Υδραυλική ανοικτών αγωγών
σύνθετες διατομές
κρίσιμη ροή

Δρ Μ. Σπηλιώτη
Λέκτορα

Κείμενα από Μπέλλος, 2008 και από τις σημειώσεις Χρυσάνθου, 2014

Στοιχεία για το σχεδιασμό

Υπολογισμός των γεωμετρικών στοιχείων κατασκευής του αγωγού

Κλίση του αγωγού

- Η κλίση του πυθμένα του αγωγού πρέπει να ακολουθεί κατά το δυνατόν την κλίση του φυσικού εδάφους.
- Ο πυθμένας πρέπει να τοποθετείται μέσα στο έδαφος και σε ανάλογο βάθος ώστε να επιτυγχάνεται ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωματώσεων σε κάθε τμήμα του αγωγού.

Μεταβολή της γραμμής ενέργειας σε ομοιόμορφη ροή σε ανοικτούς αγωγούς

Ομοιόμορφη ροή:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

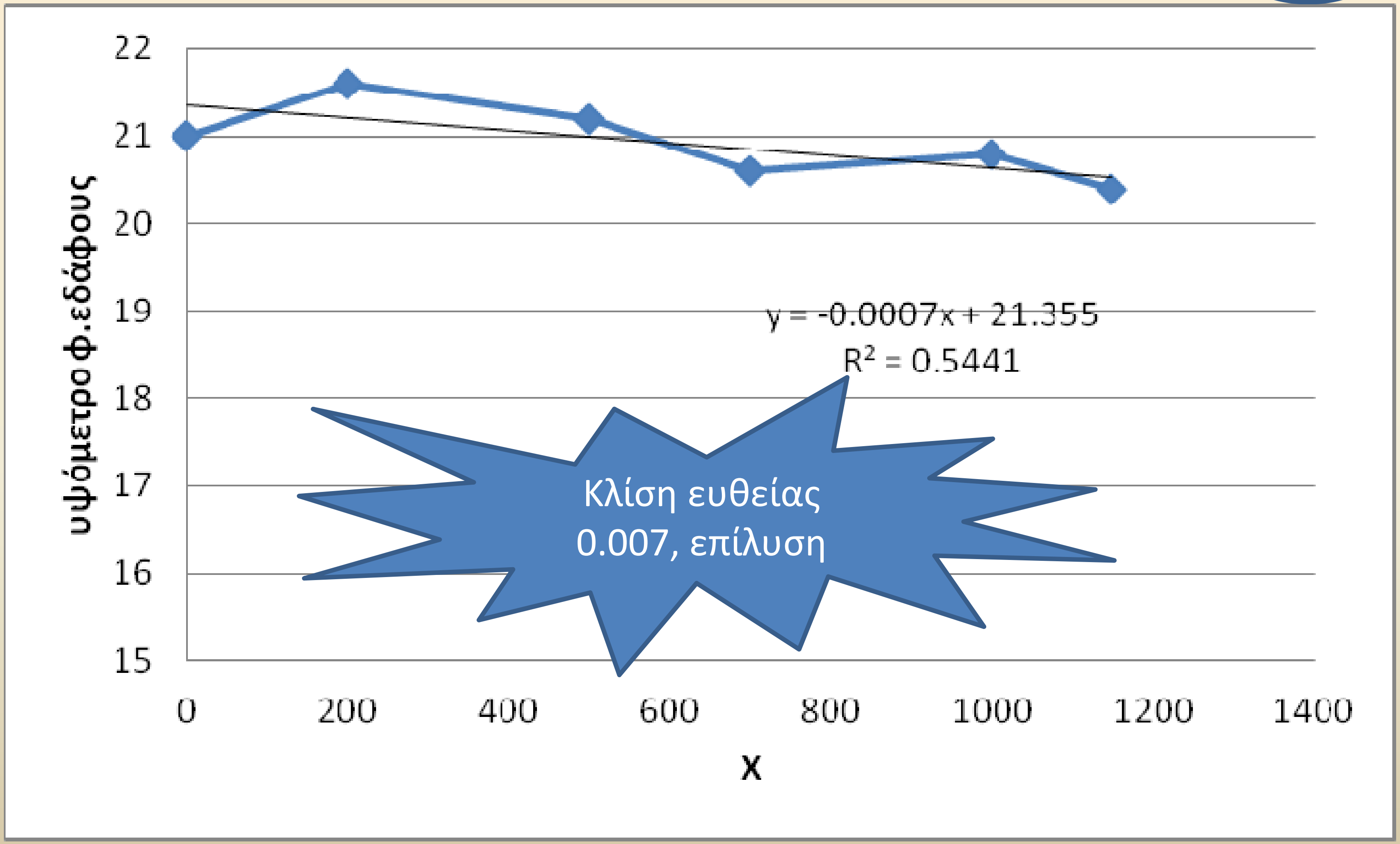
Παραγώγιση όρων ενέργειας κατά τη διεύθυνση της ροής, x

