Εξίσωση της ενέργειας Ομοιόμορφη ροή σε ανοικτούς αγωγούς

Βασικές έννοιες

Εξίσωση της ενέργειας

Ομοιόμορφη ροή

Ταχύτητα και γραμμή ενέργειας σε ομοιόμορφη ροή, εξίσωση Manning

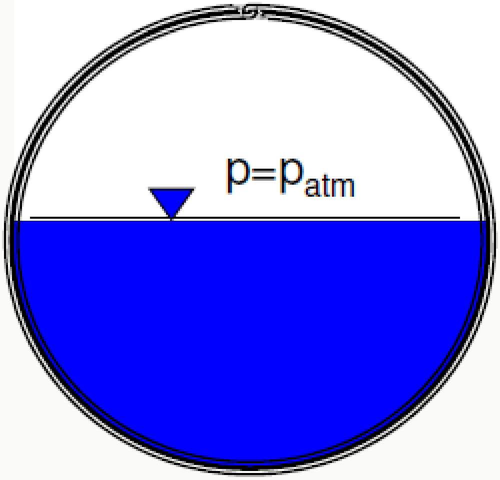
- *Διατομή αγωγού* ονομάζεται η τομή του αγωγού από κατακόρυφο επίπεδο ή από κάθετο στον πυθμένα του αγωγού επίπεδο.
- *Κύρια κατεύθυνση της ροής* θεωρείται η παράλληλη προς την κατά μήκος κλίση του πυθμένα του αγωγού.
- *Κατά μήκος κλίση του πυθμένα*, συμβολίζεται με S_0 και ορίζεται ως $S_0 = \sin\theta$.
- *Βάθος ροής διατομής*, συμβολίζεται με t και ορίζεται ως η απόσταση μεταξύ του χαμηλότερου σημείου του πυθμένα μιας κάθετης σε αυτόν διατομής και της ελεύθερης επιφάνειας.
- *Βάθος ροής*, συμβολίζεται με y και ορίζεται ως η απόσταση μεταξύ του χαμηλότερου σημείου του πυθμένα μιας κατακόρυφης σε αυτόν διατομής και της ελεύθερης επιφάνειας. Είναι προφανές ότι για μικρές κατά μήκος κλίσεις αγωγού είναι $\cos\theta \approx 1$ και $y \approx t$.
- *Πλάτος πυθμένα*, όπου υπάρχει, που συμβολίζεται με b.
- *Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας*, συμβολίζεται με B και ορίζεται ως το μήκος την ελεύθερη επιφάνεια στην υπόψη διατομή.
- *Εμβαδόν διατομής*, συμβολίζεται με A και ορίζεται ως το εμβαδόν της υγρής διατομής που περιβάλλεται από το στερεό όριο της διατομής και την ελεύθερη επιφάνεια.
- *Βρεχόμενη περίμετρος*, συμβολίζεται με P και ορίζεται ως το μήκος του στερεού ορίου της διατομής.
- *Υδραυλική ακτίνα*, συμβολίζεται με R και ορίζεται ως το πηλίκο A/P.
- *Υδραυλικό βάθος*, συμβολίζεται με t_μ ή y_μ και ορίζεται ως $t_\mu = A/B$ ή $y_\mu = A/B$.

Τα γεωμετρικά στοιχεία A, B, P, R και t_μ ή y_μ είναι συναρτήσεις της γεωμετρίας της διατομής και του βάθους ροής t ή y.

Ανοικτοί αγωγοί: σχηματίζουν ελεύθερη επιφάνεια:
- φυσικοί
- τεχνικές κατασκευές

- Natural flows: rivers, creeks, floods, etc.

- Human-made systems: fresh-water aquaducts, irrigation, sewers, drainage ditches, etc.



1. ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΠΟΤΑΜΩΝ

Διαφορές μεταξύ τεχνητών και φυσικών ανοικτών αγωγών

Τεχνητοί ανοικτοί αγωγοί

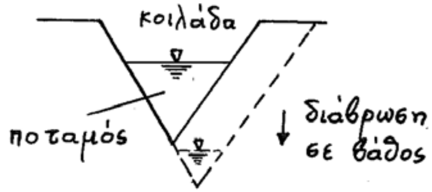
- Σταθερότητα γεωμετρίας της διατομής
- Σταθερότητα τραχύτητας παρειών
- Δεν υπόκεινται σε προσχώσεις και διαβρώσεις
- Δεν υπάρχει υδρόβια βλάστηση

Φυσικοί ανοικτοί αγωγοί

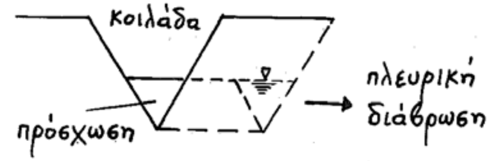
- Ο πυθμένας δεν είναι σταθερός, υπόκειται σε διαβρώσεις και εναποθέσεις φερτών υλών
- Η ροή μεταφέρει σημαντική ποσότητα στερεών υλών σε αιώρηση και ως φορτίο κοίτης

Χρυσάνθου, 2014

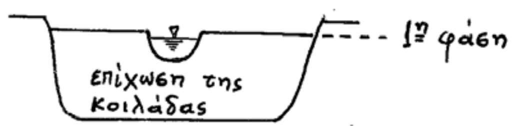
Σχηματισμός ποταμού (σε εγκάρσια τομή)



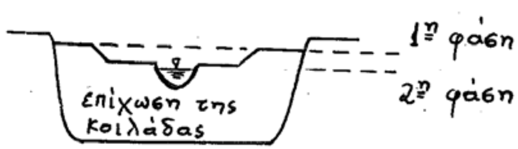
1º στάδιο



2º στάδιο



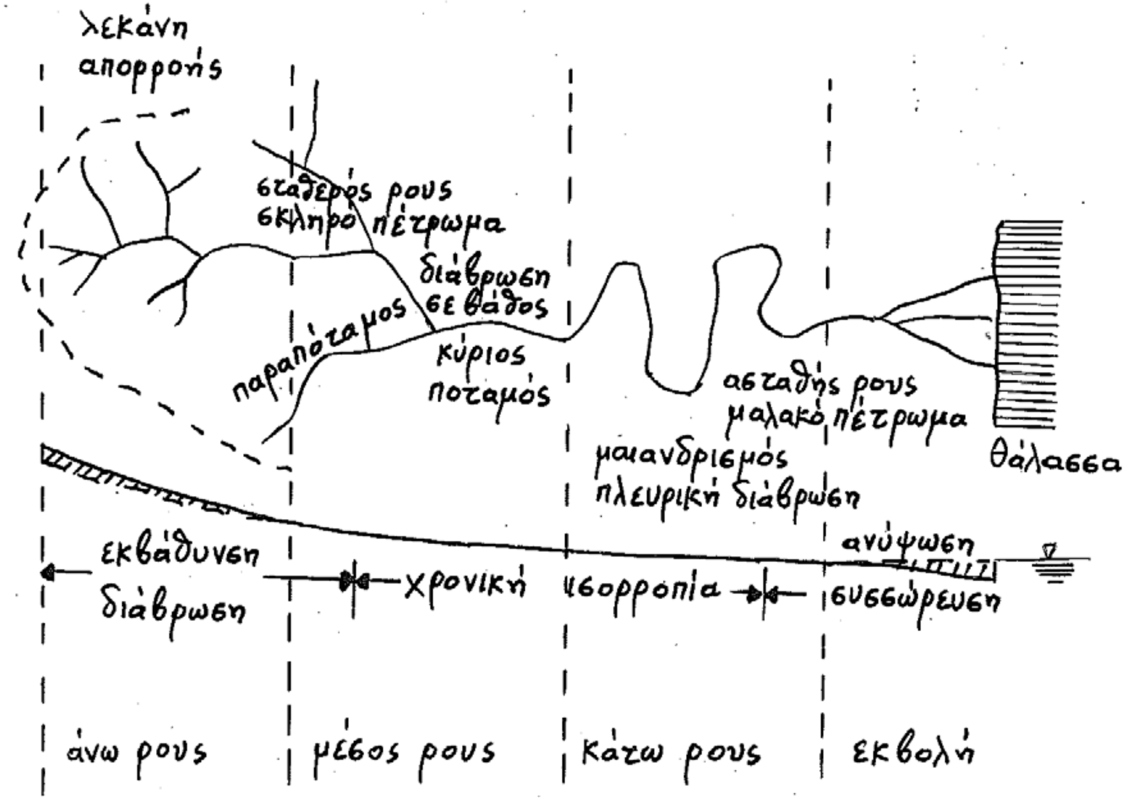
3º στάδιο



3º στάδιο

Χρυσάνθου, 2014

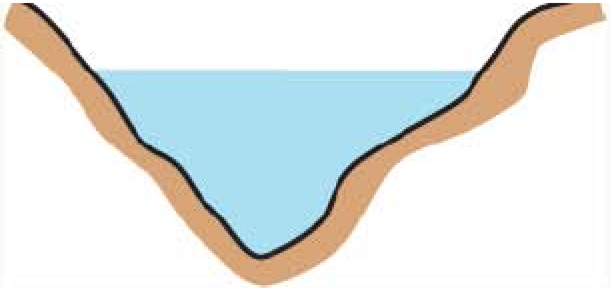
Ρους ενός ποταμού

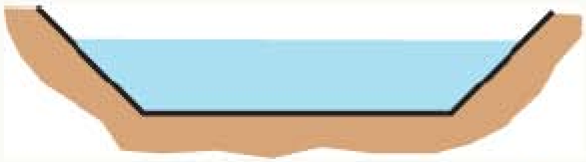


Χρυσάνθου, 2014

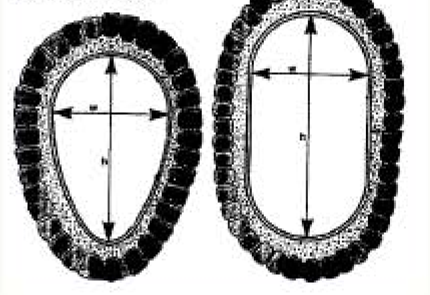
Πολυπλοκότητες σε ποτάμια υδραυλική

- Μεταβολή της διατομής
- Ανεπάρκεια επίλυσης μόνο με την κλασσική υδραυλική ανοικτών αγωγών
- Αλληλεπίδραση με τη λεκάνη απορροής
- **Ποτάμι: ζωντανός οργανισμός**
- Απαραίτητα γνωστικά παιδεία: υδραυλική και ειδικευμένη υδραυλική, υδρολογία, ιδιαίτερη αναφορά στο υποσύνολο των φερτών υλικών, παράμετροι ποιότητας νερού, οικολογικές παράμετροι και τελικά τεχνικές λήψης απόφασης

