

**ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΞΑΝΘΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ**

## **ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΧΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ**

**ΚΩΝ. ΜΠΕΛΛΟΥ**

**ΚΑΘΗΓΗΤΗ Δ.Π.Θ.**

Εκδόσεις: Εταιρεία Αξιοποίησης  
και Διαχείρισης της Περιουσίας  
του Δημοκρίτειου Πανεπιστημίου  
Θράκης

**ΞΑΝΘΗ 2010**

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Με το παρόν βιβλίο, το οποίο είναι βελτιωμένη έκδοση του 2006, γίνεται μια προσπάθεια ανάλυσης του φαινομένου της ροής του νερού σε ανοιχτούς αγωγούς, με στόχο να αποκτήσει ο σπουδαστής τις απαραίτητες γνώσεις για τον **σχεδιασμό** των σχετικών Υδραυλικών έργων.

Το βιβλίο καλύπτει ως ένα βαθμό την ύλη του μαθήματος με τίτλο «Υδραυλική Ανοιχτών Αγωγών» που διδάσκεται στο 7<sup>ο</sup> Εξάμηνο σπουδών Υδραυλικής κατεύθυνσης του Τμήματος των Πολιτικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Δημοκρίτειου Πανεπιστημίου Θράκης.

Επειδή μέρος της θεωρίας των Ανοιχτών Αγωγών διδάσκεται στο μάθημα κορμού με τίτλο «Υδραυλική», θεωρήθηκαν γνωστές βασικές έννοιες που αφορούν τους ανοιχτούς αγωγούς, όπως π.χ. η έννοια της «υποκρίσιμης ροής» κ.ά..

Τα κεφάλαια της ομοιόμορφης και ανομοιόμορφης ροής αναπτύσσονται με βάση τις γενικές εξισώσεις της ασταθούς ροής σε ανοιχτούς αγωγούς .

Στην παρούσα έκδοση, εκτός από διορθώσεις λαθών και τακτοποίησης της ύλης της προηγούμενης έκδοσης, γίνεται μια προσπάθεια εισαγωγής στοιχείων αριθμητικής επίλυσης προβλημάτων ασταθούς ροής που θα ήταν χρήσιμα για τους ερευνητές της περιοχής αυτής.

Ξάνθη Ιούνιος 2010

Κωνσταντίνος Μπέλλος  
Καθηγητής

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	1
1.1 Μορφές και γεωμετρικά στοιχεία της διατομής	1
1.2 Κατανομή και συντελεστές ταχύτητας στη διατομή	5
1.2.1 Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας	5
1.2.2 Συντελεστής διόρθωσης ορμής	6
1.3 Παράλληλες και καμπυλόγραμμες ροές	8
1.3.1 Παράλληλη ροή σε κεκλιμένο αγωγό	8
1.3.2 Καμπυλόγραμμη ροή	8
<b>2. ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ</b>	11
2.1 Εξίσωση συνέχειας	11
2.2 Εξίσωση ορμής	13
2.3 Μετασχηματισμός εξισώσεων συνέχειας και ορμής	16
2.4 Ολική και ειδική ενέργεια	19
2.5 Ειδική δύναμη	26
<b>3. ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ</b>	29
3.1 Εμπειρικές εξισώσεις, συντελεστής τραχύτητας	29
3.2 Στοιχεία σχεδιασμού ανοιχτών αγωγών	31
3.2.1 Αδιαστατοποίηση των παραμέτρων ροής	31
3.2.2 Υπολογισμός των γεωμετρικών στοιχείων κατασκευής του αγωγού	34
3.3.4 Υπολογισμός των υδραυλικών στοιχείων αγωγού	38
<b>4. ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ</b>	41
4.1 Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή	41
4.1.1 Γενική εξίσωση, κατατομές της επιφανείας του νερού	41
4.1.2 Λύσεις της εξίσωσης της ανομοιόμορφης ροής	45
4.2 Ταχέως μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή	47
4.2.1 Υδραυλικό άλμα	47
4.2.2 Απότομη διεύρυνση – στένωση διατομής	50
4.2.3 Εκχειλιστές	51

<b>5. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ</b>	<b>53</b>
5.1 Έλεγχος ροής	53
5.2 Μέτρηση της ροής	55
5.2.1 Μετρήσεις ταχύτητας	55
5.2.2 Μετρήσεις παροχής	57
<b>6. ΑΣΤΑΘΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ</b>	<b>61</b>
6.1 Μονοδιάστατη ασταθής ροή	61
6.1.1 Εξισώσεις ροής	61
6.1.2 Αρχικές και οριακές συνθήκες	65
6.2 Απλοποιημένες αριθμητικές λύσεις	66
6.2.1 Λύσεις κινηματικού κύματος	66
6.2.2 Λύσεις μηδενικής αδράνειας	68
6.3 Το πρόβλημα της διάδευσης πλημμυρικού κύματος	69
6.3.1 Αριθμητικές λύσεις εξισώσεων ασταθούς ροής	70
6.3.2 Αρχικές και οριακές συνθήκες	71
6.3.3 Ρητές αριθμητικές λύσεις πεπερασμένων διαφορών	74
6.3.4 Πεπλεγμένα σχήματα πεπερασμένων διαφορών	78
6.3.5 Μέθοδος των χαρακτηριστικών	80
6.3.6 Αριθμητικές λύσεις πεπερασμένων στοιχείων	81
6.4 Αριθμητικές λύσεις των απλοποιημένων εξισώσεων ασταθούς ροής	82
6.4.1 Μέθοδος κινηματικού κύματος	82
6.4.2 Μέθοδος κύματος διάχυσης	84
6.4.3 Μέθοδος Muskingum – Cunge	85
6.5 Δισδιάστατη ασταθής ροή	87
6.5.1 Εξισώσεις δισδιάστατης ασταθούς ροής	87
6.5.2 Αριθμητικές λύσεις δισδιάστατης ασταθούς ροής	88
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ</b>	<b>89</b>
<b>Π1. Υπόδειγμα υπολογισμού Διώρυγας προσαγωγής αρδευτικού δικτύου</b>	<b>91</b>
Π1.1 Υδραυλικός υπολογισμός Διώρυγας	93
Π1.1.1 Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος Α - Β	93
Π1.1.2 Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος Γ - Δ	102

Π1.2 Υπολογισμός Υδραυλικού άλματος	109
Π1.2.1 Υπολογισμός του πλάτους της Λεκάνης ηρεμίας	109
Π1.2.2 Υπολ. υψομέτρου πυθμένα της Λεκάνης ηρεμίας	110
Π1.2.3 Υπολογισμός μήκους του αναβαθμού	111
Π1.2.4 Υπολ. ελευθέρου περιθωρίου της Λεκάνης ηρεμίας	112
Π1.3 Υπολογισμός Ανομοιόμορφης ροής	113
Π1.3.1 Βασικές εξισώσεις και παραδοχές	113
Π1.3.2 Υπολογισμός στοιχείων ροής της 1 <sup>ης</sup> Διατομής	114
Π1.3.3 Υπολογισμός στοιχείων ροής της 2 <sup>ης</sup> Διατομής	115
Π1.3.4 Υπολογισμός στοιχείων ροής της 3 <sup>ης</sup> Διατομής	115
Π1.4 Υπολογισμός Υδροληψίας	125
Π1.5 Προμέτρηση υλικών και εργασιών	127
Π1.5.1 Υπολογισμός χωματουργικών εργασιών	127
Π1.5.2 Υπολογισμός άοπλου σκυροδέματος	127
<b>Π2. Σχεδιασμός Εκχειλιστή και Λεκάνης ηρεμίας Φράγματος</b>	<b>129</b>
Π2.1 Εκχειλιστής φράγματος	129
Π2.2 Διατάξεις καταστροφής ενέργειας	135
Π2.2.1 Λεκάνες ηρεμίας	135
Π2.2.2 Λεκάνες αναπηδήσεως	142
Π2.2.3 Βυθισμένη διάταξη αναπηδήσεως	143
<b>Π3. Βοηθητικοί Πίνακες και Διαγράμματα</b>	<b>145</b>
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>155</b>
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ</b>	
Πίνακας 1.1 Ενδεικτικές τιμές των συντελεστών α και β	7
Πίνακας 3.1 Στοιχεία σχεδιασμού ανεπένδυτων διωρύγων	36
Πίνακας 3.2 Πάχος επένδυσης και πλάτος στέψης αναχωμάτων αρδευτικής διώρυγας	36
Πίνακας 3.3 Μέγιστες και ελάχιστες επιτρεπόμενες ταχύτητες	37
Πίνακας Π1.1 Στοιχεία μηκοτομής του εδάφους από Α μέχρι Δ	92
Πίνακας Π1.2 Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος Α - Β	95
Πίνακας Π1.3 Μέθοδος διαδοχικών προσεγγίσεων	97
Πίνακας Π1.4 Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή	100
Πίνακας Π1.5 Προμέτρηση χωματ. για μέσο βάθος εκσκαφής	

	X=1.6235m	100
Πίνακας Π1.6	Προμέτρηση χωματουργικών για τελικό βάθος εκσκαφής X=1.5535 m	101
Πίνακας Π1.7	Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος Γ - Δ	103
Πίνακας Π1.8	Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή	106
Πίνακας Π1.9	Προμέτρηση χωματουργικών για μέσο βάθος εκσκαφής X=1.8407 m	107
Πίνακας Π1.10	Προμέτρηση χωματουργ. εργασιών για το τμήμα Γ - Δ	108
Πίνακας Π1.11	Υπολογισμός ανομοιόμορφης ροής στο τμήμα Α - Β	115
Πίνακας Π1.15	Συγκεντρωτικός πίνακας χωματουργικών εργασιών	118
Πίνακας Π3.1	Αδιάστατα υδραυλικά μεγέθη σε Τραπεζοειδή διατομή συναρτήσει του αδιάστατου βάθους	147
Πίνακας Π3.2	Υπολογισμός παραμέτρων Λεκάνης ηρεμίας	149

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΕΔΙΩΝ

Σχέδιο Π1.1	Μηκοτομή της Διώρυγας	121
Σχέδιο Π1.2	Εγκάρσια διατομή της Διώρυγας στη Θέση Χ.Θ. 0+700	123
Σχέδιο Π1.3	Μηκοτομή και κάτοψη του Αναβαθμού	125
Σχέδιο Π1.4	Μηκοτομή και κάτοψη της Υδροληψίας	127

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχ. 1.1	Διάφορα είδη αγωγών ανοιχτής διατομής	2
Σχ. 1.2	Ανοιχτοί αγωγοί κλειστής διατομής	3
Σχ. 1.3	Κατανομή ταχύτητας σε διάφορα είδη αγωγών	3
Σχ. 1.4	Παράλληλη ροή σε κεκλιμένο αγωγό	9
Σχ. 1.5	Κατανομή πιέσεων σε καμπυλόγραμμη ροή	9
Σχ. 2.1	Όγκος αναφοράς σε ανοιχτό αγωγό και για ασταθή ροή	12
Σχ. 2.2	Διάγραμμα Βάθους - Ειδικής ενέργειας	23
Σχ. 2.3	Διάγραμμα Βάθους - Ειδικής παροχής	23
Σχ. 2.4	Στένωση-διεύρυνση ανοιχτού αγωγού	25
Σχ. 2.5	Παρεμβολή εμποδίων στη ροή	25
Σχ. 2.6	Ισορροπία δυνάμεων σε τμήμα ελέγχου αγωγού	28
Σχ. 2.7	Συσχέτιση Ειδ. ενέργειας-Ειδ. δύναμης στο Υδραυλικό Άλμα	28
Σχ. 3.3	Ενδεικτικές τιμές περιθωρίων ασφαλείας επένδυσης	40
Σχ. 4.1	Διάκριση κατατομών ροής	43
Σχ. 4.2	Κατατομές σε πραγματικές περιπτώσεις ροής	44
Σχ. 4.3	Υδραυλικό άλμα σε ροή κάτω από θυρόφραγμα	48
Σχ. 4.4	Εκχειλιστής λεπτής στέψεως	52
Σχ. 5.1.α	Εκχειλιστής Cipoletti	53

Σχ. 5.1.β Μετρητής Parshall	54
Σχ. 5.1.γ Εκχειλιστής φράγματος με κυκλικά θυροφράγματα	54
Σχ. 5.2 Μετρητής Pitot	58
Σχ. 5.3 Διάταξη μέτρησης παροχής	58
Σχ. 5.4 Τυπική μορφή μετρητή Parshall	59
Σχ. 6.1 Περιοχές επιρροής και εξάρτησης χαρακτηριστικών	64
Σχ. 6.2 Μορφή χαρακτηριστικών σε διάφορους τύπους ροής	65
Σχ. 6.3 Σχηματική παράσταση διακριτοποίησης πεδίου	71
Σχ. 6.4 Σχηματική παράσταση του σχήματος Lax-Wendroff	77
Σχ. 6.5 Σχηματική παράσταση του σχήματος mac Cormack	77
Σχ. 6.6 Σχηματική παράσταση του σχήματος "box"	79
Σχ. 6.7 Διακριτοποίηση εξισώσεως κινηματικού κύματος	83
Σχ. Π1.1 Μηκοτομή και μέση ευθεία εδάφους στο τμήμα Α – Β	94
Σχ. Π1.2 Τυπική διατομή της αρδευτικής Διώρυγας	98
Σχ. Π1.3 Μηκοτομή και μέση ευθεία εδάφους στο τμήμα Γ - Δ	102
Σχ. Π1.4 Ενδεικτική κατά μήκος τομή στη θέση του Αναβαθμού	109
Σχ. Π1.5 Κατατομή του νερού στο τμήμα Α - Β	115
Σχ. Π1.7 Ενδεικτική κατά μήκος τομή στη θέση της Υδροληψίας	116
Σχ. Π1.8 Λεπτομέρεια της διατομής της Διώρυγας	119
Σχ. Π2.1 Μηκοτομή φλέβας εκχειλιστή λεπτής στέψης	129
Σχ. Π2.2 Διάγραμμα για τον υπολογισμό φορτίου μελέτης εκχειλιστή	130
Σχ. Π2.3 Υπολογισμός του ραχιαίου τμήματος εκχειλιστή	132
Σχ. Π2.4 Κατανομή των πιέσεων στην επιφάνεια εκχειλιστή	132
Σχ. Π2.5 Συντελεστής παροχής συναρτήσει του φορτίου σχεδιασμού	133
Σχ. Π2.6 Συντελεστής παροχής συναρτήσει του φορτίου του εκχειλιστή	133
Σχ. Π2.7 Συντελεστής συστολής για διάφορους τύπους ακροβάθρων	134
Σχ. Π2.8 Μήκος Υδραυλικού άλματος	136
Σχ. Π2.8 Λεκάνη ηρεμίας με σειρά εμποδίων	137
Σχ. Π2.10 Είδη Υδραυλικών αλμάτων	138
Σχ. Π2.11 Λεκάνη ηρεμίας τύπου IV για αριθμ. Froude 2.5 - 4.5	139
Σχ. Π2.12 Λεκάνη ηρεμ. τύπου III για αριθμ. Froude > 4.5, $V < 18.3$ m/s	140
Σχ. Π2.13 Λεκάνη ηρεμ. τύπου II για αριθμ. Froude > 4.5, $V > 18.3$ m/s	141
Σχ. Π2.14 Διάταξη αναπηδήσεως	142
Σχ. Π2.15 Βυθισμένη διάταξη αναπηδήσεως	143
Σχ. Π3.1 Διάγραμμα υπολογισμού περιθωρίου Λεκάνης ηρεμίας	151
Σχ. Π3.2 Τυπικές διατομές ανοιχτών αγωγών	152
Σχ. Π3.3 Τυπικές διατομές ανοιχτών αγωγών κλειστής διατομής	153

Faint, illegible text at the top of the page, possibly bleed-through from the reverse side.



# 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μεταφορά του νερού από μια θέση σε μια άλλη γίνεται μέσω αγωγών. Υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες αγωγών:

α) Οι **ανοιχτοί αγωγοί** όπου το νερό ρέει με ελεύθερη επιφάνεια ήτοι σε μια επιφάνεια όπου η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική και η κύρια δύναμη ροής οφείλεται στη βαρύτητα.

β) Οι **κλειστοί αγωγοί** στους οποίους δεν υπάρχει αντίστοιχα κάποια επιφάνεια σταθερής πίεσεως και η κίνηση του νερού οφείλεται σε διαφορές πίεσεως.

Οι ανοιχτοί αγωγοί διακρίνονται σε **τεχνητούς** που κατασκευάζονται από τον άνθρωπο για την ικανοποίηση αναγκών μεταφοράς νερού και έχουν συνήθως απλή γεωμετρική διατομή και σε **φυσικούς** αγωγούς που είναι τα φυσικά υδατορρέυματα και χαρακτηρίζονται από ακανόνιστη διατομή, χαλαρότητα του πυθμένα και των πρανών και μεταβλητότητα της διατομής στο χρόνο.

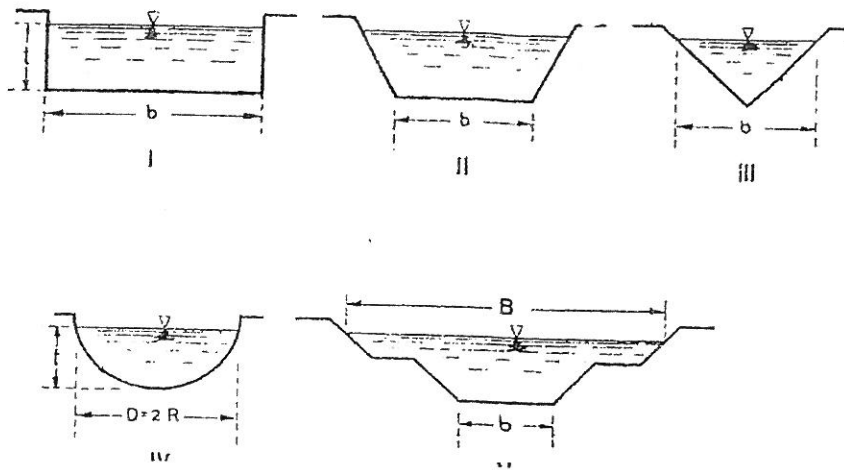
Η μελέτη των ανοιχτών αγωγών αποβλέπει στη δυνατότητα βέλτιστου σχεδιασμού των τεχνητών αγωγών από τεχνική και οικονομική άποψη. Όσο αφορά στα φυσικά υδατορρέυματα, η μελέτη αποβλέπει στο σχεδιασμό των επεμβάσεων ώστε να προλαμβάνονται φυσικές καταστροφές από τις πλημμύρες και τη διάβρωση – απόθεση φερτών υλών κατά τη διάρκεια ακραίων υδρολογικών φαινομένων

## 1.1 Μορφές και γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

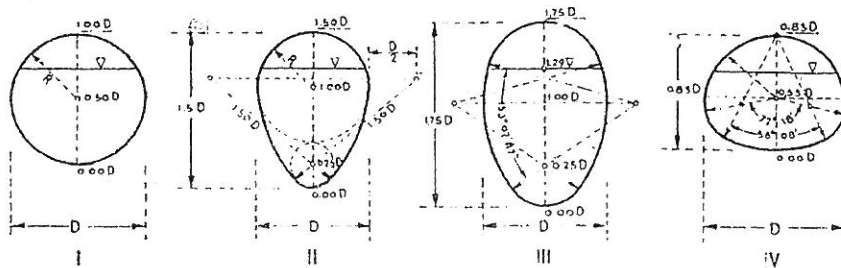
Οι διατομές στους ανοιχτούς αγωγούς διακρίνονται σε ανοιχτές και κλειστές στις οποίες όμως το νερό κινείται με ελεύθερη επιφάνεια όπου η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Η μορφή των αγωγών ανοιχτής

διατομής μπορεί να είναι ποικίλη όπως ορθογωνική, τραπεζοειδής, παραβολική ή ακανόνιστη (Σχ. 1.1).

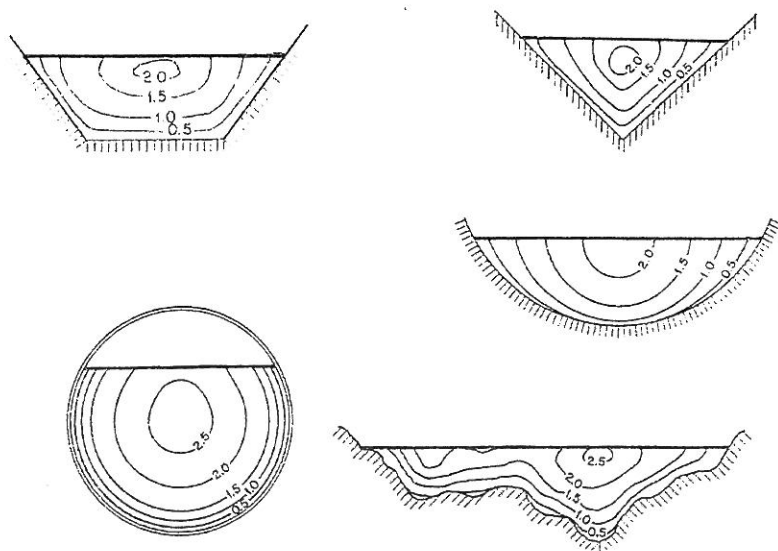
Στους αγωγούς κλειστής διατομής παρουσιάζονται συνήθως διατομές απλές ή σύνθετες κυκλικές όπως πεταλοειδής, ή στοματοειδής που χρησιμοποιούνται συνήθως στους αγωγούς αποχέτευσης και στις σήραγγες (Σχ. 1.2).



Σχ. 1.1 Διάφορα είδη αγωγών ανοιχτής διατομής



Σχ. 1.2 Ανοικτοί αγωγοί κλειστής διατομής



Σχ. 1.3 Κατανομή ταχύτητας σε διάφορα είδη αγωγών

Στους αγωγούς κλειστής διατομής η ροή με ελεύθερη επιφάνεια μπορεί να μετατραπεί σε ροή υπό πίεση όταν η διοχετευόμενη παροχή είναι μεγαλύτερη από κάποιο όριο που εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία και την κλίση του αγωγού.

Σε κάθε διατομή ενός ανοιχτού αγωγού ορίζονται :

**Q:** Παροχή που είναι ο όγκος του νερού που διέρχεται από μια διατομή στη μονάδα του χρόνου

**V:** Μέση ταχύτητα είναι η παροχή που διέρχεται ανά μονάδα επιφανείας

διατομής  $V=Q/A=\frac{1}{A} \iint_A u dA$  όπου  $u$  σημειακή ταχύτητα

**A:** Εμβαδόν υγρής διατομής

**y:** Βάθος ροής

**P:** Βρεχόμενη περίμετρος

**B:** Μήκος ελεύθερης επιφάνειας

**R:** Υδραυλική ακτίνα η οποία ισούται με  $A/P$

**D:** Υδραυλικό βάθος ίσο με  $A/B$

**c:** Ταχύτητα μετάδοσης μικρών κυματισμών ( $c = \sqrt{gA/B}$ )

**S<sub>θ</sub>:** Κατά μήκος κλίση του πυθμένα  $S_\theta = tg\theta = -\frac{dz}{dx}$  όπου  $\theta$  η γωνία που

σχηματίζει ο πυθμένας με την οριζόντιο και  $z$  το υψόμετρο του πυθμένα από ένα οριζόντιο επίπεδο αναφοράς.

## 1.2 Κατανομή και συντελεστές ταχύτητας στη διατομή

### 1.2.1 Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας

Η αντίσταση που συναντά το νερό κατά την κίνησή του μέσα σε έναν ανοιχτό αγωγό στα στερεά τοιχώματα και στον ατμοσφαιρικό αέρα έχει σαν συνέπεια τη διαφοροποίηση της ταχύτητας από σημείο σε σημείο σε μια εγκάρσια διατομή. Στα τοιχώματα η ταχύτητα είναι μηδενική και παρουσιάζει μέγιστο στον άξονα του αγωγού λίγο πιο κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια σε απόσταση 0.05 – 0.25 του βάθους. Η κατανομή της ταχύτητας στη διατομή παριστάνεται με τις ισοταχείς και εξαρτάται από τη μορφή της διατομής (βλ. Σχήματα 1.3 )

Εξαιτίας αυτής της ποικιλίας στην ταχύτητα, το ύψος ταχύτητας ή η κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους του νερού σε μια διατομή, είναι μεγαλύτερη από την τιμή που υπολογίζεται από την έκφραση  $V^2/2g$ , όπου  $V$  είναι η μέση ταχύτητα στη διατομή. Αυτό είναι αληθές γιατί το τετράγωνο της μέσης ταχύτητας, είναι μικρότερο από το σταθμισμένο μέσο όρο των τετραγώνων των ταχυτήτων ανά σημείο. Το πραγματικό ύψος ταχύτητας μπορεί να εκφραστεί με την ποσότητα  $\alpha V^2/2g$ , όπου  $\alpha$  είναι ο συντελεστής διορθώσεως κινητικής ενέργειας, ή αλλιώς συντελεστής Coriolis, όπως ονομάστηκε προς τιμή του G. Coriolis που πρώτος το πρότεινε το 1836.

Αν  $dA$  είναι το στοιχειώδες εμβαδόν σε μια διατομή συνολικού εμβαδού  $A$ , η κινητική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που διέρχεται από το τμήμα είναι:

$$dE_k = \rho u dA \frac{u^2}{2} = \frac{\rho u^3 dA}{2} \quad (1.1)$$

Ολοκληρώνοντας σε όλη τη διατομή προκύπτει:

$$E_k = \frac{1}{2} \rho \int_A u^3 dA \quad (1.2)$$

Αν το συνολικό εμβαδόν της υγρής διατομής είναι ίσο με  $A$ , η μέση ταχύτητα ίση με  $V$  και το διορθωμένο ύψος ταχύτητας (κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους που διέρχεται ανά μονάδα χρόνου από τη διατομή) είναι ίσο με  $\alpha V^2/2g$ , και η συνολική κινητική ενέργεια είναι

$$E_k = \frac{\alpha V^2}{2g} (\rho g V A) = \frac{\alpha}{2} \rho V^3 A \quad (1.3)$$

Εξισώνοντας τις παραπάνω εκφράσεις προκύπτει:

$$\alpha = \frac{\int_A u^3 dA}{V^3 A} \cong \frac{\sum u^3 \Delta A}{V^3 A} \quad (1.4)$$

Σε αγωγούς απλής διατομής, παρατηρείται ένας σημαντικός συσχετισμός μεταξύ του συντελεστή  $\alpha$  και της τραχύτητας του αγωγού, όπως εκφράζεται από το  $n$  του Manning ενώ καμιά σημαντική συσχέτιση δεν αποδείχθηκε με άλλες παραμέτρους της ροής.

Η ανομοιομορφία στην οριζόντια κατανομή της ταχύτητας φαίνεται να έχει μεγαλύτερη επίδραση στην τιμή του  $\alpha$  από ότι η ανομοιομορφία στην κάθετη κατατομή.

Η χρήση της μέσης ταχύτητας καταλήγει στον υπολογισμό κινητικής ενέργειας χαμηλότερης από την πραγματική οπότε για τον καθορισμό της πραγματικής κινητικής ενέργειας, ιδίως σε αγωγούς ακανόνιστης διατομής, πρέπει να εφαρμοστεί ο συντελεστής διόρθωσης  $\alpha$ . Ενδεικτικές τιμές του  $\alpha$  φαίνονται στον Πίνακα 1.1.

### 1.2.2 Συντελεστής διόρθωσης ορμής

Ανάλογα με το συντελεστή διόρθωσης κινητικής ενέργειας χρησιμοποιείται και ο συντελεστής διορθώσεως της ορμής, διόρθωσης που είναι αναγκαία λόγω της ανομοιόμορφης κατανομής της ταχύτητας σε μια

διατομή. Ο συντελεστής αυτός λέγεται συντελεστής Boussinesq, παριστάνεται με το Ελληνικό γράμμα  $\beta$  και προκύπτει ως εξής: Η διερχόμενη ανά μονάδα χρόνου μάζα νερού από το στοιχειώδες εμβαδόν  $dA$  μιας υγρής διατομής είναι  $\rho u dA$  επομένως η διερχόμενη ανά μονάδα χρόνου ποσότητα της κινήσεως θα είναι :

$$dJ = u(\rho u dA) = \rho u^2 dA \quad (1.5)$$

Σε ολόκληρη τη διατομή η ορμή προκύπτει:

$$J = \rho \int_A u^2 dA \quad (1.6)$$

Αντίστοιχα, με την εισαγωγή της έννοιας της μέσης ταχύτητας  $V$ , η ορμή θα είναι:

$$J = \beta \rho V^2 A \quad (1.7)$$

Από τις Εξ. 1.6 και 1.7 προκύπτει:

$$\beta = \frac{\int_A u^2 dA}{V^2 A} \quad (1.8)$$

Χαρακτηριστικές τιμές των συντελεστών  $\alpha$  και  $\beta$  φαίνονται στον Πίνακα 1.1.

Πίνακας 1.1

Ενδεικτικές τιμές των συντελεστών  $\alpha$  και  $\beta$

Είδος διατομής	$\alpha$	$\beta$
Γεωμετρικού σχήματος	1.10 - 1.20	1.03 - 1.07
Φυσική	1.15 - 1.50	1.05 - 1.17
Ακανόνιστη	1.50 - 2.00	1.17 - 1.33

### 1.3 Παράλληλες και καμπυλόγραμμες ροές σε ανοιχτούς αγωγούς

#### 1.3.1 Παράλληλη ροή σε κεκλιμένο αγωγό

Σε αγωγό με επίπεδο πυθμένα η πίεση στον πυθμένα λόγω του υπερκειμένου βάρους νερού  $w$  σε επιφάνεια στοιχειώδους εμβαδού  $dA$  είναι (Σχ. 1.4):

$$p = \frac{w \cos \theta}{\Delta A} = \frac{(y \Delta A \cos \theta \rho g) \cos \theta}{\Delta A} = \rho g y \cos^2 \theta \quad (1.9)$$

Στην περίπτωση που η γωνία  $\theta$  είναι μικρή  $\cos \theta \cong 1$  οπότε η Εξ 1.9 γίνεται:

$$p = \rho g y \quad (1.10)$$

#### 1.3.2 Καμπυλόγραμμη ροή

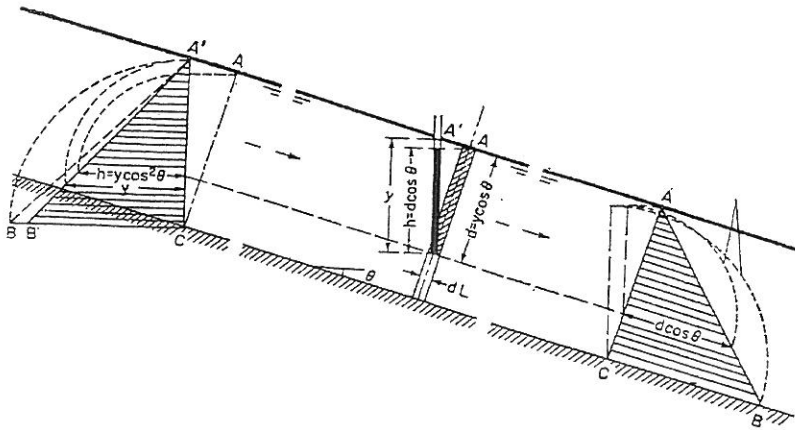
Όταν η ροή χαρακτηρίζεται από καμπυλόγραμμες γραμμές η συνολική πίεση που ασκείται σε μια στοιχειώδη επιφάνεια  $dA$ , παράλληλη με τις γραμμές ροής σε κοίλο αγωγό με ακτίνα καμπυλότητας  $r$  και σε βάθος  $y$ , λαμβάνοντας υπόψη την κεντρομόλο επιτάχυνση θα είναι (Σχ. 1.5):

$$p = (\rho g dAy + \frac{\rho y V^2 dA}{r}) / dA = \rho g y (1 + \frac{V^2}{rg}) \quad (1.11)$$

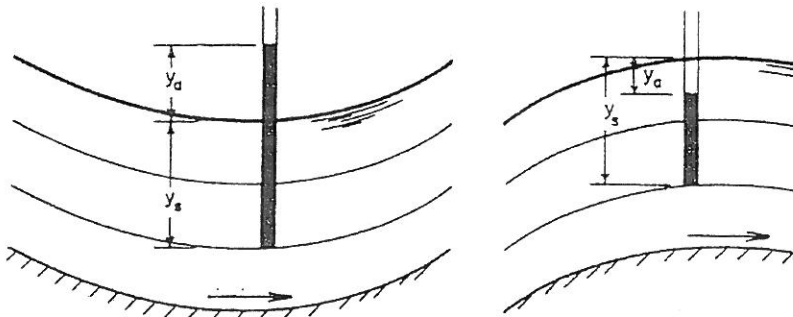
Αντίστοιχα σε κυρτή επιφάνεια η πίεση θα είναι:

$$p = \rho g y (1 - \frac{V^2}{rg}) \quad (1.12)$$





Σχ. 1.4 Παράλληλη ροή σε κεκλιμένο αγωγό



Σχ. 1.5 Κατανομή πιέσεων σε καμπυλόγραμμη ροή



## 2. ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Για την ανάπτυξη των εξισώσεων που διέπουν την μονοδιάστατη ασταθή ροή νερού σε έναν φυσικό αγωγό γίνονται οι παρακάτω παραδοχές :

- α) Το νερό είναι ασυμπίεστο και ομογενές
- β) Ως μέση ταχύτητα ροής ορίζεται η ποσότητα  $Q/A$
- γ) Η κλίση του πυθμένα του αγωγού και καμπυλότητα της ελεύθερης επιφάνειας του νερού είναι αρκετά μικρές, ώστε σε κάθε διατομή η κατανομή των πιέσεων να είναι υδροστατική.
- δ) Η μόνη απώλεια ενέργειας κατά την κίνηση του νερού οφείλεται στις τριβές στον πυθμένα και στα τοιχώματα του αγωγού. Οι απώλειες αυτές υπολογίζονται ποσοτικά από ημιμπειρικές εκφράσεις που προκύπτουν σε ομοιόμορφες συνθήκες ροής.
- ε) Δεν υπάρχουν απώλειες εξάτμισης και οι φυσικές μεταβολές από θερμοδυναμικής απόψεως θεωρούνται ισόθερμες.
- ζ) Δεν συμβαίνει καμία ασυνέχεια η απότομη μεταβολή της ροής στον χρόνο ή στον χώρο.

### 2.1 Εξίσωση συνέχειας

Για την ανάπτυξη των εξισώσεων ροής θεωρείται ένας όγκος ελέγχου (Σχ. 2.1) που ορίζεται από δύο διατομές 1 και 2, τα τοιχώματα του αγωγού και την ελεύθερη επιφάνεια του νερού.

Εισερχόμενη μάζα νερού ανά μονάδα χρόνου:

$$\rho \left( V - \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left( A - \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right)$$



$$\frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial A}{\partial x} = +q_l \quad (2.1)$$

ή

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = +q_l \quad (2.2)$$

## 2.2 Εξίσωση ορμής

Σύμφωνα με την αρχή της διατηρήσεως της ορμής η μεταβολή της ορμής ανά μονάδα χρόνου σε μια στοιχειώδη μάζα ισούται με την συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ενεργούν στην μάζα αυτή ήτοι:

$$\frac{d(mu)_x}{dt} = \sum \vec{f} \quad (2.3)$$

Ανά μονάδα χρόνου εισερχόμενη ποσότητα κινήσεως:

$$\left[ \rho Q^2 / A - \frac{\partial(\rho Q^2 / A)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right]$$

Ανά μονάδα χρόνου εξερχόμενη ποσότητα κινήσεως:

$$\left[ \rho Q^2 / A + \frac{\partial(\rho Q^2 / A)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right]$$

Μεταβολή της ποσότητας κινήσεως της αρχικής μάζας  $dm$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho Q) \Delta x$$

Ποσότητα κινήσεως της πλευρικής εισερχόμενης μάζας:  $-\rho q_l \Delta x V_l$

όπου  $V_l = \eta$  συνιστώσα της ταχύτητας εισροής κατά την διεύθυνση της ροής

Οι δυνάμεις του δευτέρου μέλους της Εξ. 2.3 είναι:

$$\sum \bar{f} = F_1 \text{ (βάρους)} + F_2 \text{ (πιέσεων)} + F_3 \text{ (τριβών)} \quad (2.4)$$

$$F_1 = A \Delta x \rho g \eta \mu \hat{\phi} \cong \rho g A \Delta x \varepsilon \varphi \hat{\phi} = \rho g A S_0 \Delta x \quad (2.5)$$

Οι δυνάμεις πίεσεως κάθετα προς την υγρή διατομή είναι:

$$F_h = \rho g \int_0^y [y(x,t) - \zeta] b(x, \zeta) d\zeta \quad (2.6)$$

Ενώ αντίστοιχα στην παράπλευρη επιφάνεια κατά τη διεύθυνση της ροής είναι:

$$F_{l,x} = \rho g \int_0^y [y(x,t) - \zeta] \frac{\partial b(x, \zeta)}{\partial x} d\zeta \quad (2.7)$$

Τότε

$$F_2 = \sum F_h + F_{l,x} \Delta x = -\frac{\partial F_h}{\partial x} \Delta x + F_{l,x} \Delta x \quad (2.8)$$

Επειδή η συνολική δύναμη πίεσεως σε τυχούσα διατομή είναι  $\rho g A \bar{y}$  όπου  $\bar{y}$  η απόσταση του κέντρου βάρους της διατομής από την επιφάνεια του νερού η Εξ. 2.7 γράφεται:

$$F_2 = \sum F_h + F_{l,x} \Delta x = -\frac{\partial F_h}{\partial x} \Delta x + F_{l,x} \Delta x = -\frac{\partial}{\partial x} (\rho g A \bar{y}) \quad (2.9)$$

$$F_3 = F_f \sigma \nu \hat{\phi} \Delta x \cong F_f \Delta x = \rho g A S_f \Delta x \quad (2.10)$$

όπου  $S_f$  η κλίση τριβών της οποίας η έκφραση μπορεί να ληφθεί από ημιεμπειρικές εκφράσεις που ισχύουν σε σταθερές ροές τύπου Chezy ή Manning όπως:

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} \quad (2.11)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω η Εξ. 2.3 γίνεται:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} \Delta x + q_l V_l \Delta x = -\frac{\partial}{\partial x}(gA\bar{y}) + gAS_0 \Delta x + gAS_f \Delta x$$

ή

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Q^2/A + gA\bar{y}) = gA(S_0 - S_f) + q_l V_l \quad (2.12)$$

Οι Εξισώσεις 2.2, 2.12 αποτελούν τις εξισώσεις ασταθούς ροής σε αγωγό μεταβλητής διατομής. Η μορφή αυτή των εξισώσεων λέγεται **συντηρητική μορφή** ή **μορφή συντηρητικού νόμου**. Το όλο σύστημα μπορεί να γραφεί σε μητρική μορφή:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = D \quad (2.13)$$

όπου  $W = \begin{vmatrix} A \\ Q \end{vmatrix}$   $F = \begin{vmatrix} Q \\ V^2 A + gA\bar{y} \end{vmatrix}$   $D = \begin{vmatrix} +q_l \\ gA(S_0 - S_f) + q_l V_l \end{vmatrix}$

Η Εξ. 2.13 αποτελεί ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων **υπερβολικού τύπου** και προσφέρεται για ανάλυση καθώς και για αριθμητική λύση. Αφορά πολλά προβλήματα υδραυλικής και όχι μόνο και έχουν γίνει πολλές θεωρητικές και εφαρμοσμένες μελέτες πάνω στην μορφή αυτή.

Επειδή  $\frac{\partial}{\partial x}(gA\bar{y}) = gA \frac{\partial y}{\partial x}$  η Εξ. 2.12 μπορεί να γραφεί:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Q^2/A) + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) + q_l V_l \quad (2.14)$$

Η Εξ. 2.14 είναι μια μη συντηρητική γραφή της Εξ. 2.12.

### 2.3 Μετασχηματισμός των εξισώσεων συνέχειας και ορμής

Στις Εξ. 2.2, 2.12 ανεξάρτητες μεταβλητές είναι η παροχή  $Q$  και το εμβαδόν υγρής διατομής  $A$ . Επειδή σε πολλά προβλήματα εμφανίζεται το βάθος ροής  $y$  οι εξισώσεις μπορεί να γραφούν ως εξής:

Από το Σχ. 2.1 προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = B \frac{\partial y}{\partial t}$$

όπου  $y =$  είναι το βάθος ροής,  $B =$  πλάτος ελεύθερης επιφάνειας επίσης

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial(VA)}{\partial x} = V \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} = A \frac{\partial V}{\partial x} + V \left[ \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} + \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right)_y \right] = A \frac{\partial V}{\partial x} + VB \frac{\partial y}{\partial x} + V \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right)_y$$

Η Εξ. 2.2 γίνεται:

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + A \frac{\partial V}{\partial x} + VB \frac{\partial y}{\partial x} + V \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right)_y = q_l \quad (2.15)$$

Η Εξ. 2.12 γράφεται:

$$V \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial V}{\partial t} + V^2 \frac{\partial A}{\partial x} + 2AV \frac{\partial V}{\partial x} + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) + V_l q_l$$

ή

$$V q_l + AV \frac{\partial V}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) + V_l q_l$$

ή

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) - \frac{q_l}{A}(V - V_l) \quad (2.16)$$

Οι Εξισώσεις 2.15 και 2.16 είναι γνωστές ως εξισώσεις St Venant.

Χωρίς πλευρική εισροή οι εξισώσεις αυτές γράφονται:



$$\frac{\partial y}{\partial t} + y \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (2.18)$$

Η Εξίσωση 2.18 μπορεί να λάβει την μορφή:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2.19)$$

Ο τελευταίος όρος της Εξ. 2.19 εκφράζει την επιτάχυνση της ροής σε μια διατομή. Όταν ο όρος αυτός είναι διάφορος του μηδενός η ροή είναι **ασταθής** (unsteady flow), διαφορετικά η ροή είναι **σταθερή** (steady flow) ή μόνιμη και εκφράζεται από την εξίσωση:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \quad (2.20)$$

Στη **σταθερή ροή** τα υδραυλικά μεγέθη (βάθος ροής, ταχύτητα, παροχή) μένουν αμετάβλητα στο χρόνο ενώ στην **ασταθή ροή** τα μεγέθη αυτά μεταβάλλονται συναρτήσει του χρόνου.

Όσο αφορά τη μεταβολή στο χώρο η ροή διακρίνεται σε **ομοιόμορφη** όπου όλα τα υδραυλικά στοιχεία είναι σταθερά σε όλες τις διατομές και σε **ανομοιόμορφη** όπου τα υδραυλικά στοιχεία μεταβάλλονται από διατομή σε διατομή.

Στις περιπτώσεις της ανομοιόμορφης σταθερής ή ασταθούς ροής γίνεται διάκριση σε **βαθμιαίως** ή **απότομα** μεταβαλλόμενη ροή ανάλογα με το ρυθμό της μεταβολής των υδραυλικών στοιχείων ροής κατά μήκος του αγωγού. Απότομα μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή παρουσιάζεται στην περίπτωση των υδραυλικών αλμάτων.

Σχηματικά, η διάκριση των ειδών ροής φαίνεται στο παρακάτω Διάγραμμα:

ΣΤΑΘΕΡΗ		ΑΣΤΑΘΗΣ	
ΣΤΑΘΕΡΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ		ΑΣΤΑΘΗΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ (σπάνια)	
ΣΤΑΘΕΡΗ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ		ΑΣΤΑΘΗΣ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ	
ΒΑΘΜΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΛΛΟ- ΜΕΝΗ	ΑΠΟΤΟΜΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟ- ΜΕΝΗ	ΒΑΘΜΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟ- ΜΕΝΗ	ΑΠΟΤΟΜΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟ- ΜΕΝΗ

## 2.4 Ολική και Ειδική Ενέργεια

Σε ροή χωρίς τριβές η Εξ. 2.14 γράφεται:

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = S_0 \quad (2.21)$$

Αν  $S_0 = -\partial z / \partial x$ ,  $z =$  υψόμετρο του πυθμένα από οριζόντιο σύστημα αναφοράς ( $m$ ), η Εξ. 2.21 μπορεί να λάβει την εξής μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( z + y + \frac{V^2}{2g} \right) = 0 \quad (2.22)$$

Αν θεωρηθεί ότι ισχύει η υδροστατική κατανομή των πιέσεων, είναι δηλαδή  $p = \gamma y$  τότε η Εξ. 2.22 καταλήγει στη γνωστή εξίσωση Bernoulli:

$$\frac{p}{\gamma} + z + \frac{V^2}{2g} = H = \text{σταθερά} \quad (2.23)$$

Η ποσότητα  $H$  ονομάζεται ολική ενέργεια ή ολικό φορτίο και εκφράζει την ανά μονάδα βάρους ενέργεια που διέρχεται από μία διατομή.

Η Εξ. 2.23 ισχύει σε αγωγούς μικρής κλίσης και με συντελεστή διορθώσεως κινητικής ενέργειας  $\alpha = 1$ . Γενικότερα η Εξ. 2.23 γράφεται:

$$\frac{p}{\gamma} + z + y \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} = H \quad (2.24)$$

όπου  $\theta$  η γωνία κλίσεως του πυθμένα του αγωγού.

Παραγωγίζοντας ως προς  $x$  και τα δύο μέλη της Εξ. 2.23 προκύπτει:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( z + y + \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{\partial H}{\partial x} = -S_f \quad (2.25)$$

Η Εξ. 2.25 είναι η βασική εξίσωση της σταθερής ανομοιόμορφης ροής και δείχνει ότι η μεταβολή της ολικής ενέργειας ανά μονάδα μήκους του

αγωγού όταν δεν υπάρχουν συγκεντρωμένες απώλειες όπως εμπόδια, απότομη αλλαγή διατομής κ.ά., ισούται με την κλίση τριβών.