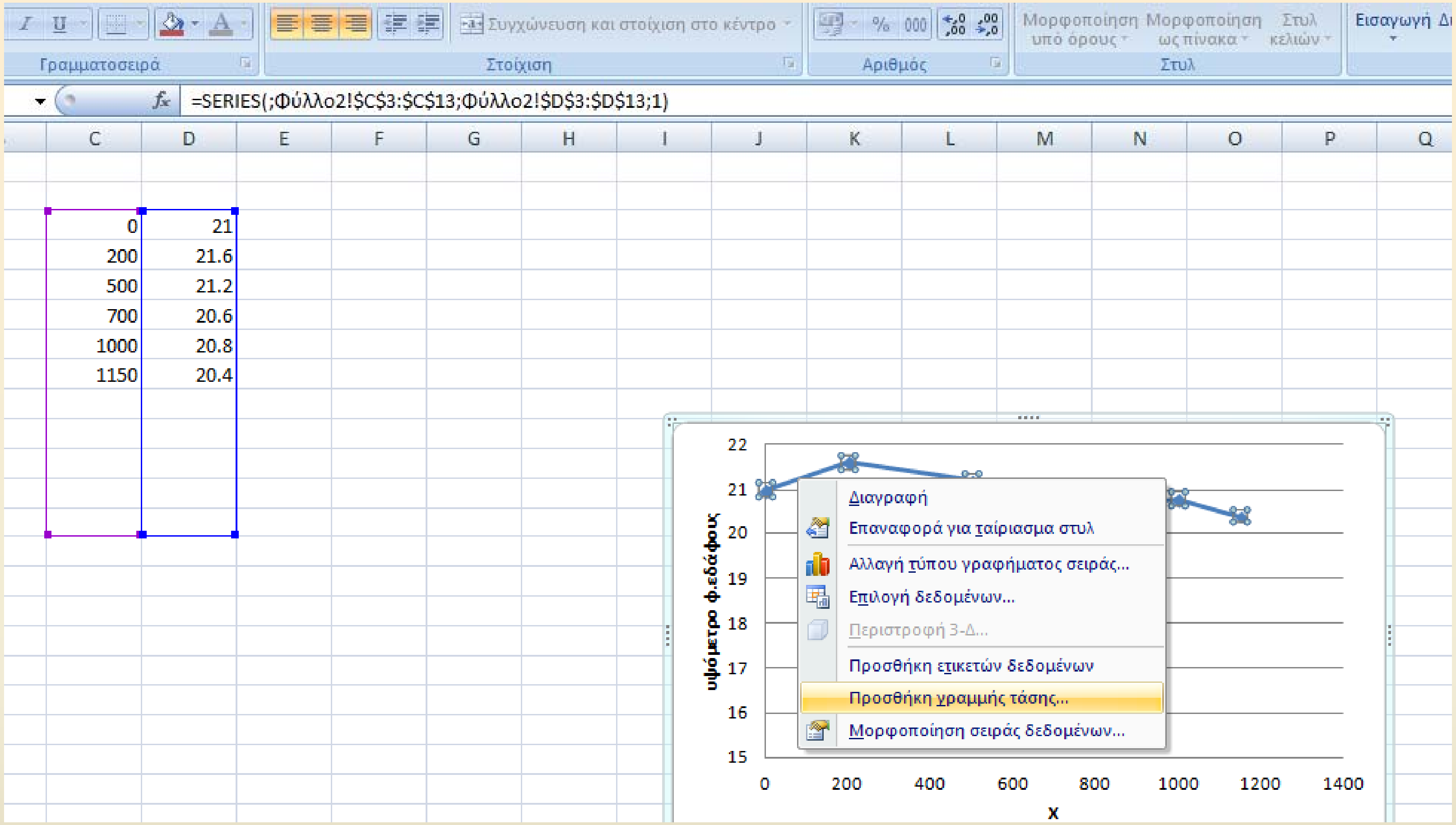
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V^2}{2g} + z + y\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V^2}{2g}\right) + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial x} = -S_0 < 0$$