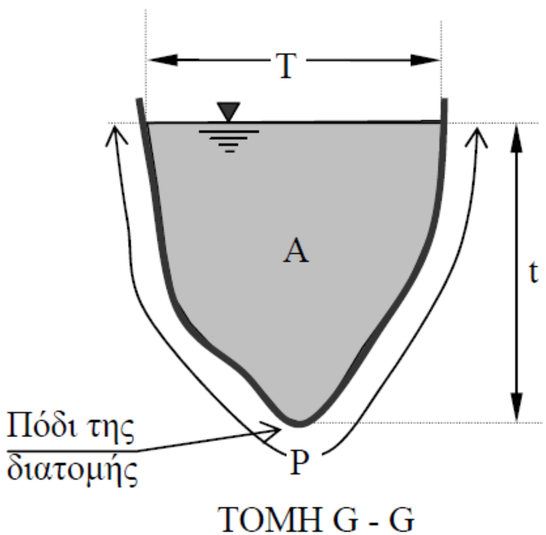


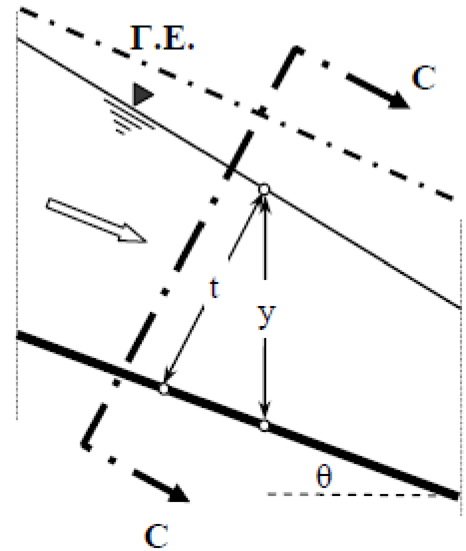


Early sewer designs. Best "capacity" for combined use was the oval shape (right) and best hydraulic combination was the egg shape (below). (Illustrations from WRC library)



tά β θος ήρο ς





(Παπαϊωάννου, 2010)

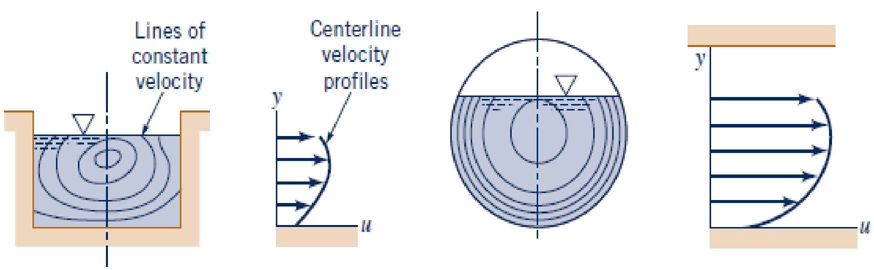
Συνήθως οι ανοικτοί αγωγοί (ιδιαίτερα στα περισσότερα τεχνικά έργα) έχουν μικρές κλίσεις, επομένως το βάθος ροής (ύψος νερού κάθετο στη μέση ταχύτητα, t) είναι περίπου ταυτόσημο με την κατακόρυφη απόσταση από τον πυθμένα έως την ελεύθερη επιφάνεια, y.

Έργα μηχανικού, ήπιες κλίσεις, t(βάθος ροής) και y περίπου ταυτίζονται

Μέση ταχύτητα, είδη διατομής και συντελεστής διόρθωσης

Πραγματικά, μεταβολής της ταχύτητας καθ΄ ύψος

- Με βάση τις οριακές συνθήκες η ταχύτητα στα τοιχώματα των αγωγών είναι μηδέν, επομένως το προφίλ ταχυτήτων αλλάζει καθ΄ ύψος ακόμη και στην ομοιόμορφη ροή



(a)

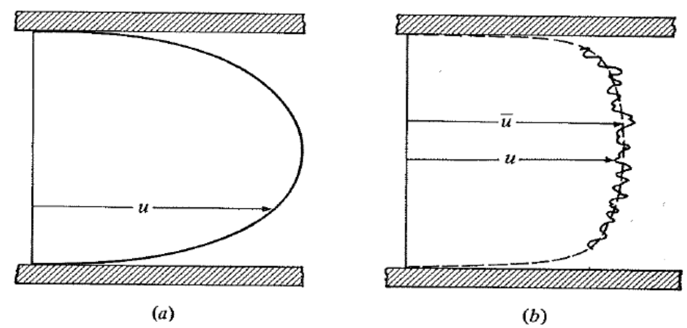


FIGURE 4-4 Laminar and turbulent flow in a pipe. (a) Laminar flow, (b) Turbulent flow.

- απλοποίηση, θεωρούμενο προφίλ ταχυτήτων (μη πραγματικό)

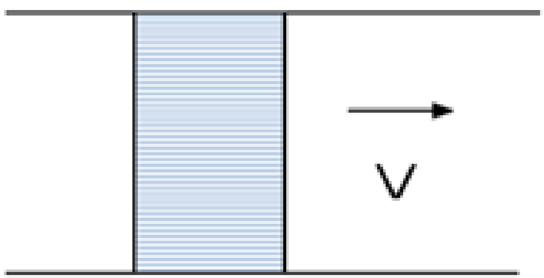
προσέγγιση

Μέση ταχύτητα

$$Q \underset{\text{ΟΡΙΣΜΟΣ}}{=} \bar{V} \cdot A \Leftrightarrow \bar{V} = \frac{Q}{A}$$

- Ορισμός με βάση την παροχή

V: Μέση ταχύτητα είναι η παροχή που διέρχεται ανά μονάδα επιφανείας διατομής $\bar{V} = Q/A = \frac{1}{A}\iint_A u\,dA$ όπου u σημειακή ταχύτητα



π.χ. ορθ.διατομ

$$Q = A \cdot \bar{V} = \int_0^y u(y)\,dA = \int_0^y u(y)(b \cdot dy) = b\int_0^y u(y)\,dy$$

dQ

Ωστόσο, η μέση ταχύτητα δεν είναι πάντα σωστή να τίθεται στην εξίσωση της ενέργειας……

(5)

Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας (α)

- Η χρήση της μέσης ταχύτητας καταλήγει στον υπολογισμό κινητικής ενέργειας χαμηλότερης από την πραγματική.
  Γι' αυτό, για τον καθορισμό της πραγματικής κινητικής ενέργειας, ιδίως σε αγωγούς ακανόνιστης διατομής, πρέπει να εφαρμοστεί ο συντελεστής διόρθωσης α.
- $\alpha \dfrac{V^2}{2g}$: πραγματικό ύψος κινητικής ενέργειας (κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους του ρευστού)

  V : μέση ταχύτητα σε μια διατομή

  α : συντελεστής Coriolis

«στριφνό θέμα»

Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας, α

- Μη ομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας καθ΄ ύψος, συντελεστής ώστε α$V^2/2g$ να δίνει τη μέση κινητική ανά μονάδα βάρους. Για μόνιμη ροής με βάση την κινητικής ενέργεια που διέρχεται στη μονάδα του χρόνου:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho\upsilon\theta\mu\acute{o}\varsigma\ \mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho\acute{\alpha}\varsigma\ \kappa\iota\nu\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma \\ \varepsilon\nu\acute{\varepsilon}\rho\gamma\varepsilon\iota\alpha\varsigma\ \ \delta\iota\alpha\ \mu\acute{\varepsilon}\sigma o\upsilon\ \mu\acute{\iota}\alpha\varsigma\ \delta\iota\alpha\tau o\mu\acute{\eta}\varsigma \end{array} \right\} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{E}_\kappa = \alpha \dfrac{V^2}{2g}\left(\gamma \cdot A \cdot V\right) = \alpha \dfrac{V^3}{2g}\gamma A \\ \dot{E}_\kappa' = \displaystyle\int_A \dfrac{u^2}{2g}\left(\gamma \cdot dA \cdot u\right) = \gamma \int_A \dfrac{u^3}{2g} dA \end{array} \right\} \underset{\dot{E}_\kappa = \dot{E}_\kappa'}{\Rightarrow} \alpha \frac{V^3}{2g}\gamma A = \gamma \int_A \frac{u^3}{2g} dA \Rightarrow a = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{u}{V}\right)^3 dA =$$

$$\frac{1}{A \cdot V^3}\int_A u^3 dA$$

- **Τυρβώδης ροή: κοντά στη μονάδα, συνήθης εφαρμογές: α=1, πρισματικοί αγωγοί**

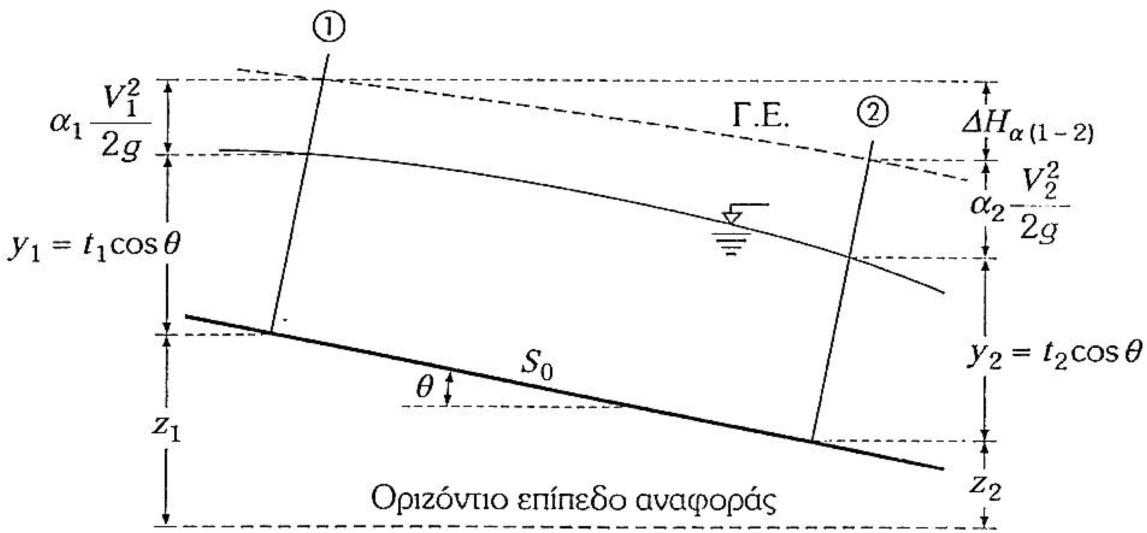
Εξίσωση Ενέργειας

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας, εφόσον η κατά μήκος κλίση, S_0, του πυθμένα του αγωγού είναι μικρή, ώστε να θεωρηθεί $\cos\theta = 1$, οδηγεί στην εξίσωση:

$$z_1 + y_1 + a_1(V_1^2/2g) = z_2 + y_2 + a_2(V_2^2/2g) + \Delta H_{a(1-2)} \tag{3.5}$$

όπου: z_i = το υψόμετρο του πυθμένα και a ο συντελεστής συνόρθωσης της κινητικής ενέργειας ο οποίος ορίζεται ως:

$$a = \frac{\int_A V^3 dA}{V^3 A} = \frac{\int_A V^3 dA}{QV^2} \tag{3.6}$$



Σχ. 3.3: *Η εξίσωση ενέργειας σε επιλεγμένο όγκο αναφοράς.*

Μόνο για ομοιόμορφη ροή
$y_1 = y_2$
$V_1 = V_2$
$S_0 = S_f$

προσέγγιση

Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας
Πρισματικοί αγωγοί, συνήθως μονάδα

Πίνακας 1.1

Μπέλλος, 2008

Ενδεικτικές τιμές των συντελεστών α και β

Είδος διατομής	α	β
Γεωμετρικού σχήματος	1.10 - 1.20	1.03 - 1.07
Φυσική	1.15 - 1.50	1.05 - 1.17
Ακανόνιστη	1.50 – 2.00	1.17 – 1.33

