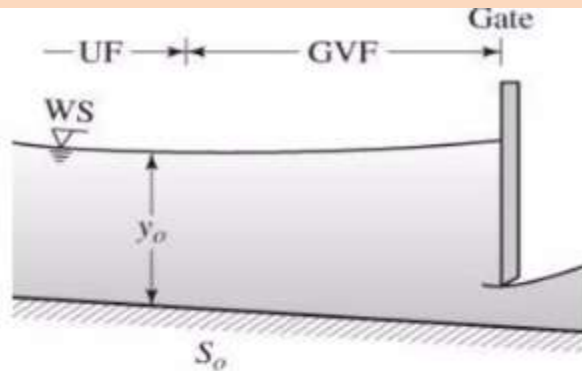


Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή προφίλ νερού

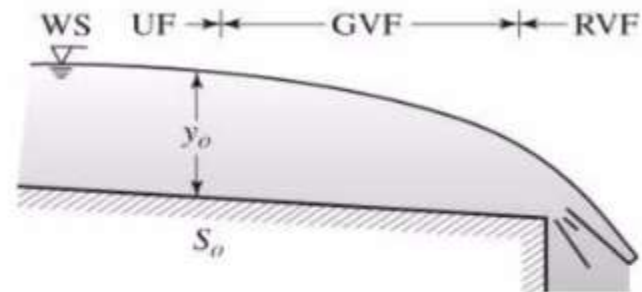
Δρ Μ. Σπηλιώτη
Αναπληρωτής Καθηγητής

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

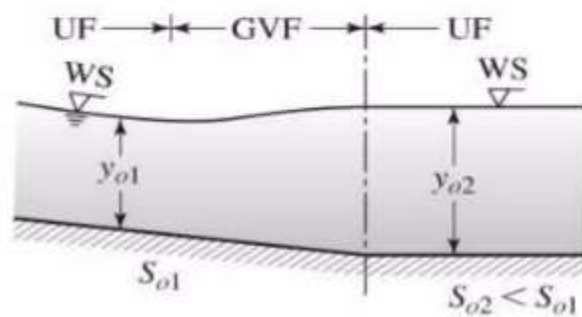
Παραδείγματα (GVF)



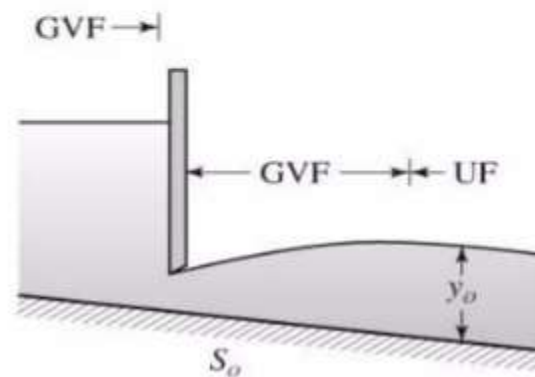
(a)



(b)

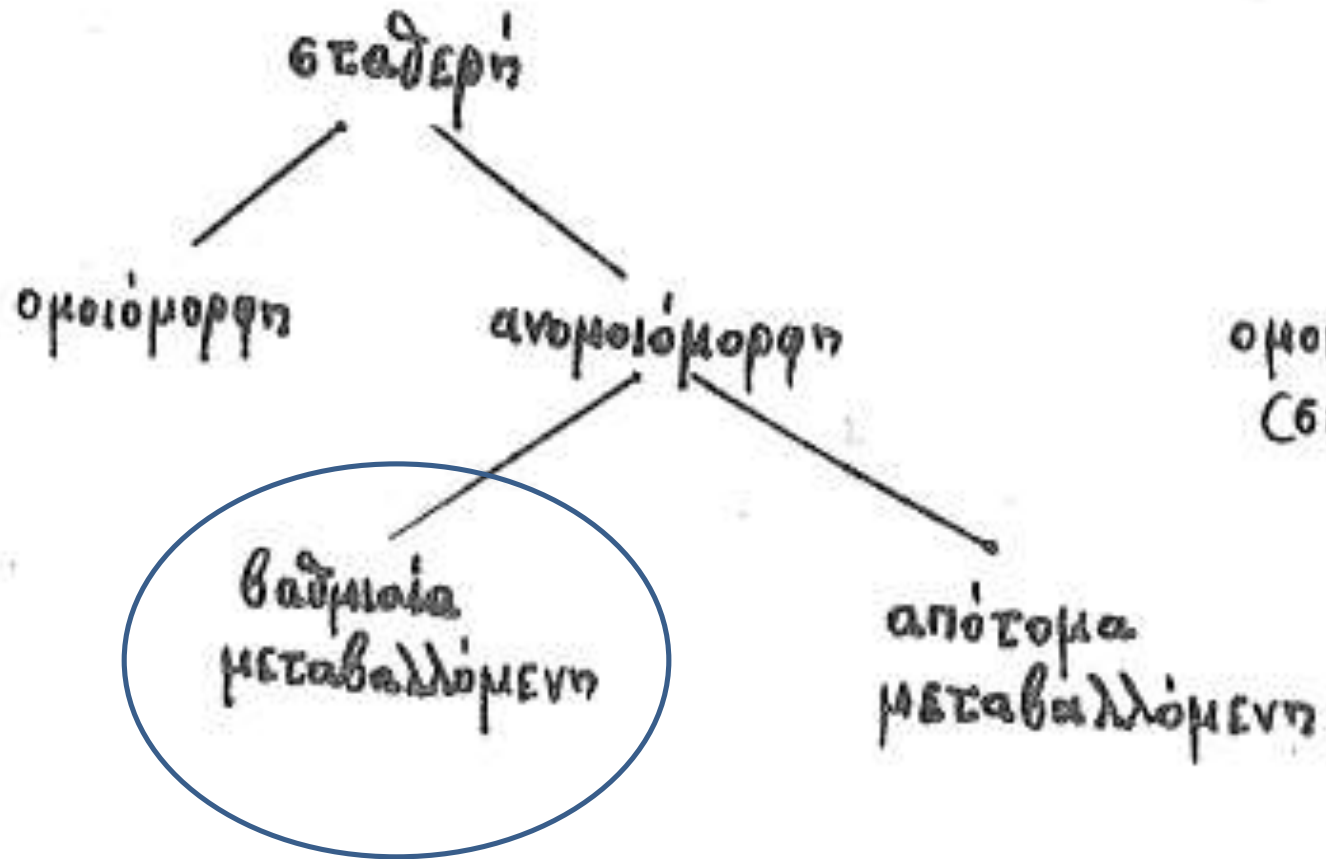


(c)