**Ειδική ενέργεια** σε μια διατομή του αγωγού ονομάζεται η ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού ( $z=0$ ) ήτοι:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (2.26)$$

Η έννοια της ειδικής ενέργειας εισήχθη για πρώτη φορά από τον Bachmeteff το 1912. Με βάση τον ορισμό της ειδικής ενέργειας η Εξ. 2.25 γράφεται:

$$\frac{dE}{dx} + \frac{\partial z}{\partial x} = -S_f \quad \text{ή}$$

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f \quad (2.27)$$

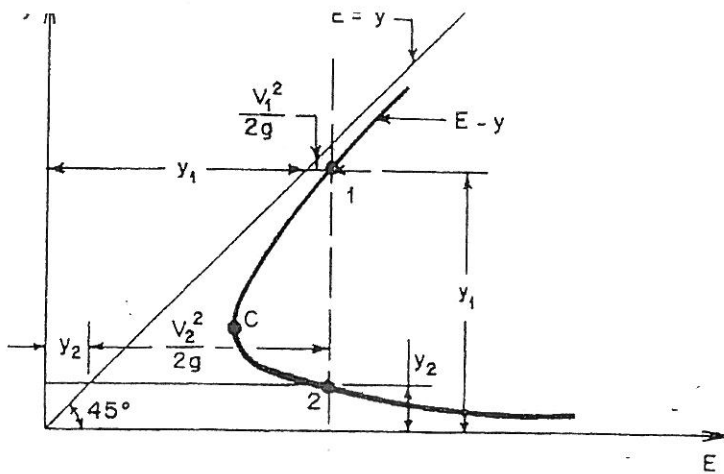
Όταν η Ειδική ενέργεια είναι σταθερή έχουμε

$$S_0 = S_f \quad (2.28)$$

και η ροή έχει σταθερό βάθος, σταθερή μέση ταχύτητα κατά μήκος του αγωγού και ονομάζεται **ομοιόμορφη ροή**.

Αν παρασταθεί η ειδική ενέργεια συναρτήσει του βάθους σε συνθήκες σταθερής παροχής προκύπτουν καμπύλες στο Σχήμα 2.2. Από ότι φαίνεται στο σχήμα οι καμπύλες με παράμετρο την παροχή  $Q$  είναι ασύμπτωτες στον άξονα της ειδικής ενεργείας και στη διχοτόμο όπως πράγματι προκύπτει και από την ανάλυση της Εξίσωσης 2.26.

Πράγματι για  $y \rightarrow 0$  η ειδική ενέργεια  $E \rightarrow \infty$  ενώ για  $y \rightarrow \infty$  η ειδική ενέργεια  $E \rightarrow y \rightarrow \infty$ .



Σχ. 2.2 Διάγραμμα Βάθους – Ειδικής ενέργειας

Για κάποια ενδιάμεση τιμή του βάθους  $y$  η ειδική ενέργεια λαμβάνει ελάχιστη τιμή. Η τιμή αυτή λέγεται **κρίσιμο βάθος**. Η τιμή του κρίσιμου βάθους μπορεί να προκύψει από την παραγωγή της Εξ. 2.26 και την εξίσωση της παραγώγου με το μηδέν ήτοι:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} = 0 \quad \text{ή}$$

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \quad (2.29)$$

Από το Σχήμα 2.2 προκύπτει ότι σε οποιαδήποτε τιμή της ειδικής ενέργειας πάνω από μια ορισμένη ελάχιστη αντιστοιχούν δύο τιμές του βάθους  $y$  η μια μεγαλύτερη και η άλλη μικρότερη του κρίσιμου βάθους. Οι δύο τιμές αυτές λέγονται **παραλλάσσοντα** ή **συζυγή βάθη**. Ροή με βάθος ίσο προς το κρίσιμο ονομάζεται **κρίσιμη ροή** και η αντίστοιχη ταχύτητα κρίσιμη ταχύτητα. Ροή με βάθος μεγαλύτερο του κρίσιμου λέγεται **υποκρίσιμη ροή** ενώ με βάθος μικρότερο του κρίσιμου λέγεται **υπερκρίσιμη ροή**. Η ποσότητα  $F_r$ , που ορίζεται από τη σχέση

Η ποσότητα  $F_r$  που ορίζεται από τη σχέση

$$F_r^2 = \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} \quad (2.30)$$

ονομάζεται **αριθμός Froude** και χαρακτηρίζει το είδος της ροής ήτοι αν

$F_r < 1$  η ροή είναι υποκρίσιμη

$F_r = 1$  η ροή είναι κρίσιμη

$F_r > 1$  η ροή είναι υπερκρίσιμη

Αν θεωρηθεί ότι ο συντελεστής διόρθωσης της κινητικής ενέργειας  $\alpha=1$  η παροχή σε κρίσιμες συνθήκες προκύπτει από την Εξ. 2.29;

$$Q = (A \sqrt{A/B})_{y=y_c} \sqrt{g} \quad (2.30\alpha)$$

Η συνάρτηση  $f_c = A \sqrt{A/B}$  ονομάζεται **συνάρτηση κρίσιμης ροής**.

Όταν σε συνθήκες ομοιόμορφης ροής το κανονικό βάθος είναι ίσο με το κρίσιμο ήτοι  $y_n = y_c$ , τότε η κλίση του αγωγού ονομάζεται κρίσιμη κλίση και το αντίστοιχο βάθος ροής **μεταβατικό βάθος**. Από την εξίσωση Manning και την Εξ. 2.30 προκύπτει:

$$S_c = \frac{Q^2 n^2}{A^2 R^{4/3}} = \frac{n^2 g}{\left( \frac{BR^{4/3}}{A} \right)_{y=y_c}} \quad (2.31)$$

Η συνάρτηση  $f_t = BR^{4/3} / A$  ονομάζεται **συνάρτηση μεταβατικής ροής**.

Αν συγκριθεί η κλίση του πυθμένα με την αντίστοιχη κλίση, οι αγωγοί κατατάσσονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

$S_0 < S_c \Rightarrow y_n > y_c$  ήπια κλίση

$S_0 = S_c \Rightarrow y_n = y_c$  κρίσιμη κλίση

$S_0 > S_c \Rightarrow y_n < y_c$  απότομη κλίση

Σε ορθογωνικούς αγωγούς η Εξ. 2.26 γίνεται:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad (2.32)$$

όπου:  $q = Q/B =$  παροχή ανά μονάδα πλάτους του αγωγού ( $m^3/s/m = m^2/s$ )

$B =$  πλάτος του αγωγού ( $m$ )

Το κρίσιμο βάθος στην περίπτωση αυτή για  $\alpha = 1$  προκύπτει από την Εξ. 2.29:

$$y_c = \sqrt[3]{q^2 / g} \quad (2.33)$$

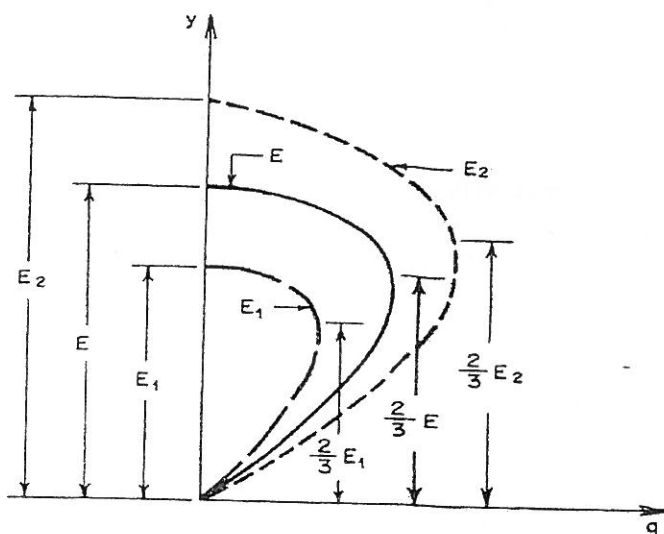
Θέτοντες στην Εξ. 2.32 όπου  $y = y_c$  και  $q^2 = gy^3$  προκύπτει το  $y_c$ :

$$y_c = \frac{2}{3} E_c \quad (2.34)$$

Η διάκριση των ροών σε υπερκρίσιμες και υποκρίσιμες είναι κεφαλαιώδους σημασίας στην υδραυλική των ανοιχτών αγωγών και ο σαφής προσδιορισμός του είδους ροής κατά το σχεδιασμό των υδραυλικών έργων απαραίτητος για την ασφάλεια και τη λειτουργία των έργων.

Το Σχήμα 2.2 μας επιτρέπει την ανάλυση ροών στις περιπτώσεις στένωσης ή διεύρυνσης ενός ανοιχτού αγωγού και στην περίπτωση ύπαρξης εμποδίου στη ροή. Για την ανάλυση αυτή γίνεται η απλοποιητική παραδοχή ότι σε ένα μικρό τμήμα του αγωγού που περιλαμβάνει τη μεταβολή του πλάτους ή την ύπαρξη εμποδίου, η ειδική ενέργεια παραμένει σταθερή οπότε προκύπτει η μεταβολή του βάθους σε κάθε περίπτωση.

Αντίστοιχα χρήσιμες είναι η γραφική παράσταση βάθους ειδικής παροχής σε ορθογωνικό αγωγό με παράμετρο την ειδική ενέργεια όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.3.

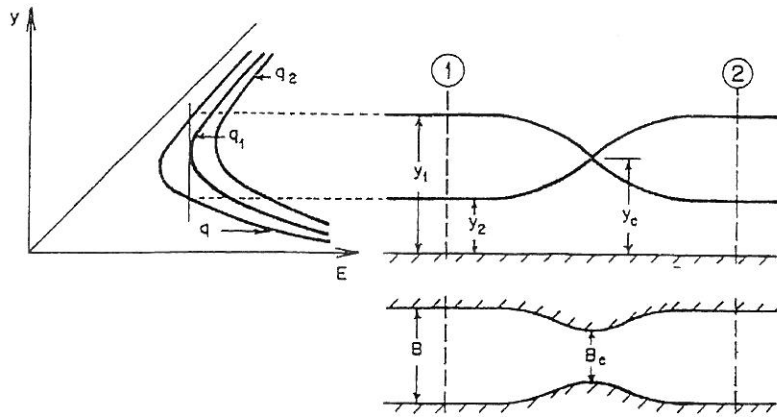


Σχ. 2.3 Διάγραμμα Βάθους – Ειδικής παροχής

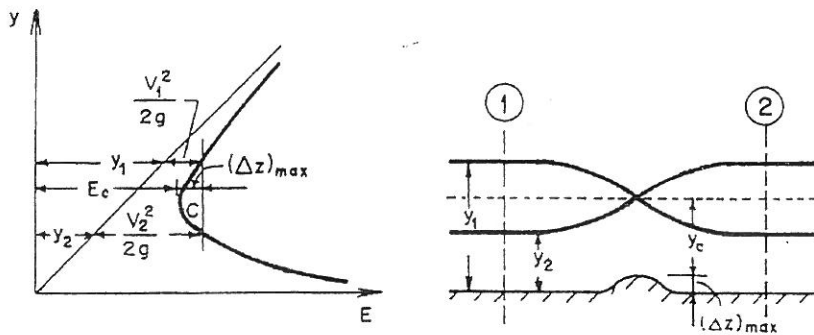
Στο Σχήμα 2.4 φαίνεται η μετάβαση από συνθήκες υποκρίσιμης ροής, βάθους  $y_1$  σε συνθήκες κρίσιμης ροής, βάθους  $y_C$  και στη συνέχεια σε συνθήκες υπερκρίσιμης ροής βάθους  $y_2$ . Η μεταβολή αυτή, δεδομένου ότι οι απώλειες θεωρούνται αμελητέες και η ειδική ενέργεια  $E$  είναι σταθερή, παρίσταται στο σχήμα με μια παράλληλη προς τον άξονα των βαθών  $y$ , εφάπτεται μιας καμπύλης με μεγαλύτερη ειδική παροχή  $q_1$  λόγω της στένωσης και καταλήγει στην προηγούμενη καμπύλη ειδικής παροχής λόγω του ότι ο αγωγός επανέρχεται στο αρχικό πλάτος. Στο σημείο επαφής της παράλληλης γραμμής με της καμπύλη ειδικής παροχής  $q_1$  έχουμε κρίσιμες συνθήκες ροής γιατί η ειδική ενέργεια ελαχιστοποιείται στη θέση αυτή.

Αντίστοιχα στο Σχήμα 2.5 φαίνεται ο υπολογισμός της μεταβολής του βάθους ροής σε ένα ανοιχτό αγωγό στην περίπτωση της παρεμβολής εμποδίου ες ένα σημείο του αγωγού.





Σχ. 2.4 Στένωση-διεύρυνση ανοιχτού αγωγού



Σχ. 2.5 Παρεμβολή εμποδίων στη ροή

## 2.5 Ειδική δύναμη

Στο Σχήμα 2.6 η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων ισούται με τη μεταβολή της ορμής ήτοι:

$$-F_\tau + F_1 - F_2 - D + F_g = \rho Q(V_2 - V_1) \quad (2.35)$$

όπου

$F_\tau$  η δύναμη τριβών στα τοιχώματα του αγωγού

$F_1$  η δύναμη της υδροστατικής πίεσεως στη διατομή 1

$F_2$  η δύναμη της υδροστατικής πίεσεως στη διατομή 2

$F_g$  η συνιστώσα του βάρους του νερού κατά τη διεύθυνση της ροής

$D$  η αντίσταση του εμποδίου

Οι δυνάμεις της υδροστατικής πίεσης στις διατομές 1 και 2 είναι αντίστοιχα:

$F_1 = \rho g \bar{y}_1 A_1$  και  $F_2 = \rho g \bar{y}_2 A_2$  οπότε η Εξ. 2.35 γίνεται:

$$\frac{-F_\tau + F_g - D}{\rho g} = \left( \frac{Q^2}{gA_2} + A_2 \bar{y}_2 \right) - \left( \frac{Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{y}_1 \right) \quad (2.36)$$

Η παράσταση  $M = \frac{Q^2}{gA} + A\bar{y}$  έχει διαστάσεις δυνάμεως ανά μονάδα ειδικού

βάρους ήτοι διαστάσεις όγκου  $[MLT^{-2} / (MLT^{-2} / L^3)] = [L^3]$  και ονομά-

ζεται **ειδική δύναμη**. Η Εξ. 2.36 γράφεται τελικά:

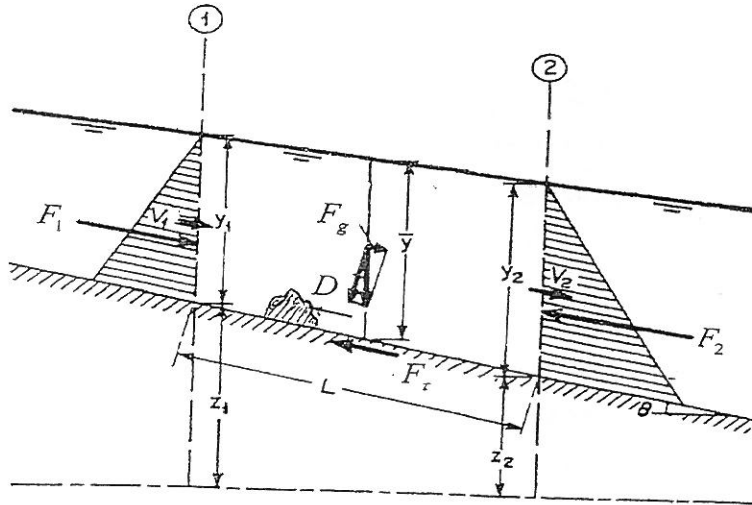
$$\frac{-F_\tau + F_g - D}{\rho g} = M_2 - M_1 \quad (2.37)$$

Στην περίπτωση που δεν υπάρχει εμπόδιο στη ροή, η κλίση του πυθμένα είναι μηδενική και οι δυνάμεις τριβών στα τοιχώματα του αγωγού θεωρηθούν αμελητέες, η Εξ. 2.37 γίνεται:

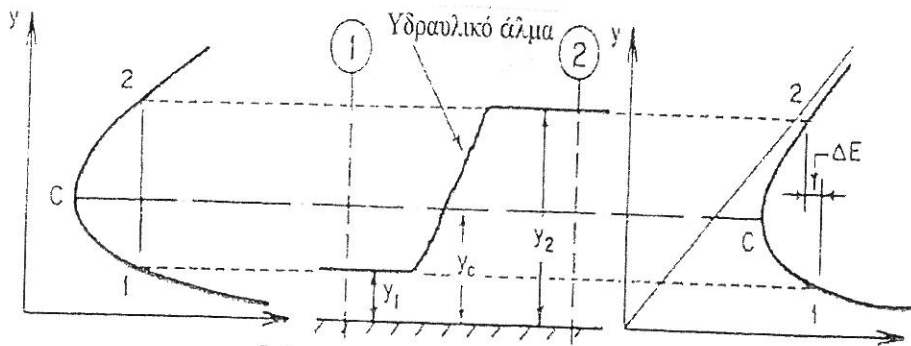
$$M_2 = M_1 \quad (2.38)$$

Αν παρασταθεί γραφικά η μεταβολή του βάθους ροής συναρτήσει της ειδικής δύναμης προκύπτει το Σχήμα 2.7. Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι για έναν ορισμένο αγωγό και μια ορισμένη παροχή  $Q$  σε κάθε τιμή της ειδικής δύναμης αντιστοιχούν δύο τιμές του βάθους της υγρής διατομής μια μικρότερη και μια μεγαλύτερη της τιμής του κρίσιμου βάθους. Τα δύο αυτά βάθη χαρακτηρίζονται ως συζυγή βάθη και αποτελούν το αρχικό και τελικό βάθος στο φαινόμενο του Υδραυλικού άλματος σ' ένα οριζόντιο αγωγό. Τα δύο συζυγή βάθη συμπίπτουν στο κρίσιμο βάθος όταν η συνάρτηση της ειδικής δύναμης αποκτά την ελάχιστη τιμή της.

Η εξίσωση της ποσότητας κίνησης με τη μορφή της Εξ. 2.37 σε συνδυασμό με τη συνάρτηση ειδικής δύναμης χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων ροής όταν υπεισέρχονται απώλειες ενέργειας οι οποίες δεν μπορούν να προσδιορισθούν εκ των προτέρων όπως στην περίπτωση του υδραυλικού άλματος. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της δύναμης της υδροστατικής πίεσης που ασκείται σε ένα μισοανοιχτό θυρόφραγμα που παρεμβάλλεται στη ροή του νερού.



Σχ. 2.6 Ισορροπία δυνάμεων σε τμήμα ελέγχου αγωγού



Σχ. 2.7 Συσχέτιση Ειδικής ενέργειας-Ειδικής δύναμης στο Υδραυλικό άλμα

### 3. ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ

Σε έναν ανοιχτό αγωγό η κινούσα δύναμη είναι η συνιστώσα της βαρύτητας κατά τη διεύθυνση του άξονα του αγωγού. Αντίθετες δυνάμεις είναι οι τριβές στον πυθμένα και στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού λόγω τριβών με τον αέρα. Όταν ο αγωγός είναι πρισματικός και αρκούντως μεγάλου μήκους και η παροχή είναι σταθερή, η κινούσα δύναμη εξισορροπείται από τις αντιστάσεις και δεν υπάρχει επιτάχυνση σε καμιά διατομή του αγωγού. Στην περίπτωση αυτή τα υδραυλικά στοιχεία της ροής ήτοι το βάθος και η μέση ταχύτητα παραμένουν σταθερά κατά μήκος του αγωγού. Η ροή τότε λέγεται **ομοιόμορφη** και το αντίστοιχο βάθος **κανονικό βάθος**.

#### 3.1 Εμπειρικές εξισώσεις - συντελεστής τραχύτητας

Στην περίπτωση της ομοιόμορφης ροής είναι εύκολο να υπολογισθούν τα υδραυλικά μεγέθη συναρτήσει της γεωμετρίας και της φύσης των τοιχωμάτων του αγωγού. Πράγματι σε ένα τμήμα αγωγού μήκους  $L$  η κινούσα δύναμη είναι  $mg \sin \vartheta$  και ισούται με τις αντιστάσεις λόγω τριβών στον πυθμένα ήτοι:  $\tau_0 LP$  όπου  $P$  η βρεχόμενη περίμετρος οπότε

$$mg \sin \vartheta = \tau_0 LP \quad (3.1)$$

Επειδή η γωνία  $\theta$  είναι συνήθως μικρή ισχύει  $\sin \vartheta \approx \tan \vartheta = S_0$

Δεδομένου ότι  $R = A / P$  η Εξ. 3.1 γίνεται:

$$\tau_0 = \rho g R S_0 \quad (3.2)$$

Από τη διαστατική ανάλυση και πειράματα προκύπτει ότι εν γένει

$\tau_0 = kV^2$  οπότε η Εξ. 3.2 γίνεται:

$$V = \sqrt{\frac{\rho g}{k}} \sqrt{RS_0} = C \sqrt{RS_0} \quad (3.3)$$

Η Εξ. 3.3 είναι ευρέως γνωστή ως τύπος του Chezy.

Ανάλογη έκφραση προκύπτει από τον τύπο των Darcy-Weisbach που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των απωλειών στους κλειστούς αγωγούς και δεδομένου ότι οι απώλειες φορτίου ανά μονάδα μήκους στην ομοιόμορφη ροή είναι ίσες με την κλίση πυθμένα και στους αγωγούς κυκλικής διατομής και η υδραυλική ακτίνα  $R = D/4$  θα έχουμε:

$$\frac{\Delta H}{\Delta x} = i = S_0 = \frac{\lambda V^2}{D 2g} = \frac{\lambda V^2}{4R 2g} \quad \text{ήτοι:}$$

$$V = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \sqrt{RS_0} \quad (3.4)$$

Στον Ευρωπαϊκό χώρο χρησιμοποιήθηκαν διάφοροι τύποι προσδιορισμού της σταθεράς  $C$  που προέκυψαν από πειραματική ανάλυση όπως ο τύπος του Bazin:

$$C = \frac{87}{1 + m/\sqrt{R}} \quad (3.5)$$

όπου  $m$  συνάρτηση της τραχύτητας του αγωγού η οποία δίνεται από πίνακες.

Στο τέλος του 19<sup>ου</sup> αιώνα εμφανίστηκε ο εμπειρικός τύπος του Manning που μπορεί να θεωρηθεί συνέχεια του τύπου του Chezy:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \quad (3.6)$$

όπου  $n$  συντελεστής τραχύτητας Manning με διαστάσεις  $[L^{-1/3} T]$ .

Η συνάρτηση  $f_n = AR^{2/3}$  ονομάζεται **συνάρτηση αγωγιμότητας**.

Όπως προκύπτει από τις Εξισώσεις 3.3, 3.6 η σχέση μεταξύ του συντελεστή Manning - Chezy είναι:

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad (3.7)$$

Ο τύπος του Manning έχει λιγότερη εξάρτηση από την υδραυλική ακτίνα και χρησιμοποιείται από την πλειονότητα των Υδραυλικών.

## 3.2 Στοιχεία σχεδιασμού ανοιχτών αγωγών

### 3.2.1 Αδιαστατοποίηση των παραμέτρων ροής

Στη φύση η ροή του νερού σε φυσικούς και τεχνητούς αγωγούς δεν είναι ποτέ απόλυτα ομοιόμορφη, γιατί η κατάσταση αυτή προϋποθέτει μεγάλο μήκος ευθύγραμμου αγωγού, σταθερή κλίση, σταθερή διατομή και σταθερή παροχή που δύσκολα συνυπάρχουν σε ένα τεχνικό έργο. Παρ' όλα αυτά οι ανοιχτοί αγωγοί σχεδιάζονται κατά το κύριο μέρος τους σε συνθήκες ομοιόμορφης ροής εκτός των ειδικών τμημάτων, όπου υπάρχουν απότομες μεταβολές των στοιχείων ροής (εκχειλιστές, υδατολισθήρες, λεκάνες ηρεμίας κ.τ.λ.). Κατά τη διαστασιολόγηση των διατομών λαμβάνεται πρόνοια για την αντιμετώπιση φαινομένων ή αστάθειας λόγω κυματισμών ή λειτουργίας θυροφραγμάτων με την πρόβλεψη περιθωρίων ασφαλείας.

Για το σχεδιασμό ανοιχτών αγωγών ακόμη και σε συνθήκες απλουστευμένες, όπως αυτές της ομοιόμορφης ροής, απαιτούνται υπολογισμοί υδραυλικών και γεωμετρικών στοιχείων που δεν είναι πάντα απλοί. Στο παρελθόν πολλοί υπολογισμοί γίνονταν με τη χρήση Νομογραφημάτων και γενικότερα γραφοαναλυτικών λύσεων. Σήμερα, με τη διάδοση των ηλεκτρονικών υπολογιστών και των υπολογιστών γραφείου, τα περισσότερα προβλήματα επιλύονται με αλγεβρικές μεθόδους. Για τις επιλύσεις αυτές, ένα σημαντικό εργαλείο είναι η αδιαστατοποίηση των μεταβλητών με σκοπό τη μείωση των μεταβλητών ενός προβλήματος και τη

δυνατότητα πινακοποίησής του. Η διαδικασία της αδιαστατοποίησης φαίνεται στο ακόλουθο παράδειγμα:

Στο σχεδιασμό της ομοιόμορφης ροής χρησιμοποιείται συνήθως ο τύπος του Manning:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \quad (3.8)$$

Δεδομένα σχεδιασμού είναι συνήθως η παροχή  $Q$  που διέρχεται από τον αγωγό, η κλίση του πυθμένα  $S_0$  που εξαρτάται από την τοπογραφία της περιοχής διέλευσης του αγωγού και ο συντελεστής τραχύτητας  $n$  που εξαρτάται από το είδος των τοιχωμάτων του αγωγού. Ζητούμενο είναι οι διαστάσεις του αγωγού που εμπεριέχονται στην ποσότητα

$$f_n(y) = AR^{2/3} \quad (3.9)$$

που ονομάζεται συνάρτηση αγωγιμότητας του αγωγού. Στην περίπτωση του αγωγού τραπεζοειδούς διατομής που είναι και η περισσότερο χρησιμοποιούμενη μορφή διατομής τεχνητών αγωγών, η συνάρτηση αγωγιμότητας είναι συνάρτηση του βάρους ροής  $y$ , του πλάτους πυθμένα  $b$ , και της κλίσης πρανών  $m$  διότι

$$A = y(b + my) \quad P = b + 2y\sqrt{1 + m^2} \quad R = A/P \quad (3.10)$$

Η αδιαστατοποίηση της συνάρτησης αγωγιμότητας με σταθερά αδιαστατοποίησης το πλάτος πυθμένα μειώνει τον αριθμό των μεταβλητών παραμέτρων από τρεις σε δύο ήτοι αντί των  $b, y, m$  τις  $\bar{y} = y/b$  και  $m$ .

Η Εξ. (3.9) γίνεται

$$\bar{f}_n(\bar{y}) = \bar{A}\bar{R}^{2/3} = \frac{A}{b^2} \frac{R^{2/3}}{b^{2/3}} = \frac{f_n}{b^{8/3}} \quad (3.11)$$

όπου  $\bar{A} = A/b^2$

$$\bar{P} = (b + 2y\sqrt{1 + m^2})/b = 1 + 2\bar{y}\sqrt{1 + m^2}$$



$$\bar{R} = R/b = \bar{A}/\bar{P}$$

και η Εξ. (3.8) γίνεται:

$$Q = b^{8/3} \bar{f}_n \frac{\sqrt{S_0}}{n} \quad (3.12)$$

Για τον υπολογισμό της παροχής από την Εξ 3.12 πινακοποιείται η αδιάστατη συνάρτηση  $\bar{f}_n$  η οποία εξαρτάται από τις μεταβλητές  $\bar{y} = y/b_0$  και  $m$ .

Αντίστοιχα η αδιάστατη συνάρτηση κρίσιμης ροής προκύπτει από την εξίσωση  $f_c = A\sqrt{A/B}$  :

$$\bar{f}_c = \frac{A}{b^2} \frac{\sqrt{A/B}}{b^{1/2}} = \frac{f_c}{b^{5/2}} \quad (3.13)$$

οπότε η Εξ. 2.30α γίνεται:

$$Q = b^{5/2} \bar{f}_c \sqrt{g} \quad (3.14)$$

Η συνάρτηση μεταβατικής ροής

$$f_t = \left( \frac{f_n}{f_c} \right)^2 = \left( \frac{AR^{2/3}}{A\sqrt{A/B}} \right)^2 = \frac{BR^{4/3}}{A} \quad (3.15)$$

η οποία με αδιαστατοποίηση γίνεται:

$$\bar{f}_t = \frac{BR^{4/3}/A}{b^{-1}b^{4/3}} = \frac{f_t}{b^{1/3}} \quad (3.16)$$

οπότε η Εξ. 2.31 γίνεται:

$$S_c = \frac{gn^2}{f_t} b^{-1/3} \quad (3.17)$$

Η δύναμη υδροστατικής πίεσης στη διατομή αν θεωρηθεί κατακόρυφη είναι:

$$F(y) = \gamma \int_0^y (y - \zeta) b(\zeta) d\zeta \quad (3.18)$$

και με αδιαστατοποίηση:

$$\bar{F}(\bar{y}) = \int_0^{\bar{y}} (\bar{y} - \bar{\zeta}) \bar{b}(\bar{\zeta}) d\bar{\zeta} \quad (3.19)$$

οπότε:

$$F(y) = \gamma b^3 \bar{F}(\bar{y}) \quad (3.20)$$

Η συνάρτηση δυνάμεως υδροστατικής πίεσης γίνεται:

$$\bar{F}_2 + \frac{Q^2}{gA_2 b^5} = \bar{F}_1 + \frac{Q^2}{gA_1 b^5} \quad (3.21)$$

Για τις περιπτώσεις αγωγών άλλης μορφής διατομής επιλέγεται αντίστοιχα η σταθερά αδιαστατοποίησης και προκύπτουν οι αντίστοιχες εξισώσεις. Στην έκδοση «Ανομοιόμορφη ροή σε ανοιχτούς αγωγούς» του Ι. Σακκά (Σακκάς, 1981), περιέχονται πλήρεις πίνακες αδιαστατοποιημένων μεταβλητών για τραπεζοειδείς, κυκλικές, παραβολικές, στοματοειδείς και πεταλοειδείς διατομές με αντίστοιχα παραδείγματα εφαρμογής των πινάκων. Στο Παράρτημα Π3 περιέχεται δείγμα των πινάκων που αφορά τραπεζοειδείς διατομές με κλίση πρανών  $m = 1.5$ .

### 3.2.2 Υπολογισμός των γεωμετρικών στοιχείων κατασκευής του αγωγού

Ένα βασικό στοιχείο σχεδιασμού ενός ανοιχτού αγωγού είναι η κλίση του αγωγού. Κατά τη χάραξη του άξονα του αγωγού καταβάλλεται προσπάθεια ώστε η κλίση του πυθμένα του αγωγού να ακολουθεί κατά το δυνατόν την κλίση του φυσικού εδάφους. Ο πυθμένας πρέπει να τοποθετείται μέσα στο έδαφος και σε ανάλογο βάθος ώστε να επιτυγχάνεται ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωματώσεων σε κάθε τμήμα του αγωγού. Ο υπολογισμός των όγκων εκσκαφών και επιχωματώσεων γίνεται με ανάλογο

τρόπο που χρησιμοποιείται στα έργα οδοποιίας. Παράδειγμα τέτοιου υπολογισμού παρατίθεται στο Παράρτημα Ι. Η ικανοποίηση των παραπάνω συνθηκών συμβάλλει στην τεχνική αρτιότητα και στην οικονομία του έργου.

Για αγωγούς τραπεζοειδούς διατομής που είναι οι πλέον συνήθεις, η κλίση των πρανών στις ανεπένδυτες διώρυγες,  $m$ =οριζόντια/κάθετος ορίζεται ανάλογα με τη φύση του εδάφους σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1.

Στις επενδεδυμένες διώρυγες χωρίς οπλισμό, κυρίως για κατασκευαστικούς λόγους, λαμβάνεται  $m = 1.5$  και το πάχος επένδυσης προκύπτει από τον Πίνακα 3.2.

Το πλάτος του πυθμένα και το βάθος ροής προκύπτουν με δοκιμές με οικονομοτεχνικά και υδραυλικά κριτήρια.

Τα οικονομοτεχνικά κριτήρια είναι η μέγιστη αγωγιμότητα για ένα συγκεκριμένο εμβαδόν διατομής. Η οικονομικότερη θεωρητικά διατομή προκύπτει ότι είναι η διατομή σχήματος κανονικού ημιεξαγώνου, ωστόσο για λόγους τεχνικούς στην πράξη προτιμούνται διατομές με μεγαλύτερες τιμές του λόγου  $b/y_n$ .

Για μικρούς αγωγούς  $b/y_n \sim 1$

Για αγωγού μεσαίου μεγέθους  $b/y_n \sim 1-3$

Για μεγάλους αγωγούς  $b/y_n > 3$

Κατά τον προσδιορισμό του λόγου  $b/y_n$  ενός ανοιχτού αγωγού είναι απαραίτητο να προσδιορίζονται τα όρια των ταχυτήτων ροής διότι είναι προφανές ότι, ανάλογα με το υλικό επένδυσης του αγωγού, οι μεγάλες ταχύτητες προκαλούν ανεπιθύμητες διαβρώσεις των τοιχωμάτων του αγωγού ενώ οι μικρές αντίστοιχα δημιουργούν αποθέσεις φερτών υλών στον πυθμένα με συνέπεια τη μείωση της διοχετευτικής του ικανότητας.

Στον Πίνακα 3.3 φαίνονται τα όρια των μεγίστων και ελαχίστων επιτρεπομένων ταχυτήτων και οι κλίσεις πρανών σε διάφορες περιπτώσεις ανοιχτών αγωγών.

Πίνακας 3.1

Στοιχεία σχεδιασμού ανεπένδυτων ανοιχτών αγωγών

α/α	Σύσταση υλικού του πρανούς	Κλίση πρανούς m/1
1	Βράχος	0/1
2	Τυρφώδες έδαφος	~ 0.25/1
3	Σκληρή άργιλλος	0.50/1 - 1/1
4	Γαίες επενδεδυμένες με λίθους για μεγάλους αγωγούς	1/1
5	Συμπαγής άργιλλος	1.50/1
6	Χαλαρό αμμώδες έδαφος	2/1

Πίνακας 3.2

Πάχος επενδύσεως και πλάτος στέψης αναχωμάτων σε αρδευτικές διώρυγες

ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ				ΑΝΑΧΩΜΑΤΑ ΔΙΩΡΥΓΑΣ	
Απλό σκυρόδεμα		Οπλισμένο σκυρόδεμα			
Παροχή [m <sup>3</sup> /s]	πάχος επένδυσης [cm]	Παροχή [m <sup>3</sup> /s]	πάχος επένδυσης [cm]	Παροχή [m <sup>3</sup> /s]	πλάτος στέψης αναχώματος [cm]
<5	5	<50	10	<200	50
5 - 15	7	50 - 120	12	200-650	70
15 - 40	8			650 - 1150	80
40 - 100	9			1150-1650	90
				1650-2150	100
				2150-2800	120
				>2800	180-240

Πίνακας 3.3

Επιτρεπόμενα όρια μεγίστων και ελαχίστων ταχυτήτων και κλίσεις πρανών  
σε διάφορες περιπτώσεις ανοιχτών αγωγών

ΜΕΓΙΣΤΕΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ			
α/α	Σύσταση αρχικού υλικού κοίτης	Καθαρό νερό [m/s]	Νερό που μεταφέρει άμμο ή χαλίκια [m/s]
1	Λεπτή άμμος	0.45	0.45
2	Ιλυώδες έδαφος	0.60	0.60
3	Συμπαγής άργιλλος	0.75	0.70
4	Πολύ σκληρή άργιλλος	1.80	1.50
5	Λεπτά χαλίκια	0.75	1.15
6	Λίθοι	1.50	2.00
ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ			
α/α	Σύσταση νερού	Ταχύτητα ροής [m/s]	
1	Νερά βορβορώδη	0.35-0.40	
2	Νερά που μεταφέρουν λεπτή άμμο	0.60-0.65	
3	Νερά πόσιμα	0.50-0.65	
4	Νερά στάσιμα που αποχετεύονται	0.65-0.80	

### 3.3.4 Υπολογισμός των υδραυλικών στοιχείων του αγωγού

Ένα από τα σημαντικά μεγέθη που πρέπει να προσδιορισθούν για το σχεδιασμό ενός αγωγού είναι ο συντελεστής τραχύτητας στις ημιεμπειρικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται στην ομοιόμορφη ροή όπως ο συντελεστής Manning. Ο συντελεστής αυτός εμπεριέχει τις αντιστάσεις του πυθμένα και των τοιχωμάτων του αγωγού αλλά και κάθε άλλου τύπου αντίσταση στη ροή όπως π.χ. η αντίσταση του αέρα στην ελεύθερη επιφάνεια του αγωγού. Πολλές φορές κατά μήκος μιας εγκάρσιας διατομής η τραχύτητα είναι διαφορετική στα διάφορα τμήματα της διατομής. Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση της διπλής τραπεζοειδούς διατομής, όπου η κοίτη πλημμυρών καλύπτεται από πυκνή βλάστηση και παρουσιάζει σαφώς μεγαλύτερη τραχύτητα από την κύρια κοίτη.

Η ισοδύναμη τραχύτητα γενικά θα προκύψει από τη σχέση (V.T.Chow, 1959):

$$n_e = \left( \frac{\sum P_i n_i^{3/2}}{P} \right)^{2/3} \quad (3.22)$$

ή την Εξίσωση (Σακκάς, 1988):

$$n_e = \frac{PR^{5/3}}{\sum \frac{P_i R_i^{5/3}}{n_i}} \quad (3.23)$$

αν θεωρηθεί ότι  $R \sim R_i$  και  $P = \sum P_i$  η Εξ. 3.23 γίνεται:

$$n_e = \frac{P}{\sum \frac{P_i}{n_i}} \quad (3.24)$$

Στην περίπτωση της διπλής τραπεζοειδούς διατομής επειδή στα διάφορα τμήματα του αγωγού παρουσιάζονται τελείως ανόμοιες συνθήκες ροής, αντί του ισοδύναμου συντελεστή τραχύτητας διαιρείται η διατομή σε κατακόρυφες λωρίδες και υπολογίζεται η παροχή σε κάθε λωρίδα χωριστά. Στον υπολογισμό των επί μέρους υδραυλικών ακτίνων οι αντίστοιχες βρεχόμενες επιφάνειες δεν περιλαμβάνουν τα κοινά τμήματα μεταξύ των λωρίδων, διότι θεωρείται ότι η διαφορά ταχύτητας μεταξύ τους δεν είναι τόσο μεγάλη, ώστε να δημιουργεί σημαντικές εφαπτομενικές δυνάμεις.

Οι τιμές του συντελεστή τραχύτητας κατά Manning είναι:

Για επενδεδυμένες διώρυγες κατασκευασμένες στο πεδίο

$$n = 0.014 - 0.016$$

Για προκατασκευασμένες διώρυγες με σχετικά λείες επιφάνειες

$$n = 0.012$$

Για διώρυγες επενδεδυμένες με συρματοκιβώτια

$$\text{για } R < 1.5 \quad n = 0.025 - 0.030$$

$$\text{για } R > 1.5 \quad n = 0.025$$

Η μέγιστη επιτρεπόμενη μέση ταχύτητα είναι  $V_{max} = 2.5 \text{ m/s}$  υπολογισμένη με συντελεστή Manning  $n^* = n - 0.003$  όπου  $n$  η τιμή υπολογισμού της διατομής.

Το πάχος επένδυσης εξαρτάται από το μέγεθος της διερχόμενης παροχής και δίνεται στον Πίνακα 3.2.

Περιθώριο ασφαλείας είναι η κατακόρυφη απόσταση της επιφάνειας του νερού από τη στέψη των αναχωμάτων σε συνθήκες σχεδιασμού. Το περιθώριο ασφάλειας είναι απαραίτητο για την αποφυγή υπερχειλίσης του αγωγού λόγω κυματισμών λόγω ανέμου ή λόγω λειτουργίας θυροφραγμάτων. Για ανεπένδυτες διώρυγες το U.S. Bureau of Reclamation συνιστά την ακόλουθη σχέση:

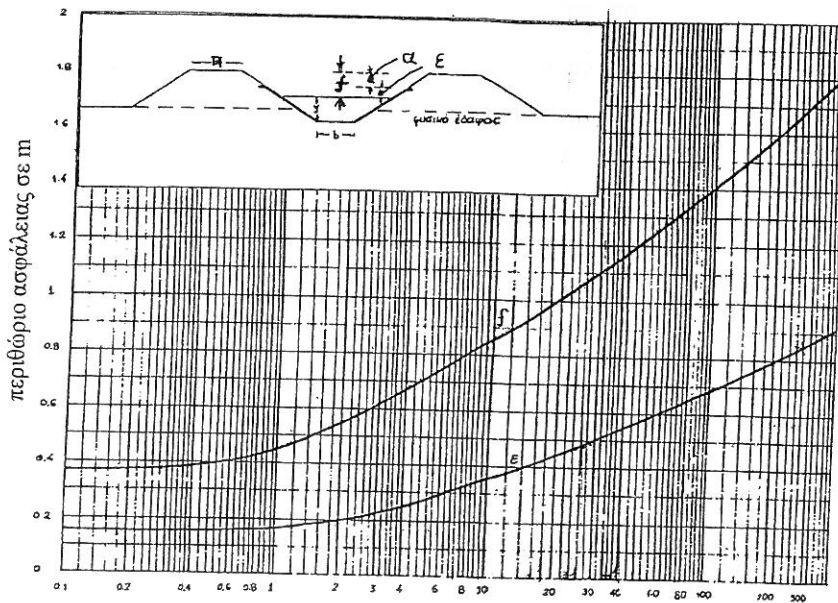
$$f = 0.55\sqrt{Cy}$$

όπου  $f$  = περιθώριο ασφάλειας σε m

$y$  = βάθος νερού σε m

$C$  = συντελεστής  $1.5 < C < 2.5$  για  $0.50 < Q < 85 \text{ m}^2/\text{s}$

Το Σχ. 3.3 δίνει ενδεικτικές τιμές των περιθωρίων ασφάλειας επένδυσης και αναχώματος κατά τις συστάσεις του U.S. Bureau of Reclamation.



Σχ. 3.3 Ενδεικτικές τιμές περιθωρίων ασφάλειας επένδυσης κατά τις συστάσεις του Bureau of Reclamation



## 4. ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ

### 4.1 Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή

Όταν σε έναν ανοιχτό αγωγό μεταβάλλεται βαθμιαία η διατομή του ή η κλίση πυθμένα, τότε αντίστοιχα τα στοιχεία ροής μεταβάλλονται ομοίως βαθμιαία κατά μήκος του αγωγού και η ροή ονομάζεται **βαθμιαία μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή**.

#### 4.1.1 Γενική εξίσωση, κατατομές της επιφανείας του νερού

Η γενική εξίσωση που χαρακτηρίζει τη βαθμιαία μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή είναι η σχέση που δίνει τη μεταβολή της ολικής ενέργειας ανά μονάδα μήκους του αγωγού όταν δεν υπάρχουν συγκεντρωμένες απώλειες (Εξ. 2.24):

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} \left( z + y + \frac{V^2}{2g} \right) = -S_f \quad (4.1)$$

Από την Εξ. 2.26 προκύπτει:

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f = \frac{dE}{dy} \frac{dy}{dx} = \left( 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} \right) \frac{dy}{dx} = \left( 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} \right) \frac{dy}{dx} \quad \text{οπότε}$$

μετά την εκτέλεση των πράξεων:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2} \quad (4.2)$$

$$\text{όπου : } F_r^2 = \frac{Q^2 B}{gA^3} \text{ είναι ο αδιάστατος αριθμός Froude.} \quad (4.3)$$

Οι κλίσεις πυθμένα διακρίνονται σε:

α) ήπιες όταν  $Y_n > Y_{cr}$

β) σε απότομες όταν  $Y_n < Y_{cr}$  και τέλος

γ) σε κρίσιμες όταν  $Y_n = Y_{cr}$  όπου  $Y_n$  το κανονικό βάθος.

Το είδος της κατατομής του νερού εξαρτάται από τη σχέση του βάθους ροής με το κρίσιμο και το κανονικό βάθος. Έτσι οι κατατομές διακρίνονται σε τρεις ζώνες:

1<sup>η</sup> ζώνη όταν  $Y > Y_n > Y_{cr}$

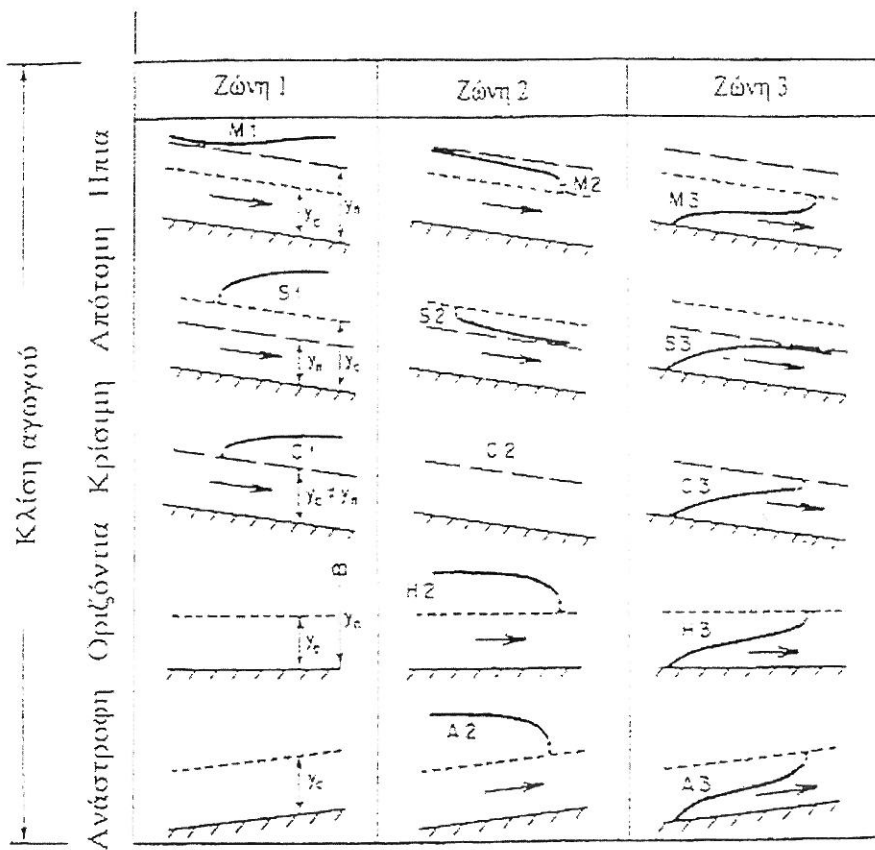
2<sup>η</sup> ζώνη όταν  $Y_n > Y > Y_{cr}$

3<sup>η</sup> ζώνη όταν  $Y_n > Y_{cr} > Y$

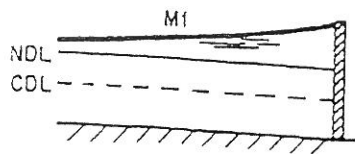
Με τη βοήθεια της Εξ. 4.2 προκύπτουν οι κατατομές του νερού όπως φαίνονται στο Σχήμα 4.1. Π.χ. στη ζώνη 1 για  $Y > Y_n$  και  $F_r < 1$

$dy/dx = +/+ = +$ , η κατατομή είναι αύξουσα και είναι καμπύλη  $M_1$ .

