**Άσκηση Υδραυλικού Άλματος**

**Υδραυλικό άλμα εμφανίζεται σε αγωγό τραπεζοειδούς διατομής πλάτους πυθμένα b0=5 m, κλίση πρανών 2:1. Το συζυγές βάθος ανάντη του άλματος είναι y1=1 m και η παροχή Q=50 m3/s. Ποιο είναι το συζυγές βάθος y2 κατάντη του άλματος; Ο πυθμένας να θεωρηθεί περίπου οριζόντιος.**

Λύση

**Α΄ Τρόπος ( με βάση την ισότητα των ειδικών δυνάμεων)**

Η ειδική δύναμη σε μια κάθετη διατομή ισούται με i

Μi = $\frac{Q^{2}}{g∙A\_{i}}+\overbar{y\_{i}}∙A\_{i}$ (1)

όπου $\overbar{y\_{i}}$ η απόσταση της ελεύθερης επιφάνειας από το κ.β της διατομής.

Για τραπεζική διατομή ισχύουν τα εξής:

$\overbar{y}$= $\frac{2my^{2}+3by}{6(b+my)}$ (2) και Α= (b+my)$∙y$ (3)

Αντικαθιστώντας τη (2) και τη (3) στην (1) προκύπτει η εξής σχέση:

Μi= $\frac{Q^{2}}{g∙y\_{i}∙(b+m∙y\_{i})}+\frac{2my^{2}+3by\_{i}}{6(b+my\_{i)}}∙(b+my\_{i})∙y\_{i}$

=$\frac{Q^{2}}{g∙y\_{i}∙(b+m∙y\_{i})}$+ $\frac{m∙y\_{i}^{3}}{3}+\frac{b∙y\_{i}^{2}}{2}$

Επειδή ο πυθμένας είναι οριζόντιος, άρα και η οριζόντια συνισταμένη του βάρους ισούται με μηδέν εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ορμής στο υδραυλικό άλμα προκύπτει ότι

Μ1 = Μ2

M1==$\frac{Q^{2}}{g∙y\_{1}∙(b+m∙y\_{1})}$+ $\frac{m∙y\_{1}^{3}}{3}+\frac{b∙y\_{1}^{2}}{2}$

 =$\frac{50^{2}}{g∙1∙(5+2∙1)}$+ $\frac{2∙1}{3}+\frac{5∙1}{2}$ = 39.57

και Μ2 = $\frac{Q^{2}}{g∙y\_{2}∙(b+m∙y\_{2})}$+ $\frac{m∙y\_{2}^{3}}{3}+\frac{b∙y\_{2}^{2}}{2}$

 = $\frac{50^{2}}{9.81∙y\_{2}∙(5+2∙y\_{2})}$+ $\frac{2∙y\_{2}^{3}}{3}+\frac{5∙y\_{2}^{2}}{2}$

 $\frac{254.84}{y\_{2}∙(5+2∙y\_{2})}$+ $0.67y\_{2}^{3}+2.5y\_{2}^{2}$

Άρα $\frac{254.84}{y\_{2}∙(5+2∙y\_{2})}$+ $0.67y\_{2}^{3}+2.5y\_{2}^{2}$ = 39.57

Η παραπάνω εξίσωση επιλύεται με δοκιμές και προκύπτει y2 = 2.66 m

H απώλεια ενέργειας λόγω υδραυλικού άλματος θα προκύψει από την εξίσωση της ενέργειας.

Η1 = Η2 + $\sum\_{}^{}h\_{ol}$ με $\sum\_{}^{}h\_{ol}≅\sum\_{}^{}h\_{υδραυλ. άλμ}$

H1= z1 + y1 + $\frac{v\_{1}^{2}}{2g}$ = y1 + $\frac{v\_{1}^{2}}{2g}$ = E1  (πυθμένας οριζόντιος)

Όμοια

 H2= z2 + y2 + $\frac{v\_{2}^{2}}{2g}$ = y2 + $\frac{v\_{2}^{2}}{2g}$ = E2 ( πυθμένας οριζόντιος)

Άρα

$$\sum\_{}^{}h\_{υδραυλ. άλμ}= Η\_{1}-Η\_{2}= E1 -E2 $$

v1 = $\frac{Q}{A\_{1}} $=$ \frac{50}{(5+2∙1)∙1}=7.14 m/sec$

v2= $\frac{Q}{A\_{2}} $=$ \frac{50}{(5+2∙2.66)∙2.66}=1.82 m/sec$

$$\sum\_{}^{}h\_{υδραυλ. άλμ}= E1 -E2=\left(1+\frac{7.14^{2}}{2∙9.81}\right)-(2.66+\frac{1.82^{2}}{2∙9.81})$$

 =3.598 – 2.829 = 0.77 m

Οι απώλειες ενέργειας λόγω άλματος δεν πρέπει να συγχέονται με τις απώλειες λόγω τριβών πυθμένα. Τάξη μεγέθους μπορεί να προκύψει μόνο από πειραματικά δεδομένα (δεν υπάρχει η αντίστοιχη σχέση σαν του Darcy-Weisbach).

Β΄ Τρόπος ( Γραφικά)

Σχεδιάζουμε την καμπύλη Μ(y) = $\frac{254.84}{y\_{2}∙(5+2∙y\_{2})}$+ $0.67y\_{2}^{3}+2.5y\_{2}^{2}$

 (θα είναι "κάτω" στην υπερκρίσιμη περιοχή)

Μ1= Μ2→φέρνουμε κατακόρυφη → προκύπτει το y2 που θα είναι "πάνω" στην υποκρίσιμη περιοχή