Κινητική ενέργεια ορμή

Σε φυσικές και ακανόνιστες διατομές οι συντελεστές αυξάνουν, σε τεχνικούς αγωγούς μικρότερη τιμή. Στο μάθημα αν δεν δίνεται διευκρίνιση α = 1

Πίνακας 3.3

Επιτρεπόμενα όρια μεγίστων και ελαχίστων ταχυτήτων και κλίσεις πρανών σε διάφορες περιπτώσεις ανοιχτών αγωγών

ΜΕΓΙΣΕΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ			
α/α	Σύσταση αρχικού υλικού κοίτης	Καθαρό νερό [m/s]	Νερό που μεταφέρει άμμο ή χαλίκια [m/s]
1	Λεπτή άμμος	0.45	0.45
2	Ιλυώδες έδαφος	0.60	0.60
3	Συμπαγής άργιλλος	0.75	0.70
4	Πολύ σκληρή άργιλλος	1.80	1.50
5	Λεπτά χαλίκια	0.75	1.15
6	Λίθοι	1.50	2.00

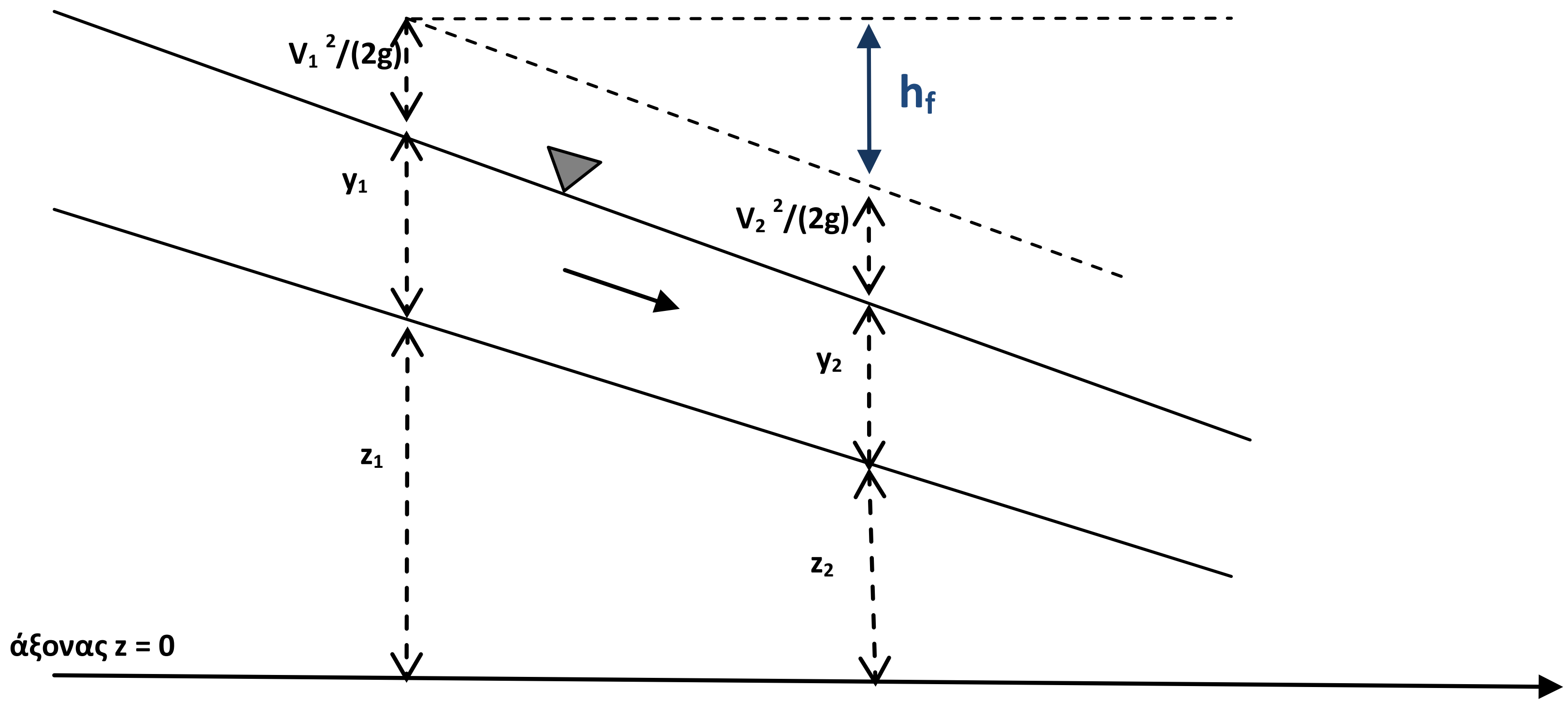
ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ		
α/α	Σύσταση νερού	Ταχύτητα ροής [m/s]
1	Νερά βορβορώδη	0.35-0.40
2	Νερά που μεταφέρουν λεπτή άμμο	0.60-0.65
3	Νερά πόσιμα	0.50-0.65
4	Νερά στάσιμα που αποχετεύονται	0.65-0.80

Αρχή διατήρησης της ενέργειας

Ολικό ύψος ενέργειας:

- **Βάθος ροής**
- **Ύψος ταχύτητας**
- **Ύψος θέσης**

Με λίγο λάθος, ήπιες κλίσεις, α=1

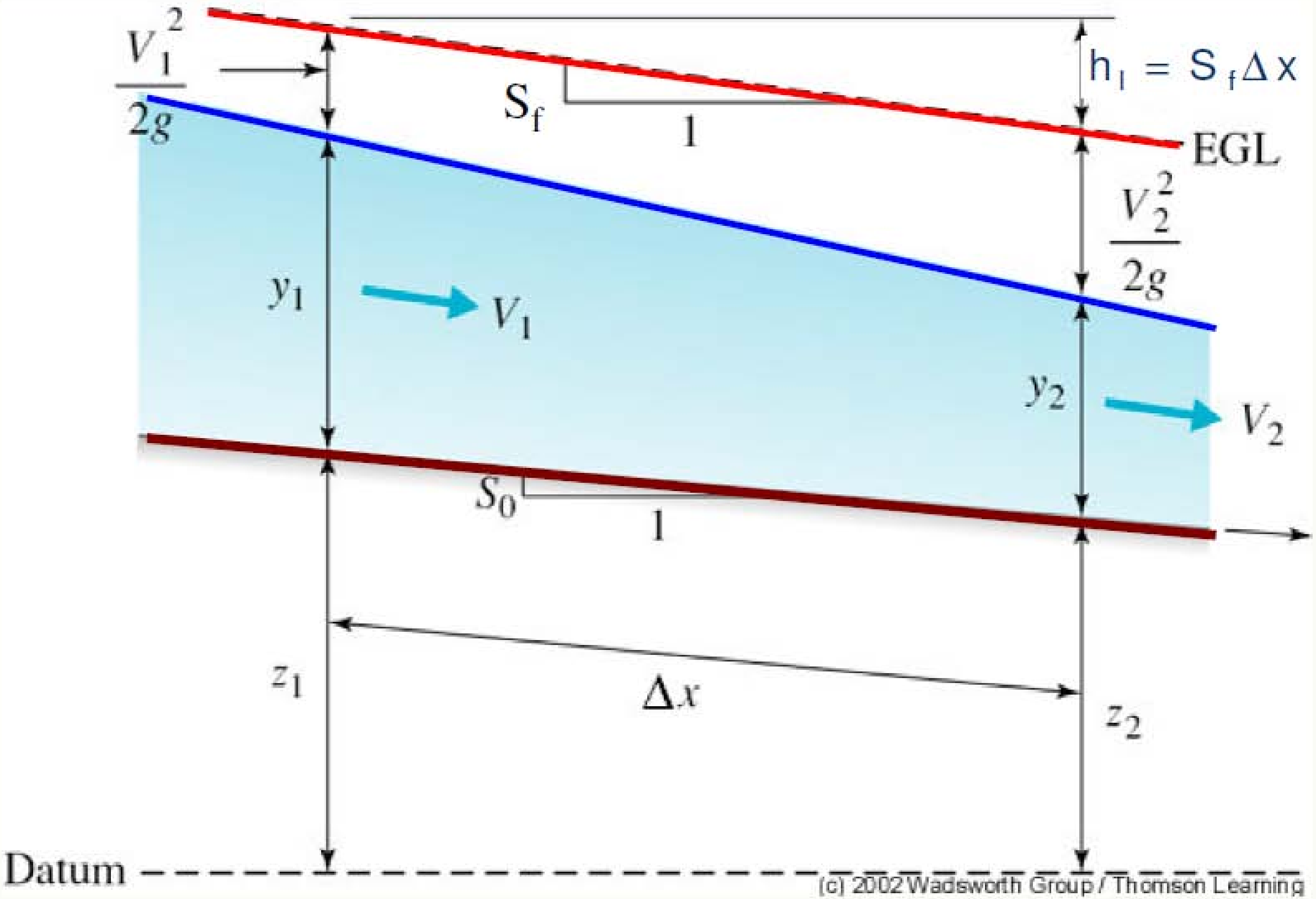


Σχ. Σκαρίφημα που δείχνει την αρχή διατήρησης της ενέργειας για ένα τμήμα του ανοικτού αγωγού αγωγού 1- 2.

Γραμμή ενέργειας: νοητή γραμμή πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια, πτωτική

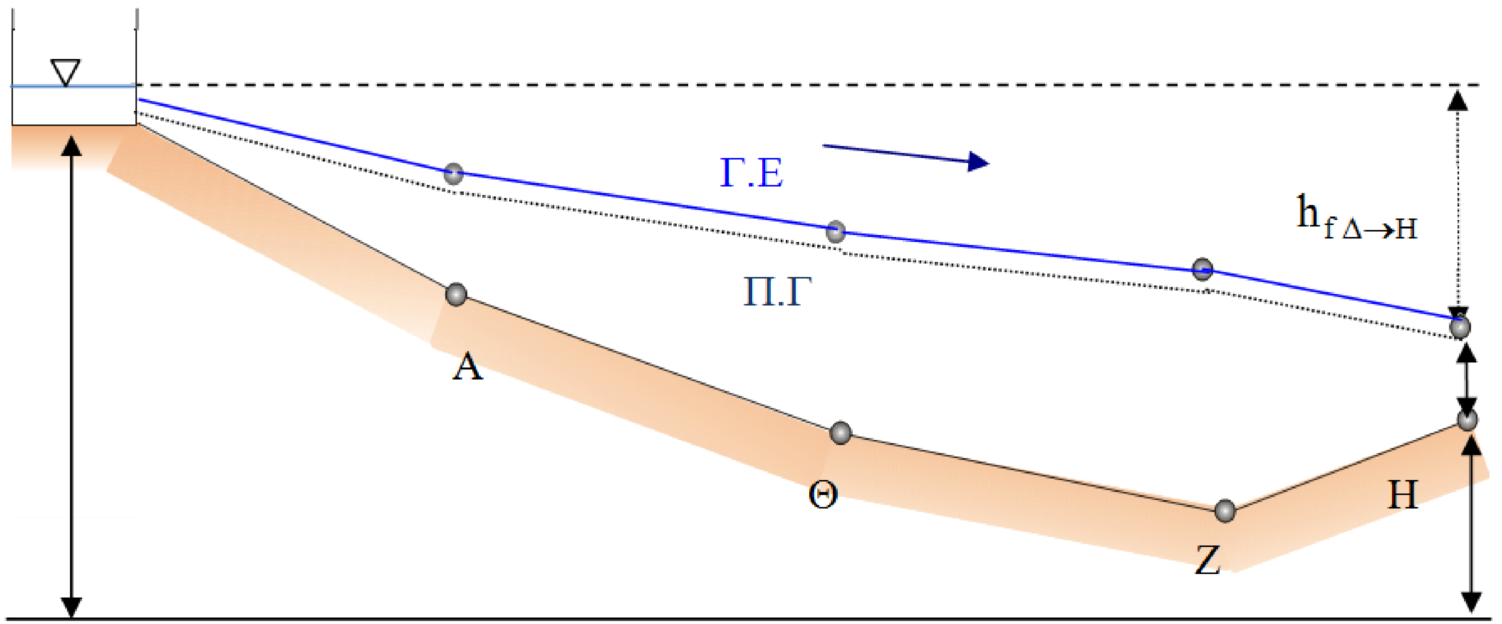
Ειδική ενέργεια= βάθος ροής + κινητική ενέργεια