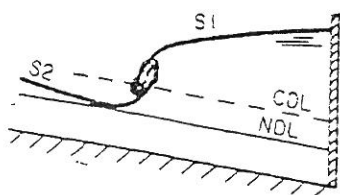
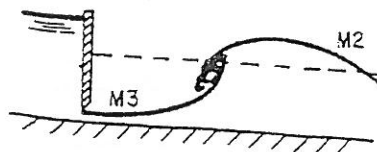
Στο Σχ. 4.2 φαίνονται ενδεικτικά κατατομές νερού σε διάφορες υδραυλικές διατάξεις (φράγμα, ελεύθερη πτώση, ροή κάτω από θυρόφραγμα κ.ά..



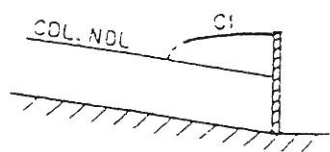
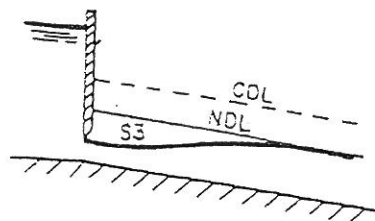
Σχ. 4.1 Διάκριση κατατομών ροής



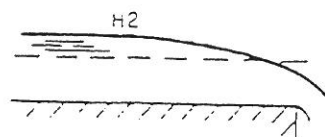
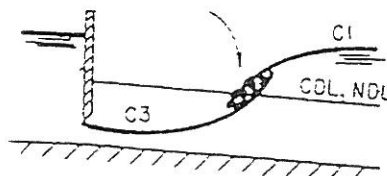
Ηπια κλίση



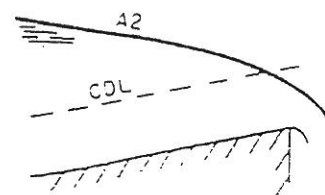
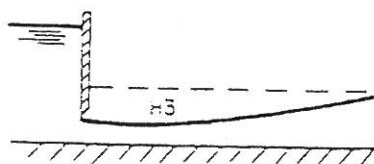
Απότομη κλίση



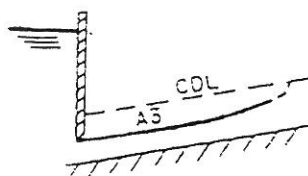
Κρίσιμη κλίση



Οριζόντια κλίση



Ανάστροφη κλίση



Σχ. 4.2 Κατατομές σε πραγματικές περιπτώσεις ροής

#### 4.1.2 Λύσεις της εξίσωσης της ανομοιόμορφης ροής

##### Μέθοδοι ρητής επίλυσης

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή γίνεται διακριτοποίηση της Εξ. 2.26 οπότε προκύπτει:

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} = S_0 - \bar{S}_f \quad (4.4)$$

Η μέση τιμή της κλίσης τριβών συνήθως δίδεται με τον αριθμητικό μέσο ήτοι:

$$\bar{S}_f = \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2}) \quad (4.5)$$

Από την Εξ. 4.4 προκύπτει:

$$\Delta x = (E_2 - E_1) / [S_0 - \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2})] \quad (4.6)$$

Η σειρά των υπολογισμών είναι η εξής:

Θεωρούνται γνωστά τα υδραυλικά στοιχεία μιας διατομής η οποία θεωρείται οριακή συνθήκη. Κατόπιν, με φορά προς τα ανάντη ή τα κατόντη αν η ροή είναι υποκρίσιμη ή υπερκρίσιμη αντίστοιχα, ορίζουμε μια νέα τιμή του βάθους ροής και από την Εξ. 4.6 υπολογίζεται η απόσταση  $\Delta x$  του βάθους αυτού και ούτω καθεξής. Οι εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για τους σχετικούς υπολογισμούς είναι όλες ρητές και έτσι διευκολύνεται η όλη διαδικασία. Σχηματικά έχουμε γνωστές τις τιμές  $y_1, A_1, R_1, V_1, S_{f1}, E_1$  στην αρχική θέση, στη συνέχεια ορίζεται μια τιμή  $y_2$  και ακολουθούν οι υπολογισμοί:

$$y_2 \Rightarrow A_2 \Rightarrow R_2 \Rightarrow V_2 \Rightarrow S_{f2} \Rightarrow \bar{S}_{f1,2} \Rightarrow E_2 \Rightarrow \Delta x_{1,2} \Rightarrow x_2$$

Η διαδικασία των υπολογισμών συνεχίζεται ώστε να καλυφθεί η περιοχή στην οποία ζητείται η κατατομή του νερού.

## Μέθοδος σταθερού χωρικού βήματος

Στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται η γενική εξίσωση διατηρήσεως ενέργειας:

$$\Delta H = h_f + \sum h_k \quad (4.7)$$

όπου  $h_f$  οι διανεμημένες απώλειες στο διακριτοποιημένο τμήμα  $\Delta x$  και

$\sum h_k$  το σύνολο των συγκεντρωμένων απωλειών στο αντίστοιχο τμήμα.

Η Εξ. 4.7 με αντικατάσταση των όρων της ολικής ενέργειας και των απωλειών δίνει:

$$z_2 + y_2 + \frac{Q^2}{2A_2^2 g} = z_1 + y_1 + \frac{Q^2}{2A_1^2 g} - \bar{S}_f \Delta x - \sum h_k \quad (4.8)$$

Σύμφωνα με την Εξ. 4.8 προκύπτει γενικά η τιμή του βάθους  $y_2$  όταν είναι γνωστά τα στοιχεία στη διατομή (1) όταν δίδεται η τιμή του  $\Delta x$ . Η Εξ. 4.8 όμως δεν είναι δυνατόν να καταλήξει σε ρητή έκφραση ως προς τον άγνωστο  $y_2$  και έτσι επιλύεται μόνο με διαδοχικές προσεγγίσεις. Για τη διευκόλυνση των υπολογισμών γίνεται αδιαστατοποίηση και πινακοποίηση των εκφράσεων  $A, P, R, AR^{2/3}, A\sqrt{A/B}$  σε διαφόρους τύπους διατομών (Σακκάς, 1981).

Με την εξέλιξη των υπολογιστικών εργαλείων τα τελευταία χρόνια είναι δυνατή η επίλυση της εξίσωσης 4.8, η οποία παρουσιάζει δυσκολίες διότι είναι πεπλεγμένη ως προς το άγνωστο βάθος ροής στην επόμενη θέση, με τη χρήση του «επιλυτή»(solver) στο ευρέως διαδεδομένο λογισμικό Excel ή ακόμα και σε μικρούς φορητούς υπολογιστές. Έτσι αποφεύγεται η χρήση πινάκων που απαιτεί σημαντικό χρόνο για παρεμβολές κ.ά. (βλ. υπόδειγμα παραρτήματος ΠΙ).

## 4.2 Ταχέως μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή

Οι γραμμές ροής στην ομοιόμορφη και βαθμιαία ανομοιόμορφη ροή θεωρούνται παράλληλες και ως εκ τούτου η κατακόρυφη επιτάχυνση της ροής θεωρείται αμελητέα. Η κατάσταση αυτή περιγράφεται εν γένει από τη θεωρία του αβαθούς νερού (shallow water theory).

Στις περιπτώσεις που οι γραμμές ροής παρουσιάζουν μεγάλη καμπυλότητα οπότε δεν ισχύει πλέον η υδροστατική κατανομή των πιέσεων ή στις περιπτώσεις που η επιφάνεια του νερού παρουσιάζει ασυνέχειες, έχουμε την περίπτωση της ταχέως μεταβαλλόμενης ροή και δεν ισχύουν οι αντίστοιχες εξισώσεις του αβαθούς νερού. Για την ανάλυση των περιπτώσεων αυτών, που συνήθως παρουσιάζουν φαινόμενα αποκόλλησης και κατανομή ταχυτήτων απροσδιόριστη, συνήθως καταφεύγουμε σε πειραματικές μελέτες.

Τέτοιες περιπτώσεις είναι χαρακτηριστικά:

- α) Απότομες μεταβολές της διατομής
- β) Ροή πάνω από εκχειλιστές
- γ) Υδραυλικά άλματα
- δ) Διατάξεις καταστροφής ενέργειας
- ε) Διατάξεις αναπηδήσεως κ.ά.

### 4.2.1 Υδραυλικό άλμα

Υδραυλικό άλμα σχηματίζεται όταν η ροή μεταβάλλεται από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη. Κατά τη μεταβολή αυτή το βάθος του νερού αυξάνεται απότομα με έντονα φαινόμενα τυρβώδους και ταυτόχρονη απώλεια ενέργειας.

Κατά τον σχηματισμό του υδραυλικού άλματος (Σχ. 4.3) η ειδική ενέργεια  $E$  και η ειδική δύναμη  $M$  δίνονται από τις εξισώσεις:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad (4.9)$$

$$M = \frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2} \quad (4.10)$$

όπου:  $E$  = ειδική ενέργεια (m)

$M$  = ειδική δύναμη ανά μονάδα πλάτους ( $m^2$ )

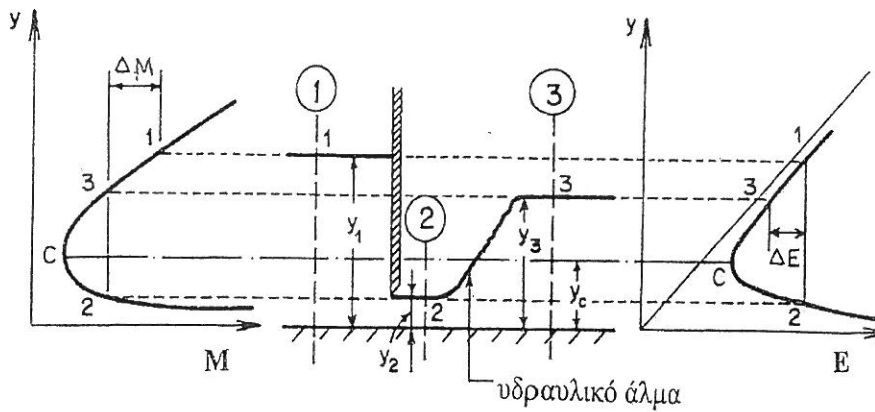
$y$  = βάθος νερού (m)

$Q$  = παροχή ( $m^3/s$ )

$g$  = επιτάχυνση της βαρύτητας ( $m/s^2$ )

$q = Q/b$  = παροχή ανά μονάδα πλάτους του αγωγού ( $m^3/s/m = m^2/s$ )

$b$  = πλάτος του αγωγού (m)



Σχ. 4.3 Υδραυλικό άλμα σε ροή κάτω από θυρόφραγμα



Η εφαρμογή της θεωρίας της ειδικής ενέργειας και ειδικής δύναμης στη ροή κάτω από θυρόφραγμα με σχηματισμό υδραυλικού άλματος δίδει:

$$E_1 = E_2 \quad (4.11)$$

$$\frac{F}{\rho g} = M_2 - M_1 \quad (4.12)$$

όπου  $F$  = δύναμη ανά μονάδα πλάτους που ασκείται από το θυρόφραγμα στην μάζα του νερού ( $Nt/m$ )  
 $\rho$  = πυκνότητα του νερού ( $Kg/m^3$ )

Στο υδραυλικό άλμα ισχύει:

$$M_2 = M_3 \quad (4.13)$$

Από τις Εξ. 4.10, 4.13 προκύπτει:

$$y_3 = \frac{y_2}{2} \left( -1 + \sqrt{1 + 8F_{r2}^2} \right) \quad (4.14)$$

$$\text{όπου: } F_{r2} = V_2 / \sqrt{gy_2} = q / \sqrt{gy_2^3} \quad (4.15)$$

$V_2$  = μέση ταχύτητα στην Διατομή (2) (Σχ. 4.3)

Η απώλεια ενεργείας στο Υδραυλικό άλμα είναι:

$$dE = E_2 - E_3 \quad (4.16)$$

Με συνδυασμό των Εξ. 4.1, 4.2, 4.8 προκύπτει:

$$dE = \frac{(y_3 - y_2)^3}{4y_2y_3} \quad (4.17)$$

Η Εξ. 4.17 δίνει την απώλεια φορτίου ανάντη και κατάντη ενός υδραυλικού άλματος σε οριζόντιο αγωγό ορθογωνικής διατομής και παριστάνει την απώλεια ενεργείας ανά μονάδα βάρους του κινουμένου ρευστού.

Η απώλεια ισχύος του κινουμένου ρευστού θα είναι:

$$dI = \frac{BdE}{t} = \frac{mgdE}{t} = \frac{\rho g V dE}{t} = \rho g Q dE \quad (4.18)$$

όπου:  $B$  = βάρος του υγρού ( $Nt$ )

$m$  = μάζα του υγρού ( $Kg$ )

Ο υπολογισμός του μήκους του υδραυλικού άλματος δίδεται από τις εμπειρικές Εξισώσεις 4.19, 4.20 που προέκυψαν από πειραματική ανάλυση:

$$\frac{L_r}{y_1} = -1.2 + 160 \tanh \frac{F_r}{20} \quad \text{για } y_1/B < 0.1 \quad (4.19)$$

$$\frac{L_r}{y_1} = 220 \tanh \frac{F_r - 1}{22} \quad \text{για } y_1/B > 0.1 \quad (4.20)$$

Για αριθμούς Froude μεταξύ 4 και 12 το μήκος άλματος λαμβάνεται από την έκφραση:

$$L_r = 6y_2 \quad (4.21)$$

#### 4.2.2 Απότομη διεύρυνση – στένωση διατομής

Οι απώλειες κατά μία απότομη διεύρυνση διατομής δίδονται από την εξίσωση (Henderson 1976):

$$\Delta H = \frac{V_1^2}{2g} \left[ \left(1 - \frac{B_1}{B_2}\right)^2 + 2F_r^2 (B_2 - B_1) \frac{B_1^3}{B_2^4} \right] \quad (4.22)$$

Αν  $B_2/B_1 > 1.5$  ή  $F_r < 0.5$  τότε:

$$\Delta H = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (4.23)$$

Για βαθμιαία διεύρυνση η Εξ. 4.23 γίνεται:

$$\Delta H = 0.3 \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (4.24)$$

Για απότομη στένωση έχουμε:

$$\Delta H = 0.23 \frac{V_2^2}{2g} \quad (4.25)$$

Τέλος για στένωση χωρίς αποκόλληση:

$$\Delta H = 0.11 \frac{V_2^2}{2g} \quad (4.26)$$

### 4.2.3 Εκχειλιστές

Οι εκχειλιστές είναι δυνατόν να είναι λεπτής ή πλατιάς στέψης, ορθογωνικοί, τριγωνικοί κ.τ.λ. Για του ορθογωνικούς εκχειλιστές ισχύει γενικά η εξίσωση:

$$Q = L \int_{h_0}^{H_0+h_0} \sqrt{2gh} dh = \frac{2}{3} L \sqrt{2g} [(H_0 + h_0)^{3/2} - h_0^{3/2}] \quad (4.27)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη συστολή της φλέβας:

$$Q = \frac{2}{3} C_d L \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (4.28)$$

όπου  $C_d$  = συντελεστής παροχής

Για  $H_0/P < P$  ο συντελεστής παροχής δίδεται από τη σχέση:

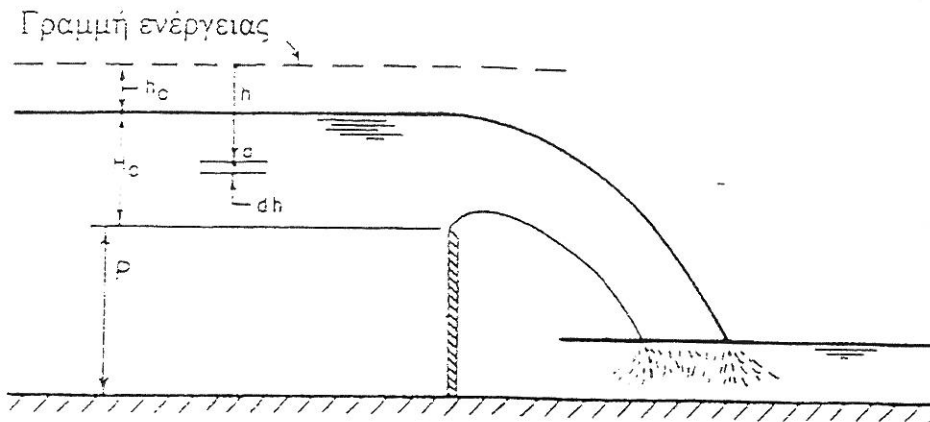
$$C_d = 0.611 + 0.08 \frac{H_0}{P} \quad (4.29)$$

Για  $H_0/P > 10$   $C = 1.135$

Για  $H_0/P > 15$   $y_c = H_0$

Για τους τριγωνικούς ισχύει γενικά η εξίσωση:

$$Q = \frac{8}{15} C_d t g \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} H^{5/2} \quad (4.30)$$



Σχ. 4.4 Εκχειλιστής λεπτής στέψεως

## 5. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ

### 5.1 Έλεγχος ροής

Από το διάγραμμα της ειδικής ενέργειας προκύπτει ότι μεταξύ βάθους και παροχής μονοσήμαντη σχέση υφίσταται σε κρίσιμες συνθήκες ροής όπου η ειδική ενέργεια γίνεται ελάχιστη. Οι διατομές όπου επικρατούν κρίσιμες συνθήκες ροής ονομάζονται **διατομές ελέγχου**.

Διατάξεις στις οποίες επιτυγχάνονται κρίσιμες συνθήκες ροής και χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της ροής σε έναν ανοιχτό αγωγό είναι οι **Εκχειλιστές**, τα **Θυροφράγματα**, οι **Μετρητές Parshall** κ.ά. (Σχ. 5.1).

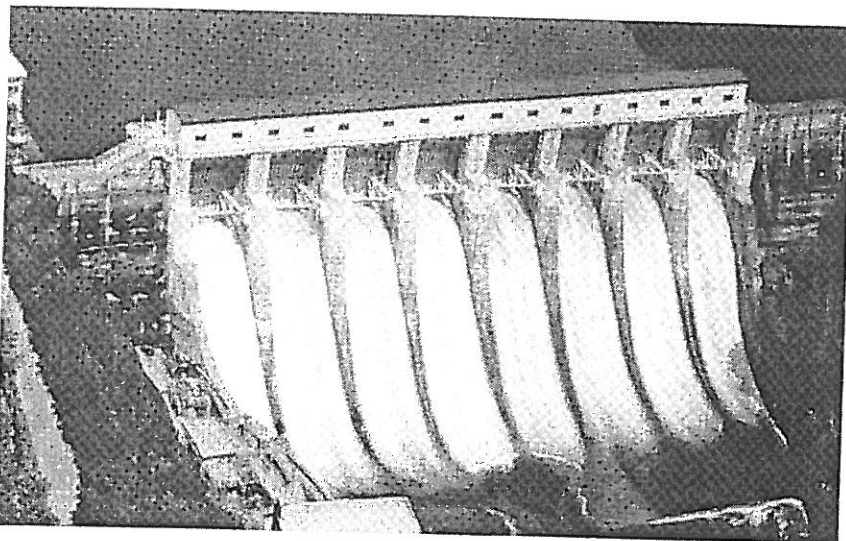
Οι διατάξεις ελέγχου χρησιμοποιούνται ευρέως στην πράξη για την έμμεση μέτρηση της παροχής στους ανοιχτούς αγωγούς λόγω της μονοσήμαντης σχέσης βάθους-παροχής και της ευκολίας μετρήσεως του βάθους ροής σε μια διατομή.



Σχ. 5.1.α Εκχειλιστής Cipoletti



Σχ. 5.1.β Μετρητής Parshall



Σχ. 5.1.γ Εκχειλιστής φράγματος με κυκλικά θυροφράγματα

## 5.2 Μέτρηση της ροής

### 5.2.1 Μετρήσεις ταχύτητας

Ακριβείς μετρήσεις ταχύτητας απαιτούν συνήθως καλό εξοπλισμό. Διατάξεις κατάλληλες για μετρήσεις υψηλών ταχυτήτων συνήθως αποδεικνύονται ακατάλληλες για μετρήσεις χαμηλών ταχυτήτων και αντιστρόφως. Επίσης απαιτούνται διαφορετικές συσκευές για την μέτρηση ταχυτήτων σε ανοιχτούς αγωγούς και άλλες για μετρήσεις αντίστοιχα σε κλειστούς αγωγούς. Η πιο συνηθισμένη διάταξη μετρήσεως ταχυτήτων είναι ο σωλήνας Pitot (Σχ. 5.2). Ο σωλήνας Pitot αποτελείται από δύο σωλήνες μετρήσεως πίεσης, τον ένα με άξονα κάθετο προς την ροή και τον άλλο παράλληλο προς την ροή. Η διαφορά  $\Delta h$  των δύο μετρήσεων δίνει την τιμή της δυναμικής πίεσης ήτοι:

$$\Delta h = p_2 - p_1 = \left( \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} \right) - \frac{p}{\rho g} = \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{2gh} \quad (5.1)$$

Στην πράξη όλη η κινητική ενέργεια δεν μετατρέπεται σε δυναμική και πρέπει να εισαχθεί ένας συντελεστής διόρθωσης ο οποίος είναι συνάρτηση του σχήματος των οπών και της θέσης τους. Έτσι η Εξ. 5.1 γίνεται:

$$V = c\sqrt{2gh} \quad (5.2)$$

Στην περίπτωση που έχουμε σχετικά ομαλή ροή και στην περίπτωση που ο αριθμός Reynolds στην περιοχή της οπής δεν είναι μικρότερος του 100 μπορούμε να δεχθούμε ότι  $c = 1$ . Η συνηθισμένη τιμή του  $c$  είναι 0.98 αλλά συνιστάται η βαθμονόμηση κάθε οργάνου σε πραγματικές συνθήκες ροής.

Μια άλλη συσκευή μετρήσεως ταχύτητας είναι τα ρευματομέτρα τα οποία είναι συσκευές που φέρουν κύπελλα ή πτερύγια καταλλήλου αεροδυναμικού σχήματος, ώστε οι τριβές κατά την περιστροφή τους να είναι ελάχιστες. Το σύστημα των κυπέλλων είναι στερεωμένο σε έναν περιστρεφόμενο άξονα. Η ταχύτητα στο σημείο μετρήσεως είναι ανάλογη της συχνότητας περιστροφής των πτερυγίων. Η συχνότητα αυτή καταγράφεται σε ηλεκτρονικό όργανο και με κατάλληλη καμπύλη βαθμονόμησης μας δίδει την ταχύτητα του νερού στο σημείο μέτρησης. ήτοι:

$$V = a + bn \quad (5.3)$$

όπου  $n$  ο αριθμός των στροφών,  $a$  και  $b$  σταθερές του οργάνου.

Ακριβέστερα συστήματα μετρήσεως ταχύτητας είναι η συσκευή «θερμαινόμενου σύρματος» (hot weir meter). Η συσκευή αυτή στηρίζεται στην αρχή της αυξήσεως της θερμοκρασίας σε έναν αγωγό όταν διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα. Ο αγωγός περιβάλλεται από το κινούμενο ρευστό οπότε μέρος της αναπτυσσόμενης θερμότητας απάγεται από το ρευστό. Η ταχύτητα απαγωγής είναι ανάλογη με την ταχύτητα του ρευστού. Έτσι με κατάλληλη βαθμονόμηση επιτυγχάνεται η μέτρηση της ταχύτητας του ρευστού με αρκετή ακρίβεια..

Τέλος από τις πλέον ακριβείς μετρήσεις της σημειακής ταχύτητας επιτυγχάνεται με Laser. Το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι δεν διαταράσσεται η ροή στο σημείο μέτρησης. Στηρίζεται στις αρχές της συμβολής και περίθλασης του φωτός.



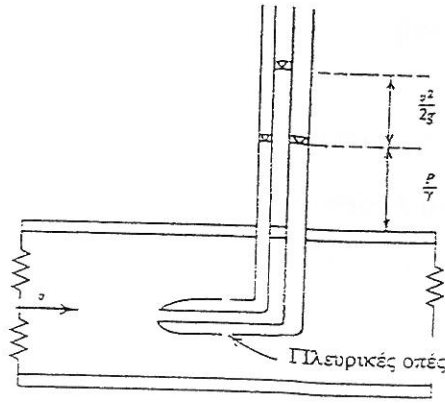
## 5.2.2 Μετρήσεις παροχής

### α. Μέθοδοι ολοκλήρωσης σημειακών ταχυτήτων

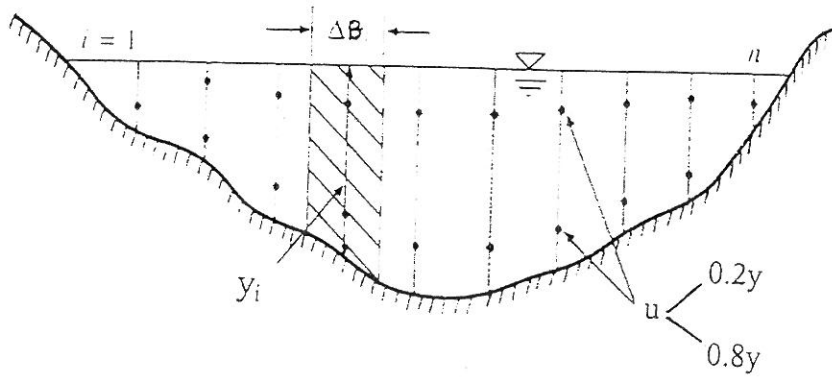
Αν σε μία διατομή  $A$  κάθετη στην διεύθυνση της ροής είναι γνωστή η κατανομή των σημειακών ταχυτήτων, τότε η παροχή που διέρχεται από την διατομή δίδεται από την εξίσωση:

$$Q = \iint_A V dA \quad (5.4)$$

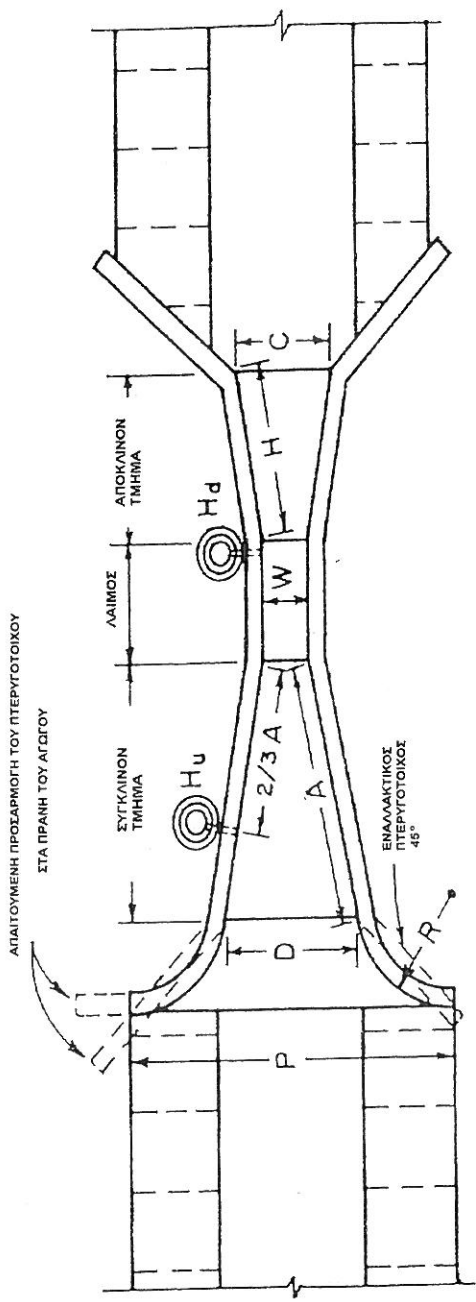
Το ολοκλήρωμα αυτό υπολογίζεται πρακτικά χαράσσοντας τις ισοταχείς και πολλαπλασιάζοντας το εμβαδόν μεταξύ δύο ισοταχών με την μέση τιμή της ταχύτητας μεταξύ των ισοταχών. Πολλές φορές ακολουθούνται εμπειρικοί κανόνες όπως π.χ. για την μέτρηση παροχών σε ποτάμια διαιρείται η διατομή σε κατακόρυφες νοητές λωρίδες και ως μέση ταχύτητα κάθε λωρίδας λαμβάνεται ο μέσος όρος των σημειακών ταχυτήτων σε βάθη 0.2γ και 0.8γ μετρούμενα από την επιφάνεια του νερού (Σχ. 5.3). Στις λωρίδες με μικρά βάθη (κάτω του 1m) ως μέση ταχύτητα λαμβάνεται η σημειακή ταχύτητα σε βάθος 0.6γ. Η παροχή προκύπτει ίση με το άθροισμα των γινομένων των μέσων ταχυτήτων κάθε λωρίδας επί το εμβαδόν της. Οι σημειακές ταχύτητες μετρούνται συνήθως με μολίσκους.



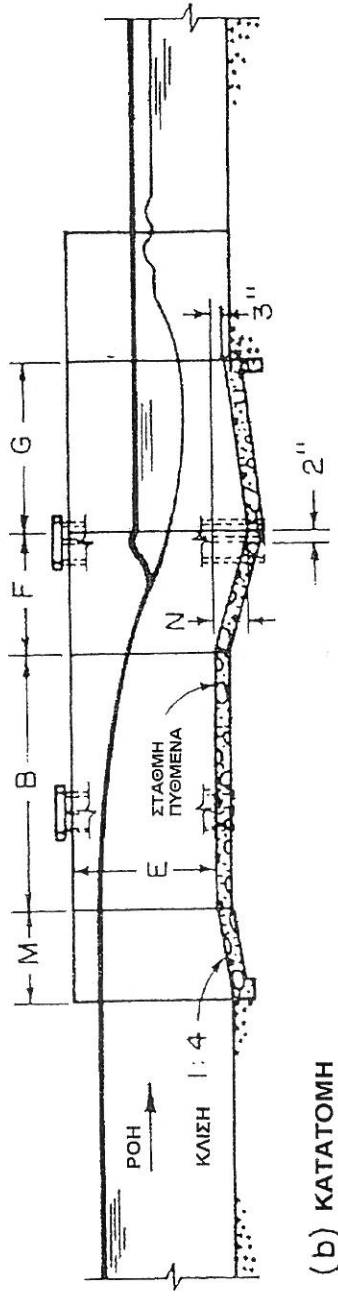
Σχ. 5.2 Μετρητής Pitot



Σχ. 5.3 Διάταξη μέτρησης παροχής



(α) ΚΑΤΟΨΗ



(β) ΚΑΤΑΤΟΜΗ

Σχήμα 5.4 Μετρητής παροχής Parshall flume



## 6. ΑΣΤΑΘΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

### 6.1 Μονοδιάστατη ασταθής ροή

#### 6.1.1 Εξισώσεις ροής

Η επίλυση του προβλήματος της ασταθούς ροής ανάγεται στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων της ασταθούς ροής. Οι εξισώσεις αυτές δημοσιεύτηκαν το 1871 και είναι γνωστές ως εξισώσεις St. Venant. Οι εξισώσεις Saint Venant, όπως τελικά διαμορφώθηκαν από τον Strelkoff (1969), έχουν ως εξής:

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + A \frac{\partial V}{\partial x} + VB \frac{\partial y}{\partial x} + V \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right)_y = q_l \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) - \frac{q_l}{A} (V - V_l) \quad (6.2)$$

όπου:

$q_l$  = πλευρική εισροή ανά μονάδα μήκους του αγωγού

$S_0$  = κλίση πυθμένα

$S_f$  = κλίση της γραμμής ενέργειας (ή αλλιώς κλίση τριβών)

$V_l$  = συνιστώσα της ταχύτητας του εισρέοντος υγρού κατά τη διεύθυνση της ροής.

Στις Εξισώσεις 6.1 και 6.2 ανεξάρτητες μεταβλητές είναι ο χρόνος  $t$  και το μήκος  $x$  και κύριες συναρτήσεις το βάθος  $y$  και η ταχύτητα  $V$ . Οι μεταβλητές  $A = A(y(x,t), x)$ ,  $B = B(y(x,t), x)$  και  $S_f$  είναι συναρτήσεις των  $y$  και  $V$ . Τελικά άγνωστοι στο σύστημα των εξισώσεων 6.1, 6.2 είναι το βάθος ροής και η μέση ταχύτητα του νερού σε κάθε διατομή. Για πρακτικούς λόγους και επειδή ένα από τα ζητούμενα μεγέθη είναι συνήθως

η παροχή, οι παραπάνω εξισώσεις είναι δυνατόν να γραφούν με την μορφή που προέκυψε από την ανάλυση στο Κεφ. 2 (Εξ. 2.2, 2.12):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_l \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} + gA\bar{y} \right) = g(S_0 - S_f) + q_l V_l \quad (6.4)$$

όπου  $\bar{y}$  η απόσταση του κέντρου βάρους της υγρής διατομής από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού.

Σε μητρωική μορφή οι Εξ. 6.3, 6.4 γράφονται:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = D \quad (6.5)$$

όπου  $W = \left| \begin{matrix} A \\ Q \end{matrix} \right|$      $F = \left| \begin{matrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gA\bar{y} \end{matrix} \right|$      $D = \left| \begin{matrix} q_l \\ gA(S_0 - S_f) + q_l V_l \end{matrix} \right|$

Η Εξ. 6.5 αποτελεί ένα σύστημα υπερβολικού τύπου διαφορικών εξισώσεων και προσφέρεται για ανάλυση καθώς και για αριθμητική λύση. Αφορά πολλά προβλήματα υδραυλικής και όχι μόνο και έχουν γίνει πολλές θεωρητικές και εφαρμοσμένες μελέτες πάνω στην μορφή αυτή. Πλεονέκτημα των εξισώσεων 6.5 είναι η μορφή τους η οποία είναι μορφή **συντηρητικού νόμου** (conservation law form), γεγονός που διευκολύνει την εφαρμογή διαφόρων αριθμητικών σχημάτων. Επιπλέον η διακριτοποίηση των εξισώσεων με τη μορφή αυτή δίνει καλύτερα αποτελέσματα στις περιοχές ασυνεχειών ροής.

Μια άλλη διατύπωση των εξισώσεων Saint Venant, ιδιαίτερα χρήσιμη στον υπολογισμό των οριακών συνθηκών είναι η λεγόμενη **χαρακτηριστική μορφή** των εξισώσεων. Στη γραφή αυτή εισάγεται ένας

νέος όρος, που αντιπροσωπεύει την ταχύτητα διαδόσεως των κυματισμών σε αβαθές πεδίο ροής  $c$  :

Με διαφορίση της εξίσωσης  $c = \sqrt{gA/B}$  και αντικατάσταση στις εξισώσεις 6.1 και 6.2, σε πρισματικό αγωγό χωρίς πλευρική εισροή προκύπτει (Cunge κ.ά., 1980):

$$\frac{\partial(V \pm 2c)}{\partial t} + (V \pm c) \frac{\partial(V \pm 2c)}{\partial x} = E \quad (6.6)$$

όπου  $E = g(S_0 - S_f) + \frac{q_l}{A}(V - V_l)$

αν τεθεί  $dx/dt = V \pm c$  (6.7)

οι εξισώσεις 6.4 γράφονται με τη μορφή ολικού διαφορικού:

$$\frac{D}{Dt}(V \pm 2c) = E \quad (6.8)$$

Η Εξ. 6.5 σημαίνει ότι για κάθε σημείο που κινείται μέσω του ρευστού με ταχύτητες  $V \pm c$  πάνω στη «χαρακτηριστική καμπύλη» που ορίζεται από την εξίσωση

$$\frac{dx}{dt} = V + c \quad \text{ή την} \quad \frac{dx}{dt} = V - c \quad (6.9)$$

ισχύει αντίστοιχα η εξίσωση:

$$\frac{D(V + 2c)}{Dt} = E \quad \text{ή} \quad \frac{D(V - 2c)}{Dt} = E \quad (6.10)$$

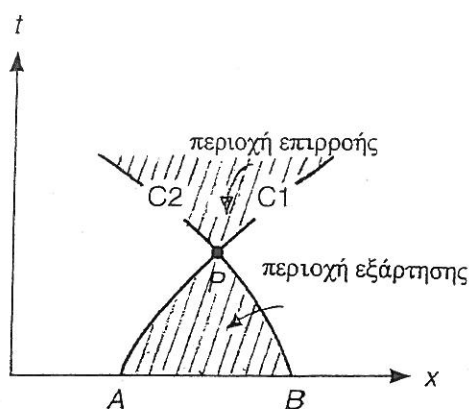
Οποιαδήποτε διαταραχή η οποία συμβαίνει σε κάποιο σημείο ενός ανοικτού αγωγού τη χρονική στιγμή  $t = 0$  διαδίδεται κατά μήκος του αγωγού τόσο στο χρόνο όσο και σε δύο κατευθύνσεις ανάντη και κατόντη. Η διαταραχή, η οποία λαμβάνει χώρα στο σημείο  $P$ , επηρεάζει τις σκιασμένες περιοχές, που οριοθετούνται από τις καμπύλες  $C^+$  («πρόσω» χαρακτηριστική) και  $C^-$  («οπίσω» χαρακτηριστική) και ονομάζονται

περιοχές «εξάρτησης» και «επιρροής» αντίστοιχα του σημείου  $P$  (Σχ. 6.1). Οτιδήποτε συμβαίνει εκτός της περιοχής αυτής δεν επηρεάζει την κατάσταση στο σημείο  $P$ .

Ανάλογα με την κατεύθυνση των δύο χαρακτηριστικών μπορούμε να διακρίνουμε τρεις διαφορετικές καταστάσεις στην κίνηση του νερού. Την περίπτωση της υποκρίσιμης ροής όπου  $|V| < c$  οι δύο χαρακτηριστικές έχουν αντίθετα πρόσημα και η κατάσταση σ' ένα σημείο  $P$  επηρεάζεται από αμφότερες τις ανάντη και κατάντη συνθήκες (Σχ. 6.2A).

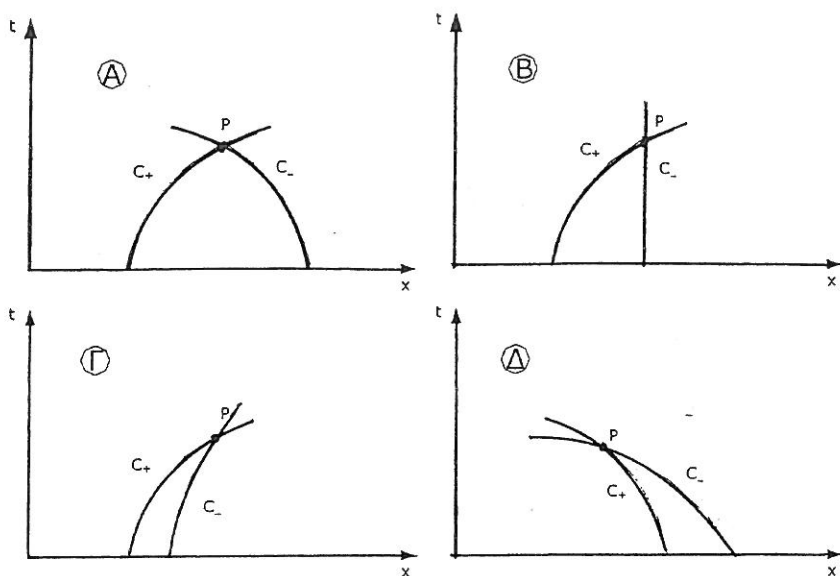
Την περίπτωση της κρισίμου ροής όπου ισχύει ότι  $|V| = c$ , μία από τις χαρακτηριστικές ταχύτητες μετάδοσης γίνεται μηδενική. Για το παράδειγμα, η αρνητική χαρακτηριστική  $C^-$  εκφυλίζεται σε μια κατακόρυφη γραμμή (Σχ. 6.2B).

Τέλος στην περίπτωση της υπερκρίσιμης ροής ισχύει ότι  $|V| > c$  και οι δύο χαρακτηριστικές έχουν το ίδιο πρόσημο, υπερκρίσιμη ροή στη θετική κατεύθυνση (Σχ. 6.2Γ) και υπερκρίσιμη ροή στην αρνητική κατεύθυνση (Σχ. 6.2Δ). Σ' αυτές τις δύο τελευταίες περιπτώσεις η κατάσταση στο σημείο  $P$  δεν εξαρτάται από τις κατάντη συνθήκες ροής.



Σχ. 6.1 Περιοχές επιρροής και εξάρτησης χαρακτηριστικών.





Σχ. 6.2 Μορφή χαρακτηριστικών σε διάφορους τύπους ροής

### 6.1.2 Αρχικές και οριακές συνθήκες

Τα προβλήματα ασταθούς ροής ανήκουν στην κατηγορία των προβλημάτων «αρχικών συνθηκών» (initial value problems). Στα προβλήματα αυτά, που περιγράφονται γενικά από ένα σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων, μια από τις ανεξάρτητες μεταβλητές είναι ο χρόνος  $t$ . Στο σύστημα των εξισώσεων αυτών, αν υπάρχει λύση για την τιμή  $t = t_0$  και είναι γνωστές, οι οριακές συνθήκες, υπάρχει μονοσήμαντη λύση και για  $t > t_0$ . Στο μονοδιάστατο πρόβλημα, ως πεδίο εφαρμογής των μερικών διαφορικών εξισώσεων θεωρείται ο χώρος στον οποίο πρόκειται να μελετηθεί η ροή, να υπολογισθούν δηλαδή το βάθος και η ταχύτητα ροής του ύδατος. Στον χώρο αυτό πρέπει κατά τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  να είναι γνωστές οι τιμές του βάθους του ύδατος  $y$ , καθώς και η ταχύτητα ροής  $V$ . Πρέπει δηλαδή να δίνονται οι ποσότητες  $y(x, t_0)$ ,  $V(x, t_0)$ . Ο υπολογισμός

των ποσοτήτων αυτών γίνεται με μεθόδους υπολογισμού σταθερής ανομοιόμορφης ροής.

Οι οριακές συνθήκες είναι δύο: α) οριακή συνθήκη εισόδου του ύδατος στο πεδίο ροής, β) οριακή συνθήκη εξόδου του ύδατος από το θεωρούμενο πεδίο ροής. Στο εξεταζόμενο πρόβλημα, που αναφέρεται σε εξισώσεις υπερβολικού τύπου, έχει σημασία η γνώση των συνθηκών ροής. Έτσι αν οι συνθήκες ροής είναι υπερκρίσιμες (αριθμός του Froude  $Fr > 1$ ) απαιτούνται δύο (2) οριακές συνθήκες ανάντη και καμία κατάντη. Αντίθετα αν οι συνθήκες είναι υποκρίσιμες ( $Fr < 1$ ) απαιτείται μια οριακή συνθήκη ανάντη και μία κατάντη, (Abbott, 1980).

## 6.2 Απλοποιημένες λύσεις

### 6.2.1 Λύση Κινηματικού Κύματος

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή η ροή θεωρείται κατά τμήματα **σταθερή ομοιόμορφη**. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τη ροή είναι οι εξισώσεις συνέχειας (Εξ. 6.2) και ορμής που στην περίπτωση αυτή γίνεται:

$$S_0 - S_f = 0 \quad (6.11)$$

Αν επιλεγεί για τον υπολογισμό των απωλειών ανά μονάδα μήκους  $S_f$  η εξίσωση Manning, η Εξ. 6.11 γράφεται:

$$Q = \frac{AR^{2/3} S_f^{1/2}}{n} \quad (6.12)$$

Η εξίσωση αυτή μπορεί να γραφεί γενικά με τη μορφή:

$$Q = \alpha A^\beta \quad (6.13)$$

όπου  $\alpha = S_f^{1/2} / (nP^{2/3})$  και  $\beta = 5/3$

Η εξίσωση συνέχειας για μηδενική πλευρική εισροή γράφεται:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\partial Q}{\partial A} + \frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial Q}{\partial A} = 0 \quad \text{ή}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{ή}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (6.14)$$

Η Εξ. 12.26 παριστάνει κινηματικό κύμα που τρέχει με ταχύτητα (celerity)  $c = \frac{\partial Q}{\partial A}$  και δεν υφίσταται μείωση της αιχμής αν  $c$  είναι σταθερό.

Πράγματι, αν  $c$  είναι η ταχύτητα μεταδόσεως της  $Q$  τότε η Εξ. 6.14 γράφεται σαν ολική παράγωγος της παροχής  $Q$  ως προς το χρόνο :

$$\frac{DQ}{Dt} = 0 \quad (6.15)$$

από την οποία προκύπτει ότι για κύματα που τρέχουν με ταχύτητα ίση με  $c = dQ/dA$  η παροχή  $Q =$  σταθερά στο χρόνο.

Είναι φανερό ότι η τιμή της ταχύτητας μετάδοσης του κύματος εξαρτάται από τη γεωμετρία του αγωγού. Στην περίπτωση αγωγού μεγάλου πλάτους :

$$R = A/P \cong By/B \cong y \text{ οπότε}$$

$$Q = \frac{Byy^{2/3} S_f^{1/2}}{n} = \frac{By^{5/3} S_f^{1/2}}{n} \quad (6.16)$$

σε κάθε διατομή ισχύει  $dA = Bdy$  οπότε

$$c = \frac{dQ}{dA} = \frac{1}{B} \frac{dQ}{dy} = \frac{5}{3} \frac{y^{2/3} S_f^{1/2}}{n} = \frac{5}{3} V \quad (6.17)$$

Στην περίπτωση τριγωνικού αγωγού με την εκτέλεση των πράξεων προκύπτει:

$$c = \frac{dQ}{dA} = \frac{4}{3}V \quad (6.18)$$

Με τις σημερινές δυνατότητες ακριβέστερης επίλυσης της μετάδοσης πηλημυρικού κύματος η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται κυρίως για την κατανόηση του φαινομένου της μετάδοσης πηλημυρικού κύματος και όχι σε επίλυση πρακτικών προβλημάτων.