(d)

Είδη ροής



Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

- $|dy/dx| < 1$ (Δημητρίου, 1988)
- Υδροστατική διανομή πιέσεων, αμελητέες κατακόρυφες κινήσεις
- Ισχύς της εξίσωσης του Manning για τη διατμητική τάση στερεού ορίου με βάση όμως την κλίση της γραμμής ενέργειας

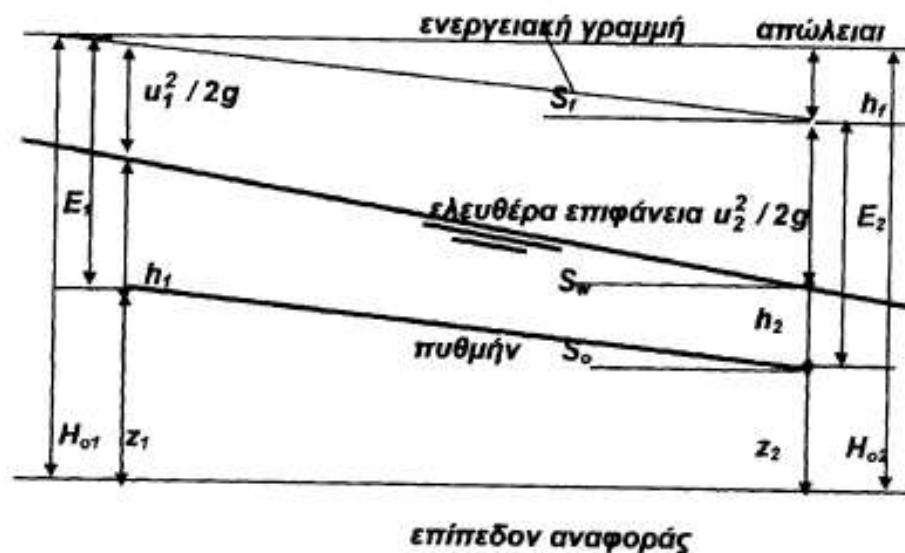
Σχόλιο: Στη BMP η κλίση πυθμένα, στάθμης ελεύθερης επιφανείας αλλά και γραμμής ενέργειας δε συμπίπτουν.

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

- Γενική εξίσωση: Ενέργειας σε διάφορες μορφές
- Μορφή καμπύλης στάθμης (βλπ πίνακες)
- Ισχύς εξίσωσης Manning σε διατομή μόνο που αντί της κλίσης πυθμένας θέτω την κλίση γραμμής ενέργειας
- Μέση κλίση της γραμμής ενέργειας μεταξύ δύο τμημάτων
- Δύο βασικές περιπτώσεις προβλημάτων:
 - Γνωστό υψόμετρο και ΔL , άγνωστο το ανάντη (ή κατάντη υψόμετρο)
 - Γνωστά δύο υψόμετρα και άγνωστο το μήκος ΔL (θέμα)

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Μορφή καμπύλης στάθμης
ελεύθερης επιφανείας



Σχήμα 11.1 Σχέσεις ενεργείας εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν

Η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως μεταξύ των διατομών 1 και 2 του Σχήματος 11.1 δίδει,

$$z_1 + h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \quad (11.6)$$

Επειδή,

$$z_1 - z_2 = S_o L \quad (11.7)$$

όπου L αποστάσεις μεταξύ των διατομών 1 και 2 και

$$h_f = S_f L \quad (11.8)$$

αι απώλειαι φορτίου, η ενεργειακή εξίσωσις (11.6) γράφεται,

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + L(S_f - S_o) \quad (11.9)$$

Η εξίσωσις κατά Manning, η οποία ισχύει μόνον διά ομοιόμορφον ροήν, δύναται να εφαρμοσθή και εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν με ακρίβειαν οποία εξαρτάται εκ του μήκους των επί μέρους κατατμήσεων Δx του ανοικτού αγωγού.

Για $L = dx \rightarrow 0$

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + L(S_f - S_0) \Leftrightarrow$$

$$E_1 - E_2 = L(S_f - S_0) \Leftrightarrow$$

$$\frac{E_1 - E_2}{S_f - S_0} = L$$

E1: ανάντη
E2: κατόντη

Av $L \rightarrow 0$

$$\frac{E_2 - E_1}{L} = S_0 - S_f \xLeftrightarrow_{L \rightarrow 0} \frac{dE}{dx} = S_0 - S_f$$

Σχέσεις που αποδείχτηκαν:

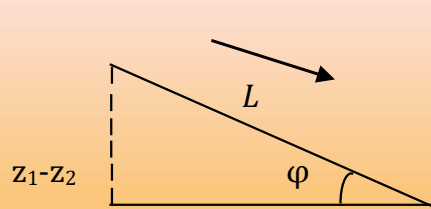
(κανόνας της αλυσίδας)

$$\frac{dE}{dy} = (1 - Fr^2), \quad Fr = \frac{Q}{\sqrt{\frac{gA^3}{B}}}$$

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f \quad (\text{από } A\Delta E)$$

$$\text{όπου } H = z + E, \quad E = y^2 + \frac{v^2}{2g}$$

Βασικές γνώσεις



ροή

$$\sin \varphi = \frac{z_1 - z_2}{L} = S_0$$

$$S_0 = \frac{z_1 - z_2}{L} = -\frac{(z_2 - z_1)}{L} = \left(-\frac{dz}{dx} \right) = \text{κλίση πυθμένα}$$

$$S_f = \frac{H_1 - H_2}{L} = \frac{h_f}{L} \text{ κλίση γραμμής ενέργειας με } L \text{ άπειρο}$$



$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dy} \frac{dy}{dx} = S_0 - S_f \Rightarrow \frac{dy}{dx} (1 - Fr^2) = S_0 - S_f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

για πρισματικές
διατομές

Μορφή καμπύλης

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - f_Y^2}$$

Προσέγγιση για αμελητέες απώλειες ενέργειας:

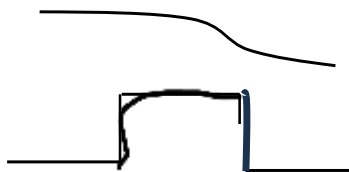
$$\frac{dy}{dx}(1 - Fr^2) = S_0$$

Όταν $S_0 = 0$

- Οριζόντιο σε μικρό μήκος
- αιχμή



$$Fr^2 = 1$$



Υπερχειλιστής
πλατιάς στέψης



$$Fr^2 = 1$$



Αεροδυναμικός
αναβαθμός

Λόγω
μικρού
μήκους δεν
μπορεί αν
αναπτυχθεί
ομοιόμορφη
ροή

Μορφή καμπύλης

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f = \frac{dE}{dy} \frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2 B}{g A^3}\right) \frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2}{g A^3} \frac{dA}{dy}\right) \frac{dy}{dx}$$

$$S_0 - S_f = \left(1 - \frac{Q^2 B}{g A^3}\right) \frac{dy}{dx} = (1 - Fr^2) \frac{dy}{dx} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{Για } y > y_n &\Rightarrow S_0 > S_f \\ \text{Για } y < y_n &\Rightarrow S_0 < S_f \end{aligned}$$

Γιατί? Βλπ επόμενη
διαφάνεια

$$\text{Για } y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$$

$$\text{Για } y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$$

$$\text{Για } y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$$

- κλίση πυθμένα

α) ήπια, όταν $y_n > y_{cr}$

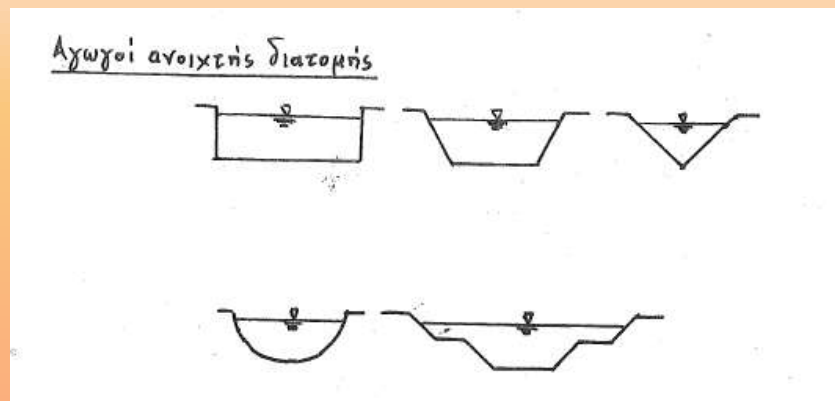
β) απότομη, όταν $y_n < y_{cr}$

γ) κρίσιμη, όταν $y_n = y_{cr}$

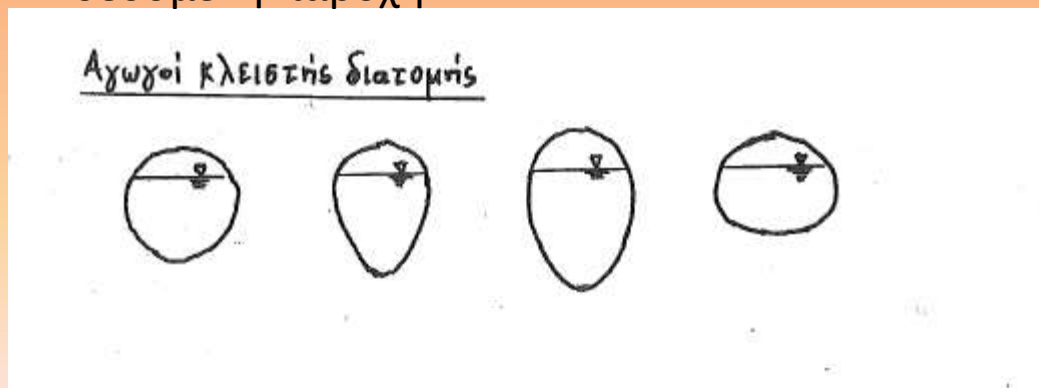
Προτιμώ τη σύγκριση με βάθος
ροής και όχι με τις κλίσεις

Δύο ειδών διατομές

Τύπου α μία βάθους ροής για δεδομένη παροχή, όσο αυξάνει το βάθος ροής αυξάνει η υδραυλική διοχετευτικότητα και η παροχή



Τύπου β δύο λύσεις βάθους ροής για δεδομένη παροχή



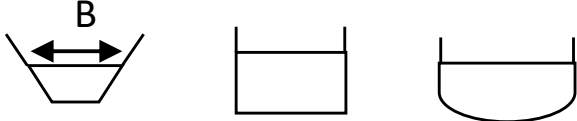
$$S_f \cong \frac{h_f}{L}$$

Ομοιόμορφη ροή

$$S_{fn} = S_0 \text{ (κλίση γραμμής ενέργειας)}$$

- $K(y) = \frac{1}{n} AR^{2/3}$ (ορισμός), οπότε

$$Q = K(y) S_f^{1/2} \Rightarrow S_f = \frac{Q^2}{K^2(y)}$$

- Για διατομές ανοιχτού τύπου,  (y ↑ → B ↑)

$$y \uparrow \Rightarrow K(y) \uparrow$$

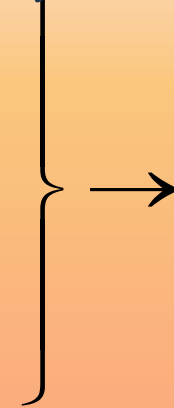
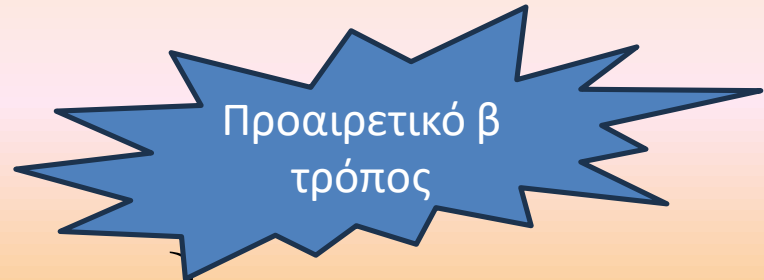
- Επομένως, για την **ίδια παροχή** (μόνιμη ροή):
 - Αν $y > y_n$ (ομοιόμορφη ροή) $\Rightarrow K(y) > K(y_n) \Rightarrow S_f < S_{fn} = S_0$
(ομοιόμορφη ροή).
 - Αν $y < y_n \Rightarrow K(y) < K(y_n) \Rightarrow S_f > S_{fn} = S_0$

- S_0 (κλίση πυθμένα) $> S_f$

Τυπου A

S_0 (κλίση πυθμένα) $> S_f$,
δεδομένη παροχή

$$\frac{1}{n} A_n R_n^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_f^{1/2}$$



$$A_n R_n^{2/3} < A R^{2/3} \rightarrow$$

*υδραυλική διοχετευτικότητα
ομοιομορφο βαθοςροής*

$$y_n < y$$

Επειδή το βάθος ροής y στη BMP μεταβάλλεται, ορίζουμε τις ακόλουθες μορφές των καμπυλών της ελεύθερης επιφάνειας:

εάν $dy/dx = 0$ τότε $J_o = J_E$ (ομοιόμορφη ροή)

εάν $dy/dx > 0$ τότε καμπύλη υπερύψωσης

εάν $dy/dx < 0$ τότε καμπύλη κατάπτωσης.