Ομοιόμορφη ροή → κλίση γραμμής ενέργειας = κλίση πυθμένα = κλίση ελεύθερης επιφάνειας

Εύρεση μέσης κλίσης με γραμμική παλινδρόμηση

θέμα





Γραμματοσειρά
Συγχώνευση και στοίχιση στο κέντρο
Στοίχιση
Αριθμός
Μορφοποίηση υπό όρους
Μορφοποίηση ως πίνακα
Στυλ κελιών
Στυλ
=SERIES(;Φύλλο2!$C$3:$C$13;Φύλλο2!$D$3:$D$13;1)
0 21
200 21.6
500 21.2
700 20.6
1000 20.8
1150 20.4
υψόμετρο φ.εδάφους
x
Διαγραφή
Επαναφορά για ταίριασμα στυλ
Αλλαγή τύπου γραφήματος σειράς...
Επιλογή δεδομένων...
Περιστροφή 3-Δ...
Προσθήκη ετικετών δεδομένων
Προσθήκη γραμμής τάσης...
Μορφοποίηση σειράς δεδομένων...

θέμα

Γραμμική παλινδρόμηση

- Η ανάλυση της γραμμικής παλινδρόμησης μοντελοποιήση της σχέσης μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών με την εξαρτημένη μεταβλητή σε μία γραμμική σχέση.
- Τα λαμβανόμενα δεδομένα είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και το εξαγόμενο του μοντέλου της παλινδρόμησης θα πρέπει να προσεγγίζει τα λαμβανόμενα εξαγόμενα σύμφωνα με κριτήρια που ορίζει ο αναλυτής.

Συμβατική γραμμική παλινδρόμηση

Πυρήνας μεθόδου: Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς
Ανάλυση ισχύος της ανάλυσης με βάση τη στατιστική και γενίκευση των αποτελεσμάτων
Βασική μέθοδος: Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς

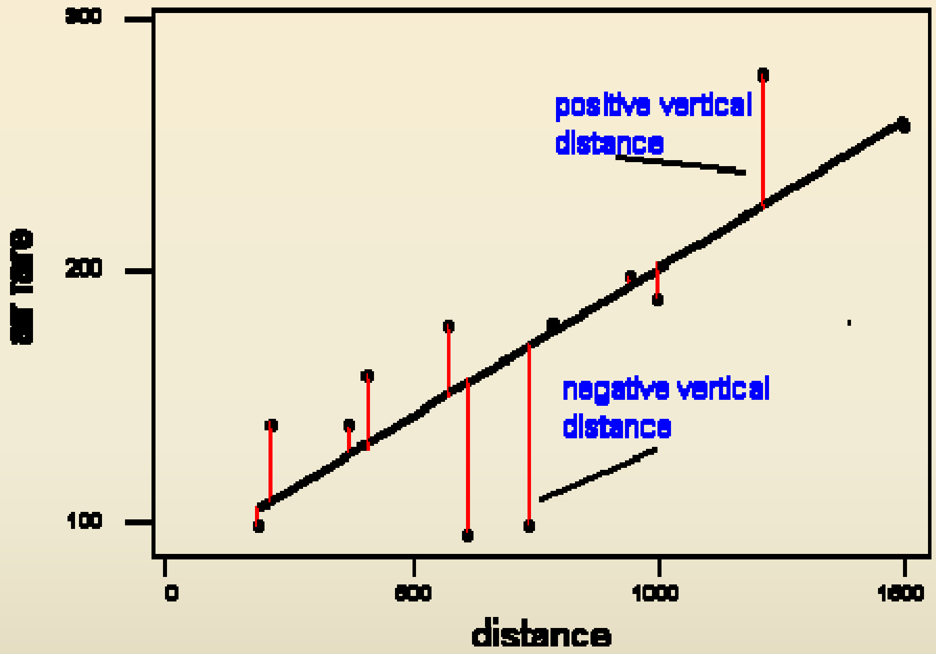
Επιλογή γραμμής παλινδρόμησης

- Σφάλμα κατακόρυφη απόσταση= (Y –Y’)
  - Θετικό ή αρνητικό
- Γραμμή παλινδρόμησης,