### 6.2.2 Λύσεις Μηδενικής Αδράνειας

Στην Εξ. 6.2 η ποσότητα  $\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x}$  αποτελεί την ολική παράγωγο της ταχύτητας ως προς το χρόνο και εκφράζει την επιτάχυνση του ρευστού είναι δηλ. η δύναμη αδρανείας ανά μονάδα μάζας του κινούμενου ρευστού:

$$\frac{DV}{Dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (6.19)$$

Σε αρκετά προβλήματα ασταθούς ροής οι δυνάμεις αδρανείας είναι δυνατόν να παραλειφθούν οπότε η Εξίσωση κινήσεως 6.2, χωρίς τους όρους της μεταβολής της ορμής λόγω πλευρικών εισροών - εκροών, γίνεται:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = S_0 - S_f \quad (6.20)$$

Η Εξ. 6.20 σε συνδυασμό με την εξίσωση συνεχείας (Εξ. 6.3) αποτελούν σύστημα διαφορικών εξισώσεων κατά πολύ απλούστερο του συστήματος των Εξ. 6.1, 6.2.

Από το σύστημα των Εξ. 6.3, 6.20 προκύπτει:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \left[ \frac{\partial Q}{\partial A} \right] \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_0}{2BS_0} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + cq_l \quad \text{ή}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + cq_l \quad (6.21)$$

Η ποσότητα

$$\mu = \frac{Q}{2BS_0} \quad [L^2T^{-1}] \quad (6.22)$$

ονομάζεται υδραυλική διάχυση και όπως φαίνεται από την Εξ. 6.22 είναι αντιστρόφως ανάλογη της κλίσης  $S_0$ .

Οι λύσεις μηδενικής αδράνειας είναι σχετικά εύκολες στον προγραμματισμό αλλά υστερούν σε ακρίβεια σε σχέση με τις λύσεις των πλήρων υδροδυναμικών εξισώσεων.

### 6.3 Το πρόβλημα της διόδευσης πλημμυρικού κύματος

Γενικά με την έκφραση **διόδευση πλημμύρας** σε τμήμα ποταμού εννοείται η μετάδοση πλημμυρικού κύματος στον ποταμό. Ειδικότερα ως διόδευση εννοείται ο υπολογισμός των υδραυλικών στοιχείων της ροής ήτοι **μέση ταχύτητα, παροχή, βάθος ροής** στο υπό μελέτη μήκος του ποταμού, δηλαδή ενός **φυσικού ανοιχτού αγωγού** συναρτήσει του χρόνου. Δεδομένου ότι έχουμε μεταβολή των υδραυλικών παραμέτρων της ροής, ήτοι του βάθους και της ταχύτητας του νερού στο χώρο (ανομοιόμορφη ροή) και στο χρόνο (ασταθής ροή), είναι φανερό ότι το πρόβλημα της διόδευσης ενός πλημμυρικού κύματος είναι πρόβλημα ασταθούς ροής σε ανοιχτό αγωγό.

Ο υπολογισμός των υδραυλικών στοιχείων της πλημμυρικής ροής χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό έργων αντιπλημμυρικής προστασίας,

δηλαδή τις επεμβάσεις που απαιτούνται ώστε η κοίτη του υδατορρεύματος να μην υπερχειλίζει κατά τη διάρκεια της πλημμύρας αυτής.

Ο χωροχρονικός υπολογισμός των στοιχείων ροής κατά τη διάρκεια της προέλασης ενός πλημμυρικού κύματος σε πραγματικό χρόνο (real time) χρησιμοποιείται και στην εγκατάσταση συστημάτων προειδοποίησης (warning systems) για τη μείωση των δυσμενών επιπτώσεων από την πλημμύρα που πιθανόν να προκύψουν αν η υπάρχουσα κοίτη αδυνατεί να παροχετεύσει προς τα κατάντη το πλημμυρικό αυτό κύμα.

Οι μέθοδοι διόδευσης πλημμυρών μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες, τις Υδρολογικές μεθόδους και στις Υδραυλικές μεθόδους. Οι Υδρολογικές μέθοδοι στηρίζονται στην έννοια της αποθήκευσης ενώ οι Υδραυλικές λαμβάνουν υπόψη τη δυναμική της ροής του νερού. Στις παρακάτω παραγράφους θα αναπτυχθούν ορισμένες από τις πιο γνωστές Υδραυλικές μεθόδους διόδευσης πλημμύρας σε τμήμα ποταμού.

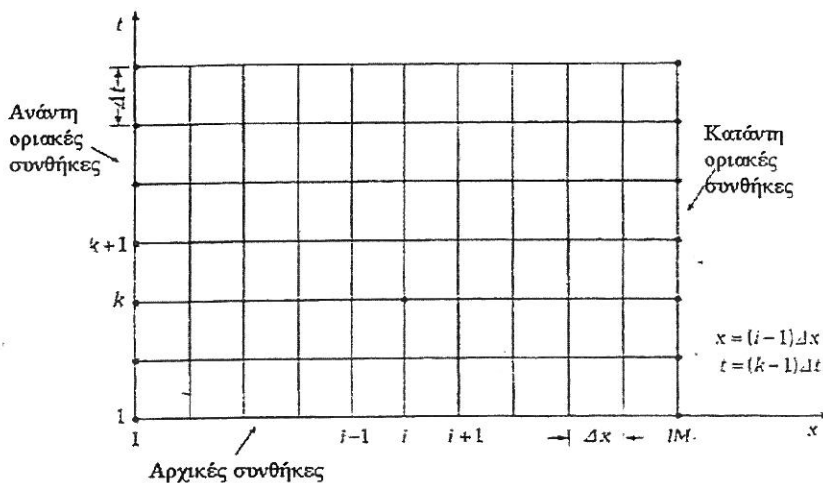
Οι Υδραυλικές μέθοδοι διόδευσης πλημμυρών στηρίζονται στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων ασταθούς ροής σε ανοιχτούς αγωγούς (Εξ. 6.5). Οι εξισώσεις αυτές αφορούν την ασταθή ροή σε αγωγό μεταβλητής διατομής και αποτελούν ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων «υπερβολικού τύπου». Η μορφή αυτή προσφέρεται για ανάλυση καθώς και για αριθμητική λύση.

### **6.3.1 Αριθμητικές λύσεις των εξισώσεων ασταθούς ροής**

Η αναλυτική επίλυση των εξισώσεων της ασταθούς ροής είναι δυνατή μόνο σε εξαιρετικά απλοποιημένες περιπτώσεις όπως π.χ. όταν η κλίση της γραμμής ενέργειας και του πυθμένα είναι μηδενικές, η διατομή ορθογωνική και οι οριακές συνθήκες είναι απλές. Με την ανάπτυξη των ψηφιακών ηλεκτρονικών υπολογιστών μετά τον Β' Παγκόσμιο πόλεμο, άρχισαν να αναπτύσσονται μέθοδοι αριθμητικής επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων.

Οι λύσεις αυτές στηρίζονται στη μετατροπή των διαφορικών εξισώσεων σε αλγεβρικές και στην ακόλουθη επίλυση τους με τις κλασικές μεθόδους. Το συνεχές πεδίο ορισμού  $x, t$  μετατρέπεται σε πεδίο διακριτών τιμών και η λύση των διαφορικών εξισώσεων καταλήγει στον προσδιορισμό των ζητούμενων τιμών σε διακεκριμένα σημεία του χωροχρονικού πεδίου  $x, t$  (Σχ. 6.3).

Το σύνολο των υπό επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων και η σειρά επίλυσης τους ονομάζεται **αριθμητικό σχήμα** ή **αλγόριθμος** της επίλυσης. Απαραίτητο στοιχείο για την πλήρη επίλυση ενός προβλήματος που περιγράφουν οι αρχικές εξισώσεις είναι η γνώση των αρχικών και οριακών συνθηκών.



Σχ. 6.3 Σχηματική παράσταση διακριτοποίησης πεδίου

### 6.3.2 Αρχικές και Οριακές Συνθήκες

Αρχικές συνθήκες είναι οι τιμές των ζητούμενων μεγεθών  $y$  και  $Q$  κατά την χρονική στιγμή  $t = 0$ , δηλαδή οι τιμές  $y_i^1$  και  $Q_i^1$ . Ο κάτω

δείκτης σημαίνει θέση του κόμβου στον χώρο  $x = (i-1)\Delta x$  και ο άνω δείκτης την χρονική στιγμή  $t = (k-1)\Delta t$  με την προϋπόθεση ότι  $\Delta x$ ,  $\Delta t$  είναι σταθερά.

Οριακές συνθήκες είναι οι τιμές στο ανάντη και κατάντη όριο του πεδίου καθ' όλο το χρόνο μελέτης του φαινομένου ήτοι  $y_1^k$  και  $Q_1^k$  (ανάντη οριακές συνθήκες και  $y_{IM}^k$  και  $Q_{IM}^k$  (κατάντη οριακές συνθήκες) (Σχ. 6.3).

Οι εξισώσεις 6.9 μπορεί να γραφούν και συναρτήσει της παροχής και του βάθους (Strelkoff 1969):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + (V \pm c) \frac{\partial Q}{\partial x} - B(V \mp c) \left[ \frac{\partial y}{\partial t} + (V \pm c) \frac{\partial y}{\partial x} \right] = E \quad (6.23)$$

όπου B το πλάτος της ελεύθερης επιφάνειας της διατομής του αγωγού

#### Ανάντη όριο:

Στην περίπτωση υποκρίσιμης ροής πρέπει να δίδεται μία υδραυλική συνθήκη ανάντη και μία κατάντη. Από την διακριτοποίηση της «οπίσω» χαρακτηριστικής (Εξ. 623) προκύπτει:

$$Q_1^{k+1} - Q_1^k + \lambda b_1^k (Q_2^k - Q_1^k) - [aB]_1^k [y_1^{k+1} - y_1^k + \lambda b_1^k (y_2^k - y_1^k)] = E_1^k \Delta t \quad (6.24)$$

όπου  $a = u + c$ ,  $b = u - c$ ,  $\lambda = \Delta t / \Delta x$

Εάν ως ανάντη οριακή συνθήκη δίνεται το υδρογράφημα παροχής  $Q(t)$  τότε το βάθος  $y(t)$  προκύπτει:

$$y_1^{k+1} = y_1^k - \lambda b_1^k (y_2^k - y_1^k) + [Q_1^{k+1} - Q_1^k + \lambda b_1^k (Q_2^k - Q_1^k) - E_1^k \Delta t] / [aB]_1^k \quad (6.25)$$

Εάν αντιθέτως ως ανάντη οριακή συνθήκη δίνεται το βάθος  $y(t)$  τότε:



$$Q_1^{k+1} = Q_1^k - \lambda b_1^k (Q_2^k - Q_1^k) + [aB]_1^k [y_1^{k+1} - y_1^k + \lambda b_1^k (y_2^k - y_1^k)] + E_1^k \Delta t \quad (6.26)$$

### Κατάντη όριο:

Κατ' ανάλογο με τα ανωτέρω, για το ανάντη, τρόπο λαμβάνεται από την «πρόσω» χαρακτηριστική εξίσωση η αλγεβρική σχέση:

$$Q_{IM}^{k+1} - Q_{IM}^k + \lambda a_{IM}^k (Q_{IM}^k - Q_{IM-1}^k) - [bB]_{IM}^k [y_{IM}^{k+1} - y_{IM}^k + \lambda a_{IM}^k (y_{IM}^k - y_{IM-1}^k)] = E_{IM}^k \Delta t \quad (6.27)$$

Εάν ως ανάντη οριακή συνθήκη δίνεται το υδρογράφημα παροχής  $Q(t)$  τότε το βάθος  $y(t)$  προκύπτει:

$$y_{IM}^{k+1} = y_{IM}^k - \lambda a_{IM}^k (y_{IM}^k - y_{IM-1}^k) + [Q_{IM}^{k+1} - Q_{IM}^k + \lambda a_{IM}^k (Q_{IM}^k - Q_{IM-1}^k) - E_{IM}^k \Delta t] / [bB]_{IM}^k \quad (6.28)$$

Εάν αντιθέτως ως ανάντη οριακή συνθήκη δίνεται το βάθος  $y(t)$  τότε

$$Q_{IM}^{k+1} = Q_{IM}^k - \lambda a_{IM}^k (Q_{IM}^k - Q_{IM-1}^k) + [bB]_{IM}^k [y_{IM}^{k+1} - y_{IM}^k + \lambda a_{IM}^k (y_{IM}^k - y_{IM-1}^k)] + E_{IM}^k \Delta t \quad (6.29)$$

Στην περίπτωση της υπερκρίσιμης ροής στο ανάντη όριο πρέπει να δοθούν δύο οριακές συνθήκες, ενώ στο κατάντη όριο δεν είναι αναγκαία να δοθεί καμιά συνθήκη γιατί τα στοιχεία ροής εκεί μπορούν να προσδιοριστούν με την ταυτόχρονη λύση των δύο χαρακτηριστικών εξισώσεων εφόσον και οι δύο χαρακτηριστικές γραμμές κλίνουν προς την κατεύθυνση της ροής.

Η «οπίσω» χαρακτηριστική εξίσωση με την μορφή πεπερασμένων διαφορών, για το κατάντη όριο του πεδίου ροής, γράφεται κατ' ανάλογο τρόπο προς την «πρόσω» χαρακτηριστική:

$$Q_{IM}^{k+1} - Q_{IM}^k + \lambda b_{IM}^k (Q_{IM}^k - Q_{IM-1}^k) - [aB]_{IM}^k [y_{IM}^{k+1} - y_{IM}^k + \lambda b_{IM}^k (y_{IM}^k - y_{IM-1}^k)] = E_{IM}^k \Delta t \quad (6.30)$$

Οι Εξ. (6.27) και (6.30) αποτελούν ένα γραμμικό αλγεβρικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους  $y_{IM}^{k+1}$  και  $Q_{IM}^{k+1}$  και η επίλυσή του δίνει:

$$y_{IM}^{k+1} = y_{IM}^k - \lambda a_{IM}^k (Q_{IM}^k - Q_{IM-1}^k) / B_{IM}^k \quad (6.31)$$

$$Q_{IM}^{k+1} - Q_{IM}^k - \lambda(a+b)_{IM}^k (Q_{IM}^k - Q_{IM-1}^k) + \lambda[abB]_{IM}^k (y_{IM}^k - y_{IM-1}^k) + E_{IM}^k \Delta t \quad (6.32)$$

Όταν οι συνθήκες είναι κρίσιμες τότε η μια μεταβλητή υπολογίζεται με την «πρόσω» χαρακτηριστική, ενώ η άλλη από την μονοσήμαντη σχέση βάθους – παροχής που ισχύει στην περίπτωση αυτή.

### 6.3.3 Ρητές Αριθμητικές Λύσεις Πεπερασμένων Διαφορών

Οι συνήθεις μορφές διακριτοποίησης διαφορικών πρώτης τάξης είναι:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_{i+1} - F_i}{\Delta x} \text{ ανιούσα διαφορά, ακρίβεια } 1^{\text{ης}} \text{ τάξεως} \quad (6.33)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_i - F_{i-1}}{\Delta x} \text{ κατιούσα διαφορά, ακρίβεια } 1^{\text{ης}} \text{ τάξεως} \quad (6.34)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_{i+1} - F_{i-1}}{2\Delta x} \text{ κεντρική διαφορά, ακρίβεια } 2\text{ας} \text{ τάξεως} \quad (6.35)$$

Οι εξισώσεις αυτές προκύπτουν από στην ανάπτυξη μιας συνάρτησης σε σειρά (τύπος του Taylor).

$$F(x_0 + \Delta x) = F(x_0) + \Delta x \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \dots \quad (6.36)$$

Με παράλειψη των όρων που περιέχουν παραγώγους ανωτέρας τάξεως προκύπτει ο γενικός τύπος της ανιούσας ή κατιούσας διαφοράς ήτοι:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F(x_0 + \Delta x) - F(x_0)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (6.37)$$

Ο τύπος της κεντρικής διαφοράς προκύπτει από την Εξ. 6.36 αν αφαιρεθεί η εξίσωση:

$$F(x_0 - \Delta x) = F(x_0) - \Delta x \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \dots \quad (6.38)$$

οπότε

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F(x_0 + \Delta x) - F(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (6.39)$$

Αν στις Εξ. 6.5 αντικατασταθούν οι χρονικές διαφορές με ανιούσες διαφορές και οι χωρικές με κεντρικές, προκύπτει:

$$\frac{W_i^{k+1} - W_i^k}{\Delta t} + \frac{F_{i+1}^k - F_{i-1}^k}{2\Delta x} = D_i^k \quad \text{ή}$$

$$W_i^{k+1} = W_i^k - \frac{\lambda}{2}(F_{i+1}^k - F_{i-1}^k) + D_i^k \Delta t \quad (6.40)$$

όπου:  $\lambda = \Delta t / \Delta x$

Η Εξ. 6.40 παριστάνει ένα απλό αριθμητικό σχήμα για την επίλυση των εξισώσεων του προβλήματος της ασταθούς ροής. Σύμφωνα με το σχήμα αυτό οι τιμές του  $W$  ( $A$ ,  $Q$  των Εξ. 6.5) στην χρονική στιγμή  $k+1$  προκύπτουν ως συνάρτηση των τιμών των ιδίων μεταβλητών κατά την προηγούμενη χρονική στιγμή  $k$ .

Έτσι οι υπολογισμοί μπορούν να αρχίσουν με αγνώστους τις μεταβλητές της χρονικής στιγμής  $t+\Delta t$  δηλ. της στιγμής  $k = 2$  με δεδομένες τις τιμές της χρονικής στιγμής  $t_0 = 0$ , δηλαδή  $k = 1$  από τις αρχικές συνθήκες. Ο υπολογισμός των ζητούμενων τιμών είναι δυνατός σε όλο το πεδίο μέχρι την επιθυμητή χρονική στιγμή. Οι υπολογισμοί αρχίζουν από τον χωρικό κόμβο  $i = 2$  και καταλήγουν στον κόμβο  $IM - 1$ . Οι τιμές στους κόμβους  $i = 1$  και  $i = IM$  δίνονται από τις οριακές συνθήκες όπως στο Σχ. 6.3.

Το αριθμητικό σχήμα που παριστάνεται με την Εξ. 6.30 όμως είναι πάντοτε "ασταθές" και δεν καταλήγει στη λύση του προβλήματος (Τερζίδης,

1982). Η αδυναμία του σχήματος αίρεται αν αντικατασταθεί ο όρος  $W_i^k$  με την έκφραση  $\frac{1}{2}(W_{i-1}^k + W_{i+1}^k)$  οπότε η Εξ. 6.30 γίνεται:

$$W_i^{k+1} = \frac{1}{2}(W_{i-1}^k + W_{i+1}^k) - \frac{\lambda}{2}(F_{i+1}^k - F_{i-1}^k) + D_i^k \Delta t \quad (6.41)$$

Το αριθμητικό σχήμα της Εξ. 6.40 ονομάζεται "ρητό υπολογιστικό σχήμα τύπου διαχύσεως" και είναι ευσταθές υπό τον όρο να πληρούται η συνθήκη Courant ή κριτήριο CFL:

$$C = \frac{\Delta t}{\Delta x} |V \pm c| \leq 1 \quad (6.42)$$

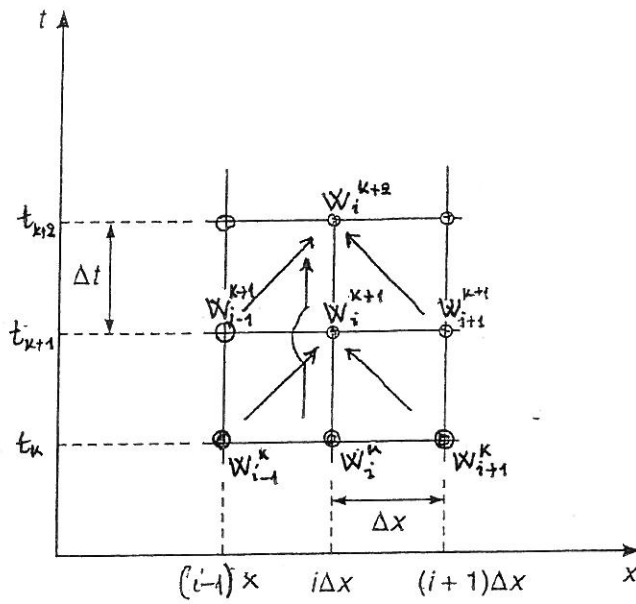
Το σχήμα διαχύσεως δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα μόνο σε ομαλές συνθήκες ροής, όταν δηλ. δεν υπάρχουν απότομες μεταβολές των στοιχείων ροής.

Σε περιπτώσεις όπου παρουσιάζονται ασυνέχειες όπως π.χ. υδραυλικά άλματα, για την καλύτερη περιγραφή της περιοχής ασυνέχειας, στο αριθμητικό σχήμα της Εξ. 6.41 προστίθεται ένα δεύτερο βήμα (Σχ. 6.4) :

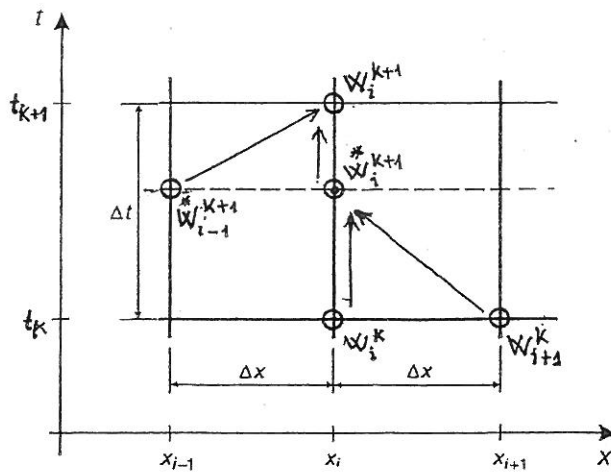
$$W_i^{k+2} = W_i^k - \lambda(F_{i+1}^{k+1} - F_{i-1}^{k+1}) + 2D_i^k \Delta t \quad (6.43)$$

Οι Εξ. 6.41 και 6.43 αποτελούν το γνωστό σχήμα Lax - Wendroff (Lax and Wendroff, 1964). Το σχήμα αυτό είναι ένα σχήμα δύο βημάτων, δευτέρας τάξεως ακρίβειας, ευσταθές για όρους Courant μικρότερους της μονάδας και η πρώτη εφαρμογή του έγινε το 1960 σε προβλήματα αεροδυναμικής.

Εξέλιξη του σχήματος Lax - Wendroff αποτελεί το σχήμα Mac Cormack, (Mac Cormack, 1969). Το σχήμα αυτό είναι επίσης σχήμα δύο βημάτων αλλά αντί κεντρικών διαφορών χρησιμοποιούνται ανιούσες και κατιούσες διαφορές. Οι εξισώσεις που περιγράφουν το σχήμα αυτό είναι (Σχ. 6.5) :



Σχ. 6.4 Σχηματική παράσταση του σχήματος Lax - Wendroff.



Σχ. 6.5 Σχηματική παράσταση του σχήματος Mac Cormack.

1<sup>ο</sup> βήμα (βήμα προβλέψεως)

$$W_i^* = W_i^k - \lambda(F_{i+1}^k - F_i^k) + D_i^k \Delta t \quad (6.44)$$

2<sup>ο</sup> βήμα (βήμα διορθώσεως)

$$W_i^{**} = W_i^k - \lambda(F_i^* - F_{i-1}^*) + D_i^* \Delta t \quad (6.45)$$

Στην επόμενη χρονική στιγμή θα έχουμε:

$$W_i^{k+1} = \frac{1}{2}(W_i^* + W_i^{**}) \quad (6.46)$$

Το σχήμα αυτό χρησιμοποιήθηκε σε προβλήματα συμπιεστών ρευστών με παρουσία έντονων ασυνεχειών ροής. Είναι και αυτό 2ας τάξεως ακριβείας και περιγράφει με επιτυχία ασταθείς ροές με έντονες ασυνέχειες, όπως π.χ. το πρόβλημα της μετάδοσης πλημμύρας που δημιουργείται από την απότομη φράγματος αποθηκείσεως νερού.

### 6.3.4 Πεπλεγμένα αριθμητικά σχήματα Πεπερασμένων Διαφορών

Στην προηγούμενη παράγραφο αναπτύχθηκαν τα δύο κυριότερα ρητά σχήματα που έχουν επικρατήσει στο χώρο της ασταθούς ροής. Τα σχήματα αυτά έχουν το μειονέκτημα του περιορισμένου χρονικού βήματος λόγω του κριτηρίου Courant. Όπως φαίνεται στην Εξ. 6.42 για να αυξηθεί το  $\Delta t$  πρέπει να αυξηθεί το χωρικό βήμα  $\Delta x$  με συνέπεια την αύξηση των λαθών "αποκοπής" (truncation errors) και τη μείωση της ακρίβειας της λύσης.

Η αδυναμία αυτή των ρητών σχημάτων αίρεται με τη χρήση "πεπλεγμένων" σχημάτων τα οποία δεν υπόκεινται σε κανένα περιορισμό του χρονικού βήματος. Στα πεπλεγμένα σχήματα οι άγνωστες μεταβλητές στη χρονική στιγμή  $k + 1$  δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους όπως στα

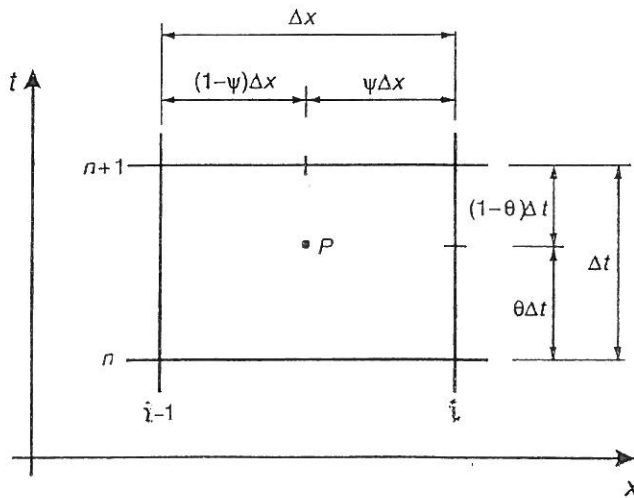
ρητά σχήματα αλλά αλληλοεξαρτώμενες και αποτελούν τη λύση συστήματος εξισώσεων.

Ένα από τα πλέον διαδεδομένα αριθμητικά σχήματα της κατηγορίας αυτής είναι το λεγόμενο σχήμα «box» σύμφωνα με το οποίο η διακριτοποίηση έχει την γενική μορφή (Σχ 6.6) :

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \psi \frac{W_{i-1}^{k+1} - W_{i-1}^k}{\Delta t} + (1-\psi) \frac{W_i^{k+1} - W_i^k}{\Delta t} \quad (6.47)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = (1-\theta) \frac{F_i^k - F_{i-1}^k}{\Delta x} + \theta \frac{F_i^{k+1} - F_{i-1}^{k+1}}{\Delta x} \quad (6.48)$$

$$D = \frac{1}{2} \theta (D_{i-1}^{k+1} + D_i^{k+1}) + \frac{1}{2} (1-\theta) (D_{i-1}^k + D_i^k) \quad (6.49)$$



Σχ. 6.6 Σχηματική παράσταση του σχήματος «box»

Για  $\psi=1/2$  το σχήμα αυτό καταλήγει στο ευρέως γνωστό σχήμα Preissman, το οποίο χρησιμοποιείται ευρέως από τις αρχές της δεκαετίας του 1960 (Preissmann 1971, Cunge, et al. 1980).

Οι γενικές Εξ. 6.37 - 6.39, αν εφαρμοστούν στις Εξ. 6.5, προκύπτουν 2 άγνωστοι οι  $A_i^{k+1}$ ,  $Q_i^{k+1}$ . Αν γραφούν οι δύο εξισώσεις (συνέχειας και ορμής) για κάθε κόμβο του καννάβου θα προκύψουν  $2(IM)$  εξισώσεις (όπου  $IM$  ο αριθμός των κόμβων). Οι εξισώσεις αυτές δεν μπορούν να γραφούν για τους κόμβους στο ανάντη όριο. Επομένως προκύπτουν  $2(IM) - 2$  εξισώσεις και  $2(IM)$  αγνώστους. Για να προκύψει μία μοναδική λύση χρειάζονται δύο ακόμα εξισώσεις και αυτές οι εξισώσεις είναι τελικά οι ανάντη οριακές συνθήκες.

Το σύστημα των εξισώσεων αυτών λύνεται με τη βοήθεια γνωστών τεχνικών όπως η μέθοδος Gauss - Seidel, η μέθοδος διαδοχικών χαλαρώσεων κ.ά.

Με την επιλογή μιας κατάλληλης τιμής για το  $\theta$ , το σχήμα μπορεί να γίνει ρητό ( $\theta = 0$ ) ή πεπλεγμένο ( $\theta = 1$ ). Το σχήμα παρουσιάζει ευστάθεια για  $0.55 < \theta \leq 1$ . Τα απότομα μέτωπα του κύματος προσομοιώνονται ικανοποιητικά για χαμηλές τιμές του  $\theta$ , αν και παρουσιάζονται ταλαντώσεις πίσω από το μέτωπο. Αυτές οι ταλαντώσεις εξαλείφονται όσο το  $\theta$  πλησιάζει στη μονάδα.

### 6.3.5 Μέθοδος των Χαρακτηριστικών

Οι αριθμητικές λύσεις που στηρίζονται στη μέθοδο των χαρακτηριστικών διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

- α) Τις αριθμητικές λύσεις που προκύπτουν από τις χαρακτηριστικές διαφορικές εξισώσεις (Εξ. 6.8), ολοκληρωμένες πάνω στους κόμβους



ενός καμπυλόγραμμου υπολογιστικού δικτύου. Οι καμπύλες του δικτύου αυτού ορίζονται από τις Εξ. 6.7.

β) Τις αριθμητικές λύσεις που προκύπτουν από την ολοκλήρωση των Εξ. 6.8 στους κόμβους ενός ορθογωνίου υπολογιστικού δικτύου.

Η πρώτη περίπτωση δίνει λύσεις που προσεγγίζουν τις αναλυτικές λύσεις των διαφορικών εξισώσεων αλλά παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες στον προγραμματισμό και αποτυγχάνει σε περιπτώσεις ασυνεχειών στη ροή.

Στην δεύτερη περίπτωση παρουσιάζονται προβλήματα ακριβείας της λύσεως λόγω των αναπόφευκτων παρεμβολών μεταξύ των κόμβων του άκαμπτου ορθογωνικού δικτύου.

Τελικά η μέθοδος των χαρακτηριστικών δεν χρησιμοποιείται όπως παλιότερα από πολλούς ερευνητές και υδραυλικούς, παρά μόνο για τον υπολογισμό των οριακών συνθηκών.

### **6.3.6 Αριθμητικές Λύσεις Πεπερασμένων Στοιχείων**

Η τεχνική των πεπερασμένων στοιχείων αναπτύχθηκε κατά τις δύο τελευταίες δεκαετίες και χρησιμοποιείται κυρίως σε διδιάστατα ή τριδιάστατα προβλήματα λόγω της δυνατότητας αντιμετώπισης πολύπλοκων γεωμετρικά οριακών συνθηκών. Σύμφωνα με την τεχνική αυτή ο φυσικός χώρος διαιρείται σε στοιχειώδεις περιοχές που ονομάζονται πεπερασμένα στοιχεία και στο εσωτερικό του καθενός από αυτά, οι άγνωστες μεταβλητές εκφράζονται συναρτήσει των αντιστοίχων τιμών σε διακεκριμένα σημεία του στοιχείου μέσω συναρτήσεων παρεμβολής. Στα μονοδιάστατα προβλήματα τα διακεκριμένα αυτά σημεία είναι τα άκρα των στοιχείων τα οποία είναι ευθύγραμμα τμήματα εν γένει άνισα μεταξύ τους. Τελικά οι ζητούμενες ποσότητες υπολογίζονται με την λύση του προκύπτοντος συστήματος διαφορικών εξισώσεων.

Στην επίλυση προβλημάτων ασταθούς ροής με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων τα μειονεκτήματα είναι σημαντικά, όπως δυσκολίες στο προγραμματισμό, πολύπλοκοι και χρονοβόροι αλγόριθμοι και από πλευράς ακριβείας των λύσεων ανεπιθύμητες ταλαντώσεις στις περιοχές ασυνεχειών οι οποίες πρέπει να αντιμετωπίζονται με ειδικές τεχνικές όπως π.χ. η μέθοδος Petrov - Galerkin (Katorodes, 1984b).

Τα αντίστοιχα πλεονεκτήματα είναι η κατά βούληση πύκνωση και αραιώση του δικτύου των κόμβων καθώς και η υψηλή ακρίβεια των λύσεων.

## 6.4 Αριθμητικές λύσεις των απλοποιημένων εξισώσεων ασταθούς ροής

### 6.4.1 Μέθοδος Κινηματικού κύματος

Η Εξ. 6.14 είναι μη γραμμική διότι η  $c$  είναι συνάρτηση της παροχής  $c = c(Q)$ , αν όμως θεωρηθεί σταθερή, τότε λύνεται αριθμητικά. Η διακριτοποίηση της εξίσωσης αυτής με ένα αριθμητικό σχήμα 1<sup>ης</sup> τάξεως ακριβείας δίνει την εξίσωση (Σχ. 6.7):

$$\frac{Q_{i+1}^{k+1} - Q_{i+1}^k}{\Delta t} + c \frac{Q_{i+1}^{k+1} - Q_i^{k+1}}{\Delta x} = 0 \quad (6.50)$$

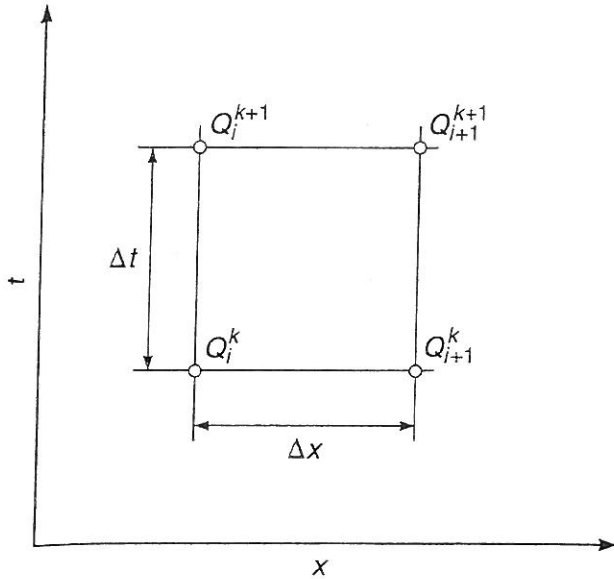
από την οποία προκύπτει κάθε φορά η τιμή της παροχής στη χρονική στιγμή  $k+1$ :

$$Q_{i+1}^{k+1} = C_0 Q_i^{k+1} + C_2 Q_{i+1}^k \quad (6.51)$$

$$\text{όπου } C_0 = \frac{C}{1+C}, \quad C_2 = \frac{1}{1+C}$$

$$\text{και } C = c \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

(6.52) ο αριθμός Courant, ο οποίος παίζει σημαντικό ρόλο στην αριθμητική επίλυση των υπερβολικών διαφορικών εξισώσεων.



Σχ. 6.7 Διακριτοποίηση εξίσωσης κινηματικού κύματος.

Η διακριτοποίηση 2<sup>ης</sup> τάξεως δίνει

$$\frac{\frac{Q_{i+1}^{k+1} + Q_i^{k+1}}{2} - \frac{Q_{i+1}^k + Q_i^k}{2}}{\Delta t} + \beta V \frac{\frac{Q_{i+1}^k + Q_{i+1}^{k+1}}{2} - \frac{Q_i^k + Q_i^{k+1}}{2}}{\Delta x} = 0 \quad (6.53)$$

από όπου προκύπτει αντίστοιχα:

$$Q_{i+1}^{k+1} = C_0 Q_i^{k+1} + C_1 Q_i^k + C_2 Q_{i+1}^k \quad (6.54)$$

$$\text{όπου } C_0 = \frac{C-1}{1+C}, \quad C_1 = 1, \quad C_2 = \frac{1-C}{1+C}$$

Η Εξ. 6.50 στηρίζεται σε αριθμητικό σχήμα με ανιούσες διαφορές οπότε επιτυγχάνεται ακρίβεια 1<sup>ης</sup> τάξεως. Τα σχήματα αυτά παρουσιάζουν διάχυση και διασπορά ενώ τα σχήματα με ακρίβεια 2<sup>ης</sup> τάξεως όπως αυτό της Εξ. 6.53, παρουσιάζουν μόνο διασπορά.

Λόγω αριθμητικής διάχυσης, η μέθοδος κινηματικού κύματος είναι μια μάλλον απλουστευτική προσέγγιση του προβλήματος της διάδευσης μιας πλημμύρας.

Στην πράξη τα πλημμυρικά κύματα μπορεί να μελετηθούν με τη μέθοδο του κινηματικού κύματος όταν είναι μακράς περιόδου ή κινούνται σε απότομες κλίσεις. Τα κριτήρια για την εφαρμοσιμότητα της μεθόδου καταλήγουν στην ανισότητα:

$$\frac{t_r S_0 V_0}{y_0} \geq N \quad (6.55)$$

όπου  $t_r$  χρόνος ίσος με το χρόνο ανόδου του κύματος,  $y_0$  το μέσο βάθος,  $N = \text{σταθερά}$ . Για ακρίβεια 95% συνιστάται  $N = 85$  (Ponce , 1990).

#### 6.4.2 Μέθοδος κύματος Διάχυσης

Το κύμα διάχυσης περιλαμβάνει φυσική διάχυση, σε αντίθεση με το κινηματικό κύμα που περιλαμβάνει μόνο αριθμητική διάχυση, η οποία δεν έχει φυσική σημασία, εξαρτώμενη κάθε φορά από το μέγεθος του πλέγματος.

Η παραβολική Εξ. 6.21 μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά με το σχήμα Crank-Nicolson. Τα κριτήρια για την εφαρμοσιμότητα της μεθόδου του κύματος διάχυσης καταλήγουν στην ανισότητα (Ponce , 1990):

$$t_r S_0 \left[ \frac{g}{y_0} \right]^{1/2} \geq M \quad (6.56)$$

όπου  $M = 15$ .

Οι λύσεις μηδενικής αδράνειας είναι σχετικά εύκολες στον προγραμματισμό αλλά υστερούν σε ακρίβεια σε σχέση με τις λύσεις των πλήρων υδροδυναμικών εξισώσεων. Ενδείκνυται σε προβλήματα διαδόσεως πλημμυρών σε πεδινά τμήματα ποταμών (Xanthopoulos και Koutitas, 1976), καθώς και σε επίλυση προβλημάτων επιφανειακής αρδεύσεως, όπου επίσης υπάρχει διόδευση πλημμυρικού κύματος κατά μήκος της αρδευόμενης αύλακος ή λωρίδας αγρού.

### 6.4.3 Μέθοδος Muskingum – Cunge

Με τη μέθοδο αυτή υπολογίζεται η διάχυση της απορροής μέσω της μεταβολής της παραμέτρου  $\chi$  της μεθόδου Muskingum και παρέχεται η δυνατότητα υπολογισμού των παραμέτρων της μεθόδου. Για το σκοπό αυτό, η εξίσωση διάχυσης κύματος (Εξ. 6.14), διακριτοποιείται σε επίπεδο  $x - t$  σε κεντρικές χωρικές παραγώγους και άνισα κατανεμημένες χρονικές παραγώγους μέσω του συντελεστού βάρους  $\chi$  (σχήμα Preissman):

$$\frac{x(Q_i^{k+1} - Q_i^k) + (1-x)(Q_{i+1}^{k+1} - Q_{i+1}^k)}{\Delta t} + c \frac{(Q_{i+1}^k - Q_i^k) + (Q_{i+1}^{k+1} - Q_i^k)}{2\Delta x} = 0 \quad (6.57)$$

Από την Εξ. 6.57 με μετασχηματισμούς προκύπτει:

$$Q_{i+1}^{k+1} = C_0 Q_i^{k+1} + C_1 Q_i^k + C_2 Q_{i+1}^k \quad (6.58)$$

όπου

$$C_0 = \frac{C\lambda - 2x}{2(1-x) + C\lambda}, \quad C_1 = \frac{C\lambda + 2x}{2(1-x) + C\lambda}, \quad C_2 = \frac{2(1-x) - C\lambda}{2(1-x) + C\lambda}$$

$$K = \frac{\Delta x}{C} \quad \text{και} \quad \lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

Όταν  $\chi = 0.5$  και  $C = 1$  η Εξ. 6.58 είναι 3<sup>ης</sup> τάξεως ακριβείας και αντιστοιχεί στην αναλυτική λύση.

Για  $\chi = 0.5$  και  $C \neq 1$  είναι 2<sup>ης</sup> τάξεως και παρουσιάζει μόνο αριθμητική διασπορά.

Για  $\chi \leq 0.5$  και  $C \neq 1$  είναι 1<sup>ης</sup> τάξεως και παρουσιάζει διασπορά και διάχυση.

Για  $\chi \leq 0.5$  και  $C = 1$  είναι 1<sup>ης</sup> τάξεως και παρουσιάζει αριθμητική διάχυση.

Στην πράξη η αριθμητική διάχυση παράγει αποτελέσματα ανάλογα με τη φυσική διάχυση του κύματος, οπότε δεν συμβαίνει σημαντική απόκλιση στο αποτέλεσμα των υπολογισμών από την πραγματικότητα.

Αναλύοντας τη διακριτοποιημένη συνάρτηση  $Q(i\Delta x, k\Delta t)$  σε σειρές Taylor προκύπτει

$$V_k = c\Delta x(1/2 - x) \quad (6.59)$$

όπου  $V_k$  είναι ο συντελεστής αριθμητικής διάχυσης στο σχήμα Muskingum.

Αν συνδυαστούν οι Εξ. 6.22 και 6.59 προκύπτει:

$$X = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{q_0}{S_0 c \Delta x}\right) \quad (6.60)$$

Με την Εξ. 6.60 υπολογίζεται η  $\chi$  σε συνάρτηση με τα φυσικά χαρακτηριστικά του τμήματος ( $L = \Delta x$ ,  $S_0$ ,  $c$ ,  $q_0$ ). Η εξίσωση αυτή προέκυψε εξισώνοντας φυσική και αριθμητική διάχυση 2<sup>ης</sup> τάξεως και δεν λαμβάνει υπόψη τη διασπορά. Για την ελαχιστοποίηση της διασποράς πρέπει να λαμβάνεται  $C = 1$ .

Τα πλεονεκτήματα της μεθόδου Muskingum - Cunge σε σχέση με τη μέθοδο Muskingum είναι ότι οι παράμετροι  $\chi$  και  $K$  καθορίζονται από τα υδραυλικά χαρακτηριστικά του αγωγού ενώ στη μέθοδο Muskingum από προηγούμενες μετρήσεις απορροών. Επίσης η μέθοδος Muskingum - Cunge

εξετάζει τη ροή σε επίπεδο κόμβου πλέγματος, αρκεί φυσικά να υπάρχει η ανάλογη πληροφορία για τα υδραυλικά στοιχεία του αγωγού ενώ η μέθοδος Muskingum μελετά τμήματα αγωγών και οι παράμετροι αφορούν μέσες τιμές των τμημάτων αυτών.

Τελικά η μέθοδος Muskingum – Cunge θεωρείται κατάλληλη για ασταθείς ροές σε φυσικά ρεύματα χωρίς σημαντική αποθήκευση.

## 6.5 Διδιάστατη ασταθής ροή

### 6.5.1 Εξισώσεις δισδιάστατης ασταθούς ροής

Για την ανάπτυξη των εξισώσεων που περιγράφουν την διδιάστατη κίνηση του νερού με ελεύθερη επιφάνεια γίνονται οι ακόλουθες παραδοχές:

- α) Το νερό είναι ασυμπίεστο και ομογενές, δηλαδή η πυκνότητά του έχει σταθερή τιμή σε όλο το πεδίο ροής ανεξαρτήτως του χρόνου.
- β) Εισάγεται η έννοια των μέσων ταχυτήτων  $u$  και  $v$  κατά τη διεύθυνση  $x$  και  $y$  αντίστοιχα που προκύπτουν από την ολοκλήρωση κατά το ύψος των σημειακών οριζοντίων ταχυτήτων, με τη θεώρηση ότι οι συνιστώσες κατά την κατακόρυφο ταχύτητες είναι αμελητέες.
- γ) Η κατανομή των πιέσεων σε οποιοδήποτε κατακόρυφο επίπεδο μέσα στο πεδίο ροής είναι υδροστατικής μορφής.
- δ) Δεν υπάρχουν ασυνέχειες ή απότομες μεταβολές των υδραυλικών στοιχείων στο πεδίο ροής. Οι εσωτερικές δυνάμεις τριβής (ιζώδες) και οι αντίστοιχες εξωτερικές (τριβές στον πυθμένα και αντίσταση του αέρα στην ελεύθερη επιφάνεια) αντικαθίστανται στο σύνολό τους από ημιεμπειρικές εξισώσεις όπως π.χ. η εξίσωση Manning.
- ε) Δεν υπάρχει πλευρική εισροή, π.χ. βροχόπτωση ή εκροή π.χ. εξάτμιση, διήθηση κ.ά..

Οι εξισώσεις της διδιάστατης ροής σε μητρική γραφή και υπό μορφή συντηρητικού νόμου έχουν ως ακολούθως:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = D \quad (6.61)$$

$$\text{όπου: } W = \begin{vmatrix} h \\ u \\ v \end{vmatrix} \quad F = \begin{vmatrix} hu \\ hu^2 + gh^2 / 2 \\ huv \end{vmatrix} \quad G = \begin{vmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + gh^2 / 2 \end{vmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} 0 \\ gh(S_0^x - S_f^x) \\ gh(S_0^y - S_f^y) \end{vmatrix}$$

### 6.5.2 Αριθμητικές λύσεις δισδιάστατης ασταθούς ροής

Οι Εξ. 6.61 αποτελούν ένα τυπικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων «υπερβολικού τύπου» στο οποίο ανεξάρτητες μεταβλητές είναι οι διαστάσεις  $x$ ,  $y$  και ο χρόνος  $t$ . Συναρτήσεις που πρέπει να υπολογισθούν είναι το βάθος ροής  $h$  σε κάθε σημείο του πεδίου και οι συνιστώσες των μέσων ταχυτήτων  $u$  και  $v$ , κατά τις διευθύνσεις  $x$  και  $y$  αντίστοιχα.