Θα εξηγηθούν ξανά τη
Δευτέρα

Προφίλ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

- Για να δω αν υπάρχει κατάπτωση η ανύψωση ε.ε. συγκρίνω τον αριθμητή και τον παρονομαστή.
- Αριθμητής: Σύγκριση με το **ομοιόμορφο βάθος**:
 - Ο όρος S_0 αναφέρεται στην κλίση και είναι ίσιος με την κλίση ομοιόμορφης ροής.
 - Ο όρος S_f στις πραγματικές απώλειες ενέργειας
- Παρονομαστής: **Έλεγχος κρίσιμης ροής** στον παρονομαστή (πραγματική)
- **Προτιμώ τη χρήση πινάκων....**

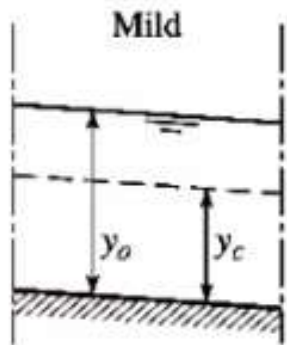
$$\begin{aligned} \text{Για } y > y_n &\Rightarrow S_0 > S_f \\ \text{Για } y < y_n &\Rightarrow S_0 < S_f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Για } y > y_{cr} &\Rightarrow Fr < 1 \\ \text{Για } y < y_{cr} &\Rightarrow Fr > 1 \\ \text{Για } y = y_{cr} &\Rightarrow Fr = 1 \end{aligned}$$

Μεθοδολογία με πίνακες

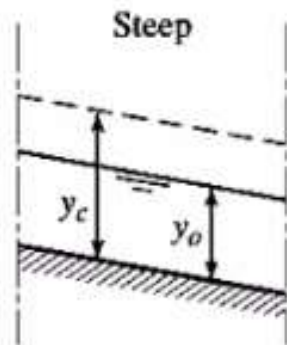
- Πρώτα τσεκάρω την κλίση. Αν είχαμε ροή ομοιόμορφη (υπόθεση δεν συμβαίνει πάντα, αποκλειστικά για έλεγχο κλίσης) η ροή θα ήταν υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη ή κρίσιμη? Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση της οριζόντιας και της αντίστροφης κλίσης που είναι καλό να αποφεύγονται για μεγάλα μήκη
- Αφού προσδιορίσω την καμπύλη (γράμμα) τότε με βάση τις πραγματικές συνθήκες ελέγχω το πραγματικό βάθος ροής με βάση τους πίνακες και αντιστοιχώ τον αριθμό

1) Κλίση πυθμένα



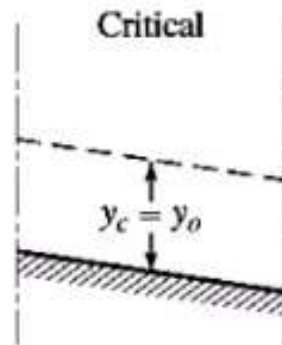
$$S_o < S_c$$

(a)



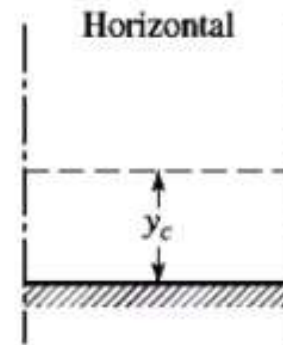
$$S_o > S_c$$

(b)



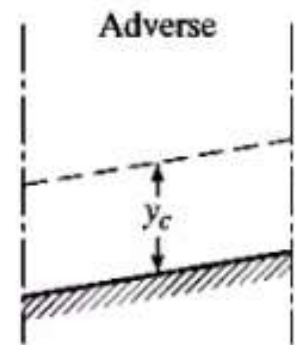
$$S_o = S_c$$

(c)



$$S_o = 0.0$$

(d)

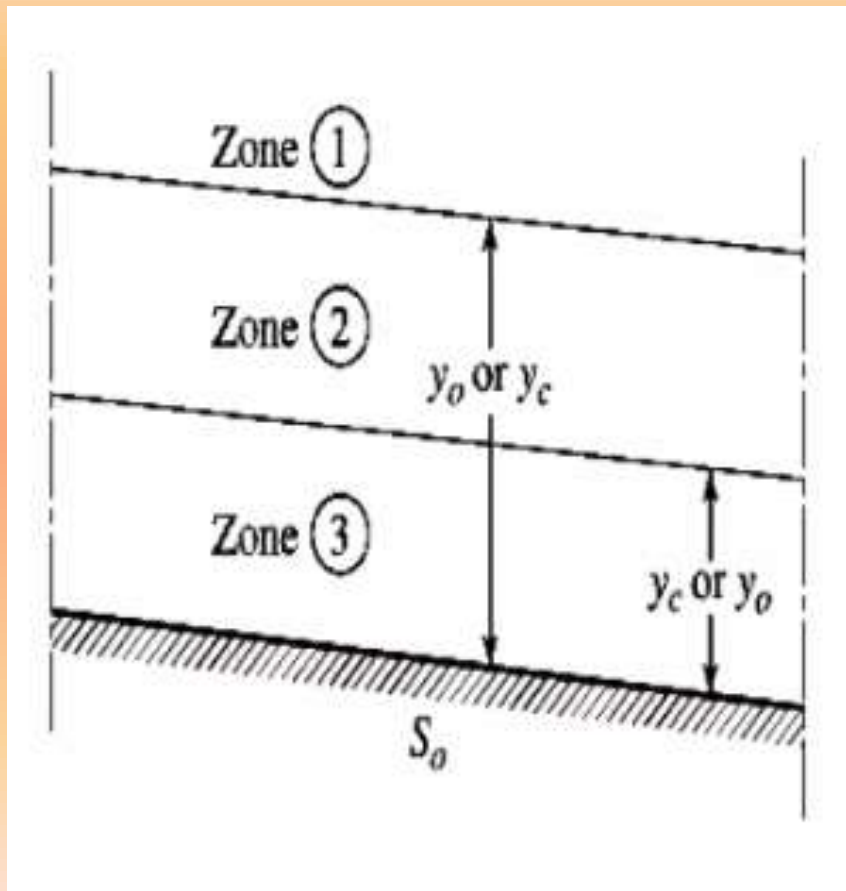


$$S_o < 0.0$$

(e)