Non-uniform gradually varied flow. $S_f \neq S_w \neq S_o$



Γραμμή ενέργειας σε ένα αγωγό (χωρίς αντλία)

- Γραμμή ενεργείας: ο γεωμετρικός τόπος του ύψος θέσης, του ύψους πίεσης και του ύψους κινητικής ενέργειας
- Πάντοτε πτωτική από τη διατήρηση της ενέργειας
- Δεν ισχύει πάντα το ίδιο για την Π.Γ. (βλπ. Επ. μάθημα)

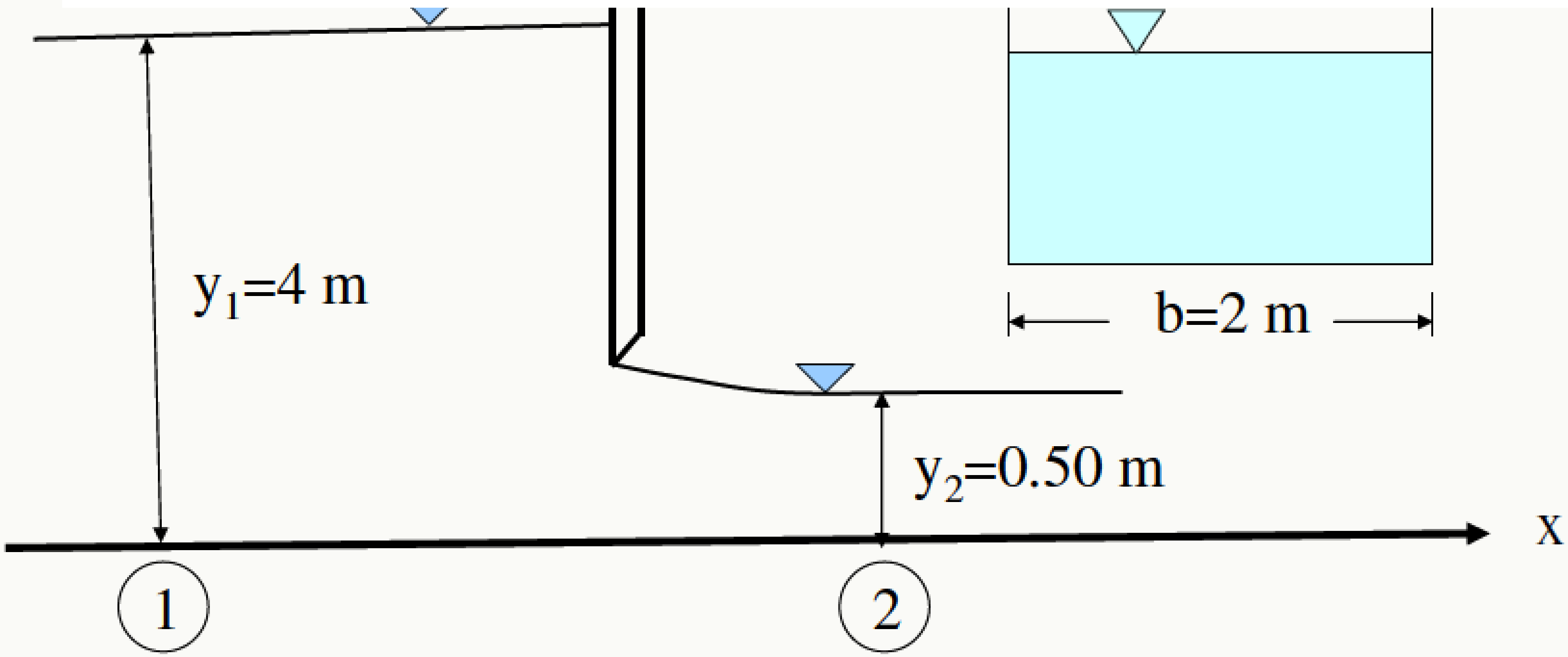


Σχ Ενεργειακή διαδρομή από την υψομετρική θέση της δεξαμενής, στο Η

Εφαρμογή

Σε ανοικτό αγωγό πριν το θυρόφραγμα το βάθος ροής είναι 4m μετά το θυρόφραγμα 0.50 m. Ο αγωγός είναι ορθογωνικής διατομής πλάτους 2 m. Να αγνοηθούν οι απώλειες ενέργειας μεταξύ των δύο θέσεων και η υψομετρική διαφορά.

Σχόλιο: Σε άλλη ενότητα θα αναφερθούμε για το υδραυλικό άλμα κατάντη της (2) για τη συνήθη περίπτωση της υποκρίσιμης και υπερκρίσιμης ροής στις θέσεις (1) και (2) αντίστοιχα.



Λύση

Από τη διατήρηση της ενέργειας θεωρώντας αμελητέες απώλειες ενέργειας ισχύει:

$H_1=H_2$

- Therefore:

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

Για μικρά μήκη έχω και αμελητέες υψομετρικές διαφορές σε αυτές τις περιπτώσεις:

$$z_1=z_2=0, \ \alpha=1$$

Από την εξίσωση της συνέχειας ισχύει: $Q = V_1\, b\, y_1 = V_1\, b\, y_1$

$$y_1 + \frac{Q^2}{2g(b^2 y_1^2)} = y_2 + \frac{Q^2}{2g(b^2 y_2^2)}$$

$$\frac{Q^2}{2gb^2}\left(\frac{1}{y_2^2} - \frac{1}{y_1^2}\right) = y_1 - y_2$$

$$\frac{Q^2}{2g*4}\left(\frac{1}{0.50^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 3.5$$

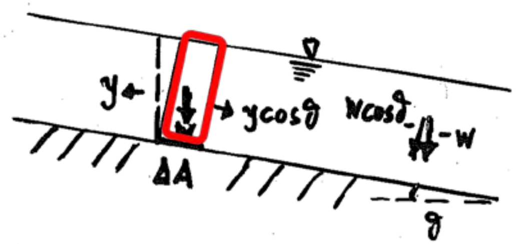
$$\text{solving for } Q = 8.352\ \mathrm{m}^3/s$$

Παγίδα

- Η γραμμή ενέργειας είναι πάντα πτωτική
- Η διατήρηση της ενέργειας είναι η βασική αρχή και ισχύει πάντοτε
- Η **πιεζομετρική γραμμή** των κλειστών αγωγών και η **ειδική ενέργεια** στους ανοικτούς αγωγούς διατηρείτε κάτω από ειδικές προϋποθέσεις.

Περισσότερη λεπτομέρεια για την πίεση, σημαντικό για μεγάλες κλίσεις και για τη διατήρηση της ενέργειας

Παράλληλη ροή σε κεκλιμένο αγωγό



w: Κατακόρυφη δύναμη βάρους

Εύρεση πίεσης στο πυθμένα από ισορροπία δυνάμεων

- Όγκος νερού: $\Delta A \cdot y\cos\theta$
- Βάρος νερού: $w = \rho g \cdot \Delta A \cdot y\cos\theta$
- Συνιστώσα του βάρους κάθετη προς τον πυθμένα:

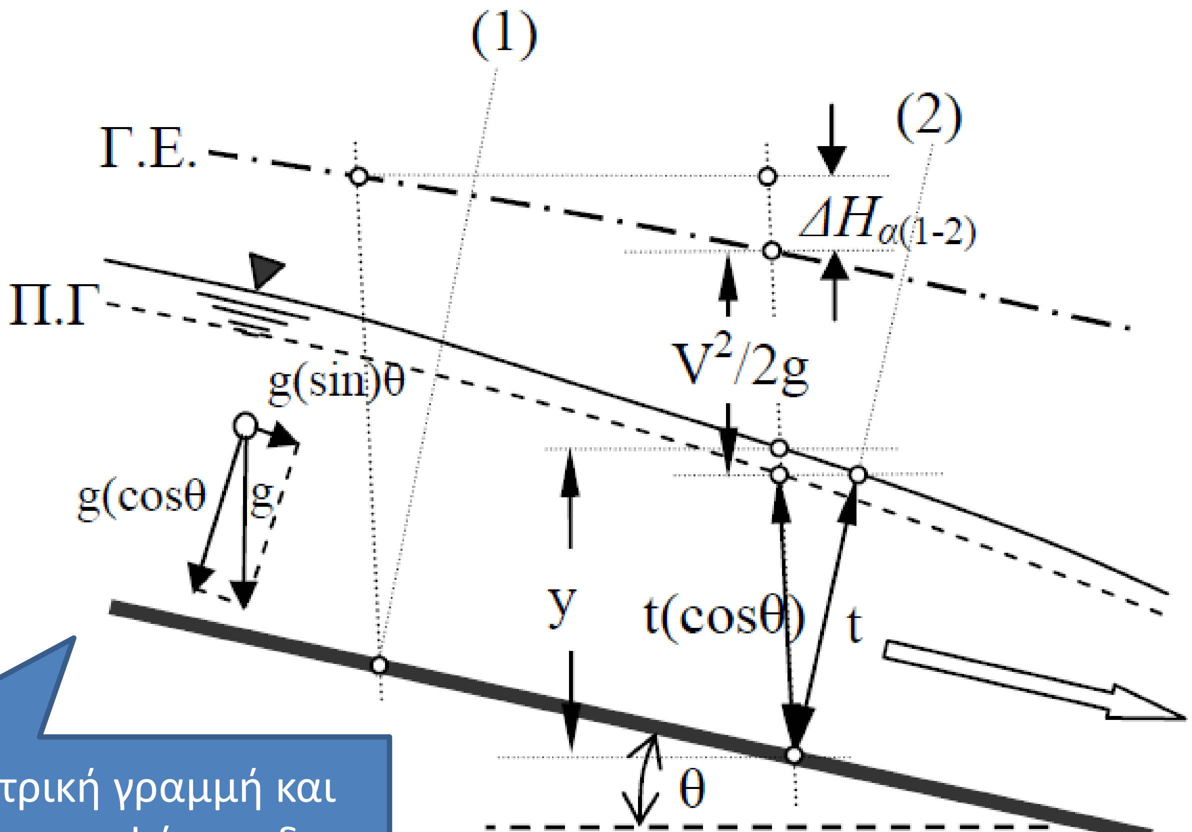
  $$w\cos\theta = (\rho g \cdot \Delta A \cdot y\cos\theta)\cos\theta$$

- Πίεση στον πυθμένα (επιφάνεια ΔΑ) λόγω του υπερκείμενου βάρους νερού:

$$p = \frac{(\rho g \cdot \Delta A \cdot y\cos\theta)\cos\theta}{\Delta A} = \rho g y \cos^2\theta \qquad \boxed{p = \rho g y \cos^2\theta}$$