Η επίλυση του συστήματος αυτού γίνεται με τη βοήθεια αριθμητικών λύσεων. Οι αριθμητικές λύσεις διακρίνονται σε τέσσερες βασικές κατηγορίες, λύσεις πεπερασμένων διαφορών, λύσεις πεπερασμένων στοιχείων, των πεπερασμένων όγκων, και λύσεις που στηρίζονται στη μέθοδο των χαρακτηριστικών.

Σημαντικό πλεονέκτημα παρουσιάζουν οι λύσεις των πεπερασμένων στοιχείων και των πεπερασμένων όγκων, διότι δίνουν τη δυνατότητα εξομοίωσης πεδίων με πολύπλοκη γεωμετρία καθώς και δυνατότητα πύκνωσης και αραιώσης των υπολογιστικών κόμβων ανάλογα με την αναμενόμενη μεταβλητότητα των υδραυλικών παραμέτρων σε διάφορα σημεία του πεδίου μελέτης.



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ



## Π1. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΔΙΩΡΥΓΑΣ ΠΡΟΣΑΓΩΓΗΣ ΑΡΔΕΥΤΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

### Δεδομένα:

Μία προσαγωγός αρδευτική διώρυγα ξεκινάει από μία δεξαμενή ύδατος (σημείο  $A$ ,  $X.Θ.$  0+000) και μετά από σχετικώς ευθύγραμμη διαδρομή καταλήγει στο σημείο  $\Delta$  ( $X.Θ.$  2+200), κεφαλή του Αρδευτικού δικτύου, όπου διακλαδίζεται σε διώρυγες κατωτέρας τάξεως.

Η διατομή της Διώρυγας θα είναι τραπεζοειδής με κλίση πρανών  $m = 1.5$  και επενδυμένη με σκυρόδεμα. Το πλάτος στέψεως των αναχωμάτων της Διώρυγας θα είναι  $3.0 \text{ m}$ .

Η παροχή υπολογισμού της Διώρυγας είναι  $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$ .

Η κατά μήκος τομή του εδάφους στην οριζοντιογραφία που έχει επιλεγεί δίνεται στον Πίνακα Π1.1 που ακολουθεί.

Άλλα απαιτούμενα στοιχεία να επιλεγθούν από τη βιβλιογραφία.

### Ζητούμενα

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα ζητείται:

- α) Να γίνει ο υδραυλικός υπολογισμός της διώρυγας σε συνθήκες ομοιόμορφης ροής.
- β) Να προσδιοριστεί η ελάχιστη απαιτούμενη στάθμη του ύδατος στη δεξαμενή τροφοδοσίας της Διώρυγας υπό συνθήκες ανομοιόμορφης ροής.
- γ) Να σχεδιαστούν η πλήρης κατά μήκος τομή της Διώρυγας και όσες τυπικές κατά πλάτος τομές αυτής θεωρούνται απαραίτητες.
- δ) Να υπολογισθούν υδραυλικά και να σχεδιασθούν με λεπτομέρεια τυχόν απαιτούμενα ειδικά υδραυλικά έργα στη Διώρυγα (υδροληψία, αναβαθμός, κ.τ.λ.).
- ε) Να συνταχθούν πίνακες προμέτρησης των απαιτούμενων εργασιών και υλικών για την κατασκευή της Διώρυγας.

## Προϋποθέσεις:

Η ροή γενικώς πρέπει να είναι υποκρίσιμη με ταχύτητα  $V \leq 3 \text{ m/s}$ , εκτός της περιοχής των ειδικών έργων, όπου μπορούμε να έχουμε αριθμό Froude  $F_r \geq 1$ . Η κατά πλάτος τομή του εδάφους θεωρείται ότι είναι οριζόντια. Η καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της διώρυγας θα γίνει με κριτήριο είτε την απαιτούμενη στάθμη ύδατος ή το ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων κατά σημαντικά τμήματα της διώρυγας.

Η εισροή του ύδατος στη Διώρυγα ρυθμίζεται με επίπεδα θυροφράγματα στην θέση Α. Ανάλογα θυροφράγματα υφίστανται και στη θέση Δ για τον έλεγχο της ροής προς τις τροφοδοτούμενες Διώρυγες και τον χωρισμό της παροχής σε δύο ίσα μέρη. Ακόμη θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι η ελάχιστη απαιτούμενη στάθμη ύδατος στη θέση Δ είναι ίση με το υψόμετρο εδάφους +0.50 m.

Τέλος τα ειδικά έργα (υδροληψίες, αναβαθμοί, υδατογέφυρες κ.λ.π.) διαμορφώνονται σε ορθογωνική διατομή μέσω μεταβατικών τμημάτων με αναλογία προσαρμογής 1:5.

### Πίνακας ΠΙ.1

Στοιχεία κατά μήκος τομής του εδάφους από τη διατομή Α μέχρι Δ

α/α	Διατομή	Χ.Θ.	Υψόμ. εδάφους
1	A	0+00	21.00
2		0+200	21.60
3		0+500	21.20
4		0+700	20.60
5		1+00	20.80
6	B	1+150	20.40
7	Γ	1+250	17.50
8		1+400	17.40
9		1+700	17.80
10		2+00	17.20
11	Δ	2+200	17.40

## Π1.1 ΥΔΡΑΥΛΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΙΩΡΥΓΑΣ

Ο υδραυλικός υπολογισμός της Διώρυγας περιλαμβάνει:

- α) τη διαστασιολόγηση της διατομής ήτοι την επιλογή του πλάτους  $b$  της Διώρυγας και τον προσδιορισμό του κανονικού βάθους ροής  $y_n$ ,
- β) τον προσδιορισμό της κρίσιμης και μεταβατικής ροής και
- γ) την καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της Διώρυγας.

Λόγω της απότομης μεταβολής του υψομέτρου μεταξύ των διατομών Β και Γ χωρίζεται η Διώρυγα σε δύο τμήματα με μέση κλίση της ίδιας τάξης μεγέθους. Το πρώτο τμήμα από την διατομή Α έως την διατομή Β και το δεύτερο τμήμα από την Γ ως την Δ. Τα δύο τμήματα της Διώρυγας θα υπολογισθούν χωριστά.

Τα δεδομένα για τον υδραυλικό υπολογισμό της Διώρυγας υπό συνθήκες ομοιόμορφης ροής, είναι τα ακόλουθα:

- παροχή υπολογισμού  $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$
- κλίση πρανών  $m = 1.5$
- πλάτος στέψεως αναχώματος  $\pi = 3.0 \text{ m}$
- συντελεστής Manning  $n = 0.014$

### Π1.1.1 Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος Α - Β

#### Π1.1.1.1 Διαστασιολόγηση διατομής

Αρχικά θα πρέπει να επιλεγεί η κλίση  $S_o$  της Διώρυγας. Συνήθως η κλίση της Διώρυγας λαμβάνεται περίπου ίση με την μέση κλίση του εδάφους. Ο προσδιορισμός της μέσης κλίσης του εδάφους θα γίνει με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, η μέση ευθεία δίδεται από την εξίσωση:

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \quad (\text{Π1.1})$$

$$\text{όπου } \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \text{ και } \hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad (\text{Π1.2})$$

Για το τμήμα Α - Β είναι:

x	0	200	500	700	1000	1150
y	21.00	21.60	21.20	20.60	20.80	20.40

Δεδομένου ότι  $n = 6$ ,  $\bar{x} = 591.67$ ,  $\bar{y} = 20.93$  προκύπτει:

$$\sum x_i^2 = 3.102.500$$

$$\sum x_i y_i = 73.600$$

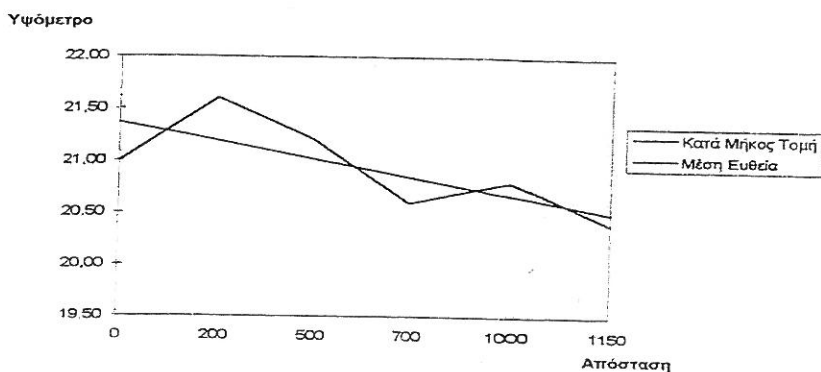
Με εφαρμογή των Εξ. Π1.1 και Π1.2 για τα παραπάνω δεδομένα, προκύπτει:

$$\hat{\alpha} = 21.3545 \text{ και } \hat{\beta} = -0.0007$$

Έτσι η μέση ευθεία του εδάφους περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 21.3545 - 0.0007x \quad (\text{Π1.3})$$

Στο Σχήμα Π1.1 που ακολουθεί φαίνεται η κατά μήκος τομή του εδάφους, καθώς και η μέση ευθεία του. Τελικά επιλέγεται σαν κλίση της διώρυγας για το τμήμα  $A - B$  η τιμή  $S_o = 0.0007$ .



Σχήμα Π1.1. Κατά μήκος τομή του εδάφους, και η μέση ευθεία για το τμήμα  $A - B$

Ο υπολογισμός του πλάτους της διατομής της Διώρυγας θα γίνει με τη χρήση της συνάρτησης αγωγιμότητας, Πίνακας Π3.1, Παράρτημα Π3 (Σακκάς, 1981):

$$\bar{f}_n(\bar{y}_n) = \frac{Qn}{L_o^{8/3} S_o^{1/2}} \quad (\text{Π1.4})$$

Εισάγοντας τα δεδομένα στην Εξ. Π1.4 και θεωρώντας ότι  $L_o = b$ , όπου  $b$  το ζητούμενο πλάτος της Διώρυγας, προκύπτει:

$$\bar{f}_n(\bar{y}_n) = \frac{16.139}{b^{8/3}} \quad (\text{Π1.5})$$

Στον Πίνακα Π1.2 υπολογίζονται τα υδραυλικά στοιχεία της ροής για διάφορες τιμές του πλάτους  $b$ .

Πίνακας Π1.2  
Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος  $A - B$

$b$ [m]	$\bar{f}_n$	$\bar{y}_n$	$y_n$ [m]	$A$ [m <sup>2</sup> ]	$B$ [m]	$P$ [m]	$V$ [m/s]	$b/y_n$
2.0	2.5417	1.2154	2.431	13.725	9.29	10.76	2.222	0.823
2.5	1.4019	0.9229	2.307	13.753	9.42	10.82	2.218	1.084
3.0	0.8621	0.7312	2.194	13.799	9.58	10.91	2.210	1.368
3.5	0.5715	0.5970	2.090	13.862	9.77	11.03	2.200	1.675
4.0	0.4003	0.4985	1.994	13.940	9.98	11.19	2.188	2.006
4.5	0.2924	0.4236	1.906	14.028	10.22	11.37	2.174	2.361
5.0	0.2208	0.3652	1.826	14.131	10.48	11.58	2.158	2.738
5.5	0.1712	0.3187	1.753	14.249	10.76	11.82	2.140	3.138
6.0	0.1358	0.2809	1.685	14.373	11.06	12.08	2.122	3,560

Επειδή η παροχή είναι σχετικά μεγάλη (βλ. § 3.2.2),  $b/y_n > 3$ , άρα:

$$\bar{b} = 5.5 \text{ m} \quad \text{και} \quad y_n = 1.75 \text{ m}$$

### Π1.1.1.2 Προσδιορισμός κρίσιμης και μεταβατικής ροής

Για την λύση που επιλέχθηκε ( $b = 5.5 \text{ m}$ ) πρέπει να προσδιορισθεί το βάθος της κρίσιμης ροής, η κρίσιμη κλίση για την δεδομένη παροχή και η παροχή για την οποία η κλίση του αγωγού καθίσταται ίση με την κρίσιμη κλίση.

α) Η συνάρτηση κρίσιμης ροής είναι:

$$\bar{f}_c(\bar{y}_c) = \frac{Q}{L_0^{5/2}} \sqrt{\frac{\alpha}{g \cos \theta}} \quad (\text{Π1.6})$$

Για συντελεστή Coriolis  $\alpha = 1$ ,  $\cos \theta = 1$ ,  $g = 9.81 \text{ m}^2/\text{sec}$ ,  $L_0 = b = 5.5 \text{ m}$  και  $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$ , η συνάρτηση κρίσιμης ροής δίνει:

$$\bar{f}_c(\bar{y}_c) = 0.1373$$

Με την χρήση πινάκων, (Π3.1), προκύπτει  $\bar{y}_c = 0.235$  οπότε το κρίσιμο βάθος ροής θα είναι:

$$y_c = \bar{y}_c \times b = 0.2350 \times 5.5 \Rightarrow y_c = 1.293 \text{ m}$$

Το ομοιόμορφο βάθος είναι  $y_n = 1.753 \text{ m}$ , οπότε  $y_c < y_n$  άρα η ροή είναι υποκρίσιμη. Κατά το U.S. Bureau of Reclamation για λόγους μεγαλύτερης ασφάλειας το κρίσιμο βάθος ροής πρέπει να είναι μικρότερο του βάθους ομοιόμορφης ροής που προκύπτει για συντελεστή Manning  $n' = n - 0.003$  όπου  $n$  η τιμή υπολογισμού της Διώρυγας. Έτσι για  $n' = 0.014 - 0.003 = 0.011$  η συνάρτηση αγωγιμότητας δίνει:

$$\bar{f}_n(\bar{y}_n) = \frac{Q \cdot n'}{b^{8/3} \cdot S_o^{1/2}} \Rightarrow \bar{f}_n(\bar{y}_n) = 0.1345$$

Από πίνακες με γραμμική παρεμβολή, προκύπτει ότι  $\bar{y}'_n = 0.279$  και το βάθος ομοιόμορφης ροής για μειωμένο συντελεστή Manning είναι:

$$y'_n = \bar{y}'_n b = 0,279 \times 5.5 \Rightarrow y'_n = 1.535 \text{ m}$$

Η ροή είναι ασφαλώς υποκρίσιμη εφόσον  $y_c < y'_n$ .

β) Η κρίσιμη κλίση για δεδομένη παροχή βρίσκεται αν ληφθεί το μεταβατικό βάθος ροής ίσο με το κρίσιμο βάθος, δηλαδή  $y_t = y_c = 1.293 \text{ m} \Rightarrow \bar{y}_t = 0.235$

Από πίνακα για  $\bar{y}_c = \bar{y}_t = 0.235$  με γραμμική παρεμβολή λαμβάνεται:

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = 0.5133$$

Έτσι λύνοντας την συνάρτηση μεταβατικής ροής ως προς την κλίση  $S$ , υπολογίζεται η κρίσιμη κλίση για δεδομένη παροχή:

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = \frac{g \times n^2 \times \cos \theta}{\alpha \times S_o \times b^{1/3}} = 0.5133 \Rightarrow S_o = S_c = 0.0021$$

γ) Η συνάρτηση μεταβατικής ροής για  $S_o = 0,0007$  δίνει:

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = 1.5561$$

και επειδή η τιμή αυτή είναι μεγαλύτερη της μέγιστης τιμής των πινάκων, το μεταβατικό βάθος ροής που αντιστοιχεί στην τιμή αυτή, θα προκύψει με την μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων από την εξίσωση:

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = \frac{\bar{B} \cdot \bar{R}^{4/3}}{\bar{A}} \quad (\text{Π1.7})$$

Οι αδιάστατες μεταβλητές στην Εξ. Π1.7 είναι:

$$\bar{B} = \frac{B}{L_o} = 1 + 2m\bar{y}, \quad \bar{A} = \frac{A}{L_o^2} = (1 + m\bar{y})\bar{y}$$



$$\bar{P} = \frac{P}{L_0} = 1 + 2\bar{y}\sqrt{1+m^2}, \quad \bar{R} = \frac{\bar{A}}{\bar{P}}$$

Δίνοντας διάφορες τιμές στο  $\bar{y}$  προκύπτει ο Πίνακας Π1.3:

Πίνακας Π1.3  
Μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων

$\bar{y}$	$\bar{B}$	$\bar{A}$	$\bar{P}$	$\bar{R}$	$\bar{f}_i(\bar{y}_i)$
10.00	31.000	160.0000	37.0560	4.3178	1.3623
11.00	34.000	192.5000	40.6616	4.7342	1.4040
12.00	37.000	228.0000	44.2672	5.1505	1.4435
13.00	40.000	266.5000	47.8728	5.5668	1.4808
14.00	43.000	308.0000	51.4784	5.9831	1.5164
15.00	46.000	352.5000	55.0840	6.3993	1.5504
15.50	47.500	375.8750	56.8868	6.6074	1.5668
15.25	46.750	364.0938	55.9854	6.5034	1.5587
15.20	46.600	361.7600	55.8051	6.4826	1.5570
15.18	46.540	360.8286	55.7330	6.4742	1.5564
15.17	46.510	360.3634	55.6970	6.4701	1.5560

Για  $\bar{f}_i = 1.5560$   $\bar{y}_i = 15.17 \Rightarrow y_i = 83.44m$ . Για  $y_c = y_i = 83.44m$  προκύπτει:

$$f_c(y_c) = A\sqrt{\frac{A}{B}} = 10900.1\sqrt{\frac{10900.1}{255.81}} = 71151.98$$

και επίσης είναι:

$$f_c(y_c) = \frac{Q}{\sqrt{g}} \Rightarrow Q = 71151.98 \times \sqrt{9.81} \Rightarrow Q = 222854m^3/sec$$

Η τιμή αυτή της παροχής όπως και το βάθος ροής, είναι εκτός πραγματικότητας για την εξεταζόμενη Διώρυγα και συνεπώς η ροή ουδέποτε γίνεται κρίσιμη στον θεωρούμενο αγωγό.

### Π1.1.1.3 Υψομετρική τοποθέτηση του τμήματος A - B

Η καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της Διώρυγας θα γίνει με κριτήριο το ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων.

Από το Σχήμα 3.3, για παροχή  $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$  επιλέγονται τα περιθώρια επενδύσεως και τοιχωμάτων:

$$\varepsilon = 49 \text{ cm}, \quad \alpha = 61 \text{ cm}, \quad f = \alpha + \varepsilon \Rightarrow f = 1.10 \text{ m}$$

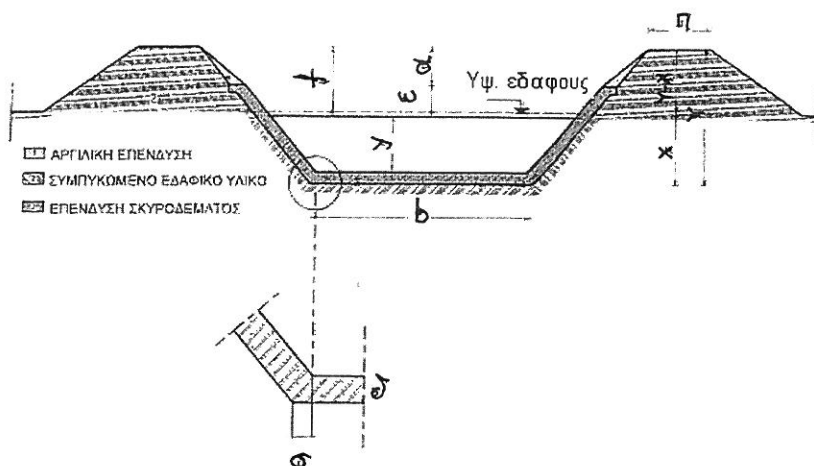
Από τον Πίνακα 3.2 επιλέγεται το πάχος επενδύσεως της διώρυγας. Έτσι για  $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$  είναι  $\delta = 0.08 \text{ m}$ .

Το ύψος  $h$  των αναχωμάτων δίνεται από την σχέση:

$$h = f + y + \delta - X,$$

όπου  $y$  είναι το βάθος του νερού και  $X$  το βάθος εκσκαφής. Όλα αυτά τα μεγέθη φαίνονται στο Σχήμα 2. Το πλάτος εκσκαφής  $b_c$ , δεν ισούται με το πλάτος της Διώρυγας  $b$ , αλλά είναι μεγαλύτερο κατά την ποσότητα  $\Delta\sigma$ , όπως φαίνεται και στο ίδιο σχήμα, είναι δηλαδή  $b_c = b + 2\sigma$  όπου  $\sigma$  δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma = \frac{\delta}{m + \sqrt{1 + m^2}} \Rightarrow \sigma = 2.42 \text{ cm} = 0.0242 \text{ m}$$



Σχήμα Π1.2. Τυπική διατομή της αρδευτικής διώρυγας

Τελικά το πλάτος εκσκαφής είναι:

$$b_c = b + 2\sigma = 5.5 + 2 \times 0.0242 \Rightarrow b_c = 5.548 \text{ m}$$

Από το Σχήμα Π1.2 προκύπτει ότι το εμβαδόν εκσκαφής και το εμβαδόν επιχώσεως δίνονται από τους παρακάτω τύπους όπου  $Y$  είναι η απόσταση από τον πυθμένα εκσκαφής μέχρι την στέψη των επιχωμάτων δηλαδή είναι  $Y = \delta + y_n + f = 0.08 + 1.75 + 1.10 = 2.39 \text{ m}$

$$E_k = (b_c + mX)X \quad (\text{Π1.8})$$

$$E_\pi = 2[\pi + m(Y - X)](Y - X) \quad (\text{Π1.9})$$

Σύμφωνα με το ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων, είναι  $E_k = E_\pi$ . Εξισώνοντας τις Εξ. Π1.8 και Π1.9 προκύπτει:

$$b_c X + mX^2 - 2[\pi + mY - mX](Y - X) = 0 \Rightarrow$$

$$b_c X + mX^2 - 2\pi Y - 2mY^2 + 2mYX + 2\pi X + 2mYX - 2mX^2 = 0 \Rightarrow$$

$$-mX^2 + (b_c + 2mY + 2\pi + 2mY)X + 2Y(\pi + mY) = 0 \Rightarrow$$

$$mX^2 - (b_c + 4mY + 2\pi)X - 2Y(\pi + mY) = 0 \Rightarrow$$

$$AX^2 - BX + \Gamma = 0 \quad (\text{Π1.10})$$

όπου  $A = m = 1.5$

$$B = b_c + 4mY + 2\pi = 5.548 + 4 \times 1.5 \times 2.93 + 2 \times 3.0 = 29.128$$

$$\Gamma = 2Y(\pi + mY) = 2 \times 2.93 \times (3.0 + 1.5 \times 2.93) = 43.3347$$

$$Y = \delta + y_n + f = 0.08 + 1.75 + 1.10 = 2.93 \text{ m}$$

Από την επίλυση της δευτεροβάθμιας Εξ. Π1.10 προκύπτουν δύο λύσεις, από τις οποίες η πρώτη απορρίπτεται γιατί είναι εκτός πραγματικότητας (πολύ μεγάλη):

$$X_1 = 17.8051 \text{ m} \quad \text{και} \quad X_2 = 1.6252 \text{ m}$$

Αν από την Εξ. Π1.3, που περιγράφει την μέση ευθεία του εδάφους, αφαιρεθεί η ποσότητα  $X = 1.6235$  προκύπτει η εξίσωση του πυθμένα εκσκαφής

$$y = (21.3545 - 1.6235) - 0.0007x = 19.729 - 0.0007x \quad (\text{Π1.11})$$

όπου  $x$  η απόσταση από την αρχή της Διώρυγας. Από την Εξ. Π1.11 προκύπτει για κάθε απόσταση από την αρχή  $x$  το υψόμετρο του πυθμένα εκσκαφής. Για τον υπολογισμό του βάθους εκσκαφής κάθε διατομής, αφαιρείται από το υψόμετρο του φυσικού εδάφους, το υψόμετρο του πυθμένα εκσκαφής. Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα Π1.4.

Πίνακας Π1.4  
Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή

Διατομή	1	2	3	4	5	6
Απόσταση (m)	0	200	500	700	1000	1150
Υψόμ. Φυσ. Εδαφ.	21.000	21.600	21.200	20.600	20.800	20.400
Υψόμ. Πυθμ. εκσκ.	19.731	19.591	19.381	19.241	19.031	18.926
Βάθος εκσκαφής	1.269	2.009	1.819	1.359	1.769	1.474

Αν υπολογισθεί αναλυτικά ο όγκος εκσκαφών και επιχώσεων για τα παραπάνω βάθη εκσκαφής (Πίνακας Π1.5), προκύπτει περίσσευμα εκσκαφών ίσο με  $1496 \text{ m}^3$ .

Πίνακας Π1.5  
Προμέτρηση χωματουργικών για μέσο βάθος εκσκαφής  $X = 1.6235 \text{ m}$

ΔΙΑΤΟΜΗ		ΕΚΣΚΑΦΕΣ		ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ		Αλγεβρικό άθροισμα
α/α	X.Θ	Βάθος εκσκαφής X	Όγκος V	Ύψος επιχωμ. Y	Όγκος V	
1	0+000	1.27		1.66		0
2	0+200	2.01	2625	0.92	2557	68
3	0+500	1.82	4833	1.11	2769	2069
4	0+700	1.36	2521	1.57	2697	-17.6
5	1+000	1.77	3704	1.16	4151	-4.37
6	1+150	1.47	1941	1.46	1954	-13
ΑΘΡΟΙΣΜΑ			15624		14128	1496

Επειδή προκύπτει περίσσευμα εκσκαφών πρέπει να μειωθεί το βάθος εκσκαφής προς όφελος της οικονομίας της κατασκευής. Για το λόγο αυτό θα υπολογισθεί πόσο περίπου μειώνεται η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχωμάτων για μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm. Για τον υπολογισμό της διαφοράς ανά cm εκσκαφής παραγωγίζεται η Εξ. Π1.8 ως προς X:

$$E_x = (b_e + mX)X \Rightarrow \frac{dE_x}{dx} = b_e + 2mX \Rightarrow$$

$$\Delta E_x = (b_e + 2mX)\Delta X \Rightarrow \Delta E_x = (5,548 + 2 \times 1,5 \times 1.6235)\Delta X \Rightarrow$$

$$\Delta E_{\kappa} = 10.4 \Delta X \quad (\text{Π1.12})$$

για  $\Delta X = -0.01 \text{ m}$ , η Εξ. Π1.12 δίνει (το πρόσημο μείον στο  $\Delta X$  σημαίνει μείωση του βάθους εκσκαφής):

$$\Delta E_{\kappa} \approx -0.104 \text{ m}^2$$

Αν το αποτέλεσμα αυτό το πολλαπλασιασθεί με το μήκος της Διώρυγας, θα προκύψει η μείωση του όγκου των εκσκαφών που αντιστοιχεί σε μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm. Εφόσον ο όγκος των εκσκαφών μειώνεται, ο όγκος των επιχωμάτων μειώνεται αντίστοιχα:

$$\Delta V_{E\kappa} = -0.104 \times 1150 \Rightarrow \Delta V_{E\kappa} \approx -120 \text{ m}^3$$

$$\Delta V_{E\pi} \approx +120 \text{ m}^3$$

Τελικά προκύπτει ότι για μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχώσεων μειώνεται κατά  $\delta = 240 \text{ m}^3 / \text{cm}$ . Έτσι μειώνοντας τα βάθη εκσκαφής όλων των διατομών κατά 7 cm περίπου, επιτυγχάνεται καλύτερο ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων από αυτό του Πίνακα Π1.5. Τα αποτελέσματα της προμέτρησης των χωματουργικών εργασιών για τα καινούρια βάθη εκσκαφής, φαίνονται στον Πίνακα Π1.6.

Πίνακας Π1.6

Προμέτρηση χωματουργικών για τελικό βάθος εκσκαφής  $X = 1.5535 \text{ m}$

ΔΙΑΤΟΜΗ		ΕΚΣΚΑΦΕΣ		ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ		Αλγεβρικό άθροισμα
a/a	X.Θ	Βάθος εκσκαφής X	Όγκος V	Ύψος επιχωμ. Y	Όγκος V	
1	0+000	1.20		1.73		0
2	0+200	1.94	2534	0.99	2812	-278
3	0+500	1.75	4624	1.18	3003	1343
4	0+700	1.29	2405	1.64	2901	847
5	1+000	1.70	3527	1.23	4450	-76
6	1+150	1.40	1836	1.53	2109	-350
ΑΘΡΟΙΣΜΑ			14925		15275	

## Π1.1.2 Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος $\Gamma - \Delta$

### Π1.1.2.1 Διαστασιολόγηση διατομής

Η επιλογή της κλίσης  $S_0$  της Διώρυγας για το τμήμα  $\Gamma - \Delta$  θα γίνει με την ίδια διαδικασία όπως στο τμήμα  $A - B$ , με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Τα δεδομένα του τμήματος  $\Gamma - \Delta$  για την εφαρμογή της μεθόδου είναι:

x	1250	1400	1700	2000	2200
y	17.50	17.40	17.80	17.20	17.40

Δεδομένου ότι  $n = 5$ ,  $\bar{x} = 1710$ ,  $\bar{y} = 17.46$  προκύπτει:

$$\sum x_i = 15.252.500$$

$$\sum x_i y_i = 149.175$$

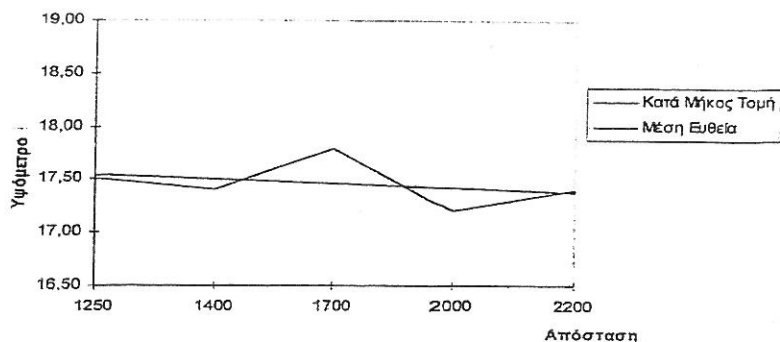
Με εφαρμογή των Εξ. Π1.1 και Π1.2 για τα παραπάνω δεδομένα προκύπτει:

$$\hat{\alpha} = 17.7522, \quad \hat{\beta} = -0.00017$$

Έτσι η μέση ευθεία του εδάφους για το τμήμα  $\Gamma - \Delta$  θα είναι:

$$y = 17.7522 - 0.00017x \quad (\text{Π1.13})$$

Στο Σχήμα Π1.3 φαίνεται η κατά μήκος τομή του εδάφους, καθώς και η μέση ευθεία του. Τελικά επιλέγεται σαν κλίση της Διώρυγας για το τμήμα  $\Gamma - \Delta$  η τιμή  $S_0 = 0.00017$ .



Σχήμα Π1.3. Κατά μήκος τομή του εδάφους και η μέση ευθεία για το τμήμα  $\Gamma - \Delta$

Για τον υπολογισμό του πλάτους πυθμένα της Διώρυγας για το τμήμα  $\Gamma - \Delta$  υπολογίζεται η αδιάστατη συνάρτηση αγωγιμότητας σύμφωνα με την Εξ. Π1.4, λαμβάνοντας  $L_o = b$ :

$$\bar{f}_n(\bar{y}_n) = \frac{Qn}{b^{8/3}S_0^{1/2}} = \frac{32.749}{b^{8/3}} \quad (\text{Π1.14})$$

Για διάφορες τιμές του πλάτους  $b$ , σύμφωνα με την Εξ. Π1.14 και με την βοήθεια πινάκων υπολογίζεται ο Πίνακας Π1.7:

Πίνακας Π1.7  
Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος  $\Gamma - \Delta$

b [m]	$\bar{f}_n$	$\bar{y}_n$	$y_n$ [m]	A [m]	B [m]	P [m]	V [m/s]	b/ $y_n$
4.0	0.8123	0.7103	2.841	23.473	12.52	14.24	1.299	1.408
4.5	0.5933	0.6082	2.737	23.552	12.71	14.37	1.295	1.644
5.0	0.4480	0.5280	2.640	23.654	12.92	14.52	1.289	1.894
5.5	0.3475	0.4634	2.549	23.762	13.15	14.69	1.284	2.158
6.0	0.2755	0.4106	2.464	23.886	13.39	14.88	1.277	2.435
6.5	0.2226	0.3668	2.384	24.024	13.65	15.10	1.270	2.726
7.0	0.1826	0.3299	2.309	24.164	13.93	15.33	1.262	3.031
7.5	0.1520	0.2987	2.240	24.330	14.22	15.58	1.254	3.348
8.0	0.1279	0.2717	2.174	24.476	14.52	15.84	1.246	3.681

Επειδή η παροχή είναι σχετικά μεγάλη (βλ. § 3.2.2),  $b/y_n > 3$ , άρα:

$$b = 7.0 \text{ m}, \quad \text{και} \quad y_n = 2.31 \text{ m}$$

### Π1.1.2.2 Προσδιορισμός Κρίσιμης και Μεταβατικής Ροής

Για την λύση που επιλέχθηκε ( $b = 7.0 \text{ m}$ ) πρέπει να προσδιορισθεί το βάθος της κρίσιμης ροής, η κρίσιμη κλίση για την δεδομένη παροχή και η παροχή για την οποία η κλίση του αγωγού καθίσταται ίση με την κρίσιμη κλίση.

α) Η συνάρτηση κρίσιμης ροής (Εξ. Π1.6) για συντελεστή Coriolis  $a = 1$ ,  $\cos\theta = 1$ ,  $g = 9.81 \text{ m}^2/\text{sec}$ ,  $L_o = b = 7.0 \text{ m}$  και  $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$ , δίνει:

$$\bar{f}_c(\bar{y}_c) = 0.0751$$

Με την χρήση πινάκων έχουμε:  $\bar{y}_c = 0.1633$ . Επομένως το κρίσιμο βάθος ροής είναι:

$$y_c = \bar{y}_c b = 0.1633 \times 7 = 1.14 \text{ m}$$

Επειδή  $y_n = 2.31 \text{ m} < y_c$  η ροή είναι υποκρίσιμη. Όμως όπως και στο τμήμα  $A - B$ , πρέπει για λόγους μεγαλύτερης ασφάλειας το κρίσιμο βάθος ροής να είναι μικρότερο του βάθους ομοιόμορφης ροής που προκύπτει για συντελεστή Manning  $n' = n - 0.003$  όπου  $n$  η τιμή υπολογισμού της Διώρυγας. Έτσι για  $n' = 0.011$  η συνάρτηση αγωγιμότητας δίνει:

$$\bar{f}_n(\bar{y}'_n) = \frac{Q \cdot n'}{b^{8/3} \cdot S_o^{1/2}} \Rightarrow \bar{f}_n(\bar{y}'_n) = 0.1435$$

Από πίνακες με γραμμική παρεμβολή, προκύπτει ότι  $\bar{y}'_n = 0.2896$  και το βάθος ομοιόμορφης ροής για μειωμένο συντελεστή Manning είναι:

$$y'_n = \bar{y}'_n \cdot b = 0.2896 \times 7.0 \Rightarrow y'_n = 2.027 \text{ m}$$

Επειδή  $y_c < y_n$  η ροή είναι ασφαλώς υποκρίσιμη.

β) Η κρίσιμη κλίση για δεδομένη παροχή βρίσκεται αν ληφθεί το μεταβατικό βάθος ροής ίσο με το κρίσιμο βάθος, δηλαδή  $y_t = y_c = 1.143 \text{ m} \Rightarrow \bar{y}_t = 0.1633$ . Από πίνακα για  $\bar{y} = \bar{y}_t = 0.1633$  με γραμμική παρεμβολή λαμβάνεται:

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = 0.4723$$

Έτσι, λύνοντας την συνάρτηση μεταβατικής ροής ως προς την κλίση  $S$ , υπολογίζεται η κρίσιμη κλίση για δεδομένη παροχή:

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = \frac{gn^2 \cos \theta}{\alpha S_o b^{1/3}} = 0.4723 \Rightarrow S_o = S_c = 0.0021$$

γ) Η συνάρτηση μεταβατικής ροής για  $S_o = 0.00017$  δίνει:

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = 5.9126$$

και επειδή η τιμή αυτή είναι περίπου τετραπλάσια της τιμής που υπολογίστηκε στο τμήμα  $A - B$ , η παροχή και το βάθος ροής που προκύπτουν από αυτήν την τιμή, θα είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες τιμές του τμήματος  $A - B$ . Οι τιμές αυτές της παροχής όπως και του βάθους ροής, είναι εκτός πραγματικότητας για την εξεταζόμενη Διώρυγα και συνεπώς η ροή ουδέποτε γίνεται κρίσιμη στον θεωρούμενο αγωγό.



### Π1.1.2.3 Υψομετρική τοποθέτηση του τμήματος $\Gamma - \Delta$

Η καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της Διώρυγας θα γίνει με κριτήριο το ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων. Στο τμήμα όμως αυτό πρέπει να ικανοποιείται άλλη μία προϋπόθεση του θέματος, ότι δηλαδή η ελάχιστη στάθμη ύδατος στο σημείο  $\Delta$  πρέπει να είναι +50 cm από την επιφάνεια του εδάφους ήτοι:

- $H_{\Delta \text{ min}} = \text{υψόμετρο εδάφους} + 0.50 \text{ m} = 17.40 + 0.50 = 17.90 \text{ m}$

Η διαμόρφωση της διατομής στο τμήμα  $\Gamma - \Delta$ , παραμένει όπως και στο τμήμα  $A - B$  (Σχήμα Π1.2). Δηλαδή τα περιθώρια ασφαλείας παραμένουν τα ίδια, όπως και το πάχος επενδύσεως, εφόσον η παροχή δεν αλλάζει. Οι μοναδικές τιμές που αλλάζουν είναι το πλάτος της Διώρυγας και το βάθος μοιόμορφης ροής του νερού. Οι τιμές αυτές για το τμήμα αυτό είναι:

$$b = 7.0 \text{ m} \quad \text{και} \quad y_n = 2.31 \text{ m}$$

Όμως όπως φαίνεται στο Σχήμα Π1.2, το πλάτος εκσκαφής,  $b_e$  δεν ισούται με το πλάτος της Διώρυγας  $b$ , αλλά είναι λίγο μεγαλύτερο (κατά μία ποσότητα  $2\sigma$ ). Δηλαδή είναι:  $b_e = b + 2\sigma$  και η ποσότητα  $\sigma$  δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma = \frac{\delta}{m + \sqrt{1 + m^2}} \Rightarrow \sigma = 2.42 \text{ cm} = 0.0242 \text{ m}$$

Τελικά το πλάτος εκσκαφής είναι:

$$b_e = b + 2\sigma = 7.0 + 2 \times 0.0242 \Rightarrow b_e = 7.0484 \text{ m}$$

Για τον υπολογισμό του μέσου βάθους εκσκαφής, θα ακολουθηθεί ίδια διαδικασία όπως στο τμήμα  $A - B$ . Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή επιλύεται η δευτεροβάθμια Εξ. Π1.10:

$$AX^2 - BX + \Gamma = 0$$

όπου:

$$A = m = 1.5$$

$$B = b_e + 4mY + 2\pi = 7.0484 + 4 \times 1.5 \times 3.49 + 2 \times 3.14 = 33.988$$

$$\Gamma = 2Y(\pi + mY) = 2 \times 3.49 \times (3.0 + 1.5 \times 3.49) = 57.4803$$

$$Y = \delta + y_n + f = 0.08 + 2.31 + 1.10 = 3.49 \text{ m}$$

Από την επίλυση της Εξ. Π1.10 προκύπτουν δύο λύσεις, από τις οποίες η πρώτη απορρίπτεται γιατί είναι εκτός πραγματικότητας (πολύ μεγάλη):

$$X_1 = 20.8179 \text{ m} \quad \text{και} \quad X_2 = 1.8407 \text{ m}$$

Αν από την Εξ. Π1.13 που περιγράφει την μέση ευθεία του εδάφους αφαιρεθεί η ποσότητα  $X = 1.8407$  προκύπτει η εξίσωση του πυθμένα εκσκαφής:

$$y = 15.9115 - 0.00017x \quad (\text{Π1.15})$$

όπου  $x$  η απόσταση από την αρχή της Διώρυγας. Το υψόμετρο του πυθμένα εκσκαφής προκύπτει από την Εξ. Π1.15. Για τον υπολογισμό του βάθους εκσκαφής κάθε διατομής, αφαιρείται από το υψόμετρο του φυσικού εδάφους, το υψόμετρο του πυθμένα εκσκαφής. Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας φαίνονται στον Πίνακα Π1.8:

Πίνακας Π1.8  
Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή

Διατομή	7	8	9	10	11
Απόσταση (m)	0	150	450	750	950
Υψόμ Φυτ. Εδαφ.	17.500	17.400	17.800	17.200	17.400
Υψόμ πυθμ. Εκσκ.	15.912	15.886	15.835	15.784	15.750
Βάθος εκσκαφής	1.589	1.514	1.965	1.416	1.650

Αν υπολογισθεί αναλυτικά ο όγκος εκσκαφών και επιχώσεων για τα παραπάνω βάθη εκσκαφής (Πίνακας Π1.9), προκύπτει έλλειμμα εκσκαφών ίσο με  $5.258 \text{ m}^3$ .

Έτσι, λόγω του ελλείμματος των εκσκαφών, πρέπει να αυξηθεί το βάθος εκσκαφής. Η διαδικασία που θα ακολουθηθεί είναι η ίδια με το τμήμα Α - Β. Υπολογίζεται πόσο περίπου μειώνεται η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχωμάτων για αύξηση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm. Η Εξ. Π1.8 με παραγωγή ως προς  $X$  γίνεται:

$$E_k = (b_\varepsilon + mX)X \Rightarrow \frac{dE_k}{dx} = b_\varepsilon + 2mX \Rightarrow$$

$$\Delta E_k = (b_\varepsilon + 2mX)\Delta X \Rightarrow$$

$$\Delta E_k = (7.0484 + 2 \times 1.5 \times 1.8407)\Delta X \Rightarrow$$

$$\Delta E_k = 12.6\Delta X \quad (\text{Π1.16})$$

Πίνακας Π1.9

Προμέτρηση χωματουργικών για μέσο βάθος εκσκαφής  $X = 1.8407$  m.

ΔΙΑΤΟΜΗ		ΕΚΣΚΑΦΕΣ		ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ		Αλγεβρικό άθροισμα
α/α	X.Θ	Βάθος εκσκαφής X	Όγκος V	Ύψος επιχωμ.Υ	Όγκος V	
7	1+250	1.589		1.901		0
8	1+400	1.514	2182	1.976	3436	-1254
9	1+700	1.965	5063	1.525	5954	-2146
10	2+000	1.416	4894	2.074	6221	-3473
11	2+200	1.650	2870	1.840	4655	-5258
ΑΘΡΟΙΣΜΑ			15009		20267	

Για  $\Delta X = +0.01$  m, η Εξ. Π1.16 δίνει (το πρόσημο + στο  $\Delta X$  σημαίνει αύξηση του βάθους εκσκαφής):

$$\Delta E_{\kappa} \approx +0.13 \text{ m}^2$$

Αν το αποτέλεσμα αυτό πολλαπλασιασθεί με το μήκος της Διόρυγας, θα προκύψει η αύξηση του όγκου των εκσκαφών για αύξηση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm. Εφόσον ο όγκος των εκσκαφών αυξάνεται, θα έχουμε μείωση του όγκου των επιχώσεων ίση με την αύξηση του όγκου των εκσκαφών:

$$\Delta V_{E\kappa} = +0.13 \times 950 \Rightarrow \Delta V_{E\kappa} \approx +124 \text{ m}^3$$

$$\Delta V_{E\pi} \approx -124 \text{ m}^3$$

Τελικά προκύπτει ότι για αύξηση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχώσεων μειώνεται κατά  $\delta = 248 \text{ m}^3 / \text{cm}$ . Έτσι αυξάνοντας τα βάθη εκσκαφής όλων των διατομών κατά 20 cm περίπου, επιτυγχάνεται καλύτερο ισοζύγιο εκσκαφών και επιχώσεων από αυτό του Πίνακα Π1.9. Τα αποτελέσματα της προμέτρησης των χωματουργικών εργασιών για τα νέα βάθη εκσκαφής, φαίνονται στο Πίνακα Π1.10.

Από τον ίδιο Πίνακα προκύπτει ότι το βάθος εκσκαφής στην θέση Δ (Διατομή 11) είναι 1.85 m. Το ύψος της στάθμης του νερού στη θέση αυτή είναι:

$$(\text{υψόμετρο εδάφους}) - (\text{βάθος εκσκαφής}) + (\text{πάχος σκυροδέματος}) + (\text{βάθος ροής}) = 17.40 - 1.85 + 0.08 + 2.31 = 17.94 \text{ m}$$

Άρα ικανοποιείται η προϋπόθεση για την ελάχιστη απαιτούμενη στάθμη ύδατος στη θέση Δ.