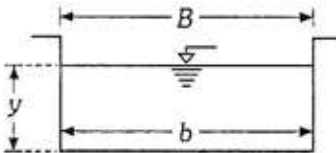
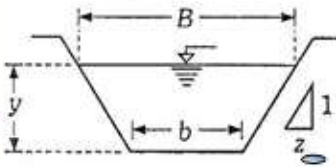
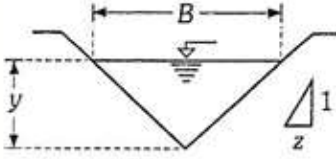
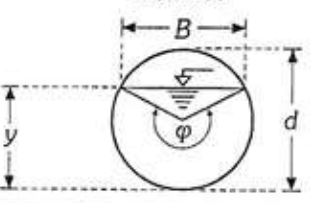
2)

Νούμερο με βάση το
πραγματικό βάθος ροής



- 1) Διάστημα υπεράνω της ανώτατης γραμμής:
 $y > y_n > y_c$ $y > y_c > y_n$ (1)
- 2) Μεταξύ των δύο γραμμών
 $y_n > y > y_c$ $y_c > y > y_n$ (2)
- 3) Μεταξύ της χαμηλότερης γραμμής και του εδάφους
 $y_n > y_c > y$ $y_c > y_n > y$

Πίν. 3.1: Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών

Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_p = A/B$	Αριθμός Froude F
Ορθογωνική 	by	$b + 2y$	$\frac{by}{b + 2y}$	b	y	$\sqrt{\frac{Q^2}{b^2 y^3 g}}$
Τραπεζοειδής 	$(b + zy)y$	$b + 2y\sqrt{1 + z^2}$	$\frac{(b + zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + z^2}}$	$b + 2zy$	$\frac{(b + zy)y}{b + 2zy}$	$\sqrt{\frac{(b + 2zy)Q^2}{(b + zy)^3 y^3 g}}$
Τριγωνική 	zy^2	$2y\sqrt{1 + z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1 + z^2}}$	$2zy$	$\frac{y}{2}$	$\sqrt{\frac{2Q^2}{z^2 y^5 g}}$
Κυκλική 	$\frac{d^2}{8}(\varphi - \sin\varphi)$	$d\frac{\varphi}{2}$	$\frac{d}{4}\left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d - y)}$	$\frac{d}{8}\left\{\frac{\varphi - \sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right\}$	$\sqrt{\frac{512Q^2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi - \sin\varphi)^3}}$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

ΤΥΠΟΙ ΚΑΤΑΤΟΜΩΝ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ ΥΔΑΤΟΣ
ΣΕ ΠΡΙΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Κλίση κυθμένα άγωγου	Συμβολισμός			Εξέση του βάθους y πρός y_n και y_c	Γενικός τύπος καμπύλης*	κατάσταση της ροής
	ζώνη 1	ζώνη 2	ζώνη 3			
Όριζόντια $S_0 = 0$	—θ—			—θ—	—θ—	—θ—
		H_2		$y_n > y > y_c$	K	*Υποκρίσιμη
			H_3	$y_n > y_c > y$	Y	*Υπερκρίσιμη
Ήπια $0 < S_0 < S_c$	M_1			$y > y_n > y_c$	Y	*Υποκρίσιμη
		M_2		$y_n > y > y_c$	K	>>
			M_3	$y_n > y_c > y$	Y	*Υπερκρίσιμη
Κρίσιμη $S_0 = S_c > 0$	C_1			$y > y_n = y_c$	Y	*Υποκρίσιμη
		C_2		$y = y_n = y_c$	O	Κρίσιμη και ομοιόμορφη
			C_3	$y_n = y_c > y$	Y	*Υπερκρίσιμη
Απότομη $0 > S_c > 0$	S_1			$y > y_c > y_n$	Y	*Υποκρίσιμη
		S_2		$y_c > y > y_n$	K	*Υπερκρίσιμη
			S_3	$y_c > y_n > y$	Y	>>
Ανάστροφη $S_0 < 0$	—θ—			—θ—	—θ—	—θ—
		A_2		$ y_n > y > y_c$	K	*Υποκρίσιμη
			A_3	$ y_n > y_c > y$	Y	*Υπερκρίσιμη

*): K = καμπύλη καταπτώσεως, Y = καμπύλη υπερυψώσεως, O = ομοιόμορφη ροή

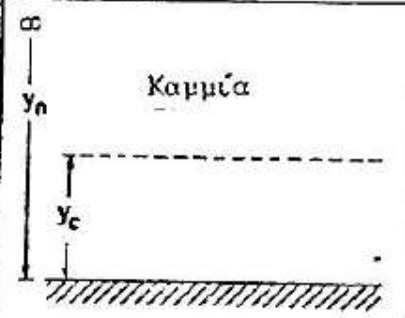
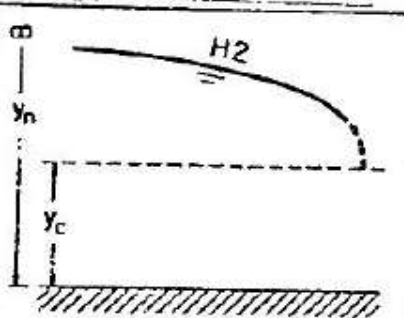
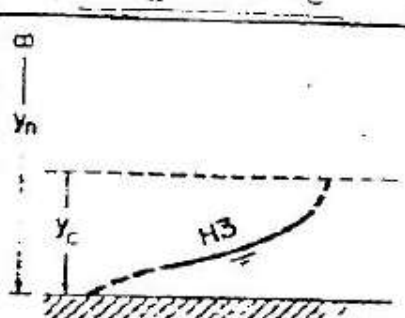
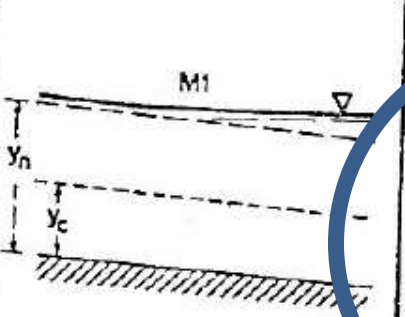
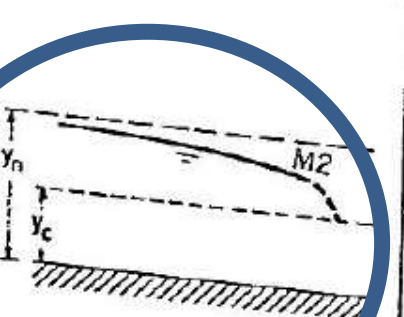
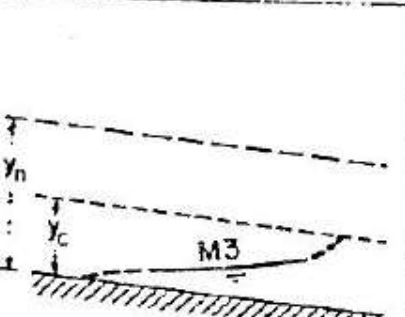
Σακκάς, 1988