- Όταν θ μικρή $\Rightarrow \cos\theta \simeq 1.0 \Rightarrow \boxed{p = \rho g y}$

Πιεζομετρική γραμμή, διατήρηση της ενέργειας μεταξύ επιφανειών κάθετες



Πιεζομετρική γραμμή και ελεύθερη επιφάνεια δε συμπίπτουν απόλυτα για σημαντικές κλίσεις

Διατήρηση της ενέργειας

$$H_1 = H_2 + \Delta H_{a(1-2)}, \; H = \frac{p}{\rho g} + z + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

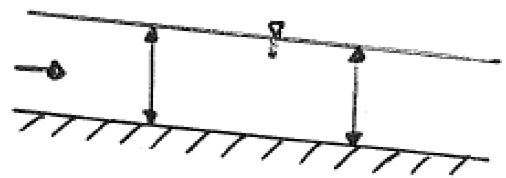
$$H = y\cos^2\theta + z + \alpha \frac{V^2}{2g} \approx y + z + \alpha \frac{V^2}{2g}.$$

$p/\rho g = y\cos^2\theta$

Στο μάθημα αν δεν δίνεται διευκρίνιση α= 1 (τεχνικά κανάλια) και $\cos\theta$ κοντά στη μονάδα (ήπιες κλίσεις)

Είδη ροής

Ομοιόμορφη : Ταχύτητα του νερού σταθερή,
Βάθος νερού σταθερό
από διατομή σε διατομή ⇒
Επιφάνεια νερού παράλληλη προς τον
πυθμένα



Ανομοιόμορφη: Μεταβαλλόμενο βάθος από διατομή
σε διατομή ⇒
Επιφάνεια νερού μη παράλληλη προς
τον πυθμένα

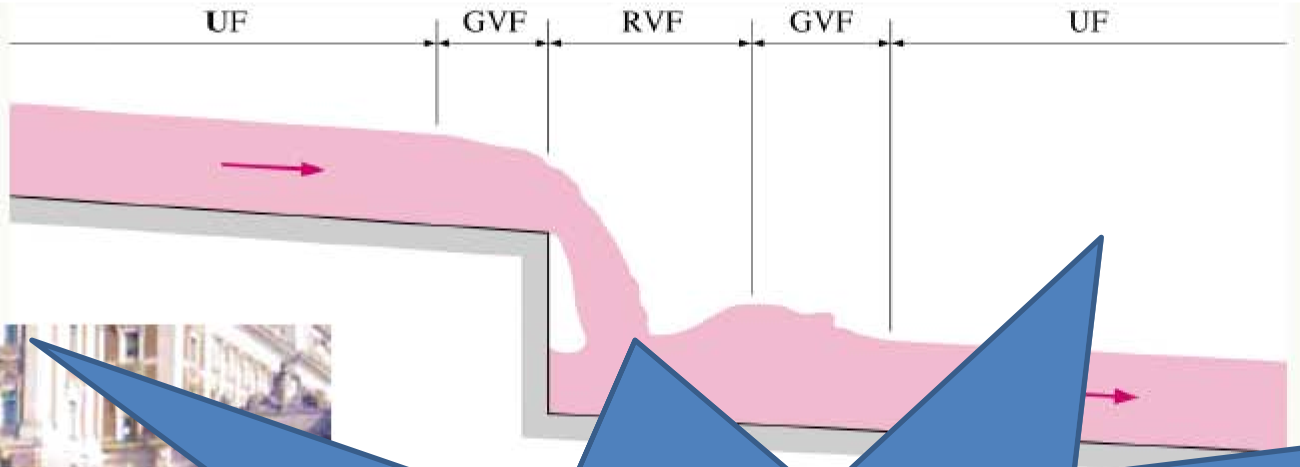
Βαθμιαία μεταβολή

Ταχεία (απότομη μεταβολή)

Στο παρακάτω σχήμα λαμβάνει χώρα:

1. Ομοιόμορφη ροή
2. Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
3. Ταχέως μεταβαλλόμενη ροή
4. Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
5. Ομοιόμορφη ροή

Η ροή είναι μόνιμη

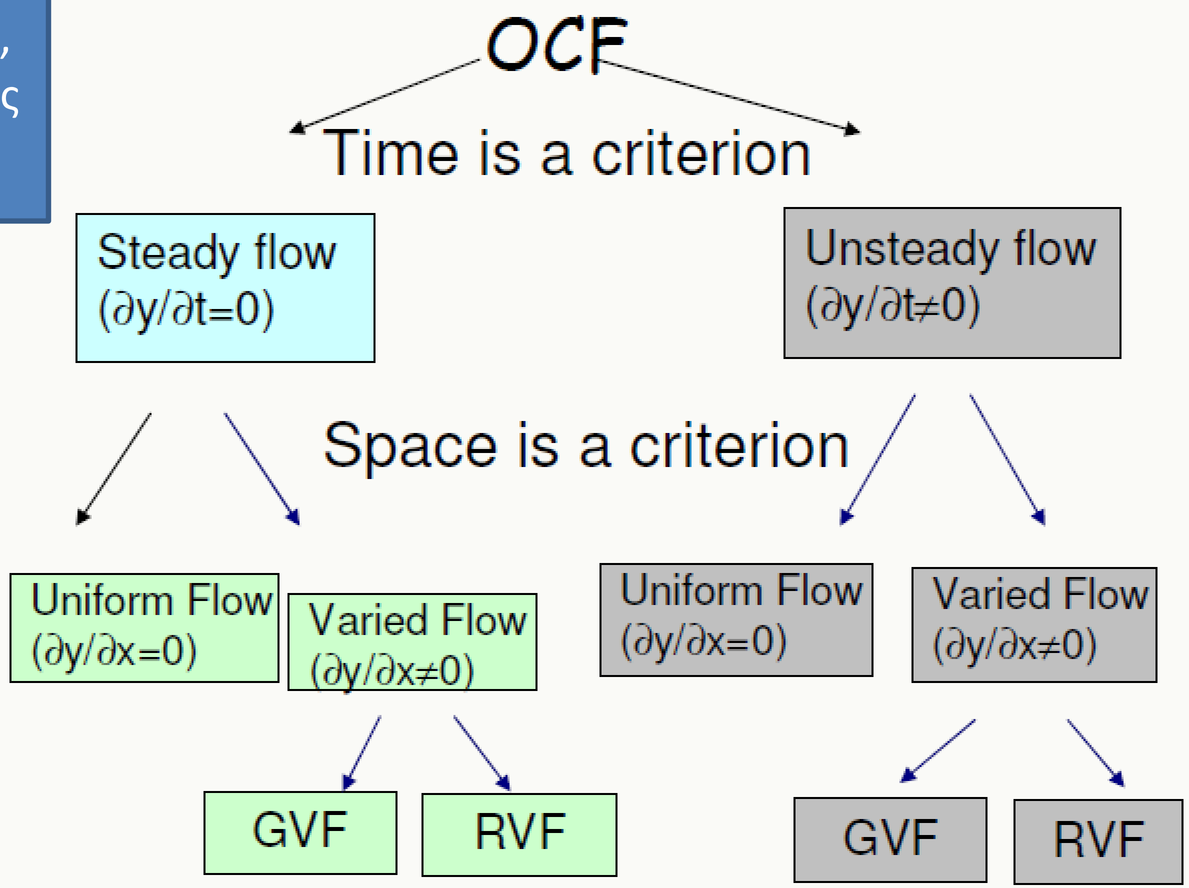


Ομοιόμορφη ροή: σταθερό βάθος ροής (άρα και ταχύτητα)
Βραδέως μεταβαλλόμενη ροή: χαρακτηρίζεται από αργή μεταβολή προφίλ («ημί-ομοιόμορφη ροή»)
Ταχέως μεταβαλλόμενο προφίλ της ελεύθερης επιφανείας στη ταχέως μεταβαλλόμενη ροή

Types of Flow

- Criterion: Change in flow depth with respect to time and space

Ανοικτοί αγωγοί, διάκριση ως προς το βάθος ροής



Ομοιόμορφη ροή

Ομοιόμορφη ροή: Σταθερό βάθος ροής και ταχύτητα σε διατομή
Ισορροπία οριζόντιας συνιστώσας του βάρους και τριβών. Μηδενική επιτάχυνση

Προσέγγιση (Μόνιμη) **Ομοιόμορφης ροής**

Προϋποθέσεις

- Ισορροπία δυνάμεων
- Μη μεταβολή της διατομής
- Μη μεταβολή της τραχύτητας των στερεών ορίων

Uniform flow

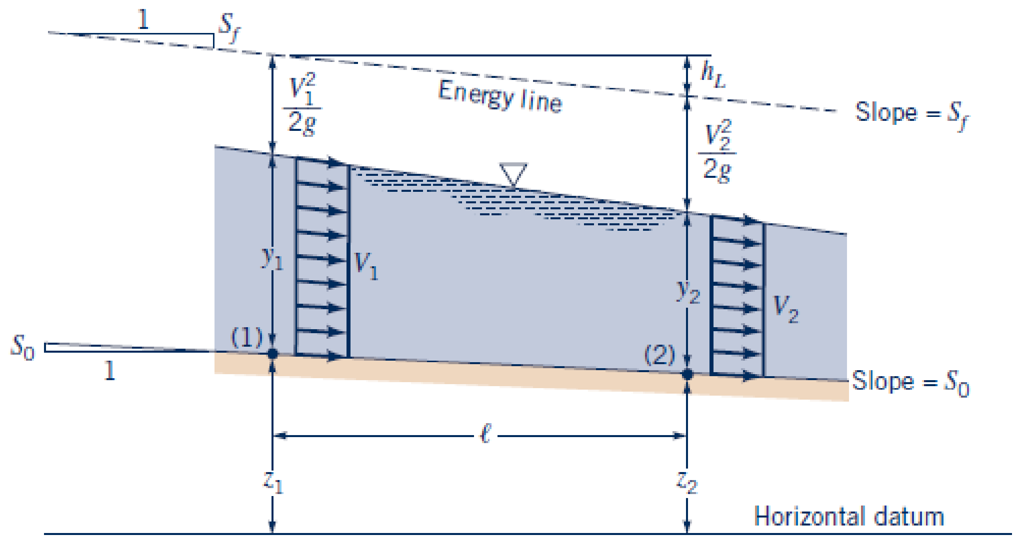


Figure 10.6 Typical open-channel geometry.