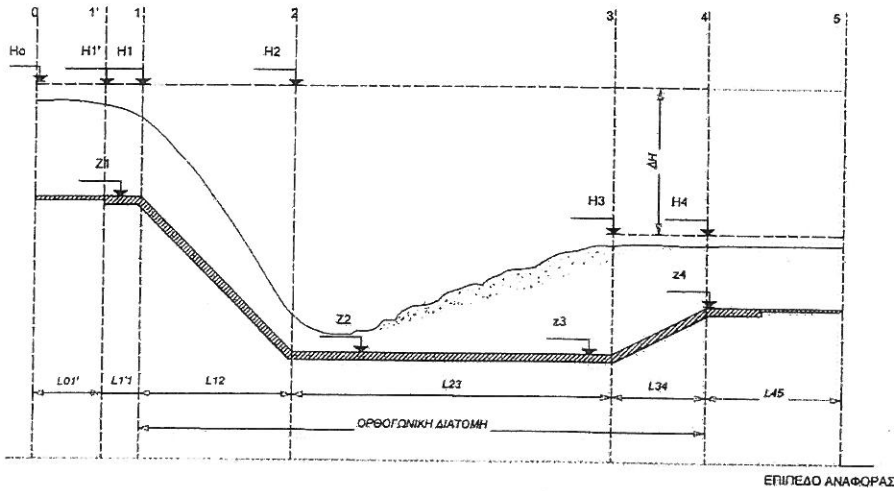
Πίνακας Π1.10  
Προμέτρηση χωματουργικών εργασιών για το τμήμα Γ-Δ

ΔΙΑΤΟΜΗ		ΕΚΣΚΑΦΕΣ		ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ		Αλγεβρικό άθροισμα
α/α	Χ.Θ	Βάθος εκσκαφής X	Όγκος V	Ύψος επιχωμ.Υ	Όγκος V	
7	1+250	1.77		1.72		0
8	1+400	1.70	2512	1.79	2966	-454
9	1+700	2.15	5761	1.34	5067	239
10	2+000	1.60	5581	1.89	5322	498
11	2+200	1.85	3329	1.64	3997	-170
ΑΘΡΟΙΣΜΑ			17182		17352	

## Π1.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΟΥ ΑΛΜΑΤΟΣ

Θεωρείται ότι το υδραυλικό άλμα λαμβάνει χώρα σε ορθογωνική διατομή. Ο υπολογισμός του υδραυλικού άλματος περιλαμβάνει τον προσδιορισμό: α) του πλάτους της ορθογωνικής διατομής, β) του υψομέτρου του πυθμένα της λεκάνης ηρεμίας, γ) του μήκους της λεκάνης ηρεμίας και δ) του ελεύθερου περιθωρίου στην λεκάνη ηρεμίας του άλματος (freeboard in stilling pool).

Στο Σχήμα Π1.4 φαίνεται μία ενδεικτική κατά μήκος τομή της Διώρυγας στη θέση του αναβαθμού. Η κατασκευή είναι ορθογωνική από τη Διατομή 1 μέχρι τη Διατομή 4. μεταξύ των Διατομών 0 ως 1 και 3 ως 4 θα κατασκευασθούν μεταβατικά τμήματα (με αναλογία προσαρμογής 1:5) για την μετάβαση από την τραπεζοειδή διατομή της Διώρυγας στην ορθογωνική διατομή του αναβαθμού και αντίστροφα.



Σχήμα Π1.4. Ενδεικτική κατά μήκος τομή της Διώρυγας στη θέση του αναβαθμού

### Π1.2.1 Υπολογισμός του πλάτους της Λεκάνης ηρεμίας

Το πλάτος του αναβαθμού, προσδιορίζεται από εμπειρικό τύπο, σύμφωνα με τον οποίο το πλάτος ισούται με το 1/5 της παροχής  $Q$  της Διώρυγας. Έτσι για  $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$  το πλάτος είναι:

$$b = \frac{Q}{5} = \frac{30.5}{5} \Rightarrow b = 6.1 \text{ m}$$

Επειδή η αντίστοιχη τραπεζοειδής διατομή ανάντη έχει πλάτος 5.5 m, η μετάβαση στη ορθογωνική διατομή πλάτους 6.1 m οδηγεί για ίσα βάθη σε μείωση της υγρής διατομής, γεγονός το οποίο θα λειτουργούσε σαν εμπόδιο στη ροή, προτείνεται αυξημένο πλάτος  $b = 7$  m.

Η παροχή ανά μονάδα πλάτους  $q$  θα είναι:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{30.5}{7} \Rightarrow q = 4.36 \text{ m}^3 / \text{sec} / \text{m}$$

### Π1.2.2 Υπολογισμός υψομέτρου του πυθμένα της Λεκάνης ηρεμίας

Τα μεγέθη που εμφανίζονται στο Σχ. Π1.4 είναι το ύψος ολικής ενέργειας  $H_i$ , το υψόμετρο  $z_i$ , του πυθμένα και τα βάθη ροής του νερού  $y_i$ , στις διατομές 0, 1, 2, 3, 4.

Το ύψος ολικής ενέργειας  $H$  στις θέσεις 0 και 4 είναι αντίστοιχα:

- Θέση 0:

$$H_o = z_o + y_n + \frac{v_{AB}^2}{2g} = (20.40 - 1.32) + 1.75 + \frac{2.14^2}{2 \times 9.81} \Rightarrow H_o = 21.06 \text{ m}$$

Το υψόμετρο του πυθμένα προκύπτει αν από το υψόμετρο του φυσικού εδάφους αφαιρεθεί το βάθος εκσκαφής. Έτσι για την Θέση 0 (Διατομή 6) είναι  $z_o = 19.00$  m.

- Θέση 4:

$$H_4 = z_4 + y_n + \frac{v_{\Gamma\Delta}^2}{2g} = (17.50 - 1.69) + 2.31 + \frac{1.26^2}{2 \times 9.81} \Rightarrow H_4 = 18.20 \text{ m}$$

(όπου  $y_n$  το βάθος ροής του νερού. Για το τμήμα  $A - B$  είναι  $y_n = 1.75$  m ενώ για το τμήμα  $\Gamma - \Delta$  είναι  $y_n = 2.31$  m)

Θεωρείται ότι το ύψος ολικής ενέργειας στις θέσεις 0, 1 και 2 παραμένει σταθερό δηλαδή είναι  $H_o \approx H_1 \approx H_2$ . Στην πραγματικότητα υπάρχει μείωση ενέργειας λόγω απωλειών. Η παράλειψη των απωλειών είναι υπέρ της ασφάλειας του έργου διότι έτσι υπερδιαστασιολογείται ο αναβαθμός. Έτσι:

$$H_o = H_1 = H_2 = 21.06 \text{ m}$$

$$H_3 = H_4 = 18.20 \text{ m}$$

Ενώ το υδραυλικό ύψος πτώσεως  $\Delta H$  είναι:

$$\Delta H = H_2 - H_3 = 21.06 - 18.20 = 2.86 \text{ m}$$

Ένα ακόμη μέγεθος που χρειάζεται στους υπολογισμούς του υδραυλικού άλματος, είναι το βάθος ροής του νερού στη Θέση 1. Είναι γνωστό ότι στη θέση αυτή το βάθος ροής είναι ίσο με το κρίσιμο βάθος

ροής. Στην πραγματικότητα το κρίσιμο βάθος δεν εμφανίζεται ακριβώς στη Θέση 1, αλλά λίγο πιο ανάντη. Όμως είναι δυνατόν, χωρίς μεγάλο σφάλμα, να θεωρηθεί ότι  $y_1 = y_c$ . Για έναν ανοιχτό αγωγό ορθογωνικής διατομής το κρίσιμο βάθος ροής δίνεται από τον τύπο:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \Rightarrow y_c = 1.25 \text{ m} \quad (\text{Π1.17})$$

Ο υπολογισμός του υψόμετρου του πυθμένα της λεκάνης ηρεμίας  $z = z_2 = z_3$  γίνεται με την βοήθεια του πίνακα Π3.2 (Παράρτημα Π3). Για την χρήση του πίνακα αυτού υπολογίζεται ο λόγος:

$$n = \frac{\Delta H}{y_c} = \frac{2.86}{1.25} = 2.29$$

Έτσι με την βοήθεια των πινάκων (με γραμμική παρεμβολή) λαμβάνονται οι παρακάτω λόγοι:

$$\frac{y_2}{y_c} = 0.345 \Rightarrow y_2 = 0.43 \text{ m}$$

$$\frac{y_3}{y_2} = 6.64 \Rightarrow y_3 = 2.86 \text{ m}$$

από το ολικό ύψος ενέργειας στην Θέση 3, υπολογίζεται το υψόμετρο  $z_3$ :

$$H_3 = z_3 + y_3 + h_v \Rightarrow z_3 = 18.20 - 2.86 - 0.12 \Rightarrow z_3 = 15.22 \text{ m}$$

$$\text{όπου: } h_v = \frac{v_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2gb^2y_3^2} = \frac{30.5^2}{2 \times 9.81 \times 7.0^2 \times 2.79^2} \Rightarrow h_v = 0.124 \text{ m}$$

### Π1.2.3 Υπολογισμός μήκους του Αναβαθμού

Το μήκος της λεκάνης ηρεμίας υπολογίζεται από εμπειρικό τύπο. Σύμφωνα με αυτόν το μήκος του υδραυλικού άλματος είναι (Σχ. Π2.8):

$$L_j \approx 6.0 y_3 = 6.0 \times 2.79 = 16.74 \text{ m}$$

Για λόγους ασφαλείας η λεκάνη ηρεμίας υπερδιαστασιολογείται κατά μήκος σε ποσοστό 10% οπότε:

$$L_{23} \approx 1.1 L_j = 1.1 \times 16.74 \Rightarrow L_{23} = 18.41 \text{ m}$$

Για τον πλήρη σχεδιασμό του αναβαθμού μένει να υπολογιστούν τα υπόλοιπα μήκη  $L$ , που εμφανίζονται στο Σχήμα Π1.4. Το μήκος του

μεταβατικού τμήματος  $L'_{01}$ , προκύπτει από την αναλογία προσαρμογής 1:5. Επίσης επειδή όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω το κρίσιμο βάθος δεν εμφανίζεται στη Θέση 1 αλλά λίγο πιο ανάντη, κατασκευάζεται ένα επιπλέον τμήμα από σπλισμένο σκυρόδεμα μήκους  $L_{11}$  ίσο με το 1/10 του μήκους της λεκάνης ηρεμίας. Τέλος τα μήκη των κεκλιμένων τμημάτων  $L_{12}$  και  $L_{34}$ , προκύπτουν από την υψομετρική διαφορά μεταξύ των θέσεων 1 – 2 και 3 – 4 αντίστοιχα, γνωρίζοντας ότι η κλίση του τμήματος 1 – 2 είναι 1:1.15 ενώ του τμήματος 3 – 4 είναι 1:6. Έτσι προκύπτει:

$$L_{01} = 2.5(B_{AB} - b_{αναβ}) = 2.5 \times (10.76 - 7) = 9.40 \text{ m}$$

όπου το  $B_{AB}$  προκύπτει από τον Πίνακα Π1.2 .

$$L_{11} = \frac{1}{10} L_{23} = \frac{1}{10} \times 18.41 = 1.84 \text{ m}$$

Οι υψομετρικές διαφορές των Θέσεων 1 – 2 και 3 – 4 είναι αντίστοιχα:

$$\Delta z_{1-2} = z_1 - z_2 = (20.40 - 1.40) - 15.29 = 3.71 \text{ m}$$

$$\Delta z_{3-4} = z_4 - z_3 = (17.50 - 1.69) - 15.29 = 0.52 \text{ m}$$

Ενώ τα μήκη  $L_{12}$  και  $L_{34}$  είναι τελικά:

$$L_{12} = 1.5 \times \Delta z_{1-2} = 1.5 \times 3.71 \Rightarrow L_{12} = 5.57 \text{ m}$$

$$L_{34} = 6.0 \times \Delta z_{3-4} = 6.0 \times 0.52 \Rightarrow L_{34} = 3.12 \text{ m}$$

Το μεταβατικό τμήμα μεταξύ αναβαθμού και τμήματος  $\Gamma - \Delta$ , έχει μήκος:

$$L_{45} = 2.5(B_{\Gamma\Delta} - b_{αναβ}) = 2.5(13.93 - 7.0) = 17.33 \text{ m}$$

Όπου το  $B_{\Gamma\Delta}$  προκύπτει από τον Πίνακα Π1.7.

### Π1.2.4 Υπολογισμός ελεύθερου περιθωρίου της Λεκάνης ηρεμίας

Ο υπολογισμός του ελεύθερου περιθωρίου στην λεκάνη ηρεμίας του άλματος (freeboard in stilling pool), γίνεται με την βοήθεια του διαγράμματος Π3.1 (Παράρτημα Π3). Για την χρήση του διαγράμματος το οποίο ισχύει στο Αγγλικό Σύστημα Μονάδων μετατρέπεται η παροχή και το μήκος σε  $ft/s^3$  και  $ft$  αντίστοιχα. ( $1 \text{ m} = 3.28 \text{ ft} \Rightarrow 1 \text{ m}^3 = 3.28^3 \text{ ft}^3 = 35.3 \text{ ft}^3$ ):

$$\frac{q^2}{y_3} = \frac{5^2}{2.79} \frac{(3.28^2)^2}{3.28} = 240.52 \frac{ft^3}{sec \cdot ft}$$

Από το διάγραμμα τελικά προκύπτει ότι η λεκάνη ηρεμίας πρέπει να σχεδιαστεί με περιθώριο ασφαλείας:  $f = 1.8 \text{ ft} \Rightarrow f = 0.55 \text{ m}$



## Π1.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗΣ ΡΟΗΣ

### Π1.3.1 Βασικές Εξισώσεις και Παραδοχές

#### Μέθοδοι ρητής επίλυσης

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή γίνεται διακριτοποίηση της Εξ. 2.26 οπότε προκύπτει:

$$\Delta x = (E_2 - E_1) / [S_0 - \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2})] \quad (\text{Π1.18})$$

Η σειρά των υπολογισμών είναι η εξής: Θεωρούνται γνωστά τα υδραυλικά στοιχεία μιας διατομής η οποία θεωρείται οριακή συνθήκη. Στην εξεταζόμενη περίπτωση η διατομή αυτή είναι η Διατομή 1 όπου η ροή είναι κρίσιμη και το βάθος ροής είναι συνάρτηση της παροχής και της γεωμετρίας της διατομής. Κατόπιν, με φορά προς τα ανάντη, επειδή ο αγωγός σχεδιάζεται για συνθήκες υποκρίσιμης ροής, ορίζεται μια νέα τιμή του βάθους ροής και από την παραπάνω εξίσωση υπολογίζεται η απόσταση  $\Delta x$  του βάθους αυτού και ούτω καθεξής. Οι εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για τους σχετικούς υπολογισμούς είναι όλες ρητές και έτσι διευκολύνεται η όλη διαδικασία.

Συνοπτικά είναι γνωστές οι τιμές  $y_1, A_1, R_1, V_1, S_{f1}, E_1$  στην αρχική θέση, στη συνέχεια ορίζεται μια τιμή  $y_2$  και ακολουθούν οι υπολογισμοί:

$$y_2 \Rightarrow A_2 \Rightarrow R_2 \Rightarrow V_2 \Rightarrow S_{f2} \Rightarrow \bar{S}_{f1,2} \Rightarrow E_2 \Rightarrow \Delta x_{1,2} \Rightarrow x_2 \quad (\text{Π1.19})$$

Η διαδικασία των υπολογισμών συνεχίζεται μέχρι την περιοχή της υδροληψίας ώστε να καλυφθεί η περιοχή στην οποία ζητείται η κατατομή του νερού.

#### Μέθοδος σταθερού χωρικού βήματος

Στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται η γενική εξίσωση διατηρήσεως ενέργειας:

$$z_2 + y_2 + \frac{Q^2}{2A_2^2 g} = z_1 + y_1 + \frac{Q^2}{2A_1^2 g} - \bar{S}_f \Delta x - \sum h_k \quad (\text{Π1.20})$$

Σύμφωνα με την εξίσωση αυτή προκύπτει γενικά η τιμή του βάθους  $y_2$  σε μια διατομή (2) όταν είναι γνωστά τα στοιχεία στη διατομή (1) με δεδομένη την τιμή του  $\Delta x$ . Η εξίσωση αυτή όμως δεν είναι δυνατόν να καταλήξει σε ρητή έκφραση ως προς τον άγνωστο  $y_2$  και έτσι επιλύεται μόνο με διαδοχικές προσεγγίσεις.

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής: Οι υπολογισμοί αρχίζουν από την Διατομή 1 (τέλος του τμήματος  $A - B$  και αρχή του αναβαθμού), όπου οι συνθήκες ροής είναι κρίσιμες και είναι γνωστό το βάθος ροής του ύδατος. Με την χρήση της Εξίσωσης Π1.20 και προχωρώντας από το τέλος της Διώρυγας προς την αρχή, θα υπολογισθεί το βάθος ροής στις υπόλοιπες διατομές. Για τους υπολογισμούς αυτούς γίνονται οι εξής παραδοχές:

### Π1.3.2 Υπολογισμός στοιχείων ροής της 1ης Διατομής

Στην Διατομή 1 έχουμε την εμφάνιση των κρίσιμων συνθηκών ροής. Από την Εξ. Π1.17 προέκυψε ότι το βάθος ροής στην 1η Διατομή είναι  $y_1 = y_c = 1.25 \text{ m}$ . Επίσης η διατομή της Διώρυγας στη θέση αυτή είναι ορθογωνικής μορφής.

Για τον υπολογισμό των στοιχείων της διατομής που ευρίσκεται στην αρχή του μεταβατικού τμήματος (Διατομή 0) εφαρμόζεται η Εξ. Π1.20 και επειδή η απόσταση των διατομών είναι μικρή, λαμβάνεται  $z_0 = z_c$ :

$$y_c + \frac{q^2}{2gy_c^2} = y_0 + \frac{Q^2}{2gA_0^2} \quad (\text{Π1.21})$$

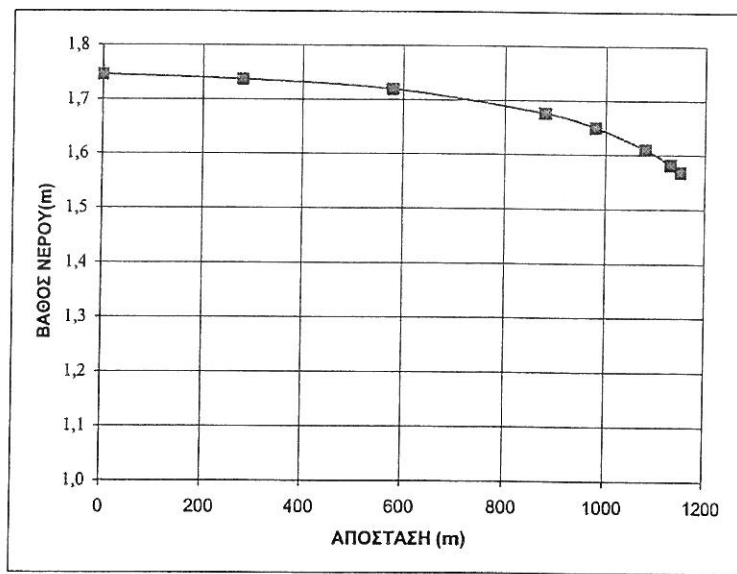
Από της επίλυση της πεπλεγμένης Εξ. Π1.21 ως προς το  $y_0$  με τη βοήθεια του λογισμικού Excel προκύπτει ότι  $y_0 = 1.567 \text{ m}$  (Πίνακας Π1.11).

Στη συνέχεια συνεχίζονται οι υπολογισμοί σε όλη την έκταση  $A - B$  από τα κατάντη προς τα ανάντη. Το χωρικό βήμα  $\Delta x$  βαίνει αυξανόμενο προς τα ανάντη λόγω του ότι στην περιοχή των κρίσιμων συνθηκών ροής το profil της ροής παρουσιάζει καμπυλότητα και είναι απαραίτητη η πύκνωση του δικτύου υπολογισμών για την καλύτερη ανάδειξη της κατατομής του νερού.

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών φαίνονται στον Πίνακα Π1.11 και το Σχήμα Π1.5.

Πίνακας Π1.11  
Υπολογισμός ανομοιόμορφης ροής στο τμήμα *A - B*

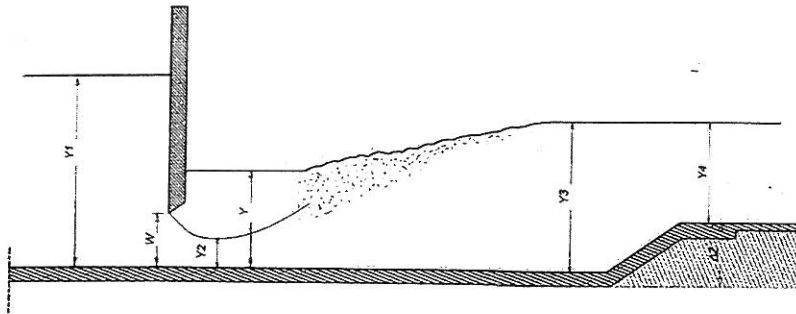
	<i>a/a</i>	<i>dx</i> (m)	<i>Χ.Θ.</i> (m)	<i>m</i>	<i>b</i> (m)	<i>y</i> (m)	<i>A</i> (m <sup>2</sup> )	<i>P</i> (m)	<i>u</i> (m/s)	<i>S<sub>f</sub></i>	<i>S<sub>Fμεσο</sub></i>	<i>ΔΕ</i>
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
ΜΕΤΑΒ. ΤΜΗΜΑ	0		1159	0.00	7.00	1.246	8.72	9.49	3.50	0.0027		
		9.40									0.0019	0.00
	1		1150	1.50	5.50	1.567	12.30	11.15	2.48	0.0011		
ΔΙΩΡΥΓΑ ΑΒ		20.00									0.0010	0.00
	2		1130	1.50	5.50	1.581	12.45	11.20	2.45	0.0010		
		50.00									0.0010	0.00
	3		1080	1.50	5.50	1.609	12.74	11.30	2.39	0.0010		
		100.00									0.0009	0.00
	4		980	1.50	5.50	1.649	13.15	11.45	2.32	0.0009		
		100.00									0.0009	0.00
	5		880	1.50	5.50	1.675	13.43	11.54	2.27	0.0008		
		300.00									0.0008	0.00
	6		580	1.50	5.50	1.720	13.89	11.70	2.20	0.0008		
	300.00									0.0007	0.00	
7		280	1.50	5.50	1.737	14.08	11.76	2.17	0.0007			
	280.00									0.0007	0.00	
8		0	1.50	5.50	1.746	14.17	11.79	2.15	0.0007			



Σχ. Π1.5 Κατατομή του νερού στο τμήμα *A - B*

### Π1.4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΥΔΡΟΛΗΨΙΑΣ

Στο Σχήμα Π1.7 που ακολουθεί φαίνεται μία ενδεικτική κατά μήκος τομή της Διώρυγας στη θέση της υδροληψίας για βυθισμένη εκροή. Το μέγεθος που θα προσδιοριστεί είναι η ελάχιστη απαιτούμενη στάθμη ύδατος (συμβολίζεται με  $y_1$  στο σχήμα) στην δεξαμενή τροφοδοσίας.



Σχήμα Π1.7. Ενδεικτική κατά μήκος τομή της Διώρυγας στη θέση της υδροληψίας

Τα γνωστά μεγέθη είναι η παροχή  $Q$  της Διώρυγας και το βάθος ροής  $y_4$  (από τον υπολογισμό της ανομοιόμορφης ροής). Επίσης θεωρούμε ότι η διατομή της Διώρυγας είναι ορθογωνική (όπως και στον αναβαθμό). Στα μεγέθη  $w$ ,  $\Delta z$  και στον συντελεστή συστολής  $C_c$ , δίνονται αυθαίρετες τιμές. Έτσι έχουμε ότι:

- $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$
- $y_4 = 1.746 \text{ m}$  (από τον Πίνακα Π1.11, διατομή 8)
- $b = 6.1 \text{ m}$  και  $q = Q/b = 30.5/6.1 = 5 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{m}$
- $w = 1.60 \text{ m}$
- $\Delta z = 0.70 \text{ m}$
- $C_c = 0.60$

Από το σχήμα προκύπτει ότι το βάθος ροής στη Θέση 3 είναι ίσο με το άθροισμα του βάθους ροής στη θέση 4 και του ύψους  $\Delta z$ , δηλαδή είναι:

$$y_3 = y_4 + \Delta z \Rightarrow y_3 = 1.746 + 0.70 \Rightarrow y_3 = 2.446 \text{ m}$$

ενώ είναι γνωστό ότι το βάθος ροής στη Θέση 2 προκύπτει από τη σχέση:

$$y_2 = C_c w \Rightarrow y_2 = 0.60 \times 1.60 \Rightarrow y_2 = 0.96 \text{ m}$$

Το βάθος ροής  $y$  δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\frac{y}{y_3} = \left[ 1 - \frac{2q^2}{gy_3^3} \left( \frac{y_3}{y_2} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad (\text{Π1.30})$$

και με αντικατάσταση στην Εξ. Π1.30 το βάθος ροής  $y$  προκύπτει:

$$y = 2.446 \times \left[ 1 - \frac{2 \times 5^2}{9.81 \times 2.446^3} \left( \frac{2.446}{0.96} - 1 \right) \right]^{1/2} \Rightarrow y = 1.66 \text{ m}$$

Τέλος η ζητούμενη στάθμη του ύδατος στην δεξαμενή τροφοδοσίας  $y_1$ , προκύπτει από την Εξ. Π1.31, αν θεωρηθεί ότι η απώλεια ενέργειας μεταξύ των Διατομών 1 και 2 είναι αμελητέα ( $E_1 = E_2$ ), δηλαδή είναι:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y + \frac{q^2}{2gy_2^2} \quad (\text{Π1.31})$$

Η επίλυση της τριτοβάθμιας εξίσωσης Π1.31 δίνει τις παρακάτω λύσεις:

- $y_1 = -0.59 \text{ m}$ , η οποία απορρίπτεται γιατί είναι αρνητική
- $y_1 = 0.74 \text{ m}$ , η οποία απορρίπτεται γιατί πρέπει να είναι:

$$y_1 > w \Rightarrow y_1 > 1.60 \text{ m}$$

- $y_1 = 2.90 \text{ m}$ , η οποία είναι και η ζητούμενη στάθμη ύδατος στην δεξαμενή τροφοδοσίας

Το μήκος του υδραυλικού άλματος της υδροληψίας, προκύπτει από εμπειρικό τύπο:

$$L_j \approx 6.0 \times y_3 = 6.0 \times 2.446 = 14.68 \text{ m}$$

Επίσης για λόγους ασφαλείας αυξάνουμε το μήκος αυτό κατά 10% και τελικά το μήκος  $L$  για τον σχεδιασμό της υδροληψίας είναι:

$$L = 1.1 \times L_j = 1.1 \times 14.68 \Rightarrow L \approx 17.00 \text{ m}$$

## Π1.5 ΠΡΟΜΕΤΡΗΣΗ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Η προμέτρηση υλικών και εργασιών περιλαμβάνει δύο υπολογισμούς:

- α) τον υπολογισμό των χωματουργικών εργασιών και
- β) τον υπολογισμό της επένδυσης της Διώρυγας από άοπλο σκυρόδεμα.

### Π1.5.1 Υπολογισμός Χωματουργικών Εργασιών

Από τους Πίνακες Π1.6 και Π1.10, σχηματίζεται ο παρακάτω συγκεντρωτικός Πίνακας Π1.15 για τις απαιτούμενες χωματουργικές εργασίες. Τελικά προκύπτει για όλη τη Διώρυγα (εκτός του αναβαθμού), έλλειμμα επιχωμάτων ίσο με 520 m<sup>3</sup>.

Πίνακας Π1.15  
Συγκεντρωτικός Πίνακας χωματουργικών εργασιών

Τμήμα	Εκσκαφές (m <sup>3</sup> )	Επιχώσεις (m <sup>3</sup> )	Διαφορά (m <sup>3</sup> )
A - B	14.925	15.275	-350
Γ - Δ	17.182	17.352	-170
Σύνολο	32.107	32.627	-520

### Π1.5.2 Υπολογισμός Άοπλου Σκυροδέματος

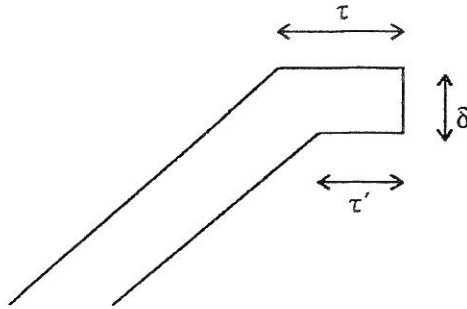
Για τον υπολογισμό του άοπλου σκυροδέματος που χρησιμοποιείται για την κατασκευή της Διώρυγας, χρειάζεται να υπολογιστεί αρχικά το μήκος της επενδύσεως για τα δύο τμήματα της Διώρυγας. Θεωρείται ότι η επένδυση δεν έχει πάχος, αλλά περιγράφεται από μία μέση γραμμή. Ο τύπος που μας δίνει το μήκος επενδύσεως είναι ο ακόλουθος:

$$L_{\varepsilon\tau} = b + 2\sqrt{1 + m^2} (y_n + \varepsilon) + \sigma + \tau + \tau' \quad (\text{Π1.32})$$

όπου οι ποσότητες  $\tau$  και  $\tau'$  φαίνονται στο Σχήμα Π1.8 και δίδονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\tau = \delta \cdot \sqrt{1 + m^2} \quad (\text{Π1.33})$$

$$\tau' = m \cdot \delta \quad (\text{Π1.34})$$



Σχήμα Π1.8. Λεπτομέρεια της διατομής της διώρυγας

Οι Εξισώσεις Π1.33 και Π1.34 δίνουν αντίστοιχα:

$$\tau = 0,08 \cdot \sqrt{1+1,5^2} \Rightarrow \tau = 0,1442\text{m}$$

$$\tau' = 1,5 \times 0,08 \Rightarrow \tau' = 0,12\text{m}$$

και η Εξ. Π1.32 για τα δύο τμήματα της διώρυγας δίνει (είναι  $\varepsilon = 0,49$  και  $\sigma = 0,0242$  m και για τα δύο τμήματα της Διώρυγας):

- για το τμήμα  $A - B$ , όπου  $b = 5,5$  m και  $y_n = 1,75$  m το μήκος επενδύσεως είναι:

$$(L_{\varepsilon\pi})_{AB} = 5,5 + 2\sqrt{1+1,5^2} (1,75 + 0,49) + 0,0242 + 0,1442 + 0,12 = 13,865\text{m}$$

- για το τμήμα  $\Gamma - \Delta$ , όπου  $b = 7,0$  m και  $y_n = 2,31$  m το μήκος επενδύσεως είναι:

$$(L_{\varepsilon\pi})_{\Gamma\Delta} = 7,0 + 2\sqrt{1+1,5^2} (2,31 + 0,49) + 0,0242 + 0,1442 + 0,12 = 17,384\text{ m}$$

Ο όγκος του σκυροδέματος προκύπτει αν πολλαπλασιασθεί το μήκος  $L_{\varepsilon\pi}$  με το πάχος  $\delta$  της επενδύσεως και το μήκος  $S$  της Διώρυγας. Έτσι για τα δύο τμήματα ξεχωριστά προκύπτει:

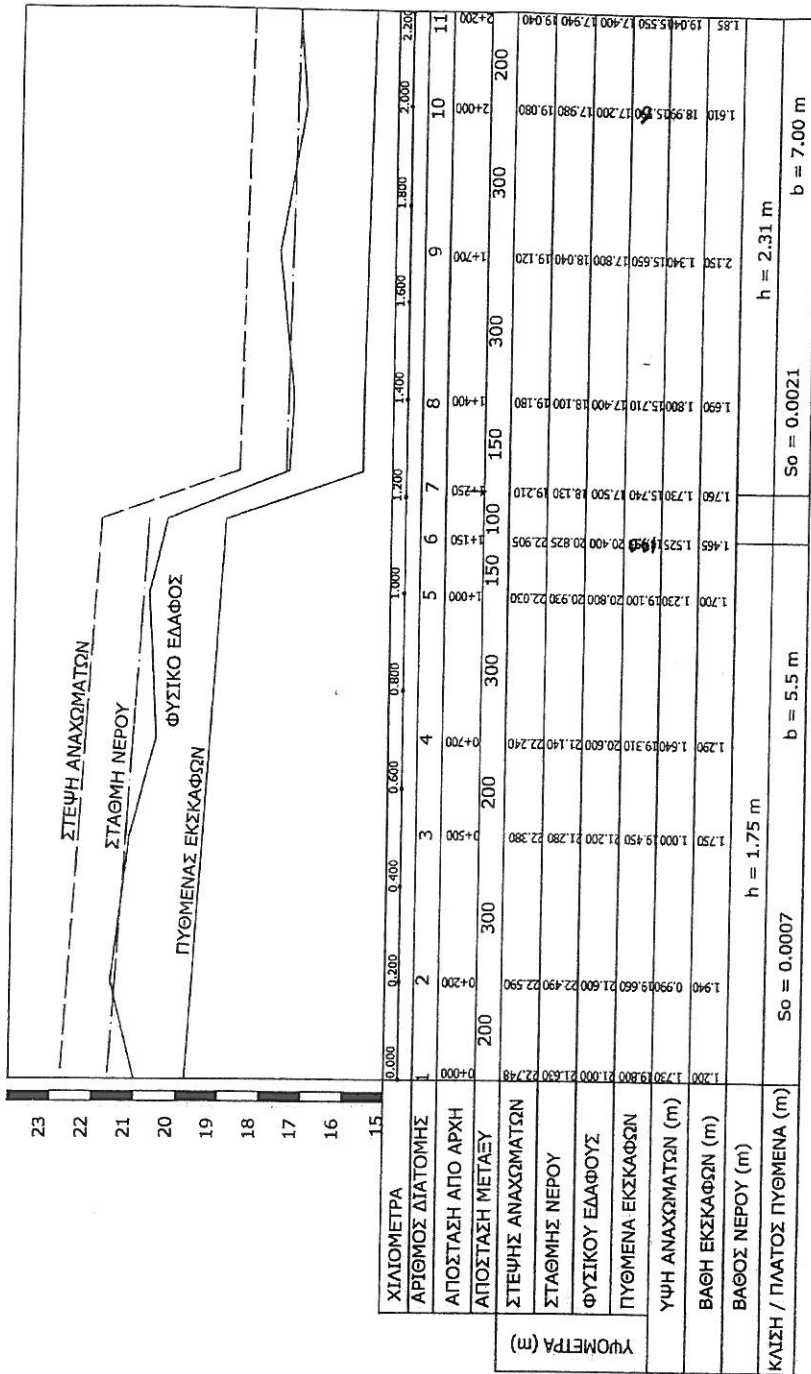
- για το τμήμα  $A - B$ , όπου  $\delta = 0,08$  m και  $S = 1,150$  m προκύπτει όγκος ίσος με  $V_{AB} = 13,865 \times 0,08 \times 1150 = 1275,58\text{ m}^3$
- για το τμήμα  $\Gamma - \Delta$ , όπου  $\delta = 0,08$  m και  $S = 950$  m προκύπτει όγκος ίσος με  $V_{\Gamma\Delta} = 17,384 \times 0,08 \times 950 = 1321,8\text{ m}^3$

Ο συνολικός όγκος άοπλου σκυροδέματος για την κατασκευή της Διώρυγας προκύπτει:

$$V_{\text{σκυρ.}} = 1,275,58 + 1,321,18 \Rightarrow V_{\text{σκυρ.}} = 2,596,76\text{ m}^3$$



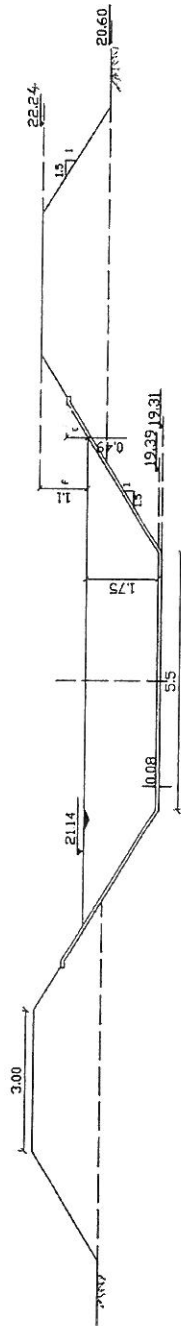




Σχέδιο Π1.1 Μηκτομή της Διώρυγας



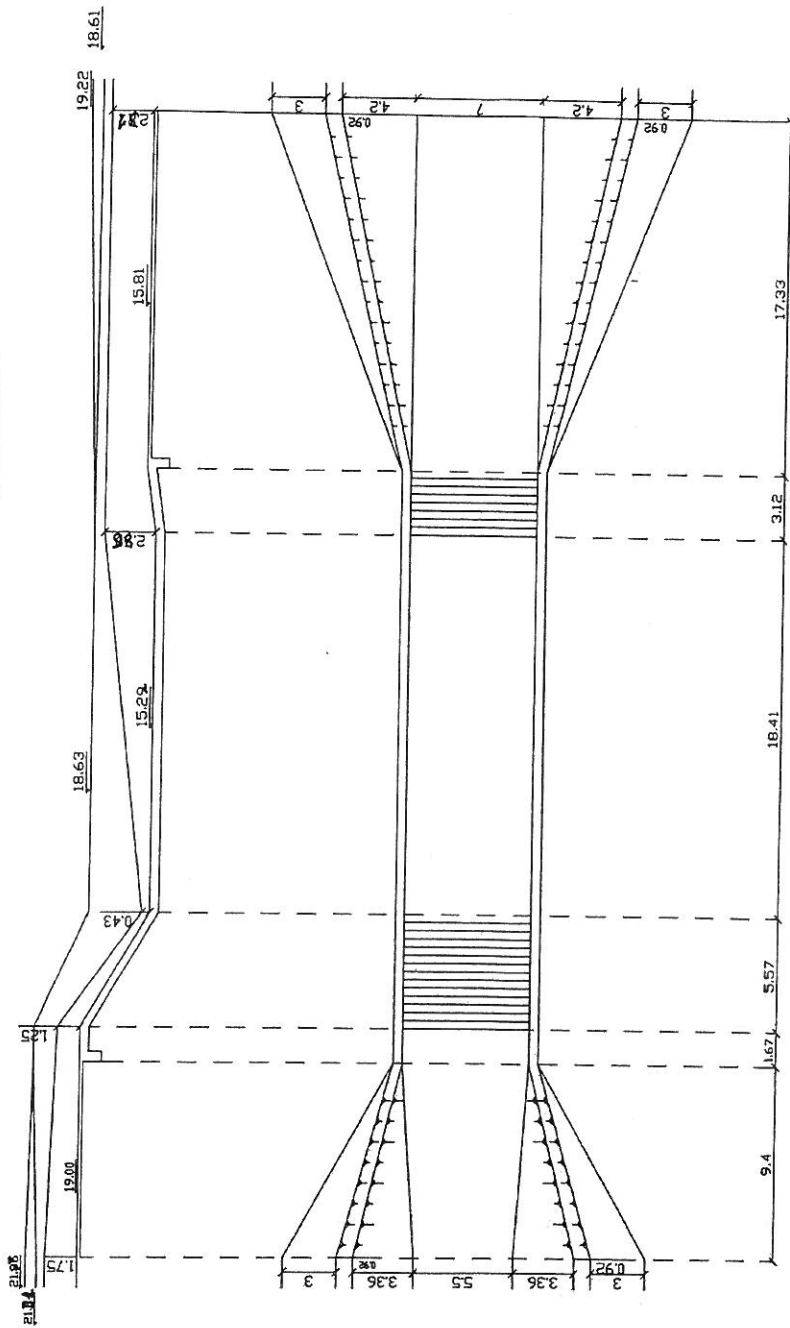
ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ ΤΟΜΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ (Χ.Θ. 0+700)



Σχέδιο Π1.2 Εγκάρσια διατομή της Διώρυγας στη Χ.Θ. 0+700



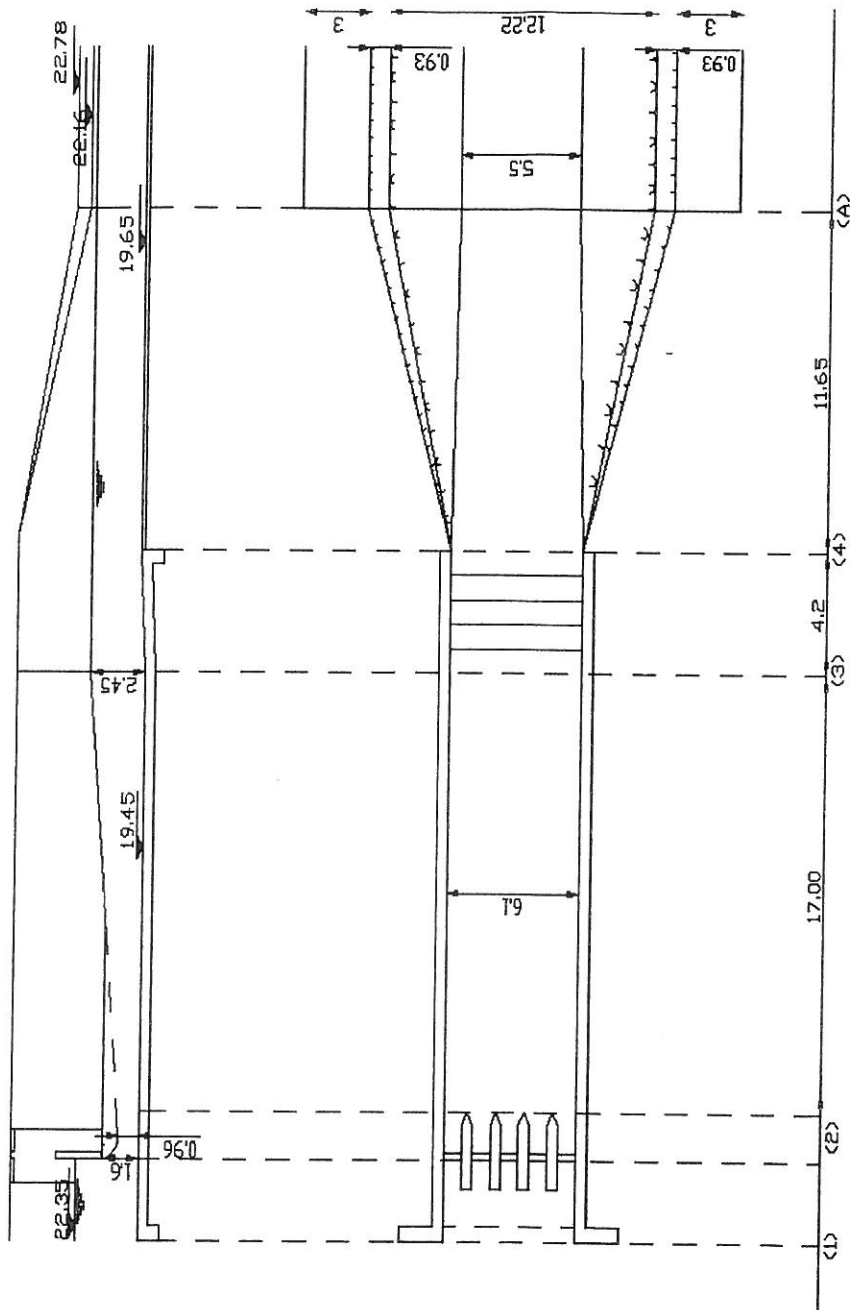
ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΟΜΗ ΚΑΙ ΚΑΤΟΨΗ ΑΝΑΒΑΘΜΟΥ



Σχέδιο Π1.3 Μηκοτομή και κάτοψη του Αναβαθμού



ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΟΜΗ ΚΑΙ ΚΑΤΟΨΗ ΥΔΡΟΛΗΨΙΑΣ



Σχέδιο Π1.4 Μηκοτομή και κάτοψη της Υδροληψίας



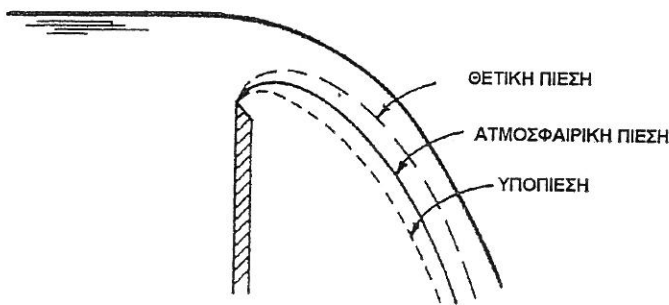


## Π2. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΚΧΕΙΛΙΣΤΗ ΚΑΙ ΛΕΚΑΝΗΣ ΗΡΕΜΙΑΣ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

### Π2.1 Εκχειλιστής φράγματος

Ο εκχειλιστής ενός φράγματος αποθήκευσης νερού είναι ένα έργο που χρησιμεύει στη διόδευση πλημμυρικών παροχών μέσω του φράγματος με ελεγχόμενη διαδικασία, ώστε οι παροχές αυτές να μη προκαλέσουν ανεπιθύμητες δράσεις στην κατάντη περιοχή. Ένας εκχειλιστής αποτελείται από τρία μέρη: α) τη στέψη, β) το ραχιαίο τμήμα και γ) τη διάταξη καταστροφής ενέργειας.

Η πίεση στη στέψη και στο ραχιαίο τμήμα είναι ατμοσφαιρική αν η διαμόρφωση συμπίπτει με το εσωράχιο της φλέβας ροής που αναπτύσσεται σε αντίστοιχο εκχειλιστή λεπτής στέψης, καλώς αεριζόμενο και μεγαλύτερη ή μικρότερη της ατμοσφαιρικής, αν η διαμόρφωση υπερκαλύπτει ή είναι κατώτερη αντίστοιχα της κάτω γραμμής της ροής (Σχ. Π2.1).



Σχ. Π2.1 Μηκοτομή φλέβας εκχειλιστή λεπτής στέψης

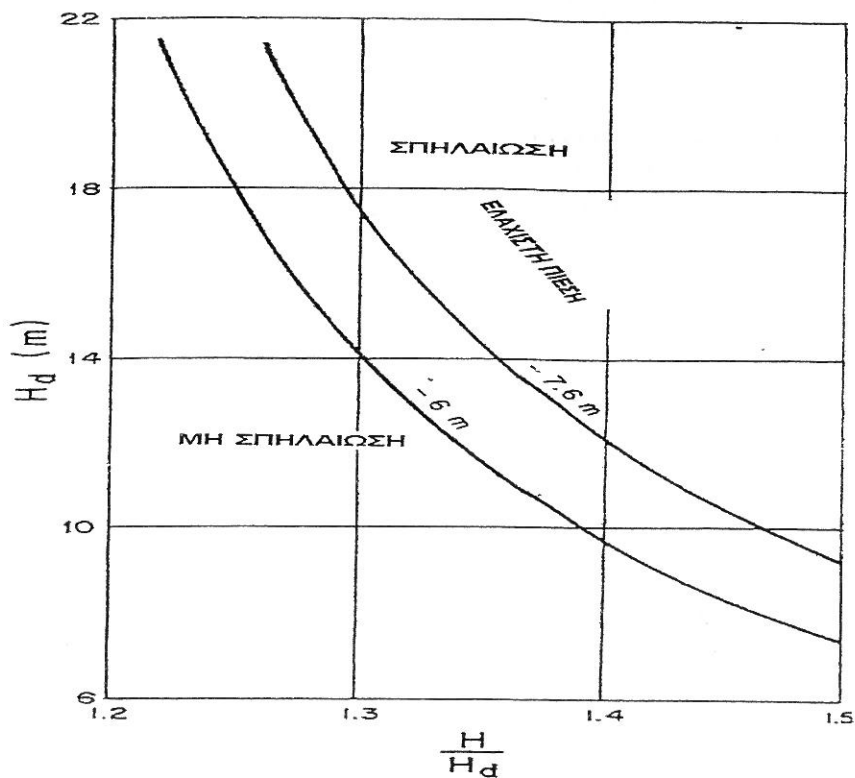
Η μορφή της στέψης υπολογίζεται με βάση το φορτίο σχεδιασμού  $H_d$  του εκχειλιστή έτσι ώστε το ύψος πίεσεως να μη είναι μικρότερο από  $-6$  m, τιμή κάτω από την οποία στις συνηθισμένες θερμοκρασίες εμφανίζεται το φαινόμενο της σπηλαιώσης (cavitation). Το φαινόμενο αυτό συνίσταται στην απότομη μεταβολή σημαντικών μαζών νερού από την υγρή στην αέρια φάση και αντίστροφα και συμβαίνει όταν η πίεση σε κάποια περιοχή της ροής είναι μικρότερη από την τάση των υδρατμών στη θερμοκρασία της περιοχής αυτής.