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

Κατάσταση Ροής	Κατατομές στη Ζώνη		
	1 $y > y_n$ και $y > y_c$	2 $y_n > y > y_c$ ή $y_c > y > y_n$	3 $y < y_n$ και $y < y_c$
Ομαλότητα $y_n > y_c$			
Μη ομαλότητα $y_n > y_c$			
Υπερκρίσιμη $y_n < y_c$			
Ανάσπαση $y_n < y_c$			
Ανέλιξη $y_n < y_c$			

Σακκάς, 1988

4.1 Σχηματική παράσταση και ταξινόμηση των κατατομών της

Κλίση Ποθμένα	Κατατομίες στη Ζώνη		
	1 $y > y_n$ καὶ $y > y_c$	2 $y_n > y > y_c$ ἢ $y_c > y > y_n$	3 $y < y_n$ καὶ $y < y_c$
Ὅριζοντία $y_n > y_c$			
Ψηφία $y_n > y_c$			

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

$$\text{Για } y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$$

$$\text{Για } y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$$

$$\text{Για } y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$$

$$\text{Για } y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$$

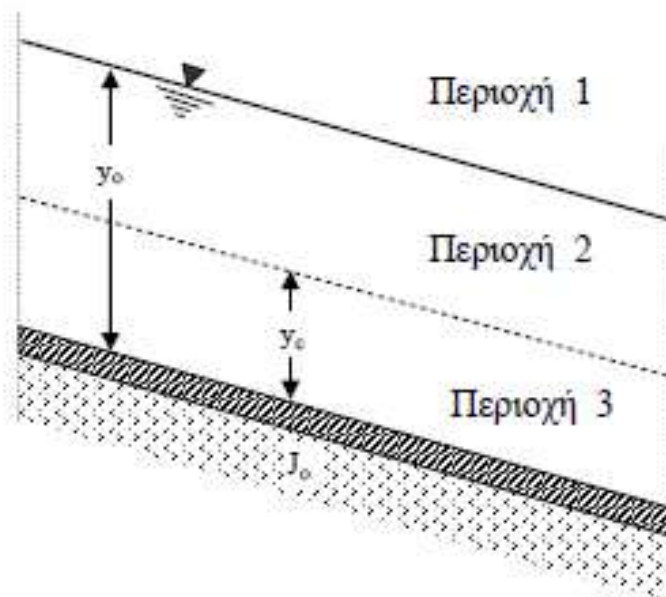
$$\text{Για } y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$$

Θέμα , M2

- Κλίση ποθμένα

Κλίση πυθμένα	Χαρακτηρισμός καμπύλης	Παρατηρήσεις
$0 < J_0 < J_c$	καμπύλη M	(από το Αγγλικό MILD = ήπια)
$J_0 = J_c$	καμπύλη C	(από το CRITICAL = κρίσιμη)
$J_0 > J_c$	καμπύλη S	(από το SUPERCRITICAL = υπερκρίσιμη)
$J_0 = 0$	καμπύλη H	(από το HORIZONTAL = οριζόντιος αγωγός)
$J_0 < 0$	καμπύλη A	(από το ADVERSE = ανάστροφη κλίση)

Για δεδομένη την κλίση, την παροχή και τη γεωμετρία της διατομής ενός ανοικτού αγωγού, μπορούμε να υπολογίσουμε το κρίσιμο καθώς επίσης και το ομοιόμορφο βάθος ροής με τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, τα οποία είναι διαφορετικά εν γένει. Χαράζουμε τον πυθμένα του αγωγού με τη δεδομένη κλίση, ενώ στη συνέχεια χαράσουμε παράλληλα με τον πυθμένα τις γραμμές του κρίσιμου και ομοιόμορφου βάθους στις αντίστοιχες αποστάσεις όπως φαίνεται από το σχήμα που ακολουθεί. Οι γραμμές του κρίσιμου και του ομοιόμορφου βάθους δεν συμπίπτουν εν



Σχήμα 6.1 Περιοχές όπου μπορεί να βρίσκεται η ελεύθερη επιφάνεια.

Ο χώρος όπου μπορεί να βρίσκεται η ελεύθερη επιφάνεια χωρίζεται επομένως σε τρεις περιοχές που ονομάζονται:

Περιοχή 1 ανάμεσα στο ομοιόμορφο ή το κρίσιμο βάθος και το άπειρο

Περιοχή 2 ανάμεσα στο κρίσιμο και το ομοιόμορφο βάθος και

Περιοχή 3 ανάμεσα στον πυθμένα και το κρίσιμο ή το ομοιόμορφο βάθος

Η καμπύλη (προφίλ) της ελεύθερης επιφάνειας σε βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή ορίζεται με βάση την κλίση του πυθμένα από την οποία προσδιορίζεται ο τύπος της καμπύλης και δείκτη τον αριθμό του υποχώρου που βρίσκεται. Για παράδειγμα καμπύλη ελεύθερης επιφάνειας M2, σημαίνει υποκρίσιμη κλίση πυθμένα ($J_o < J_c$) και βάθος ροής στην Περιοχή 2, ανάμεσα στο ομοιόμορφο και το κρίσιμο ($y_c < y < y_o$).

Κλίση Ποθμένα	Κατατομίες στη Ζώνη		
	1 $y > y_n$ καὶ $y > y_c$	2 $y_n > y > y_c$ ἢ $y_c > y > y_n$	3 $y < y_n$ καὶ $y < y_c$
Ὅριζοντία $y_n > y_c$			
Ψηφία $y_n > y_c$			

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

$$\text{Για } y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$$

$$\text{Για } y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$$

$$\text{Για } y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$$

$$\text{Για } y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$$

$$\text{Για } y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$$

Θέμα , M2

- Κλίση ποθμένα

Γενικές παρατηρήσεις.