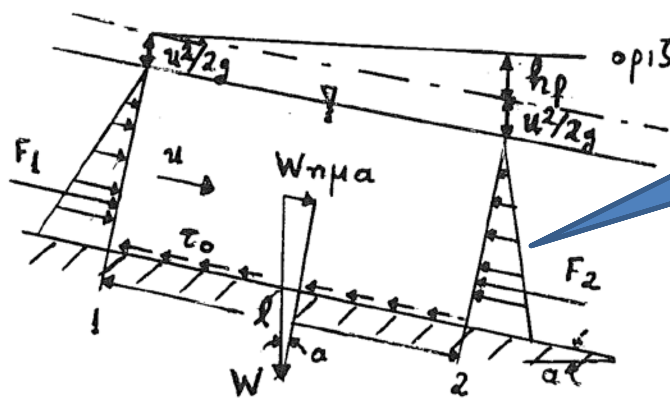
Ομοιόμορφη

ανομοιόμορφη ροή

4. ΣΤΑΘΕΡΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ

- Βάθος ροής : σταθερό
- Διατομή της υγρής επιφάνειας : σταθερή
- Τραχύτητα της επιφάνειας των στερεών ορίων : σταθερή
- Κλίση πυθμένα = Κλίση ελεύθερης επιφάνειας
- Κανονικές συνθήκες (κανονικό βάθος, κανονική κλί

Οι δυνάμεις λόγω πίεσης αλληλοεξουδετερώνονται στην ομοιόμορφη ροή (διαφορά με κλειστούς αγωγούς)



Όγκος ελέγχου του υγρού μεταξύ των διατομών 1 και 2

F_1, F_2 : υδροστατικές δυνάμεις

W : Βάρος του υγρού

τ_0 : μέση διατμητική τάση στα τοιχώματα

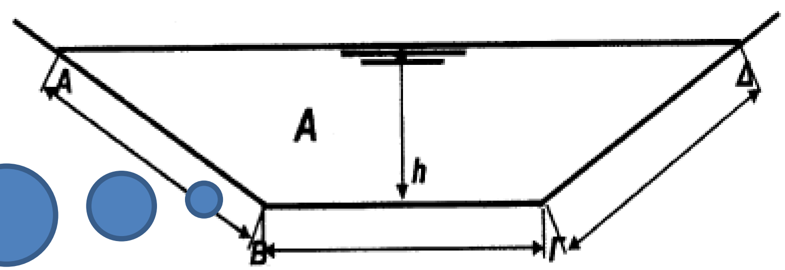
Χρυσάνθου, 2014

Διατμητική τάση, ανοικτή αγωγοί, ομοιόμορφη ροή

Εάν η μέση διατμητική τάσις η επενενεργούσα εις τα τοιχώματα είναι $\tau_o\,(N/m^2)$, τότε η ολική δύναμις $F_o\,(N)$ δίδεται υπό του γινομένου τ_o επί του εμβαδού της επιφανείας επί της οποίας ενεργεί, δηλαδή,

$$F_o = \tau_o P l \qquad \textbf{(4.1)}$$

Σχόλιο:
Όλη η βρεχόμενη περίμετρος συνυπολογίζεται κατά τον προσδιορισμό της δύναμης λόγο τριβών



Σχήμα 4.2 Υγρά διατομή A, βρεχομένη περίμετρος P και υδραυλική ακτίς R

Σούλης, 2014

Διατμητική τάση πυθμένα τ_0

Συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων :

$$W \eta\mu\alpha = \tau_0 P \ell$$

$$A \ell \rho g \, \eta\mu\alpha = \tau_0 P \ell$$

$$\tau_0 = \frac{A}{P} \rho g \, \eta\mu\alpha$$

$$\eta\mu\alpha = \frac{h_f}{\ell} = S_0$$

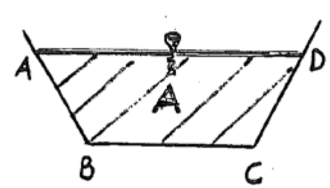
$$\tau_0 = \frac{A}{P} \rho g S_0$$

$$\tau_0 = \rho g R S_0$$

P : βρεχομένη περίμετρος

A : υγρή διατομή (επιφάνεια)

$R = \frac{A}{P}$ ⇒ υδραυλική ακτίνα



$P = (AB) + (BC) + (CD)$

Συνδυασμός σχέσεων για τον προσδιορισμό της ταχύτητας

- Ισχύει:

$$\tau_0 = \frac{1}{2}\underbrace{\left(\frac{f}{4}\right)}_{C}\rho V^2$$

Διατμητική τάση στο πυθμένα ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας

- Επομένως

$$\rho g R S_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{f}{4}\right)\rho V^2 \Leftrightarrow$$

$$V = \sqrt{\frac{8}{f} g R S_0} = \left(\sqrt{\frac{8}{f} g} \cdot \right) R^{1/2} S_0^{1/2}$$

Εξίσωση Chezy

- Ταχύτητα ροής:

$$V = C \cdot R^{1/2} \cdot S_0^{1/2}, \quad \text{όπου } C \left(\sqrt{\frac{8}{f}}\right) \overset{ορ}{=} \left(\sqrt{\frac{8}{f} g} \cdot\right)$$

C : συντελεστής του Chézy

f = συνάρτ. (Re, $\frac{k}{R}$)

C = συνάρτ. (Re, $\frac{k}{R}$)

k : τραχύτητα των τοιχωμάτων

$\frac{k}{R}$: σχετική τραχύτητα

Chezy→ Manning (εφαρμογή σε ασκήσεις)

- Ο Manning, 1891 πρότεινε για την σταθερά του Chezy:

$$\frac{R^{1/6}}{n} = C$$

- Οπότε η εξίσωση του Chezy θα γίνει τότε:

Εξίσωση Manning

$$\boxed{u = \frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2}} \qquad C = \frac{R^{1/6}}{n}$$

n : συντελεστής Manning $[\frac{T}{L^{1/3}}]$
(από πίνακες ανάλογα με την τραχύτητα)

$k_{ST} = \frac{1}{n}$ (γερμανική βιβλιογραφία)

Τραχύτητα

Υδραυλική - Ανοικτοί αγωγοί © ΠΝ Παπανικολάου
Ακ. Έτος 2007-2008

k_S (mm)	Επιφάνεια (περιγραφή)
0.15	Λείο σκυρόδεμα σε λιπανθέντες σιδηρότυπους
0.30	Πολύ λείες επιφάνειες από τσιμεντοκονία, στοκαρισμένοι αρμοί
0.50	Λείο σκυρόδεμα από σιδηρότυπους, επεξεργασμένοι αρμοί
0.60	Προκατασκευασμένοι σωλήνες, λείες τριφτές επιφάνειες, αργιλοπυριτικοί σωλήνες
1.50	Σκυρόδεμα από τραχείς ξυλότυπους - gunite
2.40	Μικρά τμήματα τσιμεντοσωλήνων χωρίς ιδιαίτερη προσοχή στους αρμούς
3.00	Ευθύγραμμες χωμάτινες τάφροι
4.20	Πρόχειρα κατασκευασμένοι τσιμεντοσωλήνες
6.00	Ξηρολιθοδομές

Άλλες εκφράσεις για τη σταθερά C

$$C = \frac{23.0 + \frac{0.00155}{S_o} + \frac{1}{n}}{1 + \frac{n}{R^{1/2}}\left(23.0 + \frac{0.00155}{S_o}\right)} \qquad \text{κατά } \textbf{\textit{Kutter}} \qquad \textbf{(4.18)}$$

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \qquad \text{κατά } \textbf{\textit{Manning}} \qquad \textbf{(4.19)}$$

$$C = \frac{87.0}{1 + m / R^{1/2}} \qquad \text{κατά } \textbf{\textit{Bazin}} \qquad \textbf{(4.20)}$$

ο συντελεστής m δίδεται εκ του κάτωθι Πίνακος 4.2. Γενικώς, διά τας πλείστας των εφαρμογών προτιμάται η χρήσις του συντελεστού κατά Manning.

		Τιμή m
Α	Αγωγοί εκ πολύ λείου σκυροδέματος. Αγωγοί με επένδυσιν πλανισμένου ξύλου. Μεταλλικαί παρειαί χωρίς οξείδωσιν και καλή συναρμογή των ενώσεων......................	0.06
Β	Με επένδυσιν, αλλ΄ ουχί τελείως λεία και όχι καλή συναρμογή εις τας ενώσεις. Αγωγοί με επένδυσιν εκ πλανισμένου ξύλου με ανωμαλίας εις τας ενώσεις. Αγωγοί μεταλλικοί με συγκολλήσεις άνευ προεξοχών εις τας ενώσεις. Αγωγοί εκ λιθοδομής με λαξευτάς πέτρας...	0.16
Γ	Αγωγοί εκ σκυροδέματος με μερικήν επένδυσιν με προεξοχάς εις τας ενώσεις, ροή ύδατος ολιγώτερον διαυγούς και με ανάπτυξιν φυτικών οργανισμών και βρύων ...	0.46
Δ	Χωμάτινοι αγωγοί, με ομαλήν επιφάνειαν, με πιθανήν επένδυσν με λίθους χωρίς φυτικήν ανάπτυξιν και με καμπύλας μεγάλων ακτίνων. Αγωγοί εκ λιθοδομής με προεξοχάς με πυθμέναν λείον κατόπιν εναποθέσεως βούρκου	0.85
Ε	Χωμάτινοι αγωγοί κανονικής διατομής, μικρά φυτική ανάπτυξις εις τον πυθμένα και πρανή. Φυσικά υδατορρεύματα ομαλής ροής χωρίς φυτικήν ανάπτυξιν, ούτε μεγάλας εν-αποθέσεις υλικού επί του πυθμένος	1.30
Στ	Κακοσυντηρημένοι χωμάτινοι αγωγοί, με φυτικήν ανάπτυξιν εις τον πυθμένα-πρανή.....	1.75

Πίναξ 4.2 Τιμαί του συντελεστού *m* κατά Bazin

Σούλης, 2016

Λόγω της συσσωρευμένης εμπειρίας όμως, περισσότερο δημοφιλής είναι η απλοποιημένη σχέση, η οποία αποδίδεται στον R. Manning και γι' αυτό ονομάζεται και τύπος του Manning:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \tag{3.9}$$

όπου: n = ο συντελεστής τραχύτητας γνωστός ως συντελεστής Manning, με διαστάσεις (s/m$^{1/3}$), ο οποίος αποτελεί έκφραση της τραχύτητας του στερεού ορίου και συνδέεται με το συντελεστή f των Darcy - Weisbach με τη σχέση:

$$f = (8gn^2)/R^{1/3} \tag{3.10}$$

Οι τιμές του συντελεστή n λαμβάνονται από πίνακες που έχουν δημοσιευθεί σε πληθώρα βιβλίων. Ο Πίνακας 3.2 παρουσιάζει τις τιμές του συντελεστή n για μια σειρά υλικά από τα οποία αποτελείται ο ανοικτός αγωγός. Σημειώνεται ότι επειδή ο συντελεστής n δεν είναι αδιάστατος αριθμός, κατά τη χρήση του τύπου Manning η ταχύτητα πρέπει να εκφράζεται σε m/s, η υδραυλική ακτίνα σε m και η παροχή σε m^3/s.

Το γεγονός ότι εδώ η ροή πραγματοποιείται με ελεύθερη επιφάνεια έχει ως αποτέλεσμα η υγρή διατομή, A, να εξαρτάται εκτός από τη γεωμετρία της διατομής και από τη θέση της ελεύθερης επιφάνειας, δηλαδή σε σχέση με τη ροή σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση υπάρχει ένα επιπλέον άγνωστο μέγεθος που πρέπει να υπολογιστεί.

