

Υδραυλικό άλμα
ισορροπία ροής ορμής-
συνισταμένης δυνάμεων
ειδική δύναμη

Δρ Μ.Σπηλιώτη

Στόχοι και ύλη παρουσίασης

- Υδραυλικό άλμα (κλειδί: διατήρηση ορμής)(για κάθε διατομή και για ορθογωνική διατομή ειδικά)
- Ειδική δύναμη (για κάθε διατομή και για ορθογωνική διατομή ειδικά)
- Γενίκευση στην εφαρμογή της διατήρησης της ορμής (π.χ. εμπόδιο)
- Ασκήσεις

Υδραυλικό άλμα

ΠΑΝΤΑ συμβαίνει όταν: ροή από
υπερκρίσιμη μεταβαίνει σε υποκρίσιμη
(το αντίστροφο ΔΕΝ ισχύει)

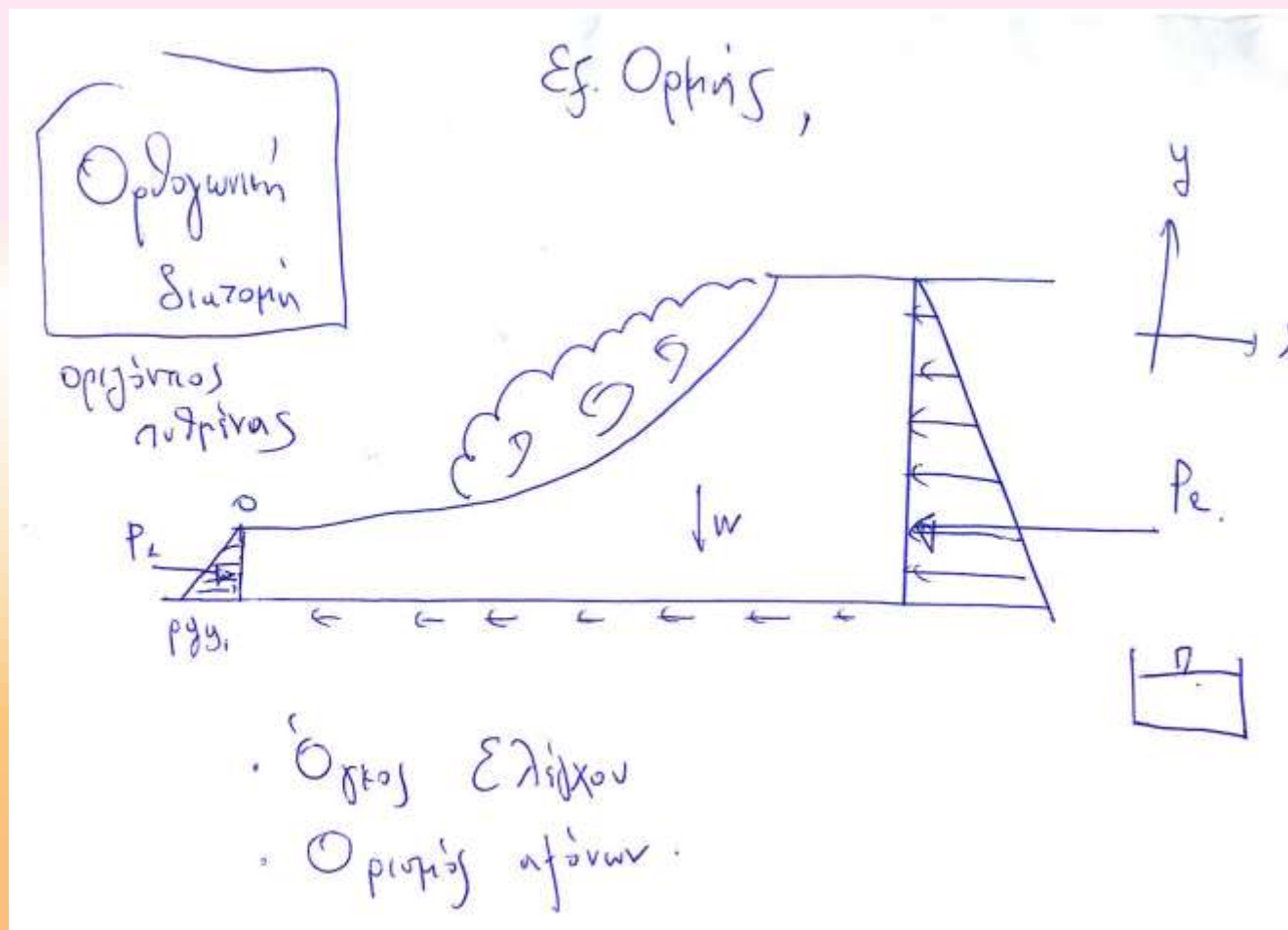
Υδραυλικό άλμα



- Χρησιμοποιείται για καταστροφή ενέργειας
- Γενικά δεν επιθυμείτε στο σχεδιασμό
- **ΠΑΝΤΑ συμβαίνει όταν: ροή από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη**
 - υπερχειλιστής
 - Από απότομη κλίση σε ήπια
- **Δαπάνη ενέργειας**
- Περιορισμένο μήκος
- Επιδράσεις στον αγωγό από ανάντη και κατάντη
- Ποια εξίσωση, Ενέργειας η ορμής?



Όγκος ελέγχου, εξίσωση ορμής



Διατήρηση ποσότητας κίνησης

Διατήρηση της ορμής

- Όγκος ελέγχου
- Διατομές κάθετες στην ταχύτητα
- Δυνάμεις λόγω πίεσης πάντα θλιπτικές, κάθετες στην επιφάνεια
- Σχεδιάζω τις δυνάμεις και ελέγχω τη φορά τους με βάση το θεωρούμενο σύστημα αξόνων
- **Η συνισταμένη των δυνάμεων εξισορροπεί τη (καθαρή) διαφορά ορμής εκροής- εισροής για μόνιμη ροή**
- Οι ταχύτητες ελέγχονται ως προς τη φορά με το θεωρούμενο σύστημα αξόνων

$$\Sigma F_x = \rho Q \left(\begin{array}{cc} V_x \text{ εκροής} & - V_x \text{ εισροής} \\ \text{V εκροής} & \text{V εισροής} \\ \text{σύγκριση φοράς} & \text{σύγκριση φοράς} \\ \text{με άξονες} & \text{με άξονες} \end{array} \right)$$

Μόνιμη
μονοδιάστατη
ροή χωρίς
διακλαδώσεις

7.1 ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Οι εξισώσεις Navier-Stokes προκύπτουν από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα και είναι η διαφορική έκφρασή του. Η αντίστοιχη ολοκληρωτική έκφραση του νόμου αυτού για κινούμενο ρευστό εκφράζεται από την παρακάτω διανυσματική εξίσωση

$$\vec{F} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \rho \vec{V} dU + \iint_{CS} (\rho \vec{V})(\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (7.1)$$

Η εξίσωση (7.1) είναι η μαθηματική έκφραση του θεωρήματος διατήρησης της ορμής. Το θεώρημα αυτό ορίζει ότι η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ των εξωτερικών δυνάμεων, που ασκούνται σ' έναν όγκο αναφοράς ενός ρευστού, ισούται με τη μεταβολή της ορμής του όγκου αναφοράς στη μονάδα του χρόνου συν την εισροή και εκροή της ορμής από την επιφάνεια που περιβάλλει τον όγκο αναφοράς.

Η εξίσωση (7.1) σε καρτεσιανές συντεταγμένες γράφεται

$$\Sigma F_x = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \rho V_x dU + \iint_{CS} (\rho V_x)(\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (7.2)$$

$$\Sigma F_y = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \rho V_y dU + \iint_{CS} (\rho V_y)(\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (7.3)$$

$$\Sigma F_z = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \rho V_z dU + \iint_{CS} (\rho V_z)(\vec{V} \cdot d\vec{A}) \quad (7.4)$$

Παντοκράτορας,
Μηχ Ρευστών

μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού. Για μόνιμη ροή οι τρεις εξισώσεις μπορούν να γραφούν ως εξής

$$\Sigma F_x = \sum_{\text{ΕΞ}} \rho Q V_x - \sum_{\text{ΕΙΣ}} \rho Q V_x \quad (7.5)$$

$$\Sigma F_y = \sum_{\text{ΕΞ}} \rho Q V_y - \sum_{\text{ΕΙΣ}} \rho Q V_y \quad (7.6)$$

$$\Sigma F_z = \sum_{\text{ΕΞ}} \rho Q V_z - \sum_{\text{ΕΙΣ}} \rho Q V_z \quad (7.7)$$

Οι εξισώσεις αυτές εφαρμόζονται ως εξής: Επιλέγεται ο κατάλληλος όγκος αναφοράς και σχεδιάζονται όλες οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτόν. Συνήθως πρόκειται για δυνάμεις πίεσης, βαρύτητας και τριβής. Σε πολλές περιπτώσεις οι δυνάμεις τριβής αγνοούνται. Επίσης στον όρο ΣF περιλαμβάνεται και η αντίδραση που ασκεί ο αγωγός στον όγκο αναφοράς του ρευστού. Κατόπιν υπολογίζονται οι κατά x συνιστώσες των δυνάμεων αυτών και τέλος υπολογίζεται η ΣF_x . Ο όρος $\sum_{\text{ΕΞ}} \rho Q V_x$ υπολογίζεται ως εξής: Σε κάθε τμήμα της επιφάνειας του όγκου αναφοράς που υπάρχει έξοδος ρευστού υπολογίζεται η παροχή Q . Υπολογίζεται η κατά x συνιστώσα της ταχύτητας V που έχει το ρευστό στην επιφάνεια εξόδου. Η συνιστώσα αυτή V_x πολλαπλασιάζεται με την πυκνότητα και την παροχή του τμήματος της επιφάνειας εξόδου. Κατόπιν υπολογίζεται το άθροισμα των γινομένων $\rho Q V_x$ για όλα τα τμήματα του όγκου αναφοράς, όπου υπάρχει έξοδος ρευστού. Το κάθε γινόμενο λαμβάνει το κατάλληλο πρόσημο που εξαρτάται από το πρόσημο της συνιστώσας V_x . Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για τον υπολογισμό του όρου $\sum_{\text{ΕΙΣ}} \rho Q V_x$ στις επιφάνειες, όπου υπάρχει είσοδος ρευστού στον όγκο αναφοράς.