- Για όλες τις θετικές κλίσεις $J_0 > 0$, από τη σχέση (6.14) προκύπτει ότι η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας $dy/dx \rightarrow 0$ όταν $y \rightarrow y_0$ και επομένως το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας τείνει ασυμπτωτικά προς το ομοιόμορφο βάθος, δηλαδή η ελεύθερη επιφάνεια γίνεται παράλληλη με τον πυθμένα.
- Για όλες τις κλίσεις, όταν $y \rightarrow y_c$, τότε από τη σχέση (6.14) προκύπτει ότι η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας $dy/dx \rightarrow \infty$, δηλαδή η καμπύλη της ελεύθερης επιφάνειας τείνει προς τη γραμμή του κρίσιμου βάθους με κατακόρυφη εφαπτομένη.
- Η κλίση της γραμμής ενέργειας ορίζεται από τη σχέση (6.9)

Πάντα θετική, δηλαδή, πτώση

- Όταν $dy/dx > 0$ (καμπύλη υπερύψωσης) τότε από την εξίσωση (12.9) προκύπτει ότι η κλίση της γραμμής ενέργειας μειώνεται κατά μήκος του αγωγού και επομένως η γραμμή ενέργειας στρέφει τα κοίλα προς τα επάνω.
- Όταν $dy/dx < 0$ (καμπύλη κατάπτωσης) τότε από την εξίσωση (12.9) προκύπτει ότι η κλίση της γραμμής ενέργειας αυξάνεται κατά μήκος του αγωγού και επομένως η γραμμή ενέργειας στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω.

Φορά υπολογισμών

- Υποκρίσιμη ροή: Από κατάντη σε ανάντη (θέμα) εφόσον (τα κύματα βαρύτητας μετακινούνται και ανάντη και κατάντη, 'φορείς πληροφοριών')
- Υπερκρίσιμη ροή: Από ανάντη σε κατάντη. «Η υπερκρίσιμη ροή δε γνωρίζει τη συμβαίνει κατάντη αυτής» (τα κύματα βαρύτητας μετακινούνται μόνο κατάντη)

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Άλλης μορφής διατύπωση της
εξίσωσης της ενέργειας για διακριτό
βήμα, ευθεία μέθοδος

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
Διάφορες φόρμουλες

Ενέργεια

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

Ειδική ενέργεια

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$H = z + E$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx}$$

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2}$$

Μη σταθερή διατομή

Σε περίπτωση ακανόνιστης διατομής

(όταν το εύρος του αγωγού μεταβάλλεται κατά μήκος της ροής)

ισχύει:

$$B = B(x), \quad \frac{\partial A}{\partial x} \neq 0,$$

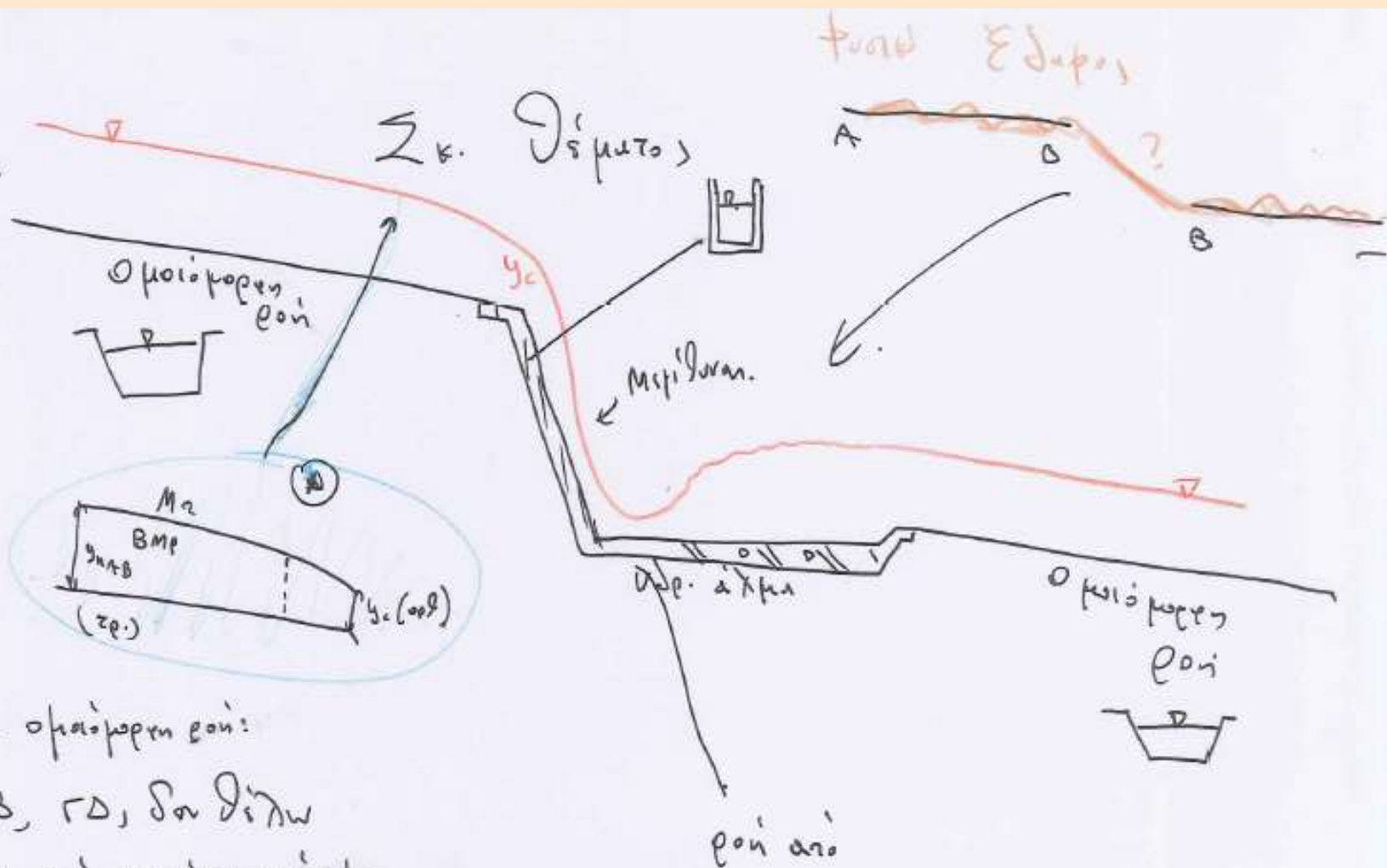
οπότε:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f + \frac{Q}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial x}}{1 - Fr^2}$$