Ο υπολογισμός του ομοιομόρφου βάθους, y_0, γίνεται με χρήση της εξίσωσης Manning και της εξίσωσης συνέχειας, άρα:

$$Q = (1/n) AR^{2/3} S_0^{1/2} \tag{3.11}$$

Αν είναι γνωστά: η παροχή Q(m^3/s), η γεωμετρία του αγωγού, ο συντελεστής n και η κατά μήκος κλίση S_0, τότε:

Τσακίρης, 2015

$$AR^{2/3} = (nQ)/S_0^{1/2} = \text{γνωστό} \tag{3.12}$$

Συντελεστής Manning

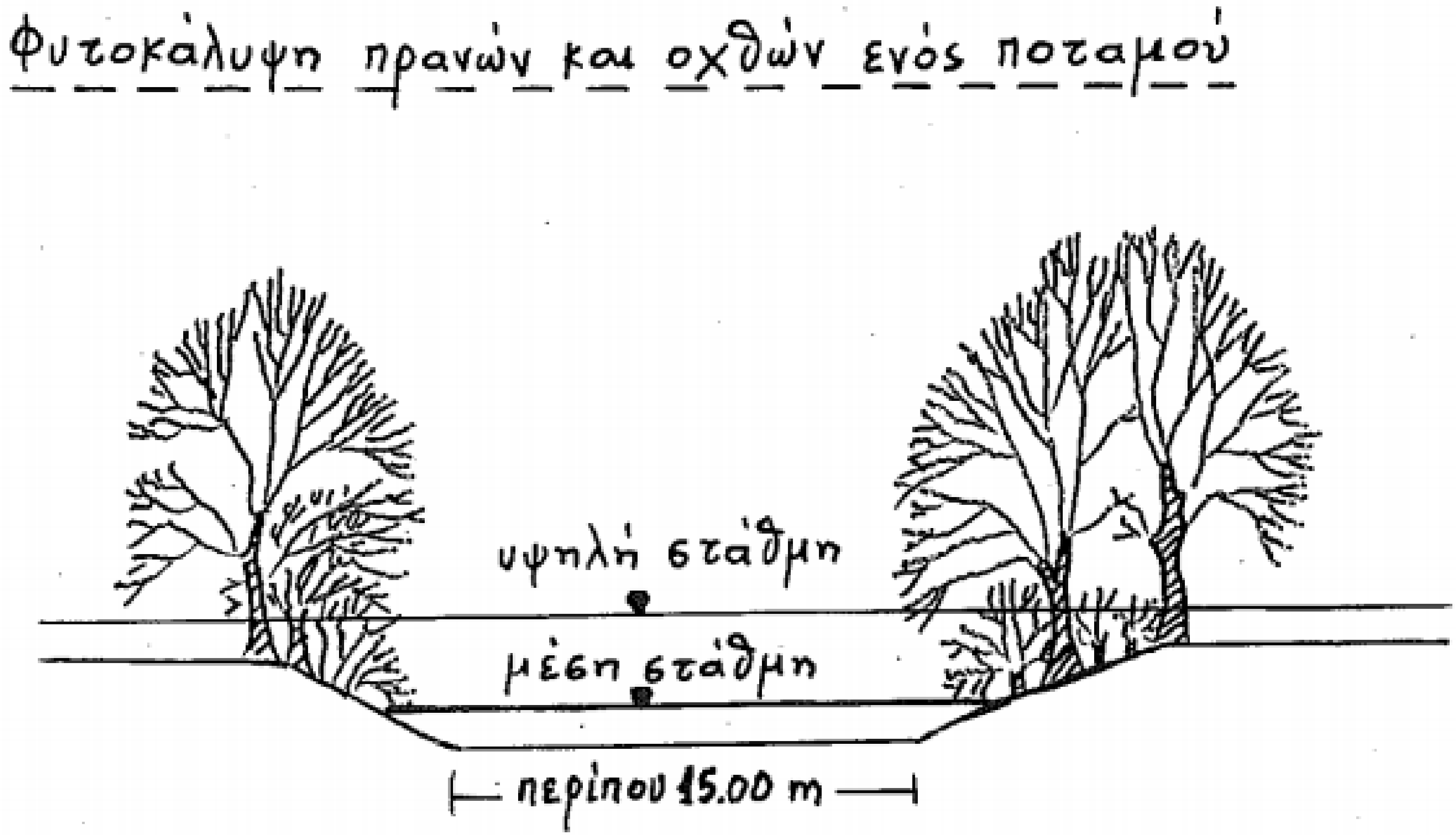
- Δεν είναι αδιάστατος
- Εξαρτάται από το ποσοστό πλήρωσης
- Εξαρτάται από το είδος της παρόχθιας βλάστησης αλλά και την ταχύτητα
- Στο μάθημα της Υδραυλικής έστω σταθερός για κάποιο πρόβλημα
- Παράγοντας αβεβαιότητας
- Κύρια επιλέγεται με βάση το υλικό πλήρωσης της διατομής, βιβλιογραφικά (από πίνακες και φωτογραφίες)
- Εναλλακτικά αρχικά θεωρούμε το n πρισματικού λείου αγωγού και κατόπιν αυξάνεται ανάλογα των ανωμαλιών του αγωγού, μεταβολή σχήματος, ύπαρξη εμποδίων στη ροή, βλάστηση, αλλαγή διευθύνσεων κ.ά

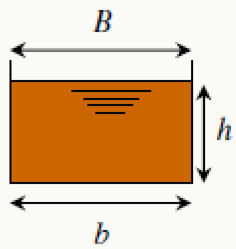
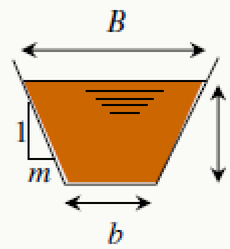
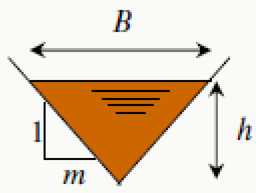
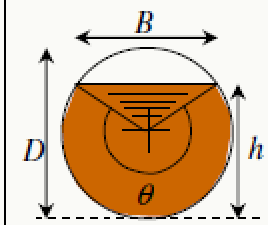
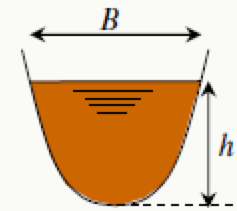
http://www.fhwa.dot.gov/bridge/wsp2339.pdf

Πίν. 3.2: *Συντελεστές Manning n για διάφορα υλικά*

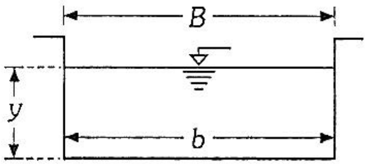
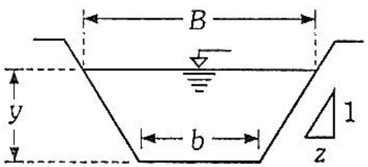
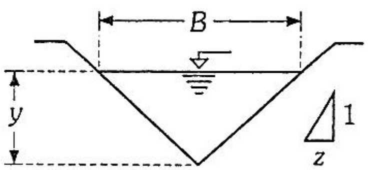
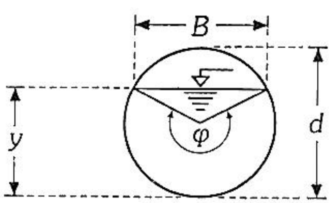
Μέταλλο λείο	0.011 - 0.015
Μέταλλο, αυλακωτό	0.023 - 0.025
Ξύλο, κατεργασμένο	0.010 - 0.015
Ξύλο, ακατέργαστο	0.011 - 0.015
Τσιμέντο λείο	0.010 - 0.013
Σκυρόδεμα	0.014 - 0.016
Τσιμεντοχάλικο	0.017 - 0.030
Γρασίδι	$0 > 0.020$

Μεταβλητό η σε διατομή σε πλημμυρική κοίτη



	rectangular	*trapezoidal*	*triangular*	*circular*	*parabolic*
					
flow area A	bh	$(b+mh)h$	mh^2	$\frac{1}{8}(\theta - \sin\theta)D^2$	$\frac{2}{3}Bh$
wetted perimeter P	$b+2h$	$b+2h\sqrt{1+m^2}$	$2h\sqrt{1+m^2}$	$\frac{1}{2}\theta D$	$B+\frac{8}{3}\frac{h^2}{B}$ *
hydraulic radius R_h	$\frac{bh}{b+2h}$	$\frac{(b+mh)h}{b+2h\sqrt{1+m^2}}$	$\frac{mh}{2\sqrt{1+m^2}}$	$\frac{1}{4}\left[1-\frac{\sin\theta}{\theta}\right]D$	$\frac{2B^2h}{3B^2+8h^2}$ *
top width B	b	$b+2mh$	$2mh$	$(\sin\theta/2)D$ *or* $2\sqrt{h(D-h)}$	$\frac{3}{2}\frac{A}{h}$
hydraulic depth D_h	h	$\frac{(b+mh)h}{b+2mh}$	$\frac{1}{2}h$	$\left[\frac{\theta-\sin\theta}{\sin\theta/2}\right]\frac{D}{8}$	$\frac{2}{3}h$

Πίν. 3.1: *Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών*

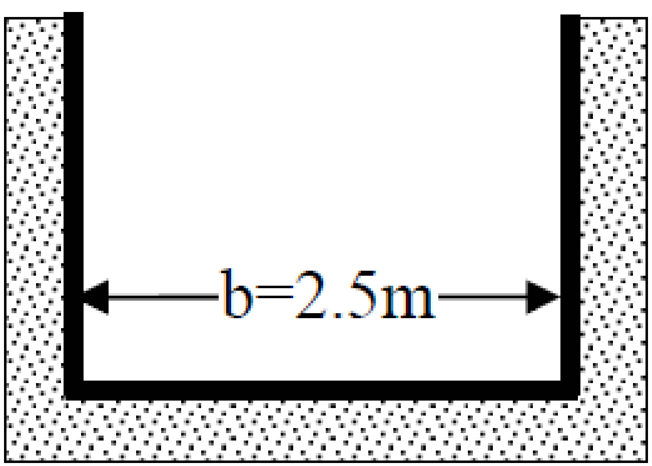
Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_\mu = A/B$	Αριθμός Froude F
Ορθογωνική  	by	$b+2y$	$\dfrac{by}{b+2y}$	b	y	$\sqrt{\dfrac{Q^2}{b^2y^3g}}$
Τραπεζοειδής  	$(b+zy)\,y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\dfrac{(b+zy)\,y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$	$\dfrac{(b+zy)\,y}{b+2zy}$	$\sqrt{\dfrac{(b+2zy)\,Q^2}{(b+zy)^3y^3g}}$
Τριγωνική  	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\dfrac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	$\dfrac{y}{2}$	$\sqrt{\dfrac{2Q^2}{z^2y^5g}}$
Κυκλική  	$\dfrac{d^2}{8}(\varphi-\sin\varphi)$	$d\dfrac{\varphi}{2}$	$\dfrac{d}{4}\left(1-\dfrac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d\left(\sin\dfrac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$	$\dfrac{d}{8}\left\{\dfrac{\varphi-\sin\varphi}{\sin\dfrac{\varphi}{2}}\right\}$	$\sqrt{\dfrac{512Q^2\sin\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi-\sin\varphi)^3}}$

Άσκηση 1:

Για την ορθογωνική διατομή από σκυρόδεμα (συντελεστής στο διεθνές σύστημα μονάδων Manning n = 0.015) που εικονίζεται ζητούνται:

(α) Για κατά μήκος κλίση πυθμένα 0.001 και παροχή 7 m^3/s το βάθος της ομοιόμορφης ροής.

(β) Να χαρακτηριστεί η ροή σαν υποκρίσιμη ή υπερκρίσιμη και να προσδιορισθεί το κρίσιμο βάθος ροής.

