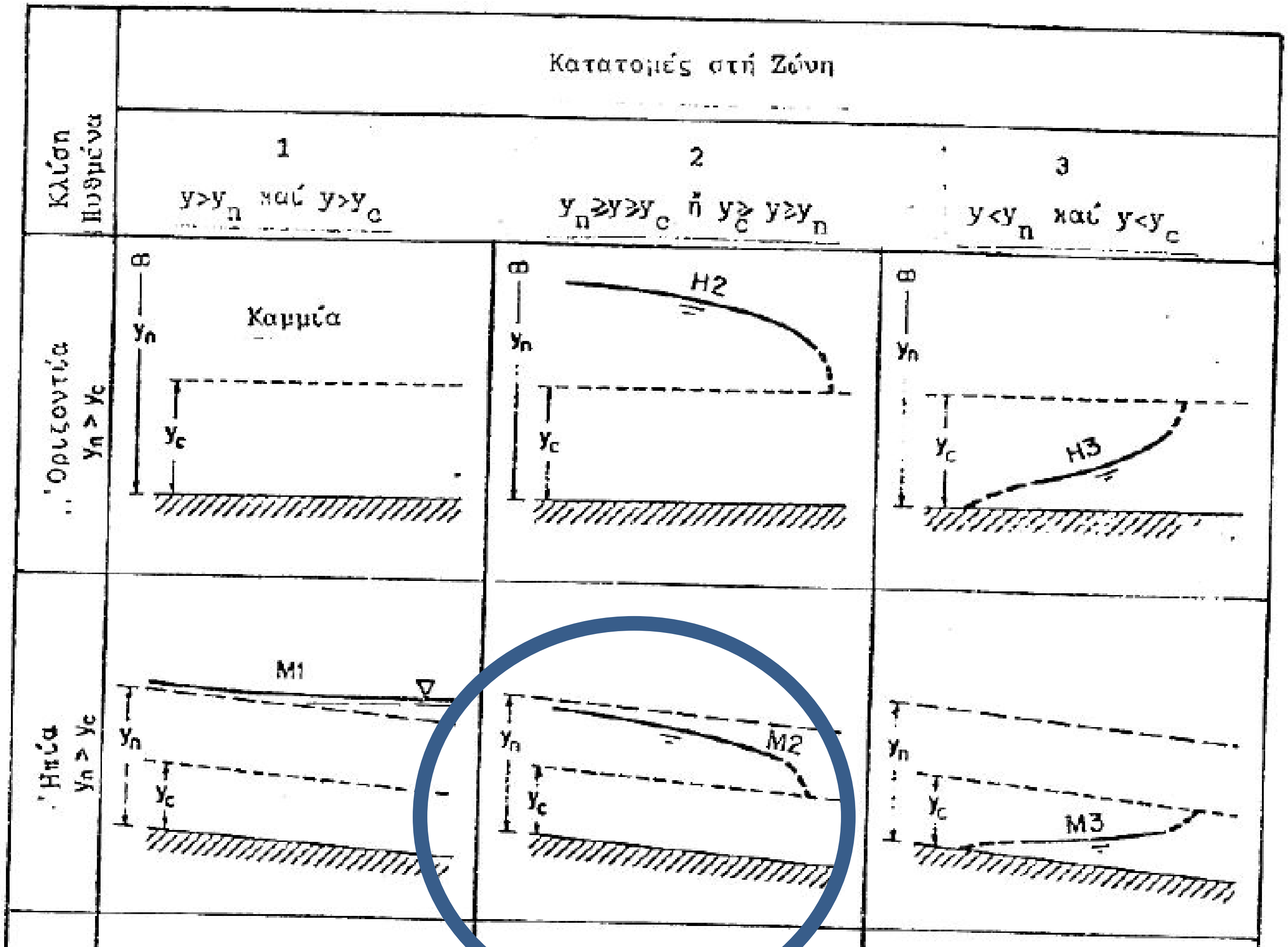
Σακκάς, 1988

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$




. 4.1 Σχηματική παράσταση καί ταξινόμηση τῶν κατατομῶν τῆς

Σακκάς, 1988




$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}}$$

Για $y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$

Για $y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$

Για $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$

Για $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$

Για $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

- Κλίση πυθμένα

**Θέμα , Μ2**

*Γενικές παρατηρήσεις.*

- Για όλες τις θετικές κλίσεις $J_o > 0$, από τη σχέση (6.14) προκύπτει ότι η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας $dy/dx \rightarrow 0$ όταν $y \rightarrow y_o$ και επομένως το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας τείνει ασυμπτωτικά προς το ομοιόμορφο βάθος, δηλαδή η ελεύθερη επιφάνεια γίνεται παράλληλη με τον πυθμένα.
- Για όλες τις κλίσεις, όταν $y \rightarrow y_c$, τότε από τη σχέση (6.14) προκύπτει ότι η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας $dy/dx \rightarrow \infty$, δηλαδή η καμπύλη της ελεύθερης επιφάνειας τείνει πρός τη γραμμή του κρίσιμου βάθους με κατακόρυφη εφαπτομένη.
- Η κλίση της γραμμής ενέργειας ορίζεται από τη σχέση (6.9)

Πάντα θετική, δηλαδή, πτώση

- Όταν $dy/dx > 0$ (καμπύλη υπερύψωσης) τότε από την εξίσωση (12.9) προκύπτει ότι η κλίση της γραμμής ενέργειας μειώνεται κατά μήκος του αγωγού και επομένως η γραμμή ενέργειας στρέφει τα κοίλα προς τα επάνω.
- Όταν $dy/dx < 0$ (καμπύλη κατάπτωσης) τότε από την εξίσωση (12.9) προκύπτει ότι η κλίση της γραμμής ενέργειας αυξάνεται κατά μήκος του αγωγού και επομένως η γραμμή ενέργειας στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω.