Διατήρηση ορμής
μόνιμη
μονοδιάστατη ροή
Παντοκράτορας,
Μηχανική Ρευστών

$$F_{P_1} - F_{P_2} = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$\sum \vec{F}_x = P_1 A_1 - P_2 A_2 = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$(P_1 \bar{y}_1) A_1 - (P_2 \bar{y}_2) A_2 = \rho Q \left(\frac{Q}{A_2} - \frac{Q}{A_1} \right)$$

$$\bar{y}_1 A_1 - \bar{y}_2 A_2 = \frac{Q^2}{g A_2} - \frac{Q^2}{g A_1}$$

$$\bar{y}_1 A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} = \bar{y}_2 A_2 + \frac{Q^2}{g A_2}$$

$$M = \bar{y} A + \frac{Q^2}{g A}$$

Για κάθε
 είδους
 διατομή

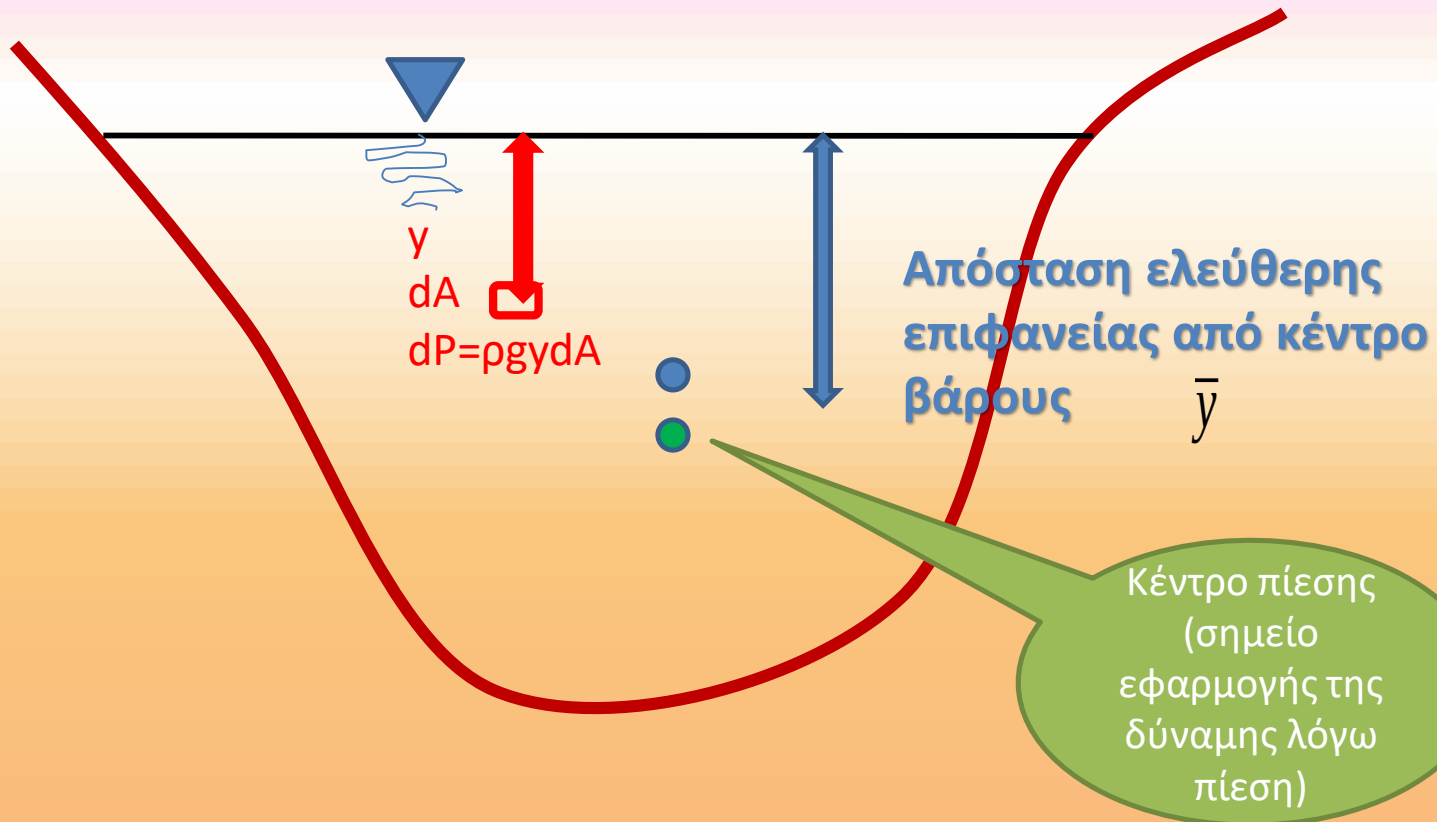
Διατήρηση της ορμής
 (όγκος ελέγχου)

Δύναμη λόγω
 πίεσης = πίεση
 στο κέντρο
 βάρους της
 επίπεδης
 επιφάνειας επί
 την επιφάνεια

- Δύναμη λόγω πίεσης =

$$P \left(= \int_A p dA = \int_A \rho g y dA = \rho g \cdot \int_A y dA = \right) \rho g \cdot \bar{y} A$$

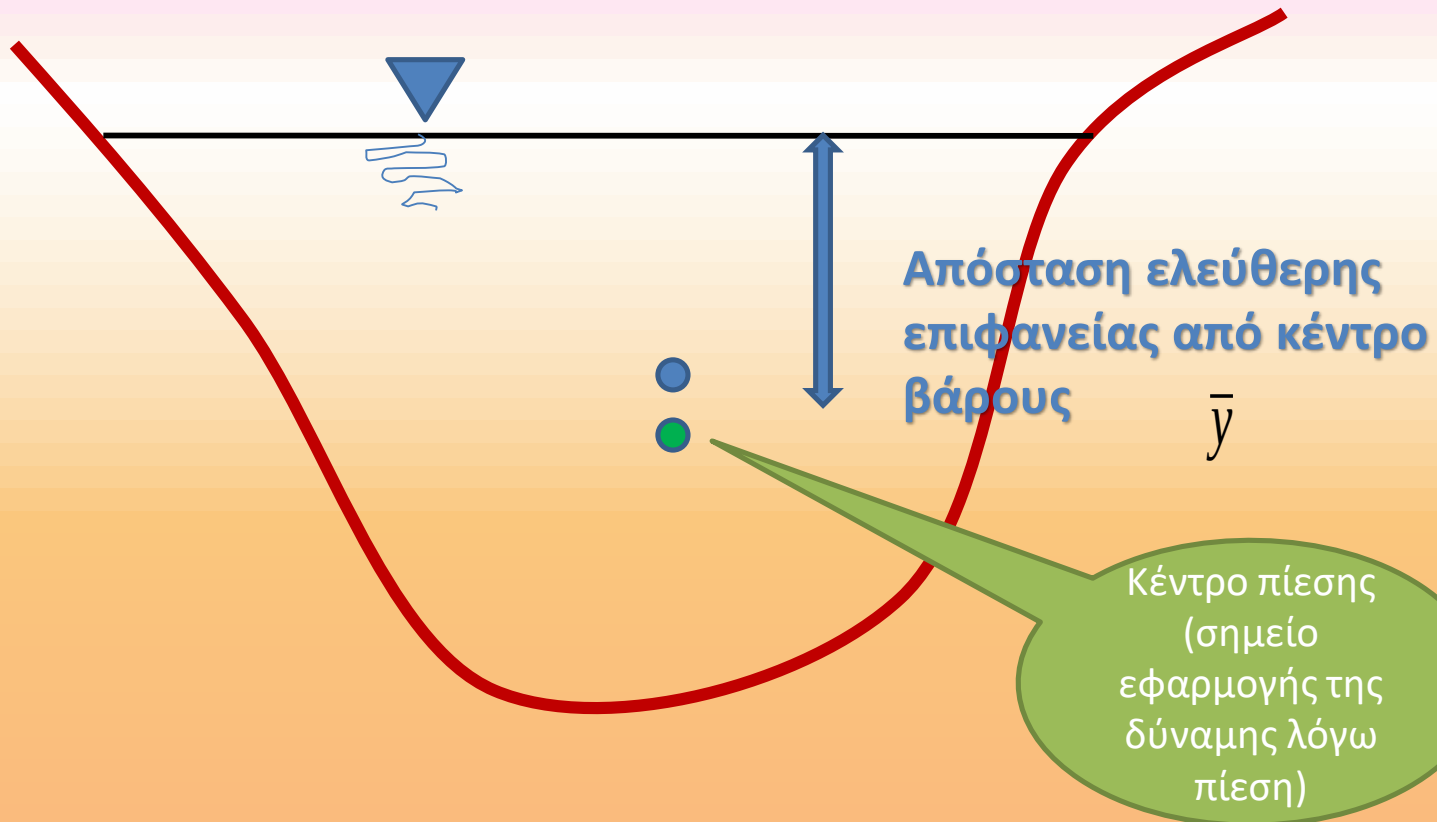
$$= \bar{p} A = \gamma \bar{y} \quad (y = \text{κατακ. απόσταση από κ.βάρους})$$



Δύναμη λόγω πίεσης σε **κατακόρυφη** επιφάνεια

$$P = \rho g \cdot \bar{y} \quad A = \bar{p}A$$

Η δύναμη λόγω πίεσης είναι
ίση με την πίεση στο κέντρο
βάρους επί τη συνολική
επιφάνεια



Ορθογωνική διατομή, ΑΔΟ

Ορθογωνική Διατομή

$$\bar{y} = \frac{y}{2}, \quad A = by$$

$$M = \frac{Q^2}{gby} + \frac{by^3}{2}$$

Η ειδική δύναμη αλλάζει από Διατομή σε Διατομή:

Δ. ορμής, σε οριζόντιο άλμα, ορθ.
 Διατομή, αμελητέες τριβές

$$\sum F_x = \rho Q (V_{1x}^{\text{εξροή}} - V_x^{\text{εισροή}}) (=)$$

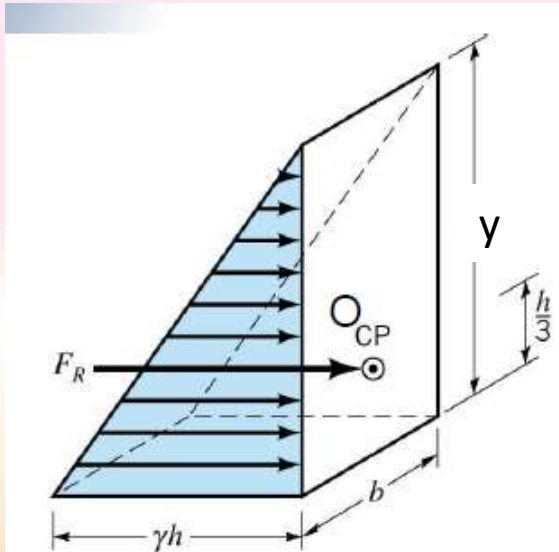
$$\Leftrightarrow \underbrace{P_1 - P_2}_{\text{πίεσεις}} + \cancel{W_{\text{μηθ}}} + \cancel{F_{T_1}}_{\text{μικροί μήκος}} = \rho Q V_2 - \rho Q V_1$$

μεταβολή ορμής

$$b \frac{\rho g \gamma_1^2}{2} - b \frac{\rho g \gamma_2^2}{2} = \rho Q \left(\frac{Q}{b \gamma_2} \right) - \rho Q \left(\frac{Q}{b \gamma_1} \right) (=)$$

$$\Leftrightarrow b \frac{\rho g \gamma_1^2}{2} + \cancel{\frac{Q^2}{b \gamma_1}} = \frac{\rho g \gamma_2^2}{2} b + \cancel{\frac{Q^2}{b \gamma_2}} \quad (*)$$

Για ορθογωνική διατομή μόνο



$$F_p = (\rho g y / 2) A = (\rho g y / 2) (b y) = \frac{1}{2} \rho g y^2 b$$

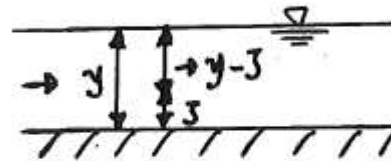
ΠΡΟΣΟΧΗ ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ
ΔΥΝΑΜΗΣ ΕΙΝΑΙ ΒΑΘΥΤΕΡΑ
(ΚΕΝΤΡΟ ΠΙΕΣΗΣ)

Συνάρτηση υδροστατικής δύναμης

- Υδροστατική δύναμη F σε μια κατακόρυγη διατομή:

$$F(y) = \gamma \int_0^y (y-z) b(z) dz$$

γ : ειδικό βάρος νερού



- Αδιάστατη υδροστατική δύναμη $\bar{F}$:

$$\frac{F(y)}{\gamma b_0^3} = \bar{F}(\bar{y}) = \frac{1}{b_0^3} \int_0^y (y-z) b(z) dz = \int_0^{\bar{y}} (\bar{y}-\bar{z}) \bar{b}(\bar{z}) d\bar{z}$$

$$F(y) = \gamma b_0^3 \bar{F}(\bar{y})$$

Τέλος διαλλείματος

Ορισμός εικονικού μεγέθους της
 ειδικής δύναμης με βάση την ορμή
 και την πίεση --- εξαρτάται από την
 διατομή---σε υδραυλικό άλμα ισχύει

$$\underbrace{\frac{b\gamma_1^2}{2} + \frac{Q^2}{b\gamma_1 g}}_{\substack{\text{|| op} \\ M_1}} = \underbrace{\frac{b\gamma_2^2}{2} + \frac{Q^2}{b\gamma_2 g}}_{\substack{\text{|| op} \\ M_2}}$$

$$M \stackrel{oe}{=} \text{ειδική δύναμη} = \frac{b\gamma^2}{2} + \frac{Q^2}{b\gamma g} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \text{εικονικό} \\ \text{μήκος} \end{array} \right\}$$

Δύο τρόποι επίλυσης για ορθογωνική διατομή

Υδροστατικό άλμα $M_1 = M_2$ (από Διατήρηση ορμής)

Σηΐδση α' τρόπου $M_1 = M_2$.

Β' τρόπου ... πράξεις:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8F_1^2} \right) \quad F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}}$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8F_2^2} \right) \quad F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g y_2}}$$

Η εξ. (8.2-6) στην περίπτωση του ορθογωνικού αγωγού, βλ. εξ. (8.2-8), γράφεται ως εξής

$$\frac{Q^2}{gby_1} + \frac{1}{2}by_1^2 = \frac{Q^2}{gby_2} + \frac{1}{2}by_2^2 \quad \text{ή} \quad \frac{(V_1by_1)^2}{gby_1} + \frac{1}{2}by_1^2 = \frac{(V_2by_2)^2}{gby_2} + \frac{1}{2}by_2^2 \quad \text{ή}$$

$$\frac{V_1^2}{gy_1} + \frac{1}{2} = \frac{V_1^2}{gy_1 \left(\frac{y_2}{y_1}\right)} + \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 \quad \text{ή} \quad F_1^2 + \frac{1}{2} = \frac{F_1^2}{\left(\frac{y_2}{y_1}\right)} + \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 \quad \text{ή}$$

$$-\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 - \left(\frac{y_2}{y_1}\right) + 2F_1^2 = 0$$

$$\text{όπου } F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}}$$

είναι ο αριθμός Froude στην ανάντη διατομή 1, όπου η ροή είναι υπερκρίσιμη. Λύνοντας την εξ. (8.4-1) προκύπτει η εξ. (8.4-3)

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) \quad (8.4-3)$$

Η εξ. (8.4-3) μπορεί να γραφτεί και με την ακόλουθη μορφή

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_2^2} - 1 \right) \quad (8.4-4)$$

$$\text{όπου } F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gy_2}} \quad (8.4-5)$$

είναι ο αριθμός Froude στην κατάντη διατομή 2, όπου η ροή είναι υποκρίσιμη.

Οι απώλειες ενέργειας μπορεί να υπολογιστούν από την εξ. (6.3-2) που γράφεται για περίπου οριζόντιο αγωγό με την ακόλουθη μορφή

$$\Delta H_{1-2} = y_1 - y_2 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2} \quad (8.3-6)$$

Μόνο για
οριζόντια
άλματα,
ορθογωνική
διατομή

Απόδειξη: β '
εξίσωση με
μεταβλητή y_2/y_1

Στάμου, 2014

Πίνακας 8.1: Ειδική Δύναμη M για αγωγούς διαφόρων διατομών

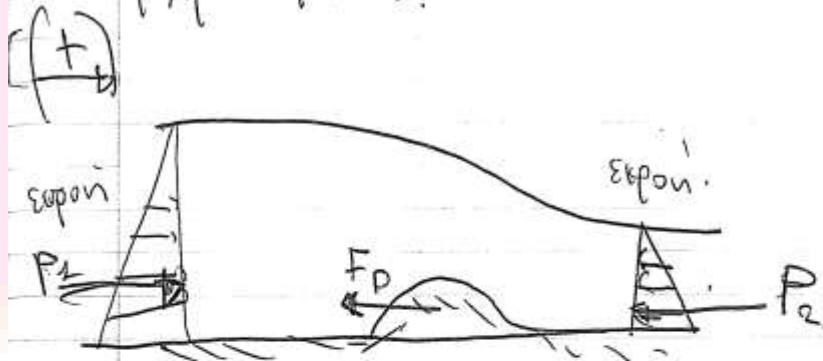
Διατομή	Ειδική Δύναμη M
Ορθογωνική	$\frac{Bh^2}{2} + \frac{Q^2}{gBh}$
Τραπεζοειδής	$\frac{Bh^2}{2} + \frac{zh^3}{3} + \frac{Q^2}{gh(B+zh)}$
Τριγωνική	$\frac{zh^3}{3} + \frac{Q^2}{gzh^2}$
Κυκλική	$\left[3\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \frac{D^3}{24} + \frac{Q^2}{\frac{gD^2(\theta - \sin\theta)}{8}}$ $(\theta = 2\cos^{-1}\left[1 - 2\left(\frac{h}{D}\right)\right])$

Εις το
τετράγωνο
τυπογραφικό
λάθος

Οριζόντιο άλμα χωρίς εμπόδιο:
 $M_1 = M_2$ για όλα τα είδη της διατομής

Γενικευση αδο όταν μεσολαβει
εμποδιο

Εμβαδά σε (ισοκύβητος) οριζόντιο πυθμένα
(μήτροι μήκους).



Διατήρηση ποσότητας κίνησης:

$$\boxed{\frac{-F_D}{\rho g} = M_a - M_1}$$

όπου $\int M = \frac{Q^2}{gA} + A\bar{y} = \text{ειδική δύναμη}$

αντιστοιχεί τα υγρά ορμή και πίεση.

Για ορθογωνική διατομή...