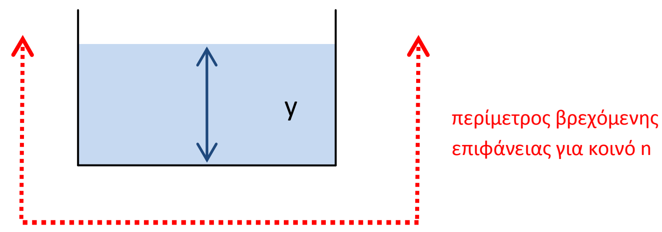


(α) Ομοιόμορφη ροή

Το εμβαδόν της υγρής διατομής είναι:

A = b·y = 2.5·y (βλπ. πίνακα στο τέλος αυτών των ασκήσεων)

Π = b+2y = 2.5+2y



Εξίσωση Manning

$$Q=(2.5y)\frac{1}{n}\left(\frac{2.5y}{2.5+2y}\right)^{2/3}S_0^{1/2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{0.015\cdot 7}{0.001^{1/2}}=(2.5y)\left(\frac{2.5y}{2.5+2y}\right)^{2/3}\Leftrightarrow f(y)=3.320391543\rightarrow$$ εύρεση βάθους ομοιομόρφου ροής με **δοκιμές** για γνωστή παροχή και κλίση (για μεγάλα y αυξάνεται η f(y))

Με δοκιμές προκύπτει ότι

y = 1.663, εφόσον πράγματι:

$$\Leftrightarrow (2.5\cdot 1.663)\left(\frac{2.5\cdot 1.663}{2.5+2\cdot 1.663}\right)^{2/3}\approx 3.32=\frac{0.015\cdot 7}{0.001^{1/2}}$$

Παράδειγμα 1

Χωμάτινη τάφρος ($n = 0.03$) με πλάτος πυθμένα $b = 25\,m$, κλίση πρανών $1\!:z = 1\!:3$ και κατά μήκος κλίση $S_0 = 0.0004$, μεταφέρει παροχή $Q = 500\,m^3/s$. Να υπολογιστεί το ομοιόμορφο βάθος.

(α) *Λύση με δοκιμές:* η εξίσωση (3.12) για τραπεζοειδή διατομή γράφεται:

$$\left(\frac{(by_0 + zy_0^2)^5}{\left(b + 2y_0\sqrt{1+z^2}\right)^2} \right)^{1/3} = \frac{nQ}{S^{1/2}} = 750$$

Αν υποτεθεί ένα βάθος ροής $y_0 = 6.00\,m$, η συνάρτηση δίνει $661 < 750$.
Αν υποτεθεί ένα βάθος ροής $y_0 = 6.40\,m$, η συνάρτηση δίνει $750 = 750$, άρα $y_0 = 6.40\,m$.

(β) *Λύση με διαδοχικές προσεγγίσεις:* η εξίσωση (3.12) για τραπεζοειδή διατομή γράφεται:

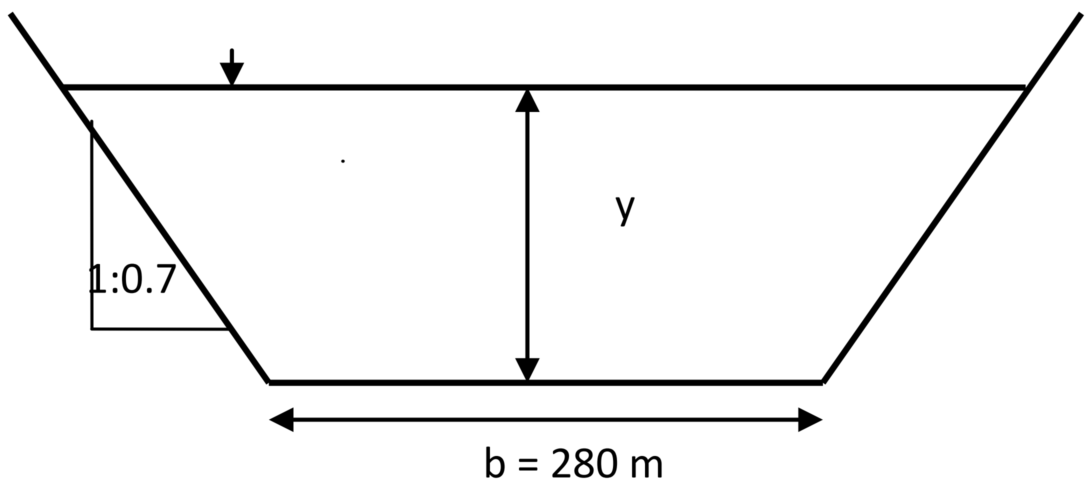
$$y_0 = \left(\frac{nQ}{S_0^{1/2}} \right) \left(\frac{1}{b + zy_0} \right) \left(\frac{b + 2y_0\sqrt{1+z^2}}{by_0 + zy_0^2} \right)^{2/3}$$

Αν υποτεθεί ένα βάθος ροής $y_0 = 6.00\,m$, η συνάρτηση δίνει $6.81\,m$, άρα $6.00 < y_0 < 6.81$.
Αν υποτεθεί ένα βάθος ροής $y_0 = 6.40\,m$, η συνάρτηση δίνει $6.41\,m$, άρα $y_0 = 6.40$.

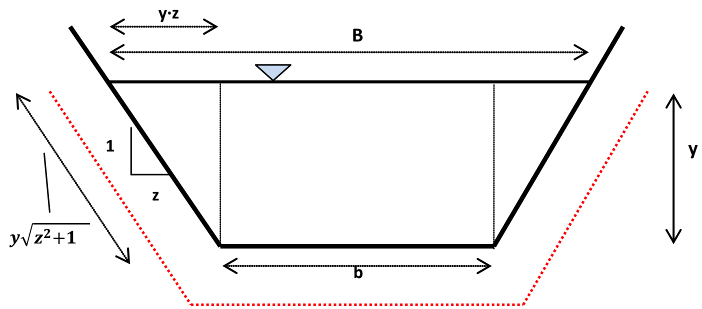
Ασκηση 2

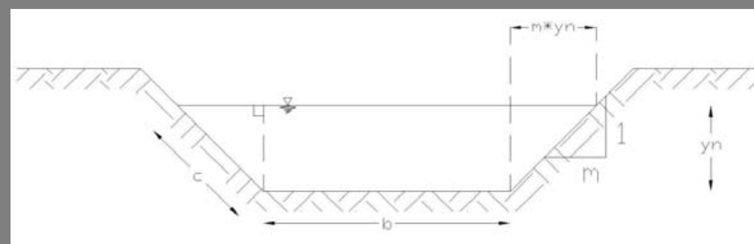
Αν η κλίση του πυθμένα είναι So = 1:240 να προσδιορισθεί η παροχή της παρακάτω τραπεζοειδούς διατομής αν ο συντελεστής Manning στο διεθνές σύστημα είναι n = 0.042 και η παροχή Q = 98,200 m^3s^{-1} να προσδιορισθεί το ομοιόμορφο το βάθος ροής. Να ελεγχθεί αν η ροή είναι κρίσιμη, υπερκρίσιμη ή υπερκρίσιμη και να προσδιοριστεί το κρίσιμο βάθος ροής.

(a)



- **Ομοιόμορφη ροή για Τραπεζοειδής (συμμετρική) διατομή**





ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΟΥΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Έχουμε διαδοχικά

$$c^2 = y_n^2 + (m \cdot y_n)^2 \Rightarrow c = \sqrt{y_n^2 \cdot (1+m^2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c = y_n \cdot \sqrt{1+m^2}$$

Το εμβαδόν της υγρής διατομής είναι:

$$A = \frac{b + (b + 2 \cdot m \cdot y_n)}{2} * y_n = \frac{2 \cdot b + 2 \cdot m \cdot y_n}{2} \cdot y_n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = b \cdot y_n + m \cdot y_n^2$$

Εξίσωση Manning:

$$V = \frac{1}{n}\left(\frac{(b+my)y}{b+2y\sqrt{1+m^2}}\right)^{2/3} S_0^{1/2} \Leftrightarrow Q = ((b+my)y)\frac{1}{n}\left(\frac{(b+my)y}{b+2y\sqrt{1+m^2}}\right)^{2/3} S_0^{1/2}$$

n = 0.042

S_o = 1:240

Εξίσωση Manning για τραπεζοειδής διατομή

$$V = \frac{1}{n}\left(\frac{(b+zy)\,y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}\right)^{2/3} S_0^{1/2} \Leftrightarrow Q = \left((b+zy)\,y\right)\frac{1}{n}\left(\frac{(b+zy)\,y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}\right)^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n\cdot Q}{S_0^{1/2}} = \left((b+zy)\,y\right)\left(\frac{(b+zy)\,y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}\right)^{2/3} \Leftrightarrow$$

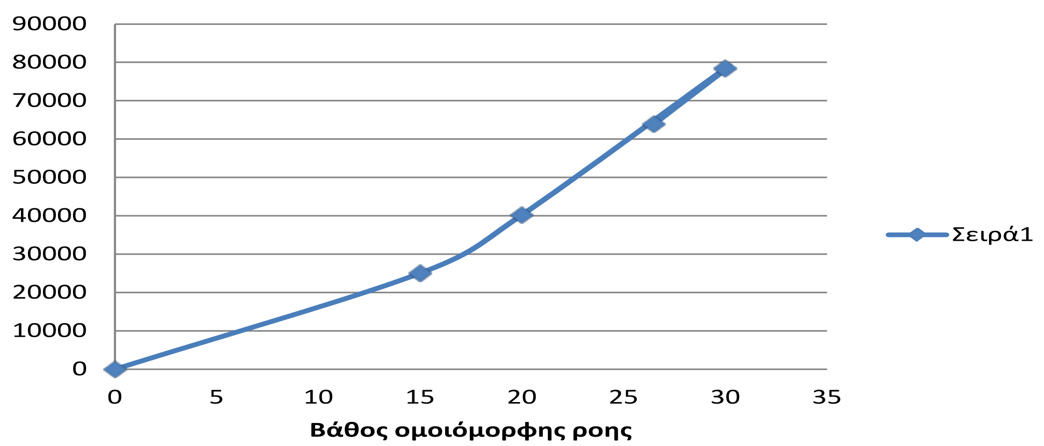
$$\frac{0.042\cdot 98,200}{(1/240)^{1/2}} = \left((280+0.7\cdot y)\,y\right)\left(\frac{(280+0.7\cdot y)\,y}{280+2\cdot y\sqrt{1+0.7^2}}\right)^{2/3} = 63{,}894.93$$

Δοκιμές:

<u>y = 20 m => f(y)= </u>40208.5< 63894.93<u> (Q = 61,800 m^3s^{-1})</u>

<u>y = 30 m => f(y)= </u>78361.04> 63894.93<u> (Q = 120,450 m^3s^{-1})</u>

Καταστρώνω το παρακάτω διάγραμμα:



Τελικά Q = 98,000 m^3s^{-1} για βάθος ομοιόμορφης ροής , <u>yo = 26.5 m.</u>

Μεταβολή της γραμμής ενέργειας σε ομοιόμορφη ροή σε ανοικτούς αγωγούς

Ομοιόμορφη ροή:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

Παραγώγιση όρων ενέργειας κατά τη διεύθυνση της ροής, x

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V^2}{2g} + z + y\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V^2}{2g}\right) + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial x} = -S_0 < 0$$

Ομοιόμορφη ροή → κλίση γραμμής ενέργειας = κλίση πυθμένα = κλίση ελεύθερης επιφάνειας