Παπανικολάου, 2008

***ΠΙΝΑΚΑΣ: Κατηγορίες Προφίλ σε Πρισματικούς Αγωγούς***

| Κλίση Αγωγού | Ζώνες | | | Τύπος καμπύλης | Κοίλα. | Τύπος Ροής |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Ζώνη 1 | Ζώνη 2 | Ζώνη 3 | | | |
| Ήπια $S_o < S_c$ $h_n > h_c$ | $M_1$ $(h > h_n)$ | | | Υπερύψωση | Κοίλα επάνω | Υποκρίσιμη |
| | | $M_2$ $(h_n > h > h_c)$ | | Κατάπτωση | Κοίλα κάτω | Υποκρίσιμη |
| | | | $M_3$ $(h < h_c)$ | Υπερύψωση | Κοίλα επάνω | Υπερκρίσ. |
| Κρίσιμη $S_o = S_c$ $h_n = h_c$ | $C_1$ $(h > h_c)$ | | | Υπερύψωση | Πρακτικά Ευθεία | Υποκρίσιμη |
| | | | $C_3$ $(h < h_c)$ | Υπερύψωση | | Υπερκρίσ. |
| Απότομη $S_o > S^c$ $h_n < h_c$ | $S_1$ $(h > h^c)$ | | | Υπερύψωση | Κοίλα κάτω | Υποκρίσιμη |
| | | $S_2$ $(h^n < h < h_c)$ | | Κατάπτωση | Κοίλα επάνω | Υπερκρίσ. |
| | | | $S_3$ $(h < h^c)$ | Υπερύψωση | Κοίλα κάτω | Υπερκρίσ. |
| Οριζόντια $S_o = 0$ $h_n = \infty$ | | $H_2$ $(h > h_c)$ | | Κατάπτωση | Κοίλα κάτω | Υποκρίσιμη |
| | | | $H_3$ $(h < h_c)$ | Υπερύψωση | Κοίλα επάνω | Υπερκρίσ. |
| Αντίθετη $S_o < 0$ $h_n$ = δεν ορίζεται | | $A_2$ $(h > h_c)$ | | Κατάπτωση | Κοίλα κάτω | Υποκρίσιμη |
| | | | $A_3$ $(h < h_c)$ | Υπερύψωση | Κοίλα επάνω | Υπερκρίσ. |

# Παράδειγμα: ήπια κλίση

**Ζώνη 1: $y>y_0>y_c$**

$$y > y_o \quad \Rightarrow \quad S_f < S_0 \quad \text{and} \;\; y > y_c \quad \Rightarrow \; F_r < 1$$

$$Therefore:$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} = \frac{+}{+} > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{y αυξάνει} \; \sigma\tau\eta \;\; \delta\iota\varepsilon\upsilon\theta/\sigma\eta \;\; \rho o \acute{\eta}\varsigma$$