Θέμα

Από 0 σε 1, προσεγγιστικά αμελητέες
απώλειες (μεταβατικό τμήμα)
Θεμα

Udsk. (15)
Bilag
Udsk. +
anv.
Dokument



Σ ομοίωσεν γὰρ:

AB, ΓΔ, Σα βιγδω

Η ροή να είναι μέγιστη

Θέλω να είναι "αποφασιστικό"

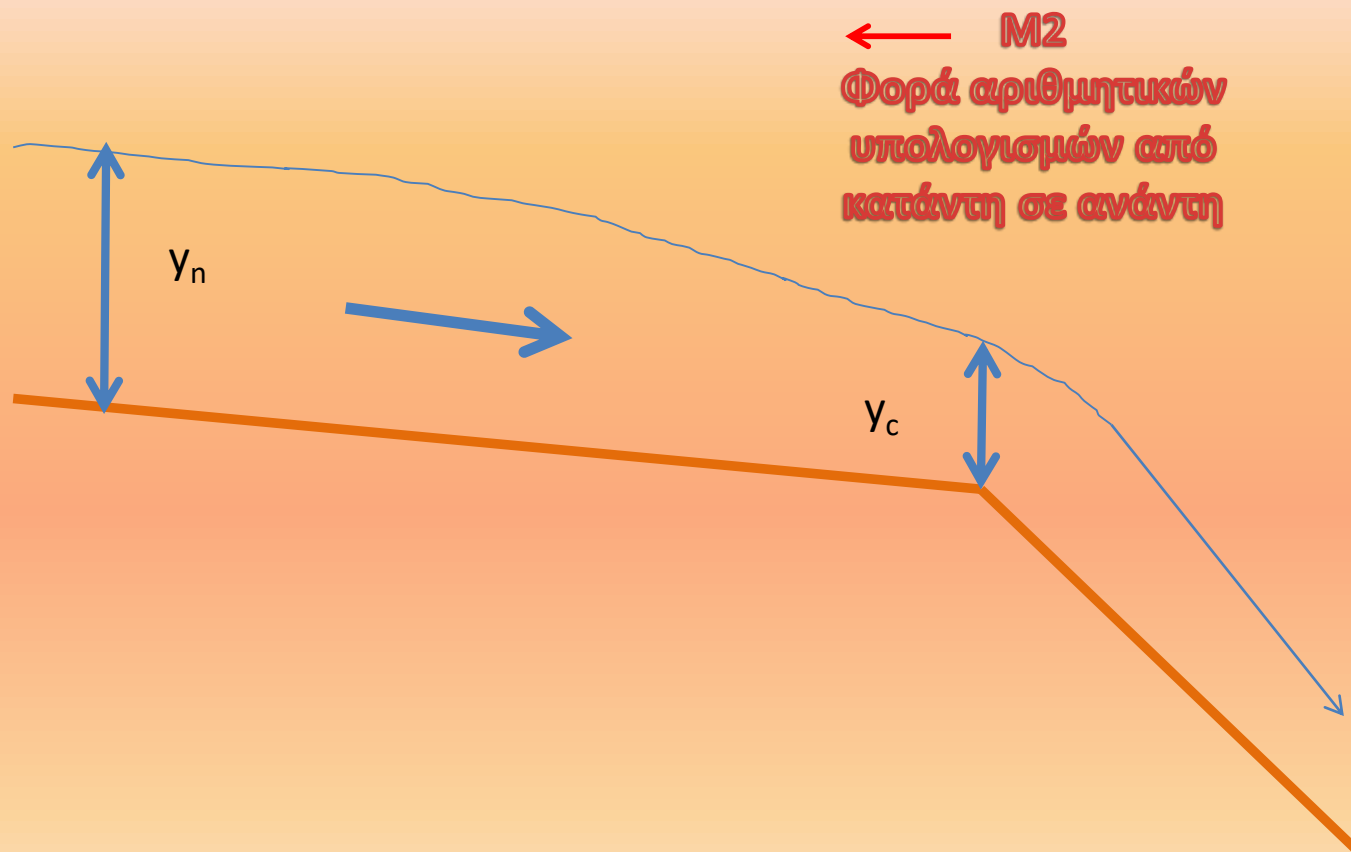
Υποκρίση.

Υπερκρίστη σε

Unkriation -

→ Υδρευτική έλξη, προσχώρηση, καταρροή, ενέρχεται

Φορά υπολογισμών: ροή
υποκρίσιμη(2) κατάντη $\rightarrow$ ανάντη (1)



- «Λεπτομέρεια»: το κρίσιμη βάθος ορίζεται για συγκεκριμένη παροχή και διατομή (εκεί και η ελάχιστη ειδική ενέργεια).
- ΑΒ, Τραπεζοειδής διατομή: $y_n = 1.75$ και $y_c = 1.293$
- Σημείο 1 ορθογωνική διατομή

- Βάθος νερού στη διατομή 1 (κρίσιμο βάθος)

$$y_1 = y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.36^2}{9.81}} = 1.25 \text{ m}$$

- Υποθέτω λοιπόν η ροή ανάντη του Ο, υποκρίσιμη με $y > 1.293 \text{ m} > 1.25 \text{ m}$ = κρίσιμο βάθος για ορθογωνική διατομή

Παράρτημα: πλήρης απόδειξη

Μόνιμη ροή, διαφορική εξίσωση εξίσωσης ενέργειας

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH}{dx} &= \frac{dz}{dx} + \frac{d\left(\frac{V^2}{2g} + y\right)}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx} \\ \frac{dH}{dx} &= -S_f \\ \frac{dz}{dx} &= -S_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dE}{dx} = S_0 - S_f$$

Με άλλο τρόπο

Μεταβολή ως προς το βάθος ροής y (κανόνας της αλυσίδας)

$$\left. \begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= \frac{d\left(\frac{V^2}{2g} + y\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{V^2}{2g} + y\right)}{dy} \frac{dy}{dx} = \left(1 + \frac{d\left(\frac{Q^2}{2gA^2}\right)}{dy}\right) \frac{dy}{dx} = \\ &= \left(1 + \frac{Q^2}{2g} \frac{d(A^{-2})}{dy}\right) \frac{dy}{dx} \\ \frac{d(A^{-2})}{dy} &= \frac{d(A^{-2})}{dA} \frac{dA}{dy} = -2A^{-3} \frac{dA}{dy} \\ \frac{dA}{dy} &= B \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dE}{dx} = S_0 - S_f = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right) \frac{dy}{dx} = (1 - Fr^2) \frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{(1 - Fr^2)}$$