Υδραυλικό άλμα+οριζόντιος
πυθμένας

- Για ορθογωνική διατομή:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad M = \frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2}$$

E: ειδική ενέργεια [m]

M: ειδική δύναμη ανά μονάδα πλάτους [m²]

- Για τα συζυγή βάθη ροής y_2, y_3 ισχύει:

$$y_3 = \frac{y_2}{2} (-1 + \sqrt{1 + 8Fr_2^2})$$

$$Fr_2 = \frac{v_2}{\sqrt{gy_2}} = \frac{q}{\sqrt{gy_2^3}}$$

$$dE = E_2 - E_3$$

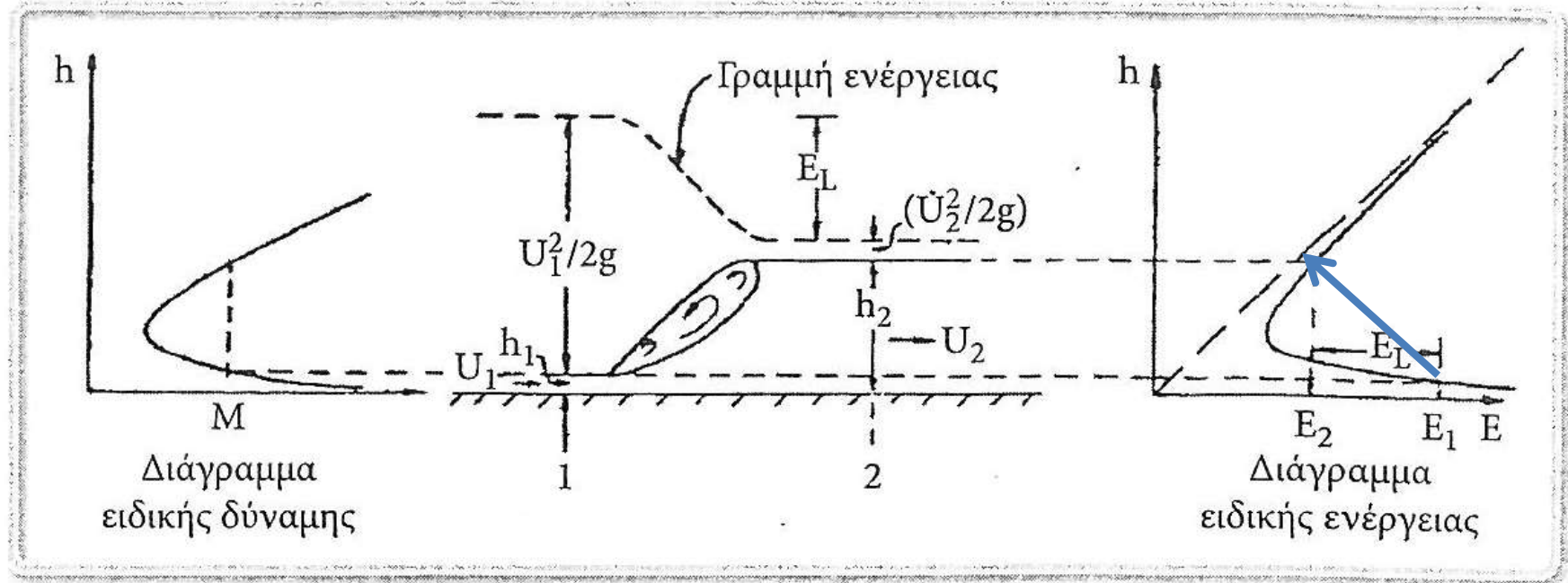
dE: ύψος απωλειών ενέργειας στο υδραυλικό άλμα

$$dE = \frac{(y_3 - y_2)^3}{4y_3 y_2}$$

$$M_1 = M_2$$

Άλλα στοιχεία θεωρίας υδραυλικού άλματος...

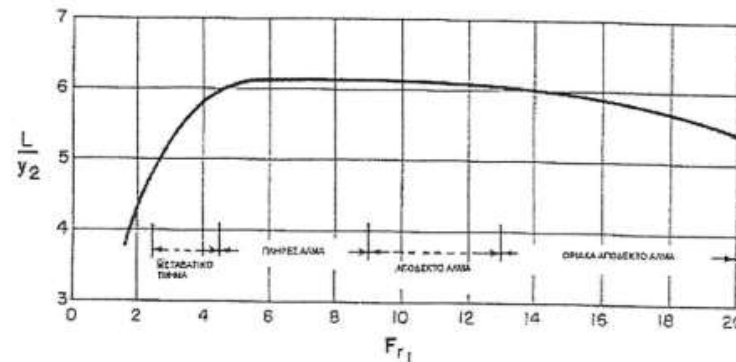
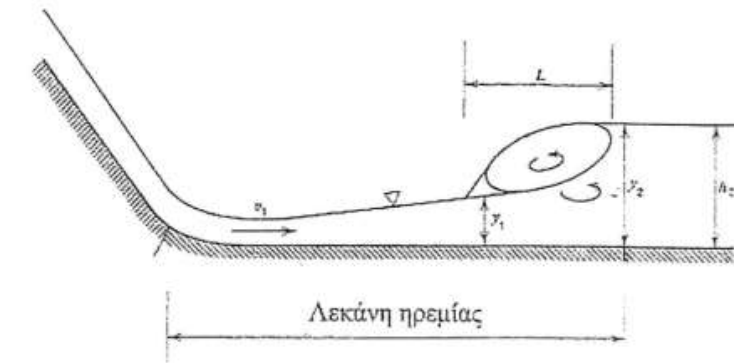
Οριζόντιο υδραυλικό άλμα



Σχήμα 3.7: Διαγράμματα ειδικής ενέργειας και ειδικής δύναμης για το υδραυλικό άλμα