Κάτω όρο: ομοιόμορφο βάθος ροής

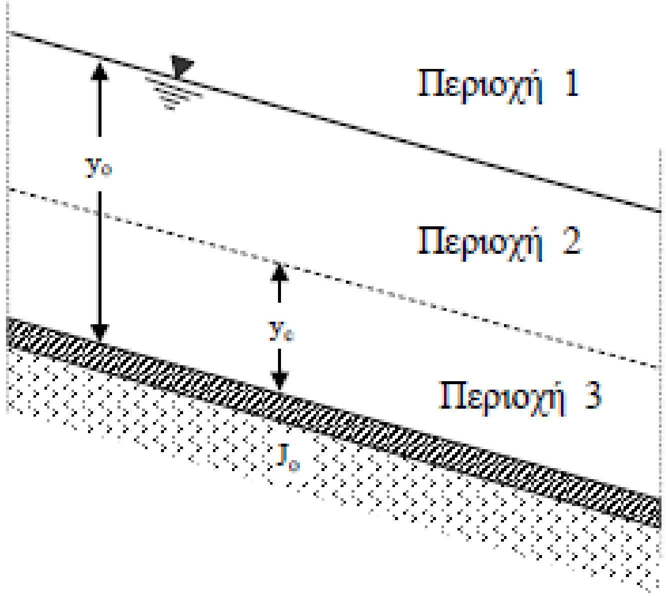
$$\text{As y} \rightarrow \mathrm{y}_0 \quad \mathrm{S_f} \rightarrow S_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} \rightarrow 0$$

$$(\alpha\sigma\upsilon\mu\pi\tau\omega\tau\iota\kappa\acute{\alpha})$$

$$\acute{A}\nu\omega\acute{o}\rho\iota o:$$

$$\mathrm{y} \rightarrow \infty, \; \mathrm{F}_r \rightarrow 0, \text{ and } \mathrm{S}_f \rightarrow 0$$

$$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} \rightarrow S_0$$




Θα εξηγηθούν ξανά τη Δευτέρα

**Σχήμα 6.1** Περιοχές όπου μπορεί να βρίσκεται η ελεύθερη επιφάνεια.

Ο χώρος όπου μπορεί να βρίσκεται η ελεύθερη επιφάνεια χωρίζεται επομένως σε τρεις περιοχές που ονομάζονται:

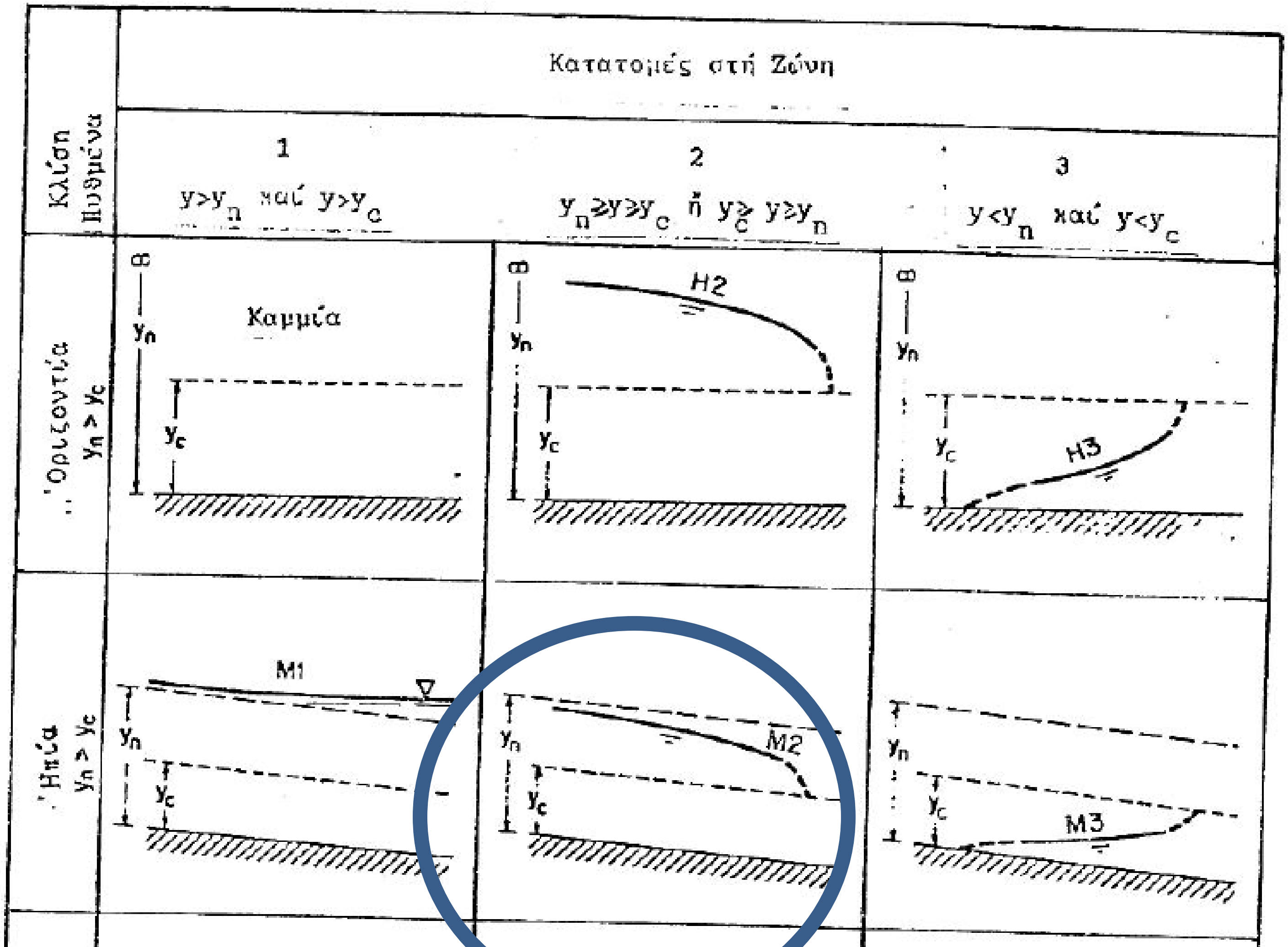
**Περιοχή 1** ανάμεσα στο ομοιόμορφο ή το κρίσιμο βάθος και το άπειρο

**Περιοχή 2** ανάμεσα στο κρίσιμο και το ομοιόμορφο βάθος και

**Περιοχή 3** ανάμεσα στον πυθμένα και το κρίσιμο ή το ομοιόμορφο βάθος

Η καμπύλη (προφίλ) της ελεύθερης επιφάνειας σε βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή ορίζεται με βάση την κλίση του πυθμένα από την οποία προσδιορίζεται ο τύπος της καμπύλης και δείκτη τον αριθμό του υποχώρου που βρίσκεται. Για παράδειγμα καμπύλη ελεύθερης επιφάνειας M2, σημαίνει υποκρίσιμη κλίση πυθμένα ($J_o < J_c$) και βάθος ροής στην Περιοχή 2, ανάμεσα στο ομοιόμορφο και το κρίσιμο ($y_c < y < y_o$).

Παπανικολάου, 2008




$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2}}$$

Για $y > y_n \Rightarrow S_o > S_f$

Για $y < y_n \Rightarrow S_o < S_f$

Για $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$

Για $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$

Για $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

- Κλίση πυθμένα

**Θέμα , Μ2**

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

# Άλλης μορφής διατύπωση της εξίσωσης της ενέργειας για διακριτό βήμα, ευθεία μέθοδος

## Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
## Διάφορες φόρμουλες

Ενέργεια

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

Ειδική ενέργεια

$$\mathrm{E} = \mathrm{y} + \frac{\mathrm{V}^2}{2\mathrm{g}}$$

$$H = z + E$$

$$\frac{\mathrm{d\,H}}{\mathrm{dx}} = \frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{dx}} + \frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dx}}$$

$$\frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dx}} = S_o - S_f$$

$$\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{dx}} = \frac{\mathrm{S_0} - \mathrm{S}_f}{1 - \mathrm{Fr}^2}$$