Το φαινόμενο της σπηλαιώσης πρέπει να αποφεύγεται κατά το σχεδιασμό, διότι οι έντονες μεταβολές της φάσης του νερού γίνονται με βίαιο τρόπο και συνοδεύονται από εκρήξεις που έχουν σαν τελικό

αποτέλεσμα την καταστροφή των τοιχωμάτων του αγωγού. Η επιλογή του  $H_d$  ώστε να αποφεύγεται το φαινόμενο της σπηλαιώσης γίνεται με τη βοήθεια διαγράμματος (Σχ. Π2.2, U.S. Bureau of Reclamation). Σύμφωνα με το Σχ. Π2.2 το μέγιστο φορτίο του εκχειλιστή  $H$  από το οποίο εξαρτάται η ανώτατη στάθμη του ταμιευτήρα ανάντη, πρέπει να συνδέεται με το φορτίο σχεδιασμού με τη σχέση

$$1.3 < H/H_d < 1.5 \quad (\text{Π2.1})$$

Η Εξ. Π2.1 δίνει τις μέγιστες δυνατές παροχές χωρίς την ανεπιθύμητη εμφάνιση φαινομένων σπηλαιώσης.



Σχ. Π2.2 Διάγραμμα για τον υπολογισμό του φορτίου μελέτης εκχειλιστή

Η κατατομή της στέψης και του ραχιαίου τμήματος του εκχειλιστή για την επίτευξη της μέγιστης τιμής του συντελεστή απορροής θα ήταν η κατατομή του εσωράχιου μιας καλώς αεριζόμενης υδάτινης φλέβας που προκύπτει από έναν εκχειλιστή λεπτής στέψης. Η κατατομή του εσωραχίου για την αιχμή του υποτιθέμενου εκχειλιστή λεπτής στέψης μέχρι τη στέψη του κανονικού εκχειλιστή είναι δυνατόν να προσομοιωθεί με περιφέρειες

κύκλων με βαθμιαία αυξανόμενη ακτίνα ενώ το τμήμα δεξιά της στέψης περιγράφεται από την εξίσωση:

$$x^{1.85} = 2H_d^{0.85} y \quad (\text{Π2.2})$$

Από το U.S. Army Corps of Engineers (1977), προτείνεται σαν τυπική κατατομή εκχειλιστή η κατατομή που περιγράφεται στο Σχήμα Π2.3. Στο Σχήμα Π2.4 φαίνεται η αντίστοιχη μεταβολή των πιέσεων κατά μήκος του εκχειλιστή συναρτήσει του φορτίου.

Στην περίπτωση που η κατατομή του εκχειλιστή ακολουθεί το εσωράχιο της φλέβας του νερού, η σχετική πίεση στην επιφάνεια του εκχειλιστή θα ήταν μηδενική. Στην πράξη και για λόγους ασφάλειας για τις περιπτώσεις που το φορτίο του εκχειλιστή υπερβεί το φορτίο σχεδιασμού, η κατατομή του ραχιαίου τμήματος σχεδιάζεται ώστε να είναι θετική σε όλο το μήκος του ραχιαίου τμήματος. Δεδομένου ότι η πραγματική φλέβα ροής ενός εκχειλιστή διαφέρει από την αντίστοιχη θεωρητική, ο σχεδιασμός τελικά της κατατομής γίνεται με τη βοήθεια εμπειρικών σχέσεων που προέκυψαν από μετρήσεις στο εργαστήριο και ελέγχεται συνήθως στη συνέχεια με ειδικά φυσικά μοντέλα.

Η σχέση της παροχής που διέρχεται από έναν εκχειλιστή με το αντίστοιχο φορτίο λέγεται καμπύλη στάθμης παροχής και είναι συνάρτηση του φορτίου και της κατατομής του ραχιαίου τμήματος του εκχειλιστή. Η σχέση που δίνει την παροχή αυτή μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$Q = CL_e \sqrt{2g} H_e^{3/2} \quad (\text{Π2.3})$$

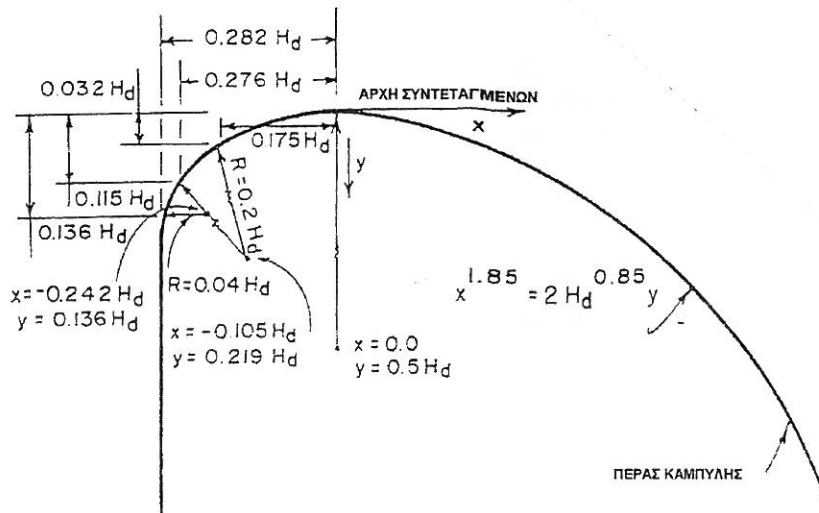
όπου  $L_e$  είναι το αποτελεσματικό μήκος του εκχειλιστή και  $H_e = H + V_0^2 / 2g$  το ολικό φορτίο στη στέψη. Δεδομένου ότι η ταχύτητα είναι μικρή μπορεί να θεωρηθεί ότι  $H_e \cong H$ .

Ο συντελεστής παροχής  $C$  προκύπτει από εργαστηριακές μελέτες και τη μελέτη της ροής σε φυσικά μοντέλα. Σύμφωνα με το U.S. Bureau of Reclamation ο συντελεστής  $C_d$  είναι συνάρτηση του φορτίου σχεδιασμού και της κατακόρυφης απόστασης της στέψης από τον πυθμένα  $P$ , προκύπτει από το Σχ. Π2.5. Αντίστοιχα ο συντελεστής  $C$  προκύπτει κάθε φορά ως συνάρτηση του φορτίου  $H$  και του φορτίου σχεδιασμού  $H_d$  (Σχ. Π2.6).

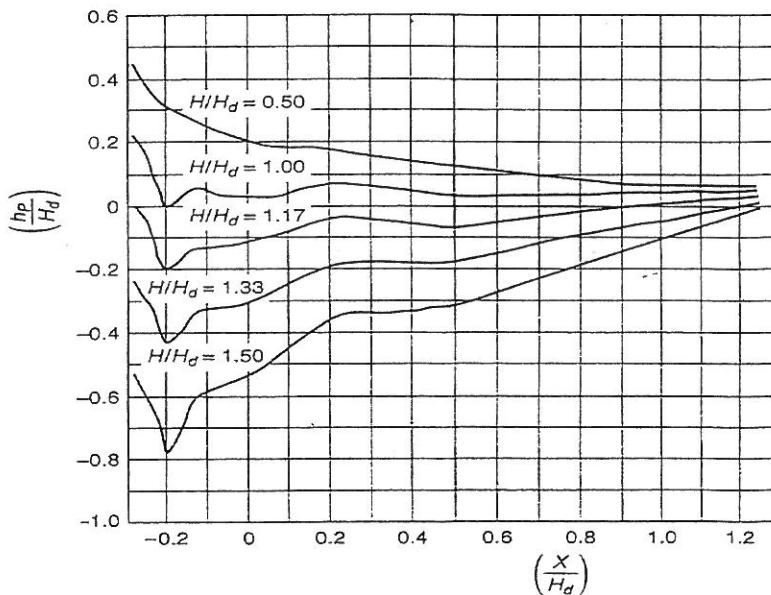
Ο υπολογισμός της συστολής της φλέβας μέσω των ακροβάθρων και ο υπολογισμός του αποτελεσματικού μήκους  $L_e$  γίνεται με τη σχέση:

$$L_e = L_n - 2(Nk_p + k_a)H_e \quad (\text{Π2.3})$$

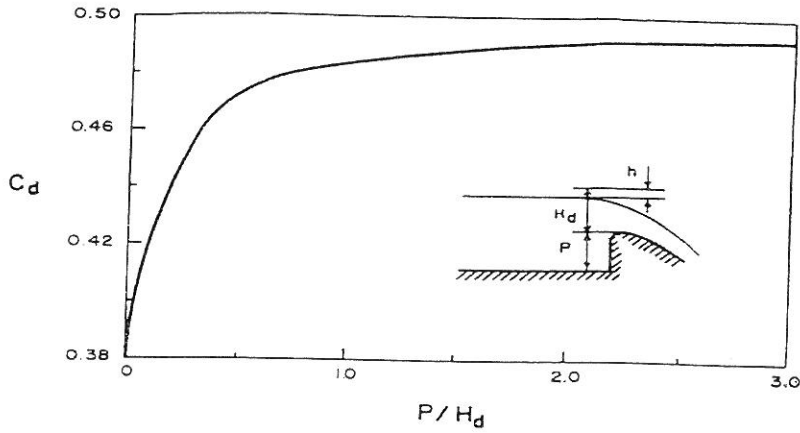
όπου  $L_n$  γεωμετρικό μήκος μεταξύ των ακροβάθρων,  $k_p$  συντελεστής μεσοβάθρων  $k_a$  συντελεστής συστολής ο οποίος για ακρόβαθρα με μεγάλη ακτίνα καμπυλότητας λαμβάνεται ίσος με μηδέν. Ο συντελεστής για διάφορους τύπους ακροβάθρων δίνεται στο Σχ. Π2.7.



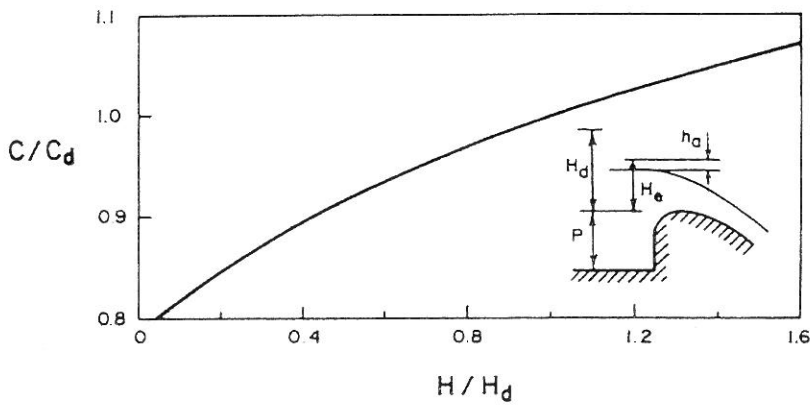
Σχ. Π2.3 Υπολογισμός του ραχιαίου τμήματος εκχειλιστή



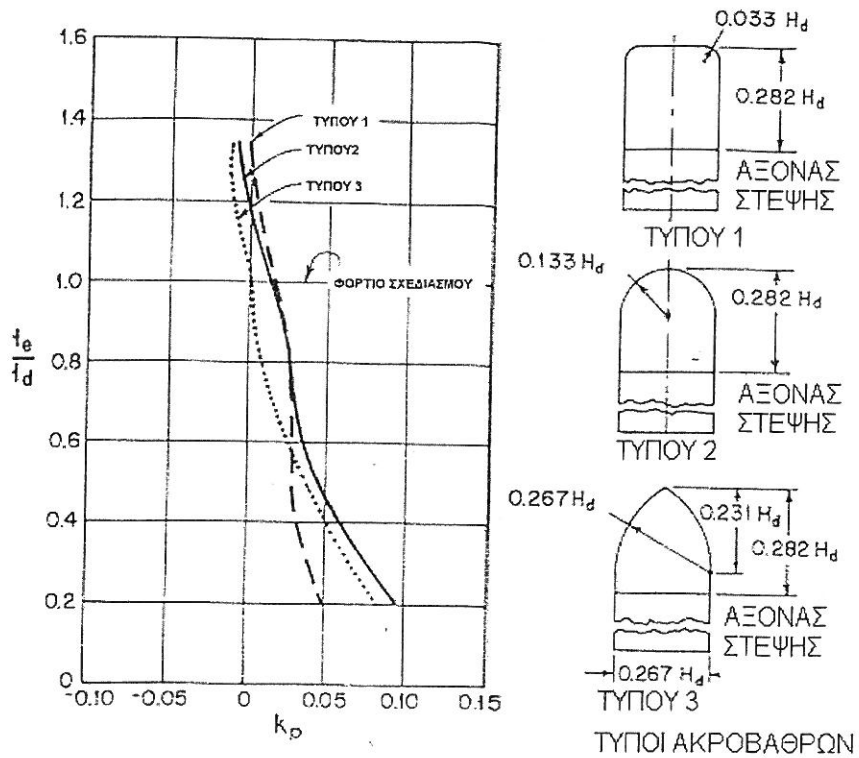
Σχ. Π2.4 Κατανομή των πιέσεων στην επιφάνεια του εκχειλιστή



Σχ. Π2.5 Συντελεστής παροχής συναρτήσει του φορτίου σχεδιασμού



Σχ. Π2.6 Συντελεστής παροχής συναρτήσει του φορτίου του εκχειλιστή



Σχ. Π2.7 Συντελεστής συστολής για διάφορους τύπους ακροβάθρων

## Π 2.2 Διατάξεις καταστροφής ενέργειας

Στον πόδα του κατάντη τμήματος του εκχειλιστή αναπτύσσονται μεγάλες ταχύτητες και ως εκ τούτου απαιτούνται ειδικές διατάξεις για την καταστροφή της κινητικής ενέργειας του νερού πριν από την είσοδό του στη φυσική κοίτη κατάντη του έργου. Σε έναν εκχειλιστή μεσαίου μεγέθους όπως π.χ τον εκχειλιστή του φράγματος του Θησαυρού στον ποταμό Νέστο με παροχή σχεδιασμού  $Q = 7500 \text{ m}^3/\text{s}$  και διαφορά υψομέτρου μεταξύ ανώτατης στάθμης και στάθμης της λεκάνης ηρεμίας  $150 \text{ m}$  περίπου, προκύπτει ισχύς που πρέπει να καταστραφεί ίση με  $I = 9.81QH = 15.25 \text{ GW}$ ! Στην πράξη χρησιμοποιούνται τρεις τύποι διατάξεων καταστροφής ενέργειας α) λεκάνες ηρεμίας (stilling basins), β) διατάξεις αναπηδήσεων (flip buckets) και γ) οι βυθισμένες διατάξεις submerged ή roller buckets.

### Π2.2.1 Λεκάνες ηρεμίας (stilling basins)

Στις λεκάνες ηρεμίας η καταστροφή ενέργειας επιτυγχάνεται με τον σχηματισμό υδραυλικού άλματος.

Το μήκος της λεκάνης ηρεμίας εξαρτάται από το μήκος του σχηματιζόμενου υδραυλικού άλματος ώστε αυτό να λαμβάνει χώρα μέσα στη λεκάνη. Θεωρητικά το μήκος του υδραυλικού άλματος υπολογίζεται από την Εξ. 4.14:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{1 + 8F_r^2}) \quad (\text{Π2.4})$$

όπου  $y_1$  και  $y_2$  αντίστοιχα τα βάρη της υπερκρίσιμης και υποκρίσιμης ροής και  $F_r$  ο αριθμός Froude της υπερκρίσιμης ροής. Για  $F_r > 2$  η Εξ. Π2.4 μπορεί να γραφεί:

$$\frac{y_2}{y_1} = \sqrt{2}F_r - \frac{1}{2} \quad (\text{Π2.5})$$

Στις παραπάνω εξισώσεις έχουν παραλειφθεί οι όροι τριβών. Σε πρακτικές εφαρμογές χρησιμοποιούνται διαγράμματα που προέκυψαν από πλήθος πειραμάτων όπου υπολογίζεται το αδιάστατο μήκος του άλματος συναρτήσει του αριθμού Froude (Bureau of reclamation).

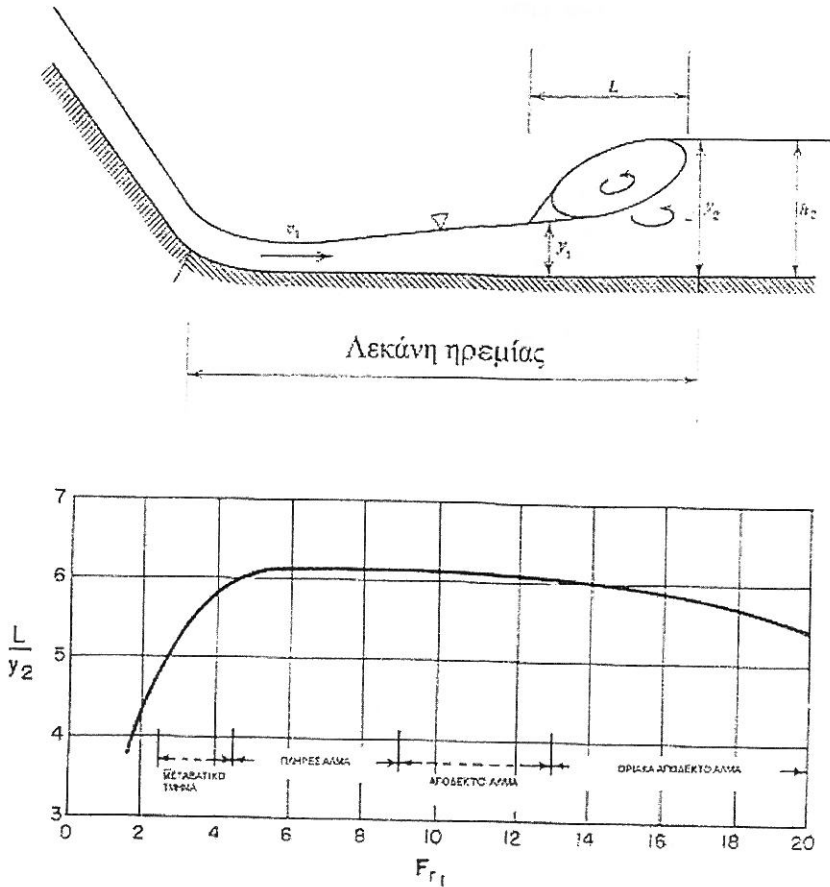
Ικανοποιητικά αποτελέσματα προέκυψαν από την πειραματική ανάλυση του Hager (1991), σύμφωνα με τα οποία το αδιάστατο μήκος της τυρβώδους ζώνης του άλματος  $L_r$  δίνεται από την εξίσωση:

$$\frac{L_r}{y_1} = -1.2 + 160 \tanh \frac{F_r}{20} \quad (\text{Π2.6})$$

Το αδιάστατο συνολικό μήκος  $L$  του άλματος θα είναι:

$$\frac{L}{y_1} = 220 \tanh \frac{F_r - 1}{22} \quad (\text{Π2.7})$$

Για  $4 < F_r < 12$  μπορεί να ληφθεί  $L \approx 6 y_2$  (Σχ. Π2.8).



Σχ. Π2.8 Μήκος υδραυλικού άλματος

Για τη σταθεροποίηση του άλματος και τη μείωση του απαιτούμενου μήκους της Λεκάνης ηρεμίας προβλέπονται ειδικοί υδατολιστήρες στον πόδα του καταβαθμού στην αρχή της Λεκάνης (shute blocks), κατακόρυφα εμπόδια στο κέντρο της λεκάνης (baffle blocks) και αναβαθμοί στο πέρας της λεκάνης (sills).

Οι υδατολιστήρες έχουν σκοπό την ανύψωση μέρους της φλέβας με σκοπό τη δημιουργία στροβιλισμών για την αποτελεσματικότερη καταστροφή της ενέργειας και τη μείωση του μήκους του άλματος.



Τα κατακόρυφα εμπόδια τοποθετούνται στο κέντρο της Λεκάνης και καταστρέφουν μέρος της ενέργειας λόγω κρούσης.

Τέλος οι αναβαθμοί στο πέρας της Λεκάνης έχουν σκοπό τη σταθεροποίηση του άλματος και την αποτροπή της εξόδου του από τη Λεκάνη.

Το Σχήμα Π2.9 δείχνει μια διάταξη κατάλληλη για εγκαταστάσεις υψηλού φορτίου. Οι ταχύτητες  $V_1$  και  $V_2$  υπολογίζονται από το φορτίο σχεδιασμού λαμβάνοντας κατά προσέγγιση απώλειες της τάξεως 5% - 10%. Οι διαστάσεις της Λεκάνης υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις (Chaundhry, 1993):

$$L_1 = 1.5y_2 \quad \text{για } F_{r1} \leq 4.6$$

$$L_1 = [1.5 + \frac{1}{11}(F_{r1} - 4.6)]y_2 \quad \text{για } F_{r1} > 4.6$$

$$L_1 = 2.5h$$

$$h = \frac{1}{6}y_2 \quad \text{για } F_{r1} \leq 4.6$$

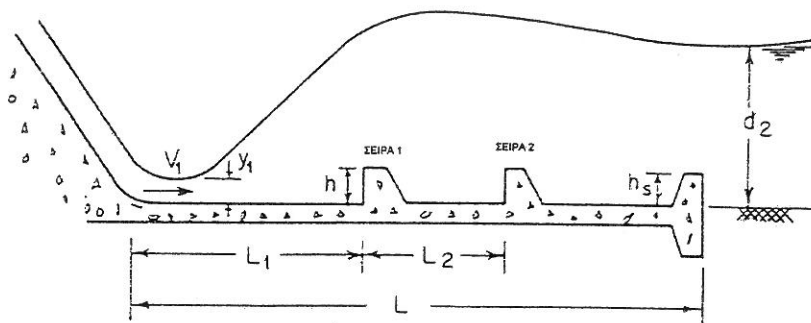
$$h = [1 + 0.13(F_{r1} - 4.6)]y_1 \quad \text{για } F_{r1} > 4.6$$

$$h_s = \frac{1}{2}h \quad d_2 \geq 0.85y_2 \approx y'_2$$

$$L \geq L_1 + y_2 \geq 4y_2 \quad (\text{Π2.8})$$

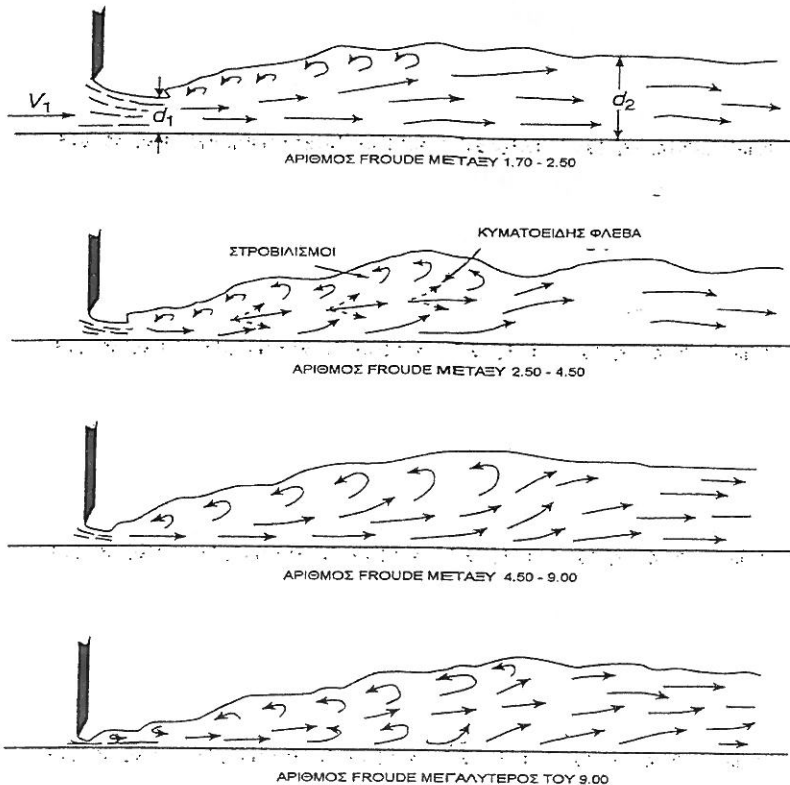
Τα εμπόδια των σειρών 1 και 2 δεν είναι σε ευθεία κατά τη διεύθυνση της ροής και για το πλάτος τους και το πλάτος των διακένων ισχύει αντίστοιχα (Σχ. Π2.9):

$$d \leq h \quad \text{και} \quad d' \geq h \quad (\text{Π2.9})$$



Σχ. Π2.9 Λεκάνη ηρεμίας με σειρά εμποδίων για τη σταθεροποίηση του άλματος

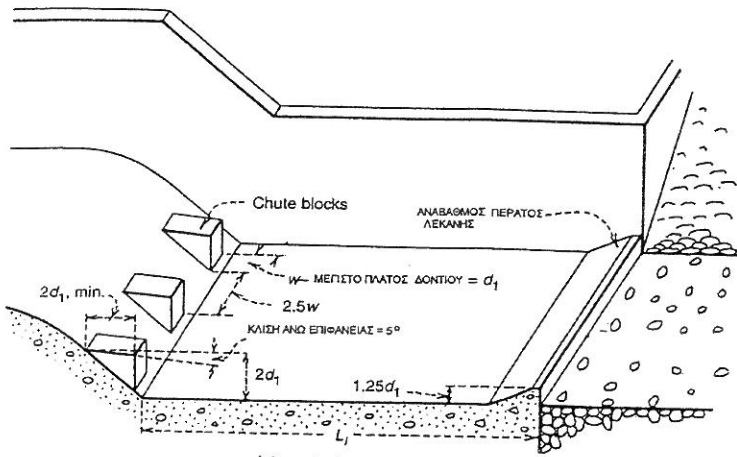
Για τον αποτελεσματικότερο σχεδιασμό μιας Λεκάνης καταστροφής ενέργειας είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός του είδους του Υδραυλικού άλματος που αναμένεται να σχηματισθεί και που εξαρτάται από τον αριθμό Froude όπως φαίνεται στο Σχ. Π2.10.



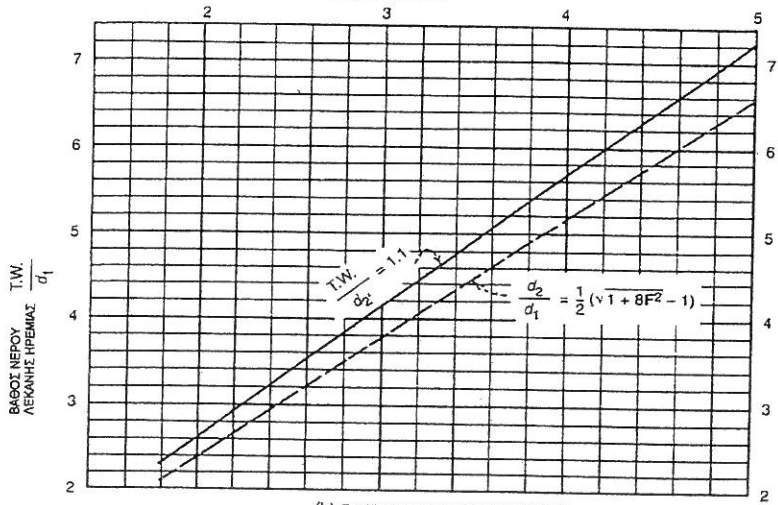
Σχ. Π2.10 Είδη Υδραυλικών αλμάτων

Με βάση το είδος του άλματος το U.S. Bureau of Reclamation έχει αναπτύξει τυπικά σχέδια Λεκάνων ηρεμίας όπως φαίνονται στα Σχήματα Π2.11, Π2.12 και Π2.13.

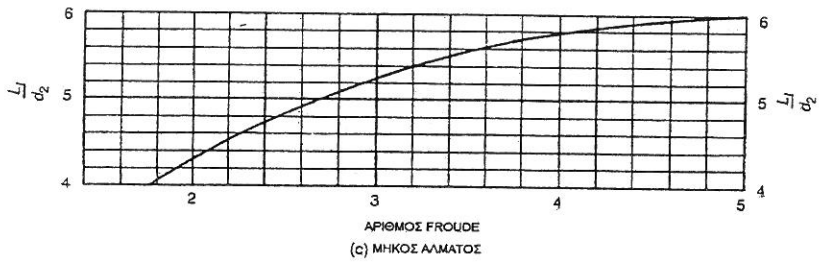
Για αριθμούς Froude μεταξύ 1.7 και 2.5 δεν απαιτούνται ιδιαίτερες κατασκευές. Για αριθμούς Froude μεταξύ 2.5 και 4.5 συνιστώνται κατασκευές τύπου IV (Σχ. Π2.11) χωρίς κεντρικά εμπόδια. Για αριθμούς Froude μεγαλύτερους του 4.5 συνιστώνται διατάξεις τύπου III όταν οι ταχύτητες δεν υπερβαίνουν τα 18 m/s ενώ για ταχύτητες μεγαλύτερες διατάξεις τύπου II. Το μήκος της Λεκάνης ηρεμίας προκύπτει μεγαλύτερο στις διατάξεις τύπου II.



(a) ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΛΕΚΑΝΗΣ ΤΥΠΟΥ IV  
ΑΡΙΘΜΟΣ FROUDE

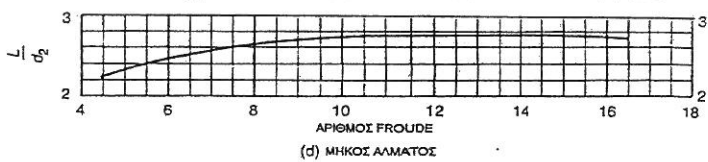
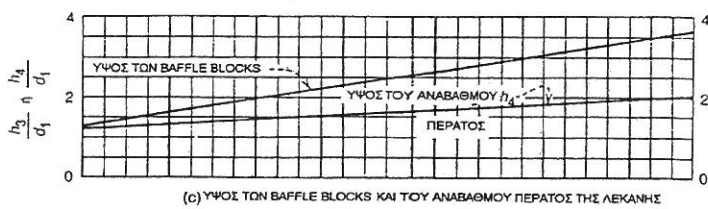
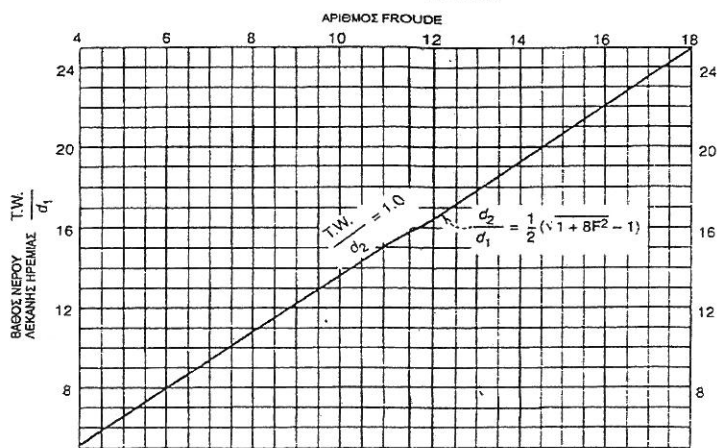
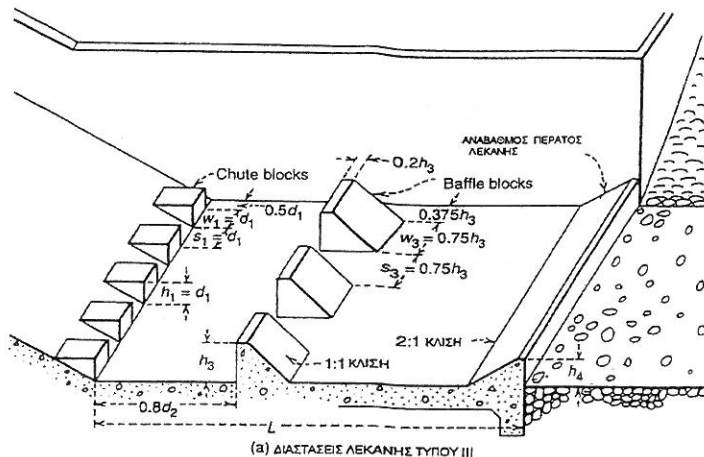


(b) ΕΛΛΗΧΙΣΤΟ ΒΑΘΟΣ ΛΕΚΑΝΗΣ ΗΡΕΜΙΑΣ

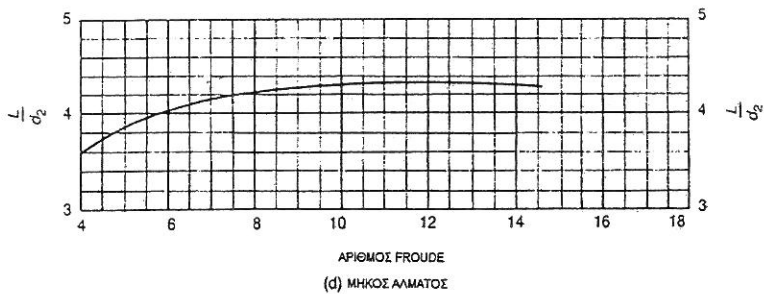
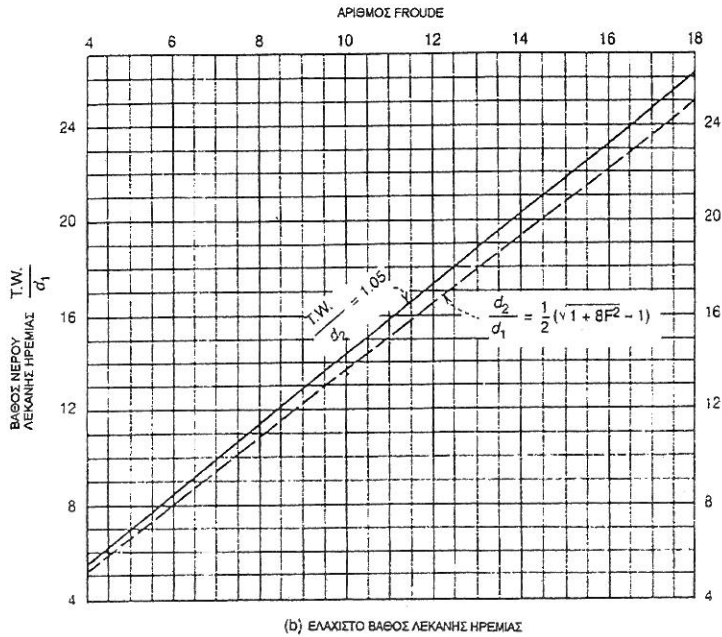
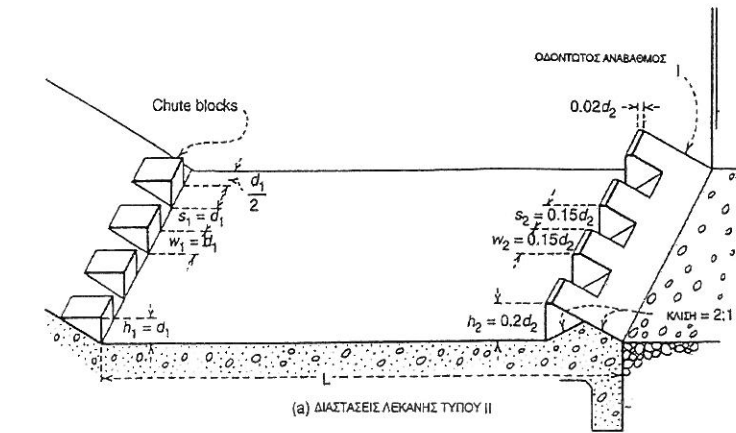


(c) ΜΗΚΟΣ ΑΜΜΑΤΟΣ

Σχ. Π2.11 Λεκάνη ηρεμίας τύπου IV για αριθμούς Froude μεταξύ 2.5 και 4.5



Σχ. Π2.12 Λεκάνη ηρεμίας τύπου ΙΙΙ για αριθμούς Froude μεγαλύτερους του 4.5 και ταχύτητες μικρότερες των 18 m/s



Σχ. Π2.13 Λεκάνη ηρεμίας τύπου II για αριθμούς Froude μεγαλύτερους του 4.5 και ταχύτητες μεγαλύτερες των του 18 m/s

### Π2.2.2 Διατάξεις αναπηδήσεως (flip buckets)

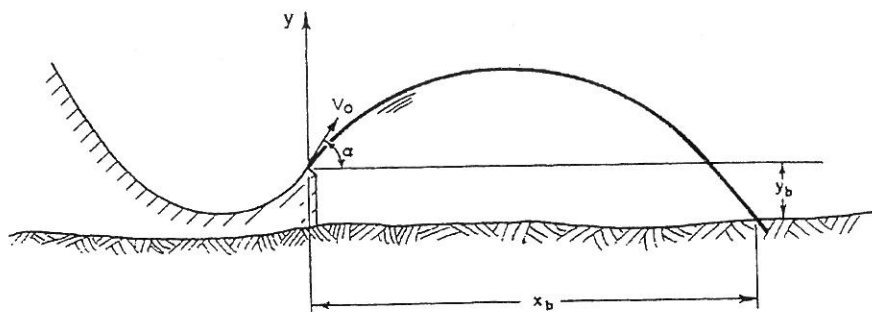
Οι διατάξεις αναπηδήσεως χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις που δεν είναι οικονομικά εφικτή η εκσκαφή για την κατασκευή αποτελεσματικής λεκάνης ηρεμίας και τα πετρώματα αντέχουν στη διάβρωση. Στις διατάξεις αυτές δημιουργείται μια φλέβα νερού που εκτοξεύεται σε σημαντική απόσταση από τον πόδα του καταβαθμού (Σχ. Π2.14). Το σημαντικό πλεονέκτημα των διατάξεων του τύπου αυτού είναι η αποτροπή υποσκαφών στη βάση του εκχειλιστή. Ένα μειονέκτημά τους είναι ότι κατά τη διάρκεια της λειτουργίας τους σχηματίζεται πυκνός νέφος σταγονιδίων και ως εκ τούτου δυσχεραίνεται η κυκλοφορία στην περιοχή.

Η οριζόντια απόσταση της φλέβας υπολογίζεται σύμφωνα με τους νόμους της βλητικής:

$$\frac{x_b}{h_0} = \sin 2a + 2 \cos a \sqrt{\sin^2 a + \frac{y_b}{h_0}} \quad (\text{Π2.8})$$

όπου  $y_b$  το ύψος του χείλους της διάταξης ως προς τον πυθμένα του ποταμού,  $a$  η γωνία εκτόξευσης της φλέβας και  $h_0$  το κινητικό φορτίο στο χείλος της διάταξης. Αν το χείλος της διάταξης είναι στο επίπεδο του πυθμένα του ποταμού η Εξ. Π2.8 γίνεται:

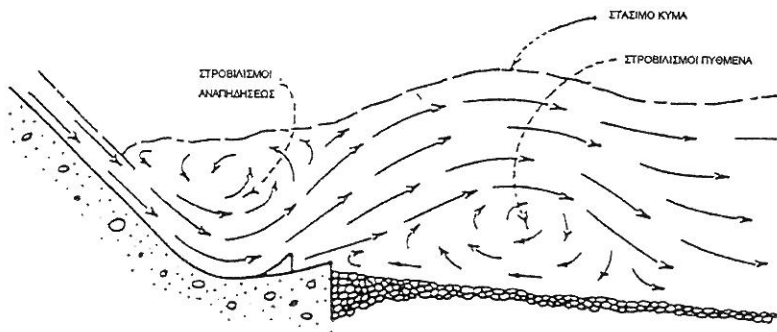
$$\frac{x_b}{h_0} = \sin 2a \quad (\text{Π2.9})$$



Σχ. Π2.14 Διάταξη αναπηδήσεως

### Π2.2.3 Βυθισμένη διάταξη αναπηδήσεως (submerged bucket)

Η διάταξη αυτή χρησιμοποιείται όταν το βάθος ροής κατάντη είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το βάθος που απαιτείται για τον σχηματισμό υδραυλικού άλματος. Μέσω της διάταξης αυτής, δημιουργούνται με κατάλληλη διαμόρφωση του πυθμένα δύο ρεύματα, ένα επιφανειακό με φορά αντίθετη των δεικτών του ωρολογίου και ένα στον πυθμένα με φορά τη φορά των δεικτών του ωρολογίου (Σχ. Π2.15). Η αλληλεπίδραση των δύο ρευμάτων έχει σαν αποτέλεσμα την καταστροφή μεγάλου ποσού ενέργειας λόγω των τυρβωδών φαινομένων που διαμορφώνονται στις διεπιφάνειες των ρευμάτων αυτών.