Μήκος άλματος περιορισμένο, $L \approx 6y_2$

$$4.5 \leq Fr_1 \leq 13$$

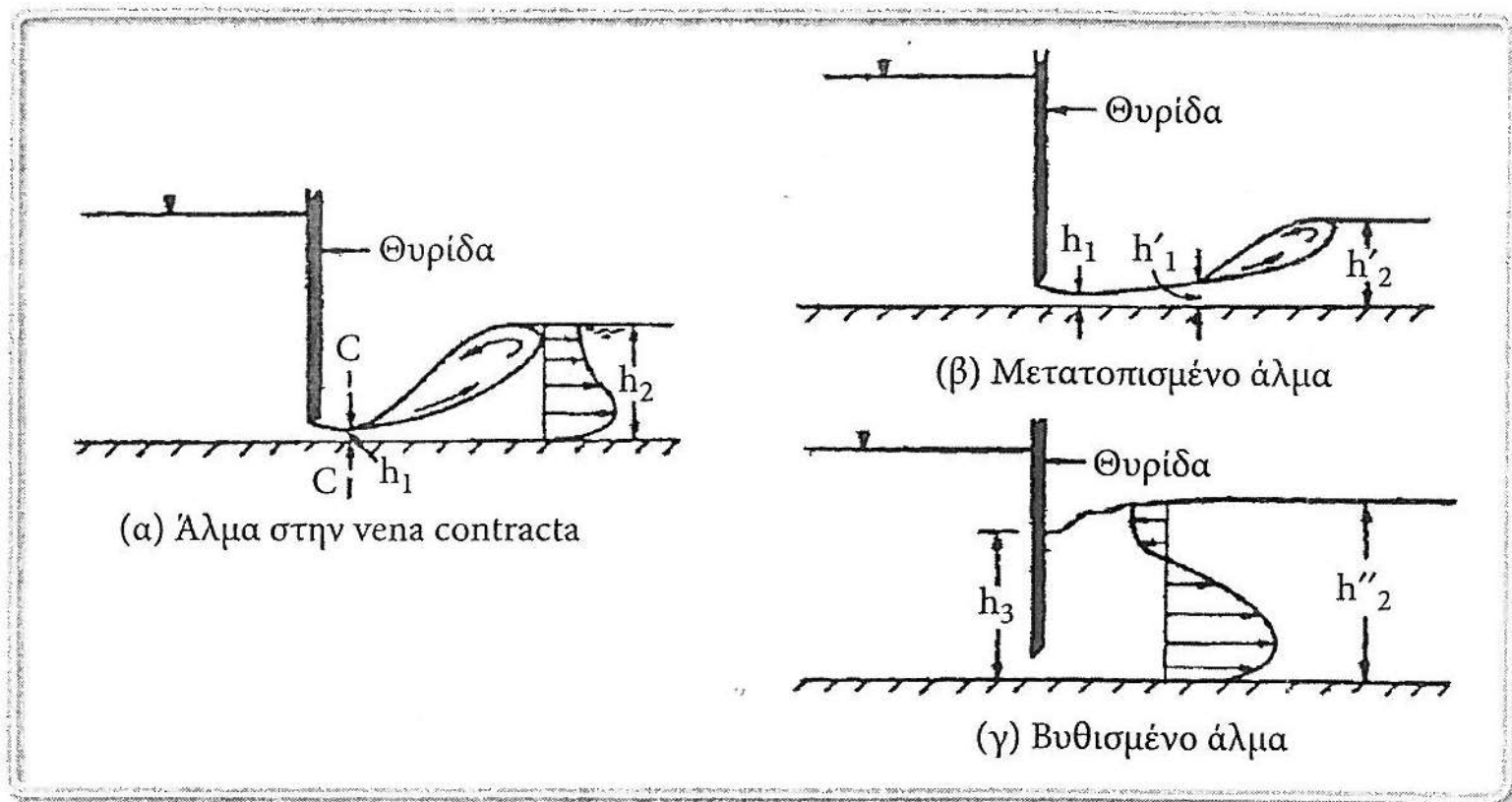


Σχ. Π2.8 Μήκος υδραυλικού άλματος

Περιπτώσεις Υδραυλικού άλματος

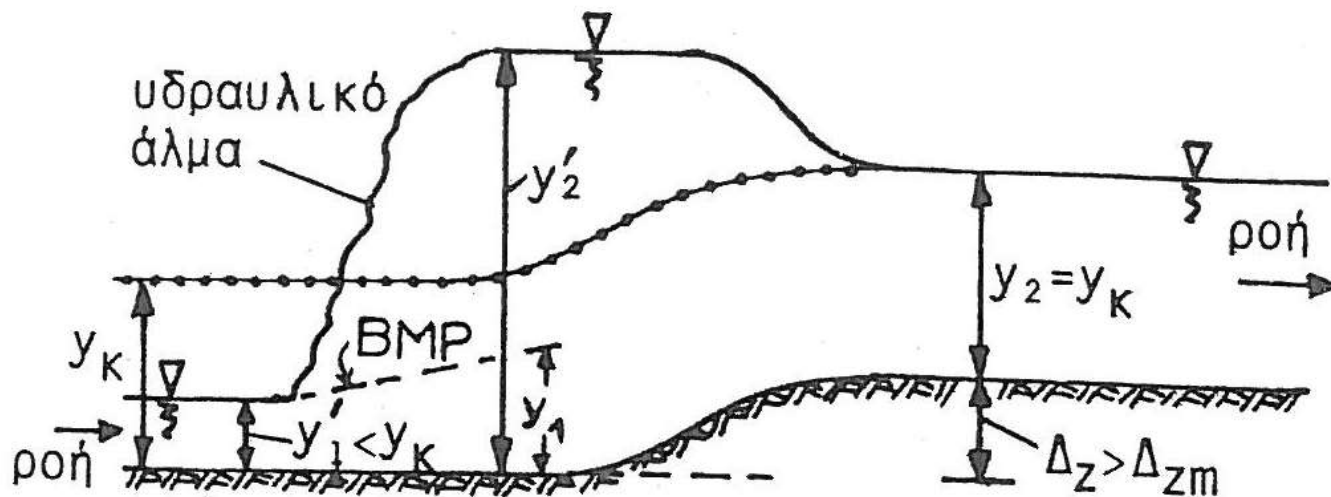
1. Όταν μειώσουμε απότομα την κλίση του πυθμένα του αγωγού από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη, οπότε και η ροή μεταβαίνει από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη.
2. Όταν σε ένα αγωγό με υποκρίσιμη ροή τοποθετήσουμε θυρόφραγμα μικρού ανοίγματος (y_c), τότε αναγκάζουμε τη ροή να γίνει πρώτα υπερκρίσιμη αμέσως κατάντη του θυροφράγματος ($y_1 > y_c$) και στη συνέχεια υποκρίσιμη ($y_2 < y_c$), βλ. Παράδειγμα 9.3-1.
3. Όταν σε ένα αγωγό με υπερκρίσιμη ροή αναγκάσουμε τη ροή να ανέλθει σε σχετικά μεγάλο ύψος αποκτώντας μεγάλο βάθος ροής ($> y_c$). Αυτό μπορούμε να το πετύχουμε τοποθετώντας στη ροή υψηλό υπερχειλιστή ή εμπόδιο ή όταν η ροή πρέπει να καταλήξει σε υψηλό υψόμετρο, π.χ. της επιφάνειας του νερού ενός ταμιευτήρα, βλ. Παράδειγμα 9.3-1.

Υδραυλικό άλμα μετά από θυρίδα, περίπτωση 2



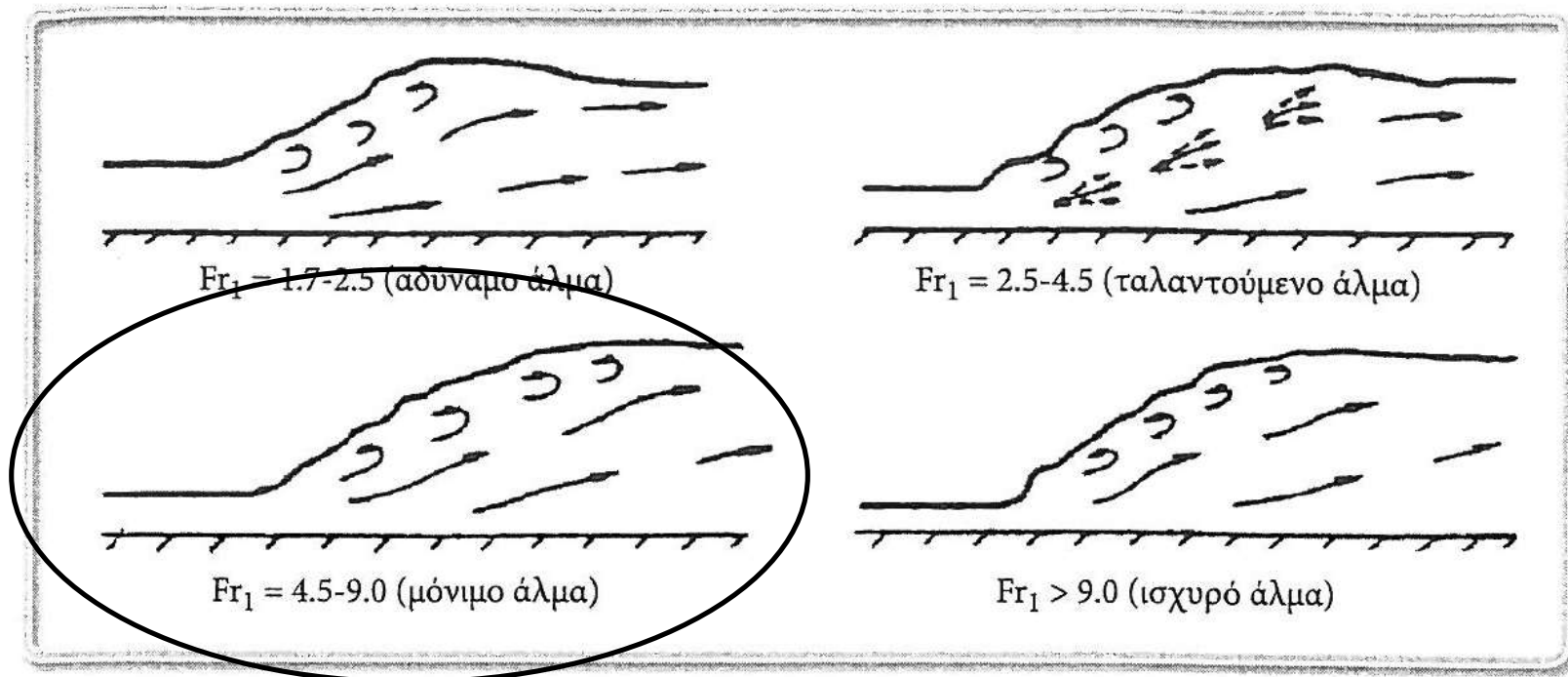
Σχήμα 3.5: Ελεύθερο και Βυθισμένο άλμα

Υπερκρίσιμη ροή σε υψηλό εμπόδιο, περίπτωση (3), Δημητρίου...



Σχήμα 104

Είδη άλματος



Σχήμα 8.6: Επίδραση του αριθμού Froude στο τύπο του άλματος

Εφαρμογή

Υδατικό άλμα εμφανίζεται σε αγωγό Τραπεζοειδούς διατομής πλάτους πυθμένα $b_0 = 5\text{ m}$, κλίση πρανών $2:1$. Το συνηγές βάθος ανάκτη του άλματος είναι $y_2 = 2\text{ m}$ και η παροχή $Q = 50\text{ m}^3/\text{s}$. Ποιο είναι το συνηγές βάθος y_1 καβάκη του άλματος? (Πυθμένα περίπου οριζόντιο)

Πύση:

α' τρόπος

(1)

Ορμή και ενέργεια
Τραυματική διατομή

$$M_1 = M_2$$

Σε τραυματική διατομή

$$M = \frac{b y_1^2}{2} + \frac{2 y_2^3}{3} + \frac{Q^2}{g y_1 (b + 2 y_1)}$$

$$M_1 = \frac{5 \cdot 1^2}{2} + \frac{2 \cdot 1^3}{3} + \frac{50^2}{8 \cdot 1 (5 + 2 \cdot 1)}$$

$$M_2 = \frac{5 \cdot y_2^2}{2} + \frac{2 \cdot y_2^3}{3} + \frac{50}{8 y_2 (5 + 2 y_2)}$$

Οριζόντιο
άλμα $M_1 = M_2$

Ειδική
δύναμη με
βάση την
εξίσωση της
ορμής,
διαφέρει από
διατομή σε
διατομή

= εξίσωση με δύναμη

$$y_2 = 2.66 \text{ m}$$

Λύση:

Α τρόπος

$M1=M2$, για οριζόντιο υδραυλικό άλμα,
προσοχή στην άσκηση μη ορθογωνική
διατομή, επίλυση με δοκιμές

Πίνακας 8.1: Ειδική Δύναμη M για αγωγούς διαφόρων διατομών

Διατομή	Ειδική Δύναμη M
Ορθογωνική	$\frac{Bh^2}{2} + \frac{Q^2}{gBh}$
Τραπεζοειδής	$\frac{Bh^2}{2} + \frac{zh^3}{3} + \frac{Q^2}{gh(B+zh)}$
Τριγωνική	$\frac{zh^3}{3} + \frac{Q^2}{gzh^2}$ Πρίνος, 2014
Κυκλική	$\left[3\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \frac{D^3}{24} + \frac{Q^2}{\frac{gD^2(\theta - \sin\theta)}{8}}$ $(\theta = 2\cos^{-1}\left[1 - 2\left(\frac{h}{D}\right)\right])$

Οριζόντιο άλμα χωρίς εμπόδιο:
 $M1=M2$ για όλα τα είδη της διατομής

Η απώλεια ενέργειας δε είναι

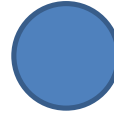
$$H_1 = H_2 + \sum h_{f0\lambda} \quad \bullet$$

$$\sum h_{f0\lambda} \approx \sum h_{ω. \dot{\lambda} \mu \alpha \tau \omega \lambda}$$



→

(2)



$$\cancel{z_1} + E_1 = \cancel{z_2} + E_2 + \sum h_{ω. \dot{\lambda} \mu \alpha \tau \omega \lambda} \quad \text{or}$$

$$\Rightarrow E_1 - E_2 = \sum h_{ω. \dot{\lambda} \mu \alpha \tau \omega \lambda} \quad \text{or}$$

Λόγω άλματος, δευτερεύουσες ροές δίνες κλπ καταστροφή ενέργειας πάντα, δεν ισχύει η εξίσωση DARCY-Weisbach, manning κλπ

Λύση:

β τρόπος

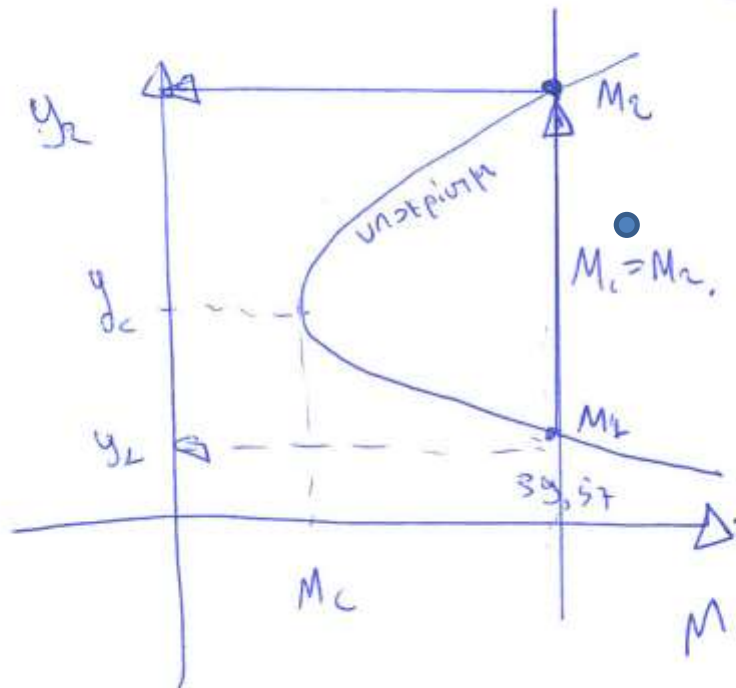
$M1=M2$, για οριζόντιο υδραυλικό άλμα,
γραφική επίλυση από διάγραμμα

Β' τρόπος

Κατασυνάω την καμπύλη $M(y)$

$$M(y) = \frac{5}{2}by^2 + \frac{2}{3}zy^3 + \frac{Qz = 50^2}{gg(b + zy)}$$

$\frac{5}{2}$ $\frac{2}{3}$ $Qz = 50^2$
 by^2 zy^3 $gg(b + zy)$
 $\frac{5}{2}$ $\frac{2}{3}$



$$M(y_1) = 39.57 \text{ m}^2 \text{ (υπερβολή)}$$

$$M_1 = M_2 \Rightarrow \text{φύση κατακόρυφη} \rightarrow y_2 = y_1$$

Β' τρόπος
γραφική
επίλυση

Πίνακας 8.1: Ειδική Δύναμη M για αγωγούς διαφόρων διατομών

Διατομή	Ειδική Δύναμη M
Ορθογωνική	$\frac{Bh^2}{2} + \frac{Q^2}{gBh}$
Τραπεζοειδής	$\frac{Bh^2}{2} + \frac{zh^3}{3} + \frac{Q^2}{gh(B+zh)}$
Τριγωνική	$\frac{zh^3}{3} + \frac{Q^2}{gzh^2}$
Κυκλική	$\left[3\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \frac{D^3}{24} + \frac{Q^2}{\frac{gD^2(\theta - \sin\theta)}{8}}$ $(\theta = 2\cos^{-1}\left[1 - 2\left(\frac{h}{D}\right)\right])$

Οριζόντιο άλμα χωρίς εμπόδιο:
 $M1=M2$ για όλα τα είδη της διατομής

**Λεκάνες ηρεμίας υδραυλικού
άλματος**

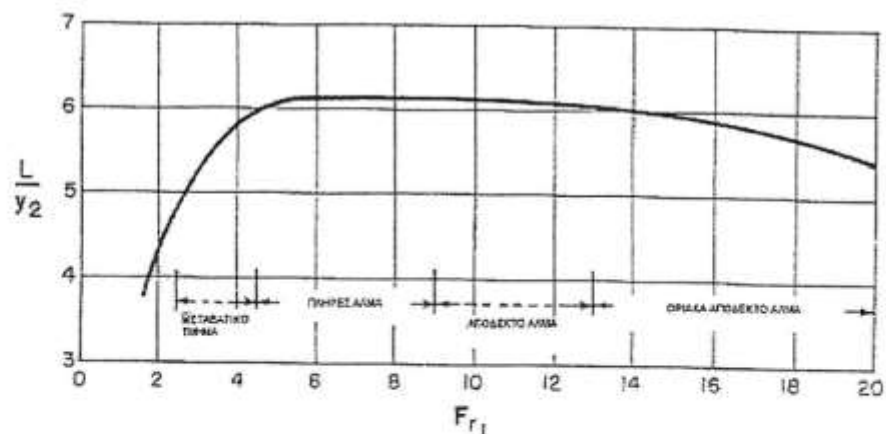
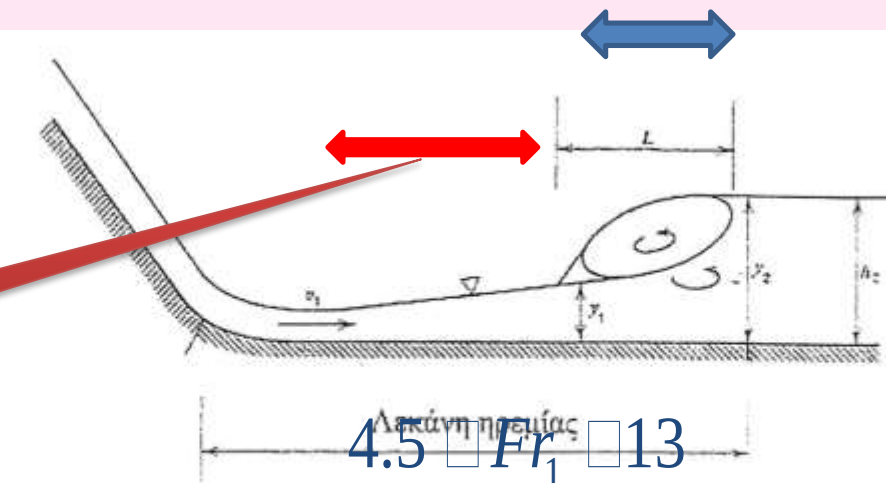
Λεκάνες καταστροφής ενέργειας

- Μετά από υπερχειλιστές φραγμάτων, έντονης διαφοράς αναγλύφου, σε έργα ορεινής υδρονομίας κλπ
- **Υδραυλικό άλμα**
- Κατασκευή από οπλισμένο σκυρόδεμα
- Επίδικο: Μείωση μήκους λεκάνης ηρεμίας με σειρές οδοντώσεων ή διαφραγμάτων --- μείωση κόστους

Χωρίς μέριμν

Μήκος άλματος περιορισμένο, $L \approx 6y_2$

Θέμα: Δεν έχω BMP



Σχ. Π2.8 Μήκος υδραυλικού άλματος

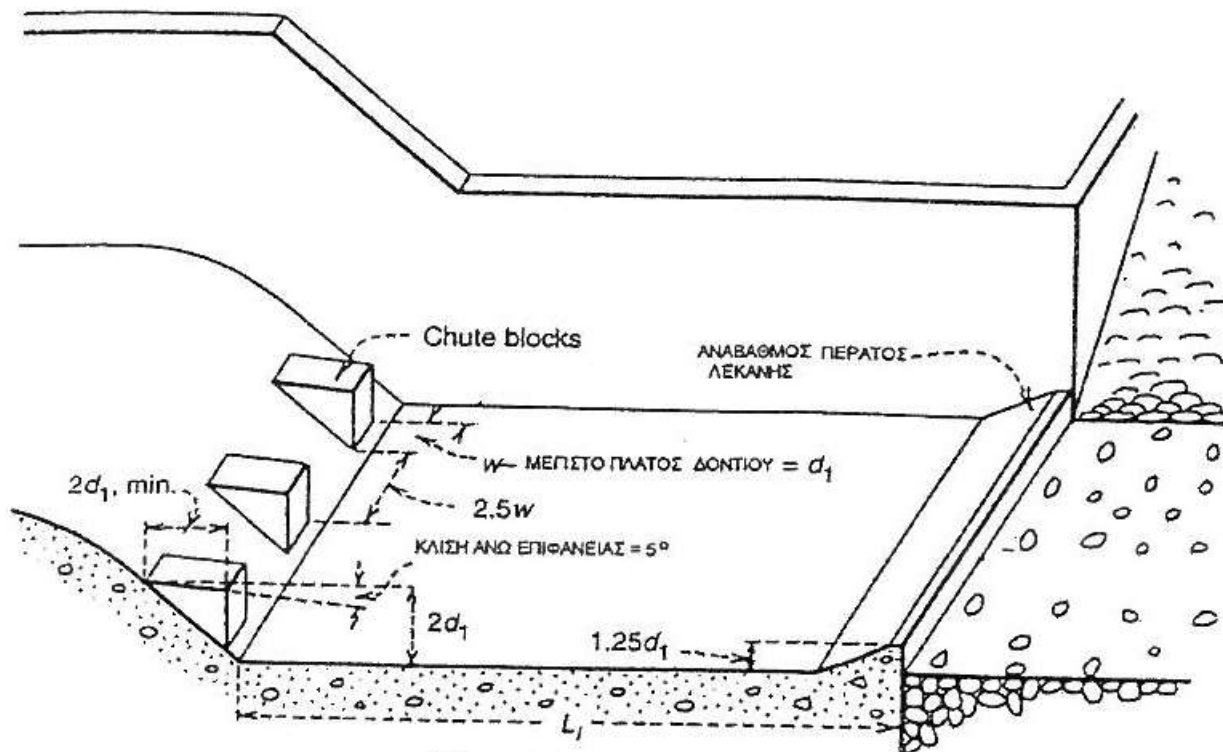
Λεκάνες USBR

Με βάση το είδος του άλματος το U.S. Bureau of Reclamation έχει αναπτύξει τυπικά σχέδια Λεκανών ηρεμίας όπως φαίνονται στα Σχήματα Π2.11, Π2.12 και Π2.13.

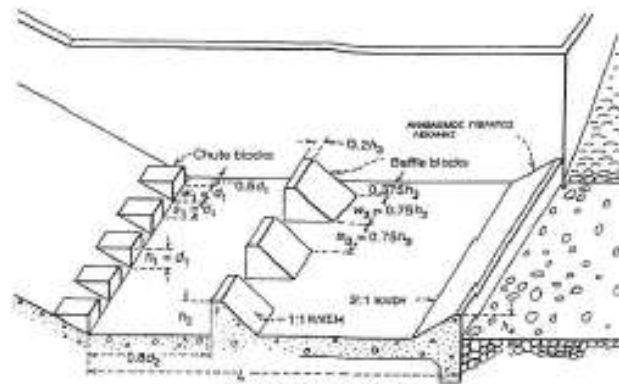
Για αριθμούς Froude μεταξύ 1.7 και 2.5 δεν απαιτούνται ιδιαίτερες κατασκευές. Για αριθμούς Froude μεταξύ 2.5 και 4.5 συνιστώνται κατασκευές τύπου IV (Σχ. Π2.11) χωρίς κεντρικά εμπόδια. Για αριθμούς Froude μεγαλύτερους του 4.5 συνιστώνται διατάξεις τύπου III όταν οι ταχύτητες δεν υπερβαίνουν τα 18 m/s ενώ για ταχύτητες μεγαλύτερες διατάξεις τύπου II. Το μήκος της Λεκάνης ηρεμίας προκύπτει μεγαλύτερο στις διατάξεις τύπου II.

Από Μπέλλος, 2008

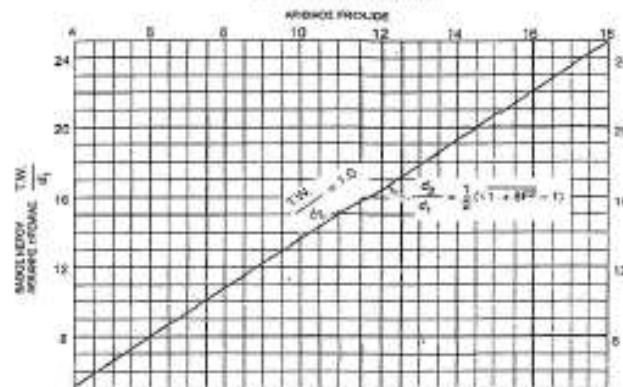
Τύπου IV, $2.5 \leq Fr_1 \leq 4.5$



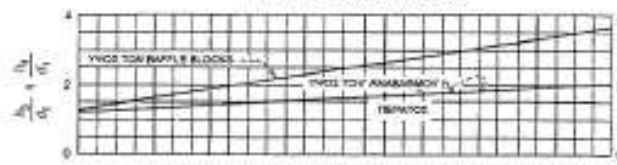
(a) ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΛΕΚΑΝΗΣ ΤΥΠΟΥ IV



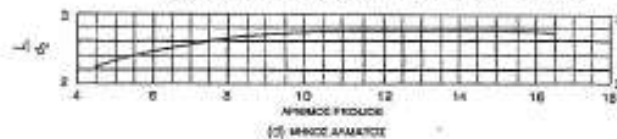
(Α) ΔΙΑΤΑΞΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΤΥΠΟΥ (Ι)



(Β) ΒΑΘΥΜΕΤΡΟΝ ΣΦΑΙΡΙΚΟΥ ΠΡΟΦΥΛΛΟΥ



(C) ΥΨΟΣ ΤΩΝ ΒΑΦΛΕ ΒΛΟΚΚΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΝΑΚΛΙΝΩΝ ΓΕΦΥΡΑΣ ΤΗΣ ΛΕΚΑΝΗΣ



(D) ΜΗΚΟΣ ΑΝΑΚΛΙΝΤΩΝ

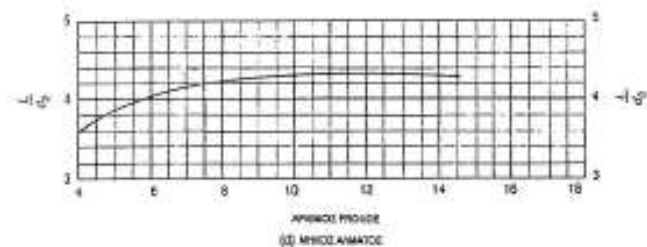
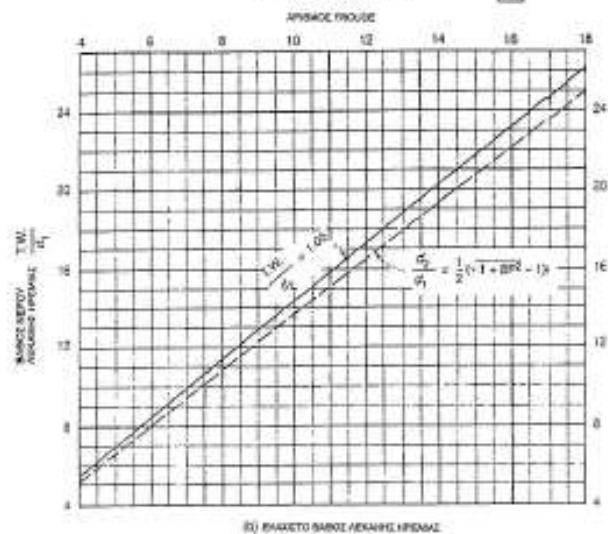
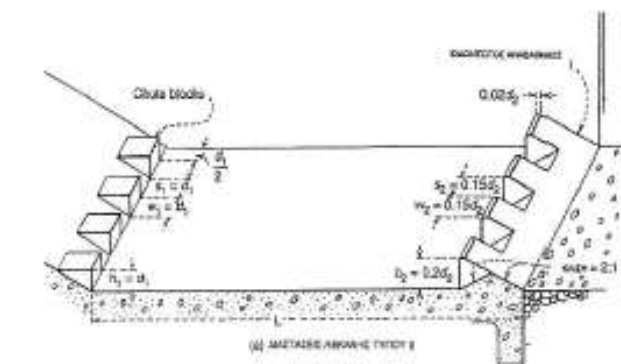
$$q \leq 20 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{Για } 4,5 \leq Fr < 14$$

$$L \approx 2.7 \gamma_2$$

(Χριστοδούλου κ.ά,
2007)

Σχ. Π2.12 Λεκάνη ηρεμίας τύπου III για αριθμούς Φρουδε μεγαλύτερους του 4.5 και ταχύτητες μικρότερες των 18 m/s

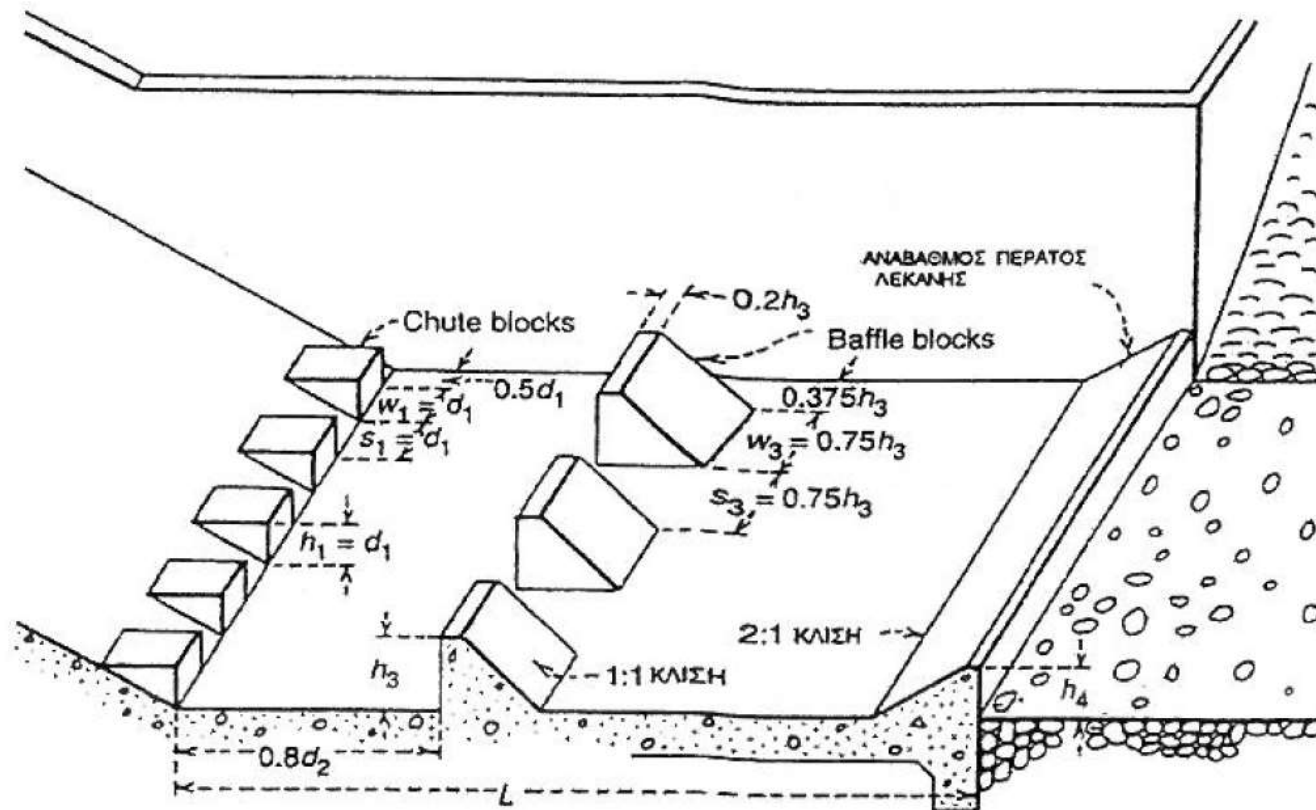


χ. Π2.13 Λεκάνη ηρεμίας τύπου ΙΙ για αριθμούς Froude μεγαλύτερους του 4.5 και ταχύτητες μεγαλύτερες των του 18 m/s

$L \approx 4y_2$
 $q \leq 50 \text{ m}^2/\text{s}$
 (Χριστοδούλου κ.ά, 2007)