Σχ. Π2.15 Βυθισμένη διάταξη αναπηδήσεως





### **Π3. ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ**



Πίνακας Π3.1 Αδιάστατα υδραυλικά μεγέθη σε Τραπεζοειδή διατομή συναρτήσεσι του αδιάστατου βάθους

ΑΠΛΗ ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗ $m = 1.50$								
y	A	B	P	R	F <sub>n</sub>	F <sub>c</sub>	F <sub>t</sub>	F
0.000	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.005	0.0050	1.0150	1.0180	0.0049	0.0001	0.0004	0.1699	0.0000
0.010	0.0101	1.0300	1.0361	0.0098	0.0005	0.0010	0.2127	0.0001
0.015	0.0153	1.0450	1.0541	0.0146	0.0009	0.0019	0.2420	0.0001
0.020	0.0206	1.0600	1.0721	0.0192	0.0015	0.0029	0.2648	0.0002
0.025	0.0259	1.0750	1.0901	0.0238	0.0021	0.0040	0.2836	0.0003
0.030	0.0313	1.0900	1.1082	0.0283	0.0029	0.0053	0.2997	0.0005
0.035	0.0368	1.1050	1.1262	0.0327	0.0038	0.0067	0.3138	0.0006
0.040	0.0424	1.1200	1.1442	0.0371	0.0047	0.0082	0.3263	0.0008
0.045	0.0480	1.1350	1.1622	0.0413	0.0057	0.0099	0.3376	0.0011
0.050	0.0537	1.1500	1.1803	0.0455	0.0069	0.0116	0.3479	0.0013
0.055	0.0595	1.1650	1.1983	0.0497	0.0080	0.0135	0.3574	0.0016
0.060	0.0654	1.1800	1.2163	0.0538	0.0093	0.0154	0.3662	0.0019
0.065	0.0713	1.1950	1.2344	0.0578	0.0107	0.0174	0.3743	0.0022
0.070	0.0773	1.2100	1.2524	0.0618	0.0121	0.0196	0.3819	0.0026
0.075	0.0834	1.2250	1.2704	0.0657	0.0136	0.0218	0.3890	0.0030
0.080	0.0896	1.2400	1.2884	0.0695	0.0152	0.0241	0.3958	0.0035
0.085	0.0958	1.2550	1.3065	0.0734	0.0168	0.0265	0.4021	0.0039
0.090	0.1021	1.2700	1.3245	0.0771	0.0185	0.0290	0.4081	0.0044
0.095	0.1085	1.2850	1.3425	0.0808	0.0203	0.0315	0.4139	0.0049
0.100	0.1150	1.3000	1.3606	0.0845	0.0221	0.0342	0.4193	0.0055
0.110	0.1281	1.3300	1.3966	0.0918	0.0261	0.0398	0.4295	0.0067
0.120	0.1416	1.3600	1.4327	0.0988	0.0303	0.0457	0.4389	0.0081
0.130	0.1553	1.3900	1.4687	0.1058	0.0347	0.0519	0.4476	0.0095
0.140	0.1694	1.4200	1.5048	0.1126	0.0395	0.0585	0.4556	0.0112
0.150	0.1837	1.4500	1.5408	0.1193	0.0445	0.0654	0.4632	0.0129
0.160	0.1984	1.4800	1.5769	0.1258	0.0498	0.0726	0.4703	0.0148
0.170	0.2133	1.5100	1.6129	0.1323	0.0554	0.0802	0.4770	0.0169
0.180	0.2286	1.5400	1.6490	0.1386	0.0612	0.0881	0.4833	0.0191
0.190	0.2441	1.5700	1.6851	0.1449	0.0674	0.0963	0.4894	0.0215
0.200	0.2600	1.6000	1.7211	0.1511	0.0737	0.1048	0.4951	0.0240
0.210	0.2761	1.6300	1.7572	0.1572	0.0804	0.1137	0.5006	0.0267
0.220	0.2926	1.6600	1.7932	0.1632	0.0874	0.1228	0.5058	0.0295
0.230	0.3093	1.6900	1.8293	0.1691	0.0946	0.1324	0.5109	0.0325
0.240	0.3264	1.7200	1.8653	0.1750	0.1021	0.1422	0.5157	0.0357
0.250	0.3438	1.7500	1.9014	0.1808	0.1099	0.1524	0.5204	0.0391
0.260	0.3614	1.7800	1.9374	0.1865	0.1180	0.1628	0.5249	0.0426
0.270	0.3793	1.8100	1.9735	0.1922	0.1264	0.1737	0.5293	0.0463
0.280	0.3976	1.8400	2.0096	0.1979	0.1350	0.1848	0.5335	0.0502
0.290	0.4161	1.8700	2.0456	0.2034	0.1439	0.1963	0.5376	0.0542
0.300	0.4350	1.9000	2.0817	0.2090	0.1532	0.2081	0.5416	0.0585
0.310	0.4541	1.9300	2.1177	0.2145	0.1627	0.2203	0.5455	0.0629
0.320	0.4736	1.9600	2.1538	0.2199	0.1725	0.2328	0.5493	0.0676
0.330	0.4933	1.9900	2.1898	0.2253	0.1827	0.2456	0.5530	0.0724
0.340	0.5134	2.0200	2.2259	0.2306	0.1931	0.2588	0.5565	0.0775

ΑΠΑΝ ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗ  $m = 1.50$

$y$	A	B	P	R	$F_n$	$F_c$	$F_t$	F
0.350	0.5337	2.0500	2.2619	0.2360	0.2038	0.2724	0.5600	0.0827
0.360	0.5544	2.0800	2.2980	0.2413	0.2149	0.2862	0.5635	0.0881
0.370	0.5753	2.1100	2.3341	0.2465	0.2262	0.3004	0.5668	0.0938
0.380	0.5966	2.1400	2.3701	0.2517	0.2378	0.3150	0.5701	0.0996
0.390	0.6181	2.1700	2.4062	0.2569	0.2498	0.3299	0.5733	0.1057
0.400	0.6400	2.2000	2.4422	0.2621	0.2621	0.3452	0.5765	0.1120
0.410	0.6621	2.2300	2.4783	0.2672	0.2747	0.3608	0.5796	0.1185
0.420	0.6846	2.2600	2.5143	0.2723	0.2876	0.3768	0.5826	0.1252
0.430	0.7073	2.2900	2.5504	0.2774	0.3008	0.3931	0.5856	0.1322
0.440	0.7304	2.3200	2.5864	0.2824	0.3144	0.4098	0.5885	0.1394
0.450	0.7537	2.3500	2.6225	0.2874	0.3283	0.4269	0.5914	0.1468
0.460	0.7774	2.3800	2.6586	0.2924	0.3425	0.4443	0.5942	0.1545
0.470	0.8013	2.4100	2.6946	0.2974	0.3570	0.4621	0.5970	0.1624
0.480	0.8256	2.4400	2.7307	0.3023	0.3719	0.4802	0.5997	0.1705
0.490	0.8501	2.4700	2.7667	0.3073	0.3871	0.4988	0.6024	0.1789
0.500	0.8750	2.5000	2.8028	0.3122	0.4027	0.5177	0.6051	0.1875
0.510	0.9001	2.5300	2.8388	0.3171	0.4186	0.5369	0.6077	0.1964
0.520	0.9256	2.5600	2.8749	0.3220	0.4348	0.5566	0.6103	0.2055
0.530	0.9513	2.5900	2.9109	0.3268	0.4514	0.5766	0.6129	0.2149
0.540	0.9774	2.6200	2.9470	0.3317	0.4683	0.5970	0.6154	0.2245
0.550	1.0037	2.6500	2.9831	0.3365	0.4856	0.6178	0.6179	0.2344
0.560	1.0304	2.6800	3.0191	0.3413	0.5032	0.6389	0.6203	0.2446
0.570	1.0573	2.7100	3.0552	0.3461	0.5212	0.6605	0.6228	0.2550
0.580	1.0846	2.7400	3.0912	0.3509	0.5395	0.6824	0.6252	0.2658
0.590	1.1121	2.7700	3.1273	0.3556	0.5582	0.7047	0.6275	0.2767
0.600	1.1400	2.8000	3.1633	0.3604	0.5773	0.7274	0.6299	0.2880
0.610	1.1681	2.8300	3.1994	0.3651	0.5967	0.7505	0.6322	0.2995
0.620	1.1966	2.8600	3.2354	0.3698	0.6165	0.7740	0.6345	0.3114
0.630	1.2253	2.8900	3.2715	0.3746	0.6367	0.7979	0.6368	0.3235
0.640	1.2544	2.9200	3.3076	0.3793	0.6572	0.8222	0.6390	0.3359
0.650	1.2837	2.9500	3.3436	0.3839	0.6781	0.8469	0.6413	0.3486
0.660	1.3134	2.9800	3.3797	0.3886	0.6994	0.8719	0.6435	0.3615
0.670	1.3433	3.0100	3.4157	0.3933	0.7211	0.8974	0.6456	0.3748
0.680	1.3736	3.0400	3.4518	0.3979	0.7431	0.9233	0.6478	0.3884
0.690	1.4041	3.0700	3.4878	0.4026	0.7656	0.9496	0.6499	0.4023
0.700	1.4350	3.1000	3.5239	0.4072	0.7884	0.9763	0.6521	0.4165
0.710	1.4661	3.1300	3.5599	0.4118	0.8116	1.0034	0.6542	0.4310
0.720	1.4976	3.1600	3.5960	0.4165	0.8352	1.0310	0.6562	0.4458
0.730	1.5293	3.1900	3.6321	0.4211	0.8592	1.0589	0.6583	0.4610
0.740	1.5614	3.2200	3.6681	0.4257	0.8835	1.0873	0.6603	0.4764
0.750	1.5938	3.2500	3.7042	0.4303	0.9083	1.1161	0.6624	0.4922
0.760	1.6264	3.2800	3.7402	0.4348	0.9335	1.1453	0.6644	0.5083
0.770	1.6593	3.3100	3.7763	0.4394	0.9591	1.1749	0.6664	0.5247
0.780	1.6926	3.3400	3.8123	0.4440	0.9851	1.2049	0.6684	0.5415
0.790	1.7261	3.3700	3.8484	0.4485	1.0115	1.2354	0.6703	0.5586

ΑΠΛΗ ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗ  $m = 1.50$

$y$	A	B	P	R	$F_n$	$F_c$	$F_t$	F
0.800	1.7600	3.4000	3.8844	0.4531	1.0383	1.2663	0.6723	0.5760
0.810	1.7941	3.4300	3.9205	0.4576	1.0655	1.2976	0.6742	0.5938
0.820	1.8286	3.4600	3.9566	0.4622	1.0931	1.3294	0.6761	0.6119
0.830	1.8633	3.4900	3.9926	0.4667	1.1211	1.3615	0.6780	0.6303
0.840	1.8984	3.5200	4.0287	0.4712	1.1496	1.3942	0.6799	0.6492
0.850	1.9337	3.5500	4.0647	0.4757	1.1785	1.4272	0.6818	0.6683
0.860	1.9694	3.5800	4.1008	0.4803	1.2078	1.4607	0.6837	0.6878
0.870	2.0053	3.6100	4.1368	0.4848	1.2375	1.4946	0.6855	0.7077
0.880	2.0416	3.6400	4.1729	0.4893	1.2676	1.5290	0.6873	0.7279
0.890	2.0781	3.6700	4.2089	0.4937	1.2982	1.5638	0.6892	0.7485
0.900	2.1150	3.7000	4.2450	0.4982	1.3292	1.5991	0.6910	0.7695
0.910	2.1521	3.7300	4.2811	0.5027	1.3607	1.6348	0.6928	0.7908
0.920	2.1896	3.7600	4.3171	0.5072	1.3926	1.6709	0.6946	0.8125
0.930	2.2273	3.7900	4.3532	0.5117	1.4249	1.7075	0.6964	0.8346
0.940	2.2654	3.8200	4.3892	0.5161	1.4576	1.7446	0.6981	0.8571
0.950	2.3037	3.8500	4.4253	0.5206	1.4908	1.7821	0.6999	0.8799
0.960	2.3424	3.8800	4.4613	0.5250	1.5245	1.8200	0.7016	0.9032
0.970	2.3813	3.9100	4.4974	0.5295	1.5586	1.8584	0.7033	0.9268
0.980	2.4206	3.9400	4.5334	0.5339	1.5931	1.8973	0.7051	0.9508
0.990	2.4601	3.9700	4.5695	0.5384	1.6281	1.9366	0.7068	0.9752
1.000	2.5000	4.0000	4.6056	0.5428	1.6636	1.9764	0.7085	1.0000
1.020	2.5806	4.0600	4.6777	0.5517	1.7359	2.0574	0.7119	1.0508
1.040	2.6624	4.1200	4.7498	0.5605	1.8100	2.1402	0.7152	1.1032
1.060	2.7454	4.1800	4.8219	0.5694	1.8860	2.2250	0.7185	1.1573
1.080	2.8296	4.2400	4.8940	0.5782	1.9638	2.3116	0.7218	1.2131
1.100	2.9150	4.3000	4.9661	0.5870	2.0436	2.4001	0.7250	1.2705
1.120	3.0016	4.3600	5.0382	0.5958	2.1252	2.4905	0.7282	1.3297
1.140	3.0894	4.4200	5.1103	0.6045	2.2088	2.5829	0.7313	1.3906
1.160	3.1784	4.4800	5.1824	0.6133	2.2943	2.6772	0.7345	1.4532
1.180	3.2686	4.5400	5.2546	0.6221	2.3818	2.7734	0.7376	1.5177
1.200	3.3600	4.6000	5.3267	0.6308	2.4713	2.8716	0.7406	1.5840
1.220	3.4526	4.6600	5.3988	0.6395	2.5628	2.9718	0.7437	1.6521
1.240	3.5464	4.7200	5.4709	0.6482	2.6563	3.0740	0.7467	1.7221
1.260	3.6414	4.7800	5.5430	0.6569	2.7518	3.1783	0.7496	1.7940
1.280	3.7376	4.8400	5.6151	0.6656	2.8494	3.2845	0.7526	1.8678
1.300	3.8350	4.9000	5.6872	0.6743	2.9490	3.3927	0.7555	1.9435
1.320	3.9336	4.9600	5.7593	0.6830	3.0507	3.5030	0.7584	2.0212
1.340	4.0334	5.0200	5.8314	0.6917	3.1545	3.6154	0.7613	2.1009
1.360	4.1344	5.0800	5.9035	0.7003	3.2605	3.7298	0.7642	2.1825
1.380	4.2366	5.1400	5.9757	0.7090	3.3685	3.8463	0.7670	2.2662
1.400	4.3400	5.2000	6.0478	0.7176	3.4787	3.9649	0.7698	2.3520
1.420	4.4446	5.2600	6.1199	0.7263	3.5911	4.0856	0.7726	2.4398
1.440	4.5504	5.3200	6.1920	0.7349	3.7056	4.2084	0.7753	2.5298
1.460	4.6574	5.3800	6.2641	0.7435	3.8224	4.3334	0.7781	2.6219
1.480	4.7656	5.4400	6.3362	0.7521	3.9413	4.4604	0.7808	2.7161

ΑΠΛΗ ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗ  $m = 1.50$

$y$	A	B	P	R	$F_n$	$F_c$	$F_t$	F
1.500	4.8750	5.5000	6.4083	0.7607	4.0625	4.5897	0.7835	2.8125
1.520	4.9856	5.5600	6.4804	0.7693	4.1859	4.7211	0.7862	2.9111
1.540	5.0974	5.6200	6.5525	0.7779	4.3116	4.8546	0.7888	3.0119
1.560	5.2104	5.6800	6.6247	0.7865	4.4396	4.9904	0.7914	3.1150
1.580	5.3246	5.7400	6.6968	0.7951	4.5698	5.1283	0.7941	3.2204
1.600	5.4400	5.8000	6.7689	0.8037	4.7024	5.2685	0.7967	3.3280
1.620	5.5566	5.8600	6.8410	0.8123	4.8373	5.4108	0.7992	3.4380
1.640	5.6744	5.9200	6.9131	0.8208	4.9745	5.5554	0.8018	3.5503
1.660	5.7934	5.9800	6.9852	0.8294	5.1141	5.7023	0.8043	3.6649
1.680	5.9136	6.0400	7.0573	0.8379	5.2561	5.8514	0.8069	3.7820
1.700	6.0350	6.1000	7.1294	0.8465	5.4004	6.0028	0.8094	3.9015
1.720	6.1576	6.1600	7.2015	0.8550	5.5471	6.1564	0.8119	4.0234
1.740	6.2814	6.2200	7.2737	0.8636	5.6963	6.3123	0.8143	4.1478
1.760	6.4064	6.2800	7.3458	0.8721	5.8479	6.4706	0.8168	4.2747
1.780	6.5326	6.3400	7.4179	0.8807	6.0019	6.6311	0.8192	4.4041
1.800	6.6600	6.4000	7.4900	0.8892	6.1584	6.7939	0.8217	4.5360
1.820	6.7886	6.4600	7.5621	0.8977	6.3174	6.9591	0.8241	4.6705
1.840	6.9184	6.5200	7.6342	0.9062	6.4789	7.1266	0.8265	4.8076
1.860	7.0494	6.5800	7.7063	0.9148	6.6429	7.2965	0.8289	4.9472
1.880	7.1816	6.6400	7.7784	0.9233	6.8094	7.4687	0.8312	5.0895
1.900	7.3150	6.7000	7.8505	0.9318	6.9784	7.6434	0.8336	5.2345
1.920	7.4496	6.7600	7.9227	0.9403	7.1500	7.8203	0.8359	5.3821
1.940	7.5854	6.8200	7.9948	0.9488	7.3242	7.9997	0.8382	5.5325
1.960	7.7224	6.8800	8.0669	0.9573	7.5010	8.1815	0.8406	5.6856
1.980	7.8606	6.9400	8.1390	0.9658	7.6803	8.3657	0.8429	5.8414
2.000	8.0000	7.0000	8.2111	0.9743	7.8623	8.5524	0.8451	6.0000
2.050	8.3537	7.1500	8.3914	0.9955	8.3288	9.0296	0.8508	6.4088
2.100	8.7150	7.3000	8.5717	1.0167	8.8119	9.5223	0.8564	6.8355
2.150	9.0837	7.4500	8.7519	1.0379	9.3119	10.0304	0.8619	7.2804
2.200	9.4600	7.6000	8.9322	1.0591	9.8291	10.5543	0.8673	7.7440
2.250	9.8438	7.7500	9.1125	1.0802	10.3636	11.0940	0.8726	8.2266
2.300	10.2350	7.9000	9.2928	1.1014	10.9157	11.6498	0.8779	8.7285
2.350	10.6337	8.0500	9.4730	1.1225	11.4855	12.2217	0.8832	9.2502
2.400	11.0400	8.2000	9.6533	1.1436	12.0734	12.8099	0.8883	9.7920
2.450	11.4537	8.3500	9.8336	1.1648	12.6796	13.4146	0.8934	10.3543
2.500	11.8750	8.5000	10.0139	1.1859	13.3042	14.0359	0.8984	10.9375
2.550	12.3037	8.6500	10.1942	1.2069	13.9475	14.6740	0.9034	11.5419
2.600	12.7400	8.8000	10.3744	1.2280	14.6096	15.3290	0.9084	12.1680
2.650	13.1837	8.9500	10.5547	1.2491	15.2909	16.0010	0.9132	12.8161
2.700	13.6350	9.1000	10.7350	1.2701	15.9916	16.6902	0.9180	13.4865
2.750	14.0938	9.2500	10.9153	1.2912	16.7117	17.3968	0.9228	14.1797
2.800	14.5600	9.4000	11.0955	1.3122	17.4517	18.1208	0.9275	14.8960
2.850	15.0337	9.5500	11.2758	1.3333	18.2115	18.8625	0.9322	15.6358
2.900	15.5150	9.7000	11.4561	1.3543	18.9916	19.6219	0.9368	16.3995
2.950	16.0037	9.8500	11.6364	1.3753	19.7921	20.3993	0.9414	17.1874
3.000	16.5000	10.0000	11.8167	1.3963	20.6131	21.1946	0.9459	18.0000

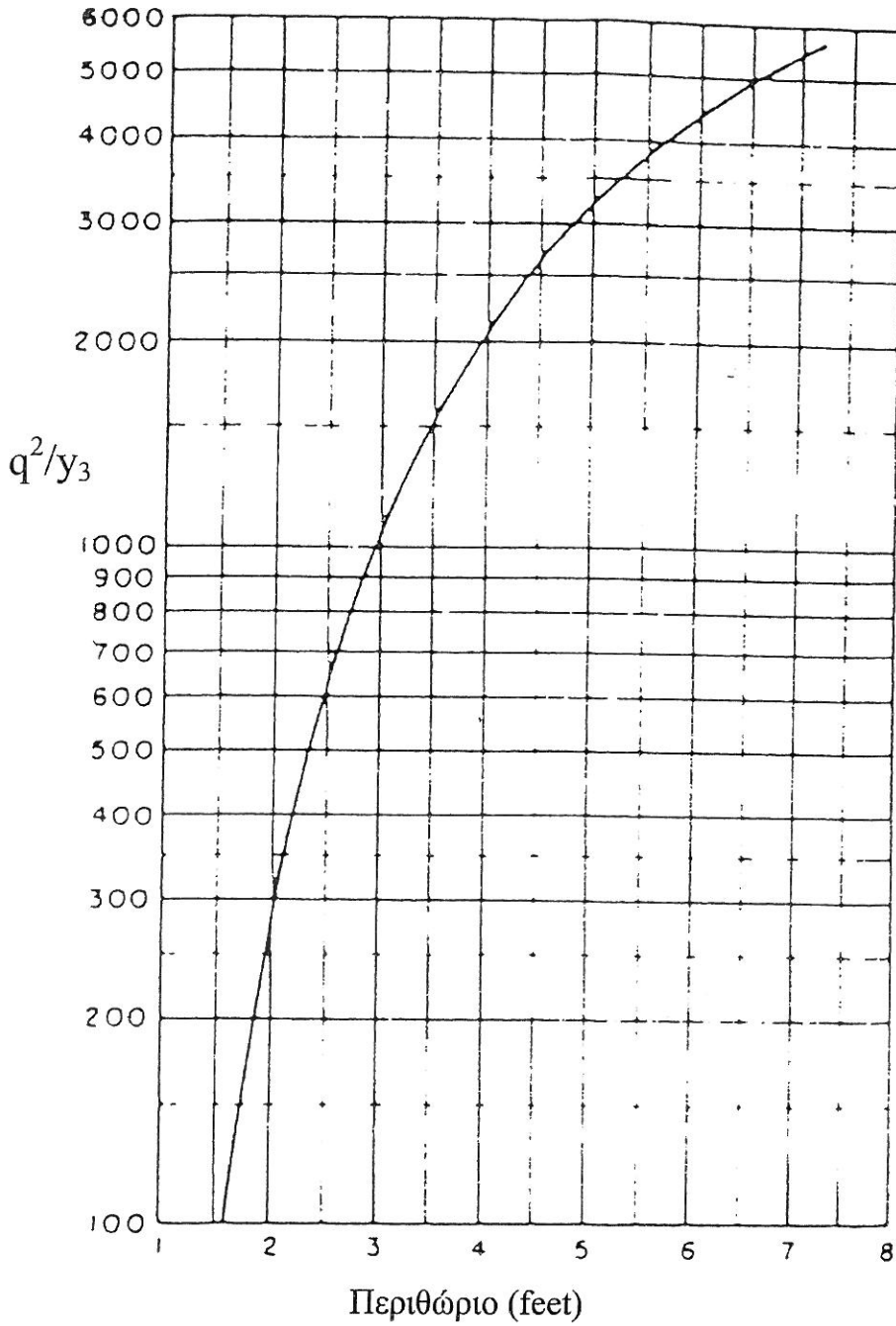
Πίνακας Π3.2 Υπολογισμός παραμέτρων Λεκάνης ηρεμίας

Α/Α	0.00		0.05		0.10		0.15		0.20		0.25		0.30		0.35		0.40		0.45	
	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2
1	0.1000	1.00	0.738	1.78	0.681	2.07	0.643	2.29	0.615	2.48	0.592	2.68	0.573	2.81	0.555	2.95	0.541	3.09	0.528	3.22
2	0.436	4.4	0.430	4.54	0.425	4.63	0.419	4.73	0.415	4.82	0.410	4.91	0.405	5.00	0.401	5.09	0.397	5.18	0.393	5.27
3	0.356	5.18	0.353	5.26	0.350	5.33	0.348	5.41	0.345	5.49	0.343	5.57	0.340	5.64	0.338	5.72	0.336	5.79	0.333	5.87
4	0.311	7.66	0.309	7.73	0.308	7.80	0.306	7.87	0.304	7.94	0.303	8.01	0.301	8.07	0.300	8.14	0.298	8.21	0.296	8.28
5	0.281	9.00	0.280	9.07	0.279	9.13	0.277	9.19	0.276	9.26	0.275	9.32	0.274	9.39	0.273	9.45	0.271	9.51	0.270	9.57
6	0.259	10.25	0.258	10.31	0.257	10.38	0.256	10.44	0.255	10.50	0.254	10.56	0.253	10.62	0.252	10.68	0.251	10.73	0.250	10.79
7	0.241	11.44	0.241	11.50	0.240	11.55	0.239	11.61	0.238	11.67	0.238	11.73	0.237	11.78	0.236	11.84	0.235	11.90	0.232	11.95
8	0.227	12.57	0.227	12.63	0.226	12.68	0.225	12.74	0.224	12.79	0.224	12.85	0.223	12.90	0.223	12.96	0.222	13.01	0.222	13.07
9	0.215	13.66	0.215	13.72	0.214	13.77	0.214	13.82	0.213	13.88	0.213	13.93	0.212	13.98	0.212	14.04	0.211	14.09	0.211	14.14
10	0.205	14.72	0.205	14.77	0.204	14.82	0.204	14.87	0.203	14.93	0.203	14.98	0.203	15.03	0.202	15.08	0.202	15.13	0.201	15.18
11	0.196	15.74	0.196	15.79	0.195	15.84	0.195	15.89	0.195	15.95	0.194	16.00	0.194	16.05	0.194	16.10	0.193	16.15	0.193	16.20
12	0.189	16.74	0.188	16.79	0.188	16.84	0.188	16.89	0.187	16.94	0.187	16.99	0.187	17.04	0.186	17.09	0.186	17.13	0.186	17.18
13	0.182	17.72	0.182	17.77	0.181	17.81	0.181	17.86	0.181	17.91	0.180	17.95	0.180	18.00	0.180	18.05	0.180	18.10	0.179	18.15
14	0.176	18.67	0.176	18.72	0.175	18.77	0.175	18.81	0.175	18.86	0.174	18.91	0.174	18.95	0.174	19.00	0.174	19.05	0.173	19.10
15	0.170	19.61	0.170	19.65	0.170	19.70	0.170	19.75	0.169	19.79	0.169	19.84	0.169	19.89	0.169	19.93	0.168	19.98	0.168	20.02
16	0.165	20.53	0.165	20.57	0.165	20.62	0.165	20.66	0.164	20.71	0.164	20.75	0.164	20.80	0.164	20.84	0.164	20.89	0.163	20.94
17	0.161	21.43	0.161	21.47	0.160	21.52	0.160	21.56	0.160	21.61	0.160	21.65	0.160	21.70	0.159	21.74	0.159	21.79	0.159	21.83
18	0.157	22.32	0.156	22.36	0.156	22.41	0.156	22.45	0.155	22.50	0.155	22.54	0.155	22.58	0.155	22.63	0.155	22.67	0.155	22.71
19	0.153	23.19	0.153	23.24	0.153	23.28	0.152	23.32	0.152	23.37	0.152	23.41	0.152	23.45	0.151	23.50	0.151	23.54	0.151	23.58
20	0.149	24.06	0.149	24.10	0.149	24.14	0.149	24.19	0.148	24.23	0.148	24.27	0.148	24.31	0.148	24.36	0.148	24.40	0.148	24.44
21	0.146	24.91	0.146	24.95	0.145	24.99	0.145	25.04	0.145	25.08	0.145	25.12	0.145	25.16	0.145	25.21	0.145	25.25	0.144	25.29
22	0.143	25.75	0.143	25.79	0.142	25.83	0.142	25.88	0.142	25.92	0.142	25.96	0.142	26.00	0.142	26.04	0.141	26.08	0.141	26.13
23	0.140	26.58	0.140	26.62	0.139	26.66	0.139	26.71	0.139	26.75	0.139	26.79	0.139	26.83	0.139	26.87	0.139	26.91	0.138	26.95
24	0.137	27.40	0.137	27.44	0.137	27.48	0.137	27.53	0.136	27.57	0.136	27.61	0.136	27.65	0.136	27.69	0.136	27.73	0.136	27.77
25	0.134	28.22	0.134	28.26	0.134	28.30	0.134	28.34	0.134	28.38	0.134	28.42	0.134	28.46	0.134	28.50	0.133	28.54	0.133	28.58
26	0.132	29.02	0.132	29.06	0.132	29.10	0.132	29.14	0.131	29.18	0.131	29.22	0.131	29.26	0.131	29.30	0.131	29.34	0.131	29.38
27	0.130	29.82	0.130	29.85	0.130	29.89	0.130	29.93	0.129	29.97	0.129	30.01	0.129	30.05	0.129	30.09	0.129	30.13	0.129	30.17
28	0.127	30.60	0.127	30.64	0.127	30.68	0.127	30.72	0.127	30.76	0.127	30.80	0.127	30.84	0.127	30.88	0.127	30.92	0.126	30.96
29	0.125	31.38	0.125	31.42	0.125	31.46	0.125	31.50	0.125	31.54	0.125	31.58	0.125	31.62	0.125	31.66	0.125	31.69	0.124	31.73
30	0.123	32.16	0.123	32.20	0.123	32.23	0.123	32.27	0.123	32.31	0.123	32.35	0.123	32.39	0.123	32.43	0.123	32.46	0.122	32.50
31	0.121	32.92	0.121	32.96	0.121	33.00	0.121	33.04	0.121	33.08	0.121	33.11	0.121	33.15	0.121	33.19	0.121	33.23	0.121	33.27
32	0.120	33.68	0.120	33.72	0.119	33.76	0.119	33.80	0.119	33.84	0.119	33.87	0.119	33.91	0.119	33.95	0.119	33.99	0.119	34.03
33	0.118	34.44	0.118	34.48	0.118	34.51	0.118	34.55	0.118	34.59	0.117	34.63	0.117	34.66	0.117	34.70	0.117	34.74	0.117	34.78
34	0.116	35.19	0.116	35.22	0.116	35.26	0.116	35.30	0.116	35.34	0.116	35.37	0.116	35.41	0.116	35.45	0.116	35.49	0.116	35.52
35	0.115	35.93	0.115	35.97	0.115	36.00	0.115	36.04	0.114	36.08	0.114	36.11	0.114	36.15	0.114	36.19	0.114	36.23	0.114	36.26
36	0.113	36.67	0.113	36.70	0.113	36.74	0.113	36.78	0.113	36.81	0.113	36.85	0.113	36.89	0.113	36.92	0.113	36.96	0.113	37.00
37	0.112	37.40	0.112	37.44	0.112	37.47	0.112	37.51	0.111	37.55	0.111	37.58	0.111	37.62	0.111	37.65	0.111	37.69	0.111	37.73
38	0.110	38.13	0.110	38.16	0.110	38.20	0.110	38.23	0.110	38.27	0.110	38.31	0.110	38.34	0.110	38.38	0.110	38.42	0.110	38.45
39	0.109	38.85	0.109	38.88	0.109	38.92	0.109	38.96	0.109	38.99	0.109	39.03	0.109	39.06	0.109	39.10	0.108	39.14	0.108	39.17
40	0.108	39.57	0.108	39.60	0.108	39.64	0.108	39.67	0.107	39.71	0.107	39.74	0.107	39.78	0.107	39.81	0.107	39.85	0.107	39.89
40	0.106	40.28	0.106	40.31	0.106	40.35	0.106	40.38	0.106	40.42	0.106	40.45	0.106	40.49	0.106	40.53	0.106	40.56	0.106	40.60

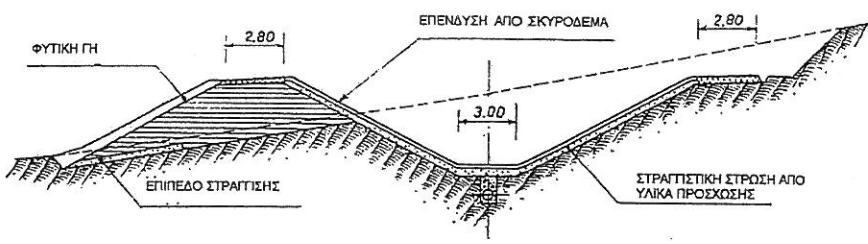
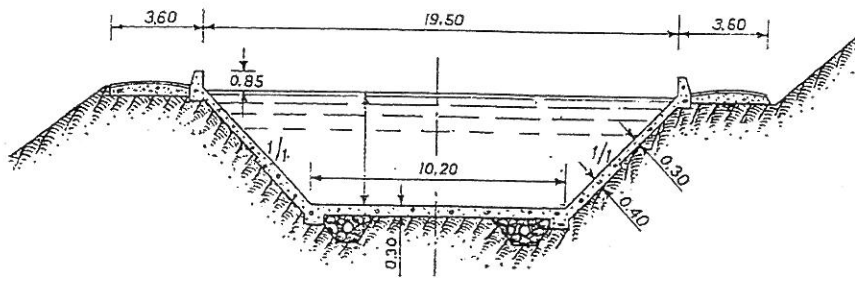
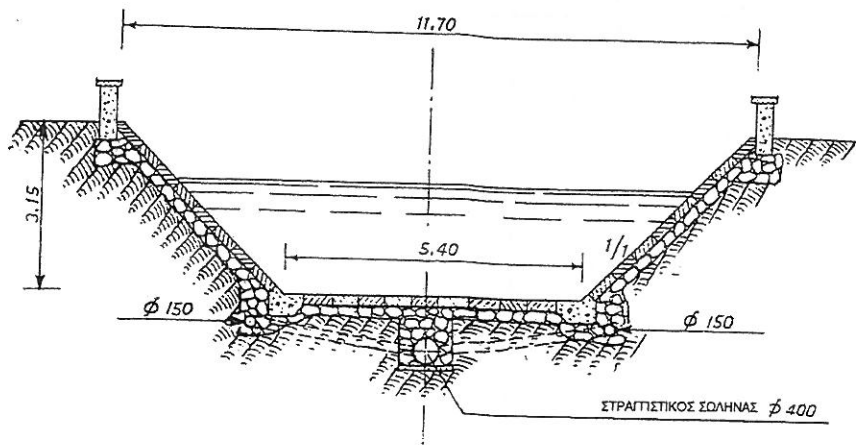
$\eta =$

$\Delta H$	0.50		0.55		0.60		0.65		0.70		0.75		0.80		0.85		0.90		0.95	
	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2
0	0.516	3.35	0.505	3.47	0.495	3.59	0.486	3.71	0.477	3.82	0.469	3.93	0.462	4.04	0.455	4.14	0.448	4.24	0.442	4.34
1	0.389	5.36	0.385	5.44	0.381	5.53	0.378	5.61	0.374	5.69	0.371	5.77	0.368	5.86	0.365	5.94	0.362	6.02	0.359	6.10
2	0.331	6.94	0.329	7.01	0.327	7.09	0.325	7.16	0.323	7.23	0.321	7.30	0.319	7.38	0.317	7.45	0.315	7.52	0.313	7.59
3	0.295	8.34	0.293	8.41	0.292	8.48	0.291	8.54	0.289	8.61	0.288	8.69	0.286	8.74	0.285	8.81	0.284	8.87	0.282	8.94
4	0.269	9.64	0.268	9.70	0.267	9.76	0.266	9.82	0.265	9.89	0.264	9.95	0.263	10.01	0.262	10.07	0.261	10.13	0.260	10.19
5	0.250	10.85	0.249	10.91	0.248	10.97	0.247	11.03	0.246	11.09	0.245	11.15	0.245	11.21	0.244	11.26	0.243	11.32	0.242	11.38
6	0.234	12.01	0.233	12.07	0.232	12.12	0.232	12.18	0.231	12.24	0.230	12.29	0.230	12.35	0.229	12.41	0.228	12.46	0.228	12.52
7	0.221	13.12	0.220	13.18	0.220	13.23	0.219	13.29	0.218	13.34	0.218	13.39	0.218	13.45	0.217	13.50	0.216	13.56	0.216	13.61
8	0.210	14.19	0.210	14.25	0.209	14.30	0.209	14.35	0.208	14.41	0.208	14.46	0.207	14.51	0.207	14.56	0.206	14.61	0.206	14.67
9	0.201	15.23	0.200	15.29	0.200	15.34	0.199	15.39	0.199	15.44	0.199	15.49	0.199	15.54	0.198	15.59	0.197	15.64	0.197	15.69
10	0.193	16.25	0.192	16.30	0.192	16.35	0.191	16.40	0.191	16.45	0.191	16.49	0.190	16.54	0.190	16.59	0.190	16.64	0.189	16.69
11	0.185	17.23	0.185	17.28	0.185	17.33	0.184	17.38	0.184	17.43	0.184	17.48	0.183	17.52	0.183	17.57	0.183	17.62	0.182	17.67
12	0.179	18.20	0.179	18.25	0.178	18.30	0.178	18.35	0.178	18.40	0.177	18.44	0.177	18.48	0.177	18.53	0.177	18.58	0.176	18.62
13	0.173	19.14	0.173	19.19	0.173	19.24	0.172	19.28	0.172	19.33	0.172	19.38	0.171	19.42	0.171	19.47	0.171	19.52	0.171	19.56
14	0.168	20.07	0.168	20.12	0.167	20.16	0.167	20.21	0.167	20.25	0.167	20.30	0.166	20.34	0.166	20.39	0.166	20.44	0.166	20.48
15	0.163	20.98	0.163	21.03	0.163	21.07	0.162	21.12	0.162	21.16	0.162	21.21	0.162	21.25	0.162	21.30	0.161	21.34	0.161	21.39
16	0.159	21.88	0.158	21.93	0.158	21.97	0.158	22.01	0.158	22.05	0.158	22.10	0.157	22.14	0.157	22.19	0.157	22.23	0.157	22.27
17	0.155	22.76	0.154	22.81	0.154	22.86	0.154	22.90	0.154	22.93	0.154	22.98	0.154	23.02	0.153	23.06	0.153	23.11	0.153	23.15
18	0.151	23.63	0.151	23.67	0.150	23.71	0.150	23.76	0.150	23.80	0.150	23.84	0.150	23.89	0.150	23.93	0.149	23.97	0.149	24.02
19	0.147	24.49	0.147	24.53	0.147	24.57	0.147	24.61	0.147	24.66	0.147	24.70	0.146	24.74	0.146	24.78	0.146	24.83	0.146	24.87
20	0.144	25.33	0.144	25.37	0.144	25.42	0.144	25.46	0.144	25.50	0.143	25.54	0.143	25.58	0.143	25.63	0.143	25.67	0.143	25.71
21	0.141	26.17	0.141	26.21	0.141	26.25	0.141	26.29	0.141	26.33	0.140	26.37	0.140	26.42	0.140	26.46	0.140	26.50	0.140	26.54
22	0.138	27.00	0.138	27.03	0.138	27.08	0.138	27.12	0.138	27.16	0.138	27.20	0.138	27.24	0.137	27.28	0.137	27.33	0.137	27.36
23	0.136	27.81	0.136	27.85	0.135	27.89	0.135	27.93	0.135	27.97	0.135	28.01	0.135	28.05	0.135	28.09	0.135	28.13	0.134	28.18
24	0.133	28.62	0.133	28.66	0.133	28.70	0.133	28.74	0.133	28.78	0.133	28.82	0.133	28.86	0.132	28.90	0.132	28.94	0.132	28.98
25	0.131	29.42	0.131	29.46	0.131	29.50	0.130	29.54	0.130	29.58	0.130	29.62	0.130	29.66	0.130	29.70	0.130	29.74	0.130	29.78
26	0.128	30.21	0.128	30.25	0.128	30.29	0.128	30.33	0.128	30.37	0.128	30.41	0.128	30.45	0.128	30.49	0.128	30.52	0.128	30.56
27	0.126	30.99	0.126	31.03	0.126	31.07	0.126	31.11	0.126	31.15	0.126	31.19	0.126	31.23	0.126	31.27	0.126	31.31	0.125	31.34
28	0.124	31.77	0.124	31.81	0.124	31.85	0.124	31.89	0.124	31.93	0.124	31.96	0.124	32.00	0.124	32.04	0.124	32.08	0.123	32.12
29	0.122	32.54	0.122	32.58	0.122	32.62	0.122	32.66	0.122	32.69	0.122	32.73	0.122	32.77	0.122	32.81	0.122	32.85	0.122	32.89
30	0.121	33.31	0.120	33.34	0.120	33.38	0.120	33.42	0.120	33.46	0.120	33.50	0.120	33.53	0.120	33.57	0.120	33.61	0.120	33.65
31	0.119	34.06	0.119	34.10	0.119	34.14	0.119	34.18	0.119	34.21	0.119	34.25	0.119	34.29	0.119	34.33	0.119	34.36	0.119	34.40
32	0.117	34.81	0.117	34.85	0.117	34.89	0.117	34.93	0.117	34.96	0.117	35.00	0.117	35.04	0.116	35.08	0.116	35.11	0.116	35.15
33	0.115	35.56	0.115	35.60	0.115	35.63	0.115	35.67	0.115	35.71	0.115	35.75	0.115	35.78	0.115	35.82	0.115	35.86	0.115	35.89
34	0.114	36.30	0.114	36.34	0.114	36.37	0.114	36.41	0.114	36.45	0.114	36.48	0.114	36.52	0.114	36.56	0.114	36.59	0.113	36.63
35	0.112	37.03	0.112	37.07	0.112	37.11	0.112	37.14	0.112	37.18	0.112	37.22	0.112	37.25	0.112	37.29	0.112	37.33	0.112	37.36
36	0.111	37.76	0.111	37.80	0.111	37.84	0.111	37.87	0.111	37.91	0.111	37.94	0.111	37.98	0.111	38.02	0.111	38.05	0.110	38.09
37	0.110	38.49	0.110	38.52	0.110	38.56	0.110	38.59	0.110	38.63	0.110	38.67	0.110	38.70	0.110	38.74	0.110	38.78	0.109	38.81
38	0.108	39.21	0.108	39.24	0.108	39.28	0.108	39.31	0.108	39.35	0.108	39.39	0.108	39.42	0.108	39.46	0.108	39.49	0.108	39.53
39	0.107	39.92	0.107	39.96	0.107	39.99	0.107	40.03	0.107	40.06	0.107	40.10	0.107	40.14	0.107	40.17	0.106	40.21	0.106	40.24
40	0.106	40.63	0.106	40.67	0.106	40.70	0.106	40.74	0.106	40.77	0.106	40.81	0.106	40.84	0.106	40.88	0.106	40.91	0.105	40.95

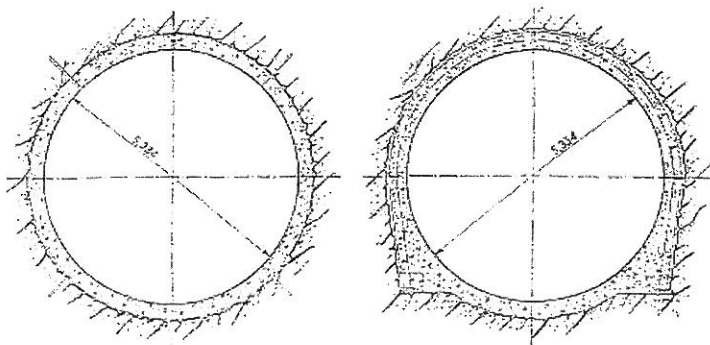




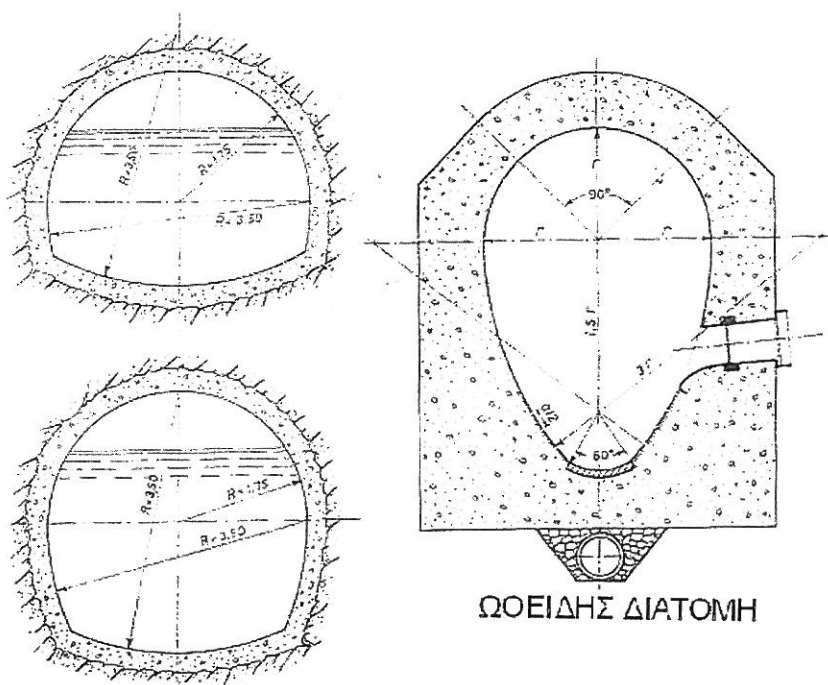
Σχήμα Π3.1 Διάγραμμα υπολογισμού του περιθωρίου Λεκάνης καταστροφής ενέργειας



Σχήμα Π3.2 Τυπικές διατομές ανοιχτών αγωγών



ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ



ΩΘΕΙΔΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗ

ΠΕΤΑΛΟΕΙΔΕΙΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ

Σχήμα Π3.3 Τυπικές διατομές ανοιχτών αγωγών κλειστής διατομής



## 8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Abbott, M.B.**, (1979). *Computational Hydraulics*, Pitman Publishing Ltd., London.
- Bellos, C.V., and Sakkas, J.G.**, (1987). 1-D Dam-break flood-wave propagation on dry bed. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 113(12), 1510-1524.
- Bellos, C.V., Soulis, J.V., and Sakkas, J.G.**, (1991). Computations of two-dimensional dam-break-induced flows. *Advances in Water Resources*, Vol. 14, 1:31-41.
- Cappelaere, B.**, (1997). Accurate diffusive wave routing, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 123, N° 3, pp 174-181.
- Chaudhry, M.H.**, (1993). *Open-Channel flow*, Prentice hall, New Jersey.
- Chow, V.T.** (1959). *Open Channel Hydraulics*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y.
- Cunge, J.A., Holly, F.M., and Verwey, A.**, (1980). *Practical aspects of computational river Hydraulics*. Pitman Publishing Ltd., London, England.
- Hager, W.H.**, (1991). *Energy dissipators and hydraulic jump*. Kluwer Academic, Dordrecht, the Netherlands.
- Hederson, F.M.**, (1966). *Open Channel flow*, Macmilan, New York, NY.
- Katopodes, N. D.**, (1982). On zero inertia and kinematic waves, *Journal of Hydraulics Division, ASCE*, 108, HY11, 1380-1387.
- Katopodes, N. D.**, (1984b). A dissipative Galerkin scheme for open-channel flow, *Journal of Hydraulics Engineering, ASCE*, 110(4), 450-466.
- Κουτίτας, Χ.**, (1982). *Υπολογιστική Υδραυλική*, Ξάνθη.
- Κωτσοβίνος, Ν.**, (1983). *Υδραυλική*, Τόμος πρώτος, Ξάνθη.

- Lax, P.D., and Wendroff, B.,** (1964). Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy, *Communications on pure applied Mathematics*, Vol. 17, 381-398.
- Lencastre, A.,** (1976). Manuel d'hydraulique general, *Eyrolles Editions*, Paris.
- Lomax, W.R., Saul, A.J.,** (1979). *Laboratory work in Hydraulics*, Granada Publishing Ltd, London.
- Mac Cormack, R. W.,** (1969). The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering, *American Inst. Aeronautics and Astronautics (AIAA)*, J. Paper No 69-354.
- Miller, J.,** (1984). Basic concepts of Kinematic-wave models. *U.S. Geological Survey*, Professional Paper N° 1302, Washington, USA.
- Μπέλλος, Κ.,** (1990). Υπολογισμός διδιάστατης κινήσεως του νερού σε ανοιχτούς αγωγούς, *Διδ. Διατριβή*, Πολ. Σχολή, Δ. Π. Θράκης.
- Ponce, V.M.,** (1990). *Engineering Hydrology*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Ponce, V.M., Li, R.M., Simons, D. B.,** (1978). Applicability of kinematic and diffusion models, *Journal of Hydraulics Engineering, ASCE*, 104(3), 353-360.
- Preismann A.,** (1961). Propagation des intoumescentes dans les canaux et reviers. *First Congress of the French Ass. for Computation*, Grenoble, Sept. 14-16. Procc., A.F.C.A.L., 433-442.
- Richtmyer, R. D., Morton. K. W.** (1967). *Difference methods for initial value problems*, 2<sup>nd</sup> Ed., Interscience Publishers, New York.
- Σακκάς, Ι.,** (1981). Υπολογισμός ανομοιομόρφου ροή εις ανοικτούς αγωγούς, Ξάνθη.
- Σακκάς, Ι.,** (1988). *Υδραυλική των ανοικτών αγωγών*, Ξάνθη.

- Σακκάς, Ι. και Μπέλλος, Κ.,** (2003). Υδραυλικός σχεδιασμός Εκκενωτή πυθμένα σε Σήραγγα εκτροπής: Τα τμήματα με ροή υπό πίεση. *Υδροτεχνικά*, Τόμος 13, Σελ. 43-64.
- Σακκάς, Ι. και Μπέλλος, Κ.,** (2004). Υδραυλικός σχεδιασμός Εκκενωτή πυθμένα σε Σήραγγα εκτροπής: Το τμήμα με ελεύθερη ροή. *Υδροτεχνικά*, Τόμος 14, Σελ. 31-49.
- Sturm, W. T.,** (2001). *Open Channel Hydraulics*. Mc Graw Hill, International Edition.
- Strelkoff, Th.,** (1969). One-dimensional equations of open channel flow. *Journal of Hydraulics division, ASCE*, 95(HY3), 861-876.
- Terzidis, G. and Strelkoff, Th.,** (1970). Computation of open-channel surges and shocks. *Journal of Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 96, N° HY12, pp 2581-2610.
- Τερζίδης Γ.,** (1997). *Εφαρμοσμένη Υδραυλική*, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Θεσσαλονίκη.
- U.S. Army Corps of Engineers,** (1965). *Hydraulic design of spillways*, Engineering Manual EM 1110-2-1603.
- U.S. Bureau of Reclamation,** (1977). *Design of Small Dams 2<sup>nd</sup> edition*, Denver Co.