Αντί γ τα
διαγράμματα
έχουν D

III



ΔΙΑΛΛΕΙΜΑ

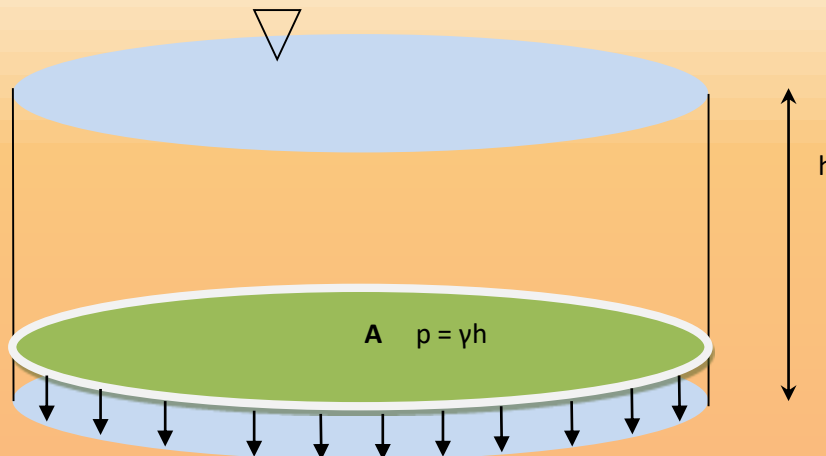
ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΛΟΓΩ ΠΙΕΣΗΣ

Ανάλυση δυνάμεων λόγω πίεσης

- Υδροστατική κατανομή
- Θλιπτική πάντα
- Η πίεση αλλάζει με το βάθος κατακόρυφη επιφάνεια
- Λύση: Κατακόρυφη επιφάνεια, δύναμη από πιέσεις= πίεση στο κέντρο βάρους επί επιφάνεια (για υδροστατική κατανομή των πιέσεων)
- «άσχετο»: η δύναμη λόγω πίεσης ασκείται σε μεγαλύτερο βάθος στο κέντρο πίεσης

Επανάληψη

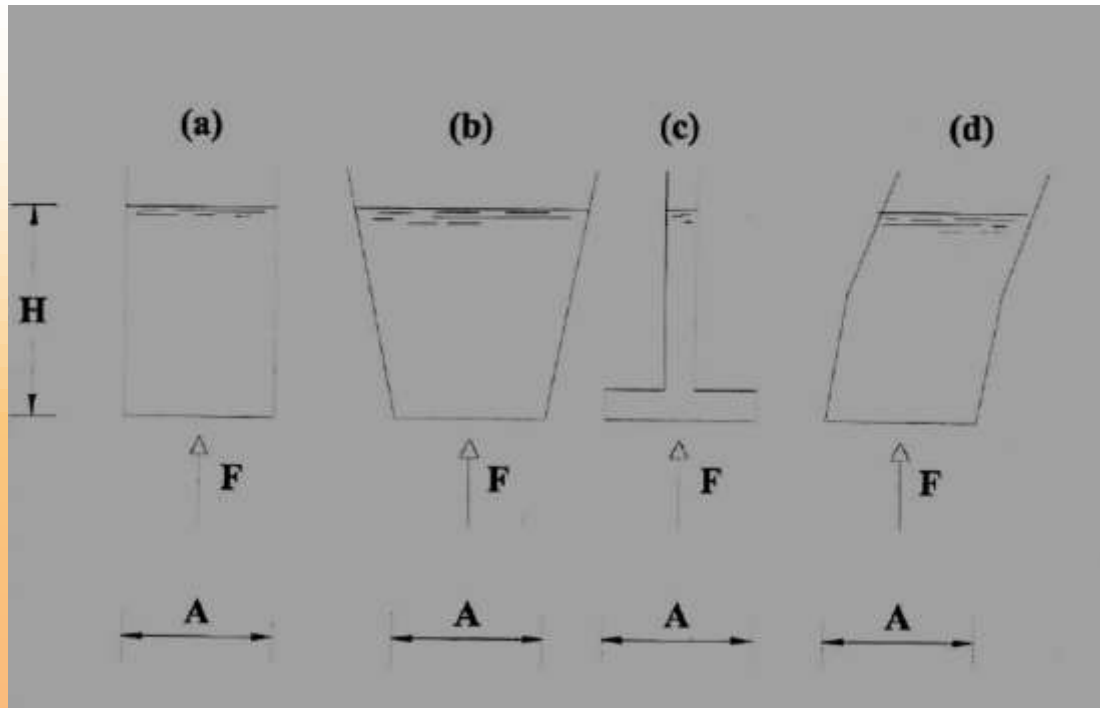
- 1) Συνισταμένη πίεσης σε οριζόντια επιφάνεια (π.χ. πυθμένας δεξαμενής). Σε αυτήν την περίπτωση η πίεση είναι παντού ίδια $p = \gamma h = \text{σταθ.}$**
- Η δύναμη πίεσης που εξασκείται στο πυθμένα είναι $F = \gamma h A$
 - Το κέντρο πίεσης (σημείο εφαρμογής της συνισταμένης πίεσης) ταυτίζεται με το κέντρο βάρους της επιφανείας



Σχ. Κατανομή των πιέσεων στον πυθμένα δεξαμενής.

Συνισταμένη πίεσης σε οριζόντια επιφάνεια (συνέχεια)

- Υδροστατικό παράδοξο: Η πίεση που ασκείται στον πυθμένα ενός δοχείου είναι ανεξάρτητη από το σχήμα του δοχείου ενώ για μερικά δοχεία η δύναμη αυτή μπορεί να είναι πολλαπλάσια από το βάρος του υπερκείμενου ρευστού



- 2) Συνισταμένη πίεσης σε κεκλιμένη ή κατακόρυφη επιφάνεια που κείται σε επίπεδο. (Στην υδραυλική στα τοιχώματα συνήθως $\theta=90^0$)

– Προσδιορίζω την κατακόρυφη απόσταση από το κέντρο βάρους h_c (μοναδική κατακόρυφη απόσταση που χρησιμοποιώ επιφάνεια). Η δύναμη πίεσης θα είναι:

$$F = \left(= \int_A p dA = \int_A \rho g \cdot \sin \alpha \cdot y dA = \rho g \cdot \sin \alpha \int_A y dA = \right) \rho g \cdot \sin \alpha \cdot y_C A$$

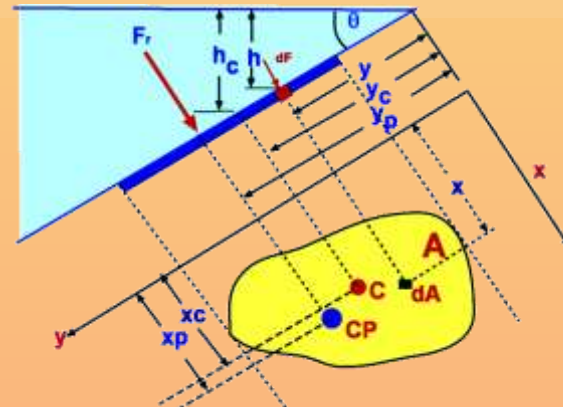
$$= \bar{p} A \sin \alpha = \gamma h_c \quad (h = \text{κατακ. απόσταση από κ.βάρους})$$

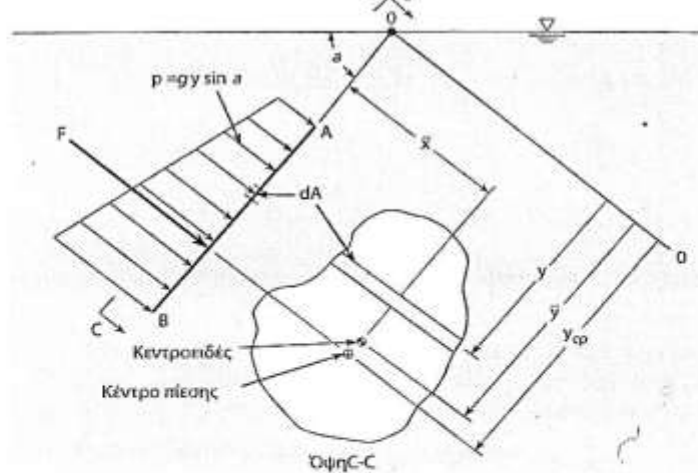
- Στην υδραυλική στα τοιχώματα συνήθως $\theta=90^0$

$$\gamma_c = h_c$$

$$F_p = (\rho g y_c) A$$

$\theta=90$
 $\gamma_c=h_c$





ΣΧΗΜΑ 3.20 Κατανομή της υδροστατικής πίεσης σε επίπεδη επιφάνεια.

ως τον οριζόντιο άξονα μέσω του κεντροειδούς συμβολίζεται με $\bar{y}$. Η απόσταση από το 0-0 έως τη διαφορική επιφάνεια dA είναι ίση με y .

Η δύναμη που οφείλεται στην πίεση δίνεται από την Εξίσωση (3.23) η οποία απλοποιείται ως

$$F_p = \int_A p dA \quad (3.24)$$

Στην Εξίσωση (3.24), η πίεση μπορεί να βρεθεί από την υδροστατική εξίσωση

$$p = \gamma \Delta z = \gamma y \sin \alpha \quad (3.25)$$

Συνδυάζοντας τις Εξισώσεις (3.24) και (3.25) θα λάβουμε

$$F_p = \int_A p dA = \int_A \gamma y \sin \alpha dA = \gamma \sin \alpha \int_A y dA \quad (3.26)$$

Επειδή το ολοκλήρωμα στο δεξί μέλος της Εξίσωσης (3.26) είναι η πρώτη ροπή της επιφάνειας, ας αντικαταστήσουμε το ολοκλήρωμα με την ισοδύναμη τιμή του $\bar{y}A$. Θα είναι λοιπόν

$$F_p = \gamma \bar{y} \sin \alpha = (\gamma \bar{y} \sin \alpha) A \quad (3.27)$$

Χρησιμοποιώντας την υδροστατική εξίσωση μπορούμε να δείξουμε πως οι μεταβλητές μέσα στις παρενθέσεις στο δεξί μέλος της Εξίσωσης (16.27) είναι η πίεση στο κεντροειδές της επιφάνειας. Θα είναι λοιπόν

$$F_p = \bar{p} A \quad (3.28)$$