$Y' = \beta_0 + \beta_1 X$,

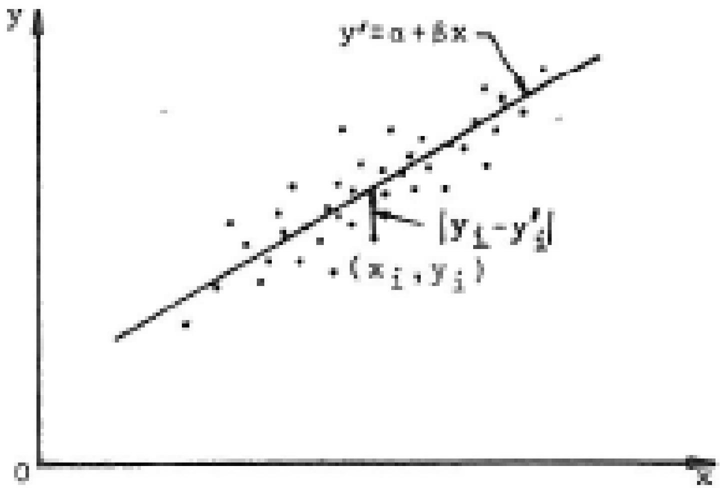
ώστε

$\sum(Y - Y')^2$, ελάχιστο



$y_i' = \alpha + \beta x_i$. Η βέλτιστη γραμμική σχέση είναι εκείνη τής όποίας οί παράμετροι α καί β έλαχιστοποιοῦν τό ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν λαθῶν — δηλαδή, έλαχιστοποιοῦν τό

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i')^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$$



Σχῆμα 7.1 Ανάλυση Γραμμικῆς Παλινδρόμησης Δύο Μεταβλητῶν

$\hat{y}_i = ax + b$

$\hat{y} = b_1 x + b_0$ (συμβολισμός Τσιώρα)

Ang and Tang, μετ. Παναγιωτακόπουλος Δ

Ἡ μέθοδος αὐτή προσδιορισμοῦ τῶν α καί β ὀνομάζεται μ έ θ ο δ ο ς τ ῶ ν ἐ λ α χ ί σ τ ω ν τ ε τ ρ α γ ώ ν ω ν. Γιά τήν ἐλαχιστοποίηση τῆς Δ^2 ἔχουμε:

(Ελ/ση χωρίς περιορισμούς)

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - \alpha - \beta x_i)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - \alpha - \beta x_i)(-x_i) = 0$$

όπου $a = b_0$, $\beta = b_1$

Ἀπό τίς σχέσεις αὐτές προκύπτουν οἱ ἑξῆς ἐκτιμήσεις γιά τίς παράμετρες α καί β:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \Sigma y_i - \frac{\hat{\beta}}{n} \Sigma x_i = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \qquad (7.2)$$

καί

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\Sigma (x_i - \bar{x})^2} \qquad (7.3)$$

ὅπου $\Sigma = \sum_{i=1}^{n}$. Ἡ κλίση β ὀνομάζεται σ υ ν τ ε λ ε σ τ ή ς π α λ ι ν δ ρ ό μ η σ η ς.

Η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής $\Psi = \beta_0 + \beta_1 X$ και θα προσδιορισθεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή οι παράμετροι β_1 και β_0 δίνονται από τις σχέσεις:

$$\beta_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \left(\sum x_i\right) \cdot \left(\sum y_i\right)}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

$$\beta_0 = \frac{n\sum y_i - \beta_1 \sum x_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

θέμα

Π1.1.1 Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος *Α - Β*

Π1.1.1.1 Διαστασιολόγηση διατομής

Αρχικά θα πρέπει να επιλεγεί η κλίση S_o της Διώρυγας. Συνήθως η κλίση της Διώρυγας λαμβάνεται περίπου ίση με την μέση κλίση του εδάφους. Ο προσδιορισμός της μέσης κλίσης του εδάφους θα γίνει με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, η μέση ευθεία δίδεται από την εξίσωση:

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \qquad (\Pi1.1)$$

$$\text{όπου } \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}x \quad \text{και} \quad \hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \qquad (\Pi1.2)$$

Για το τμήμα *Α - Β* είναι:

x	0	200	500	700	1000	1150
y	21.00	21.60	21.20	20.60	20.80	20.40

Δεδομένου ότι $n = 6$, $\bar{x} = 591.67$, $\bar{y} = 20.93$ προκύπτει:

$\sum x_i^2 = 3.102.500$

$\sum x_i y_i = 73.600$

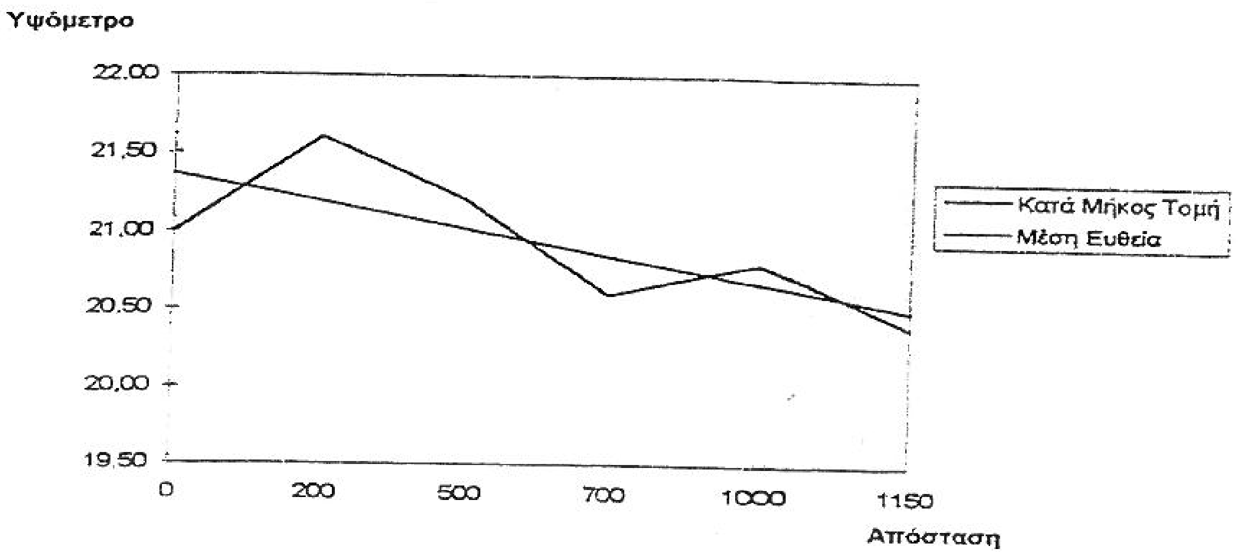
Με εφαρμογή των Εξ. Π1.1 και Π1.2 για τα παραπάνω δεδομένα, προκύπτει:

$\widehat{\alpha} = 21.3545$ και $\widehat{\beta} = -0.0007$

Έτσι η μέση ευθεία του εδάφους περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 21.3545 - 0.0007\,x \qquad (\Pi1.3)$$

Στο Σχήμα Π1.1 που ακολουθεί φαίνεται η κατά μήκος τομή του εδάφους, καθώς και η μέση ευθεία του. Τελικά επιλέγεται σαν κλίση της διώρυγας για το τμήμα A - B η τιμή $S_o = 0.0007$.



Σχήμα Π1.1. Κατά μήκος τομή του εδάφους, και η μέση ευθεία για το τμήμα $A - B$

α2. Διαστασιολόγηση διατομής

$$Q = b^{8/3}\bar{f}_n \frac{\sqrt{S_o}}{n} \quad \text{(αποδείχθηκε)} \Rightarrow \boxed{\bar{f}_n = \frac{nQ}{b^{8/3} S_o^{1/2}}}$$

$$\bar{f}_n(\bar{y}_n) = \frac{16.139}{b^{8/3}}$$

$\bar{f}_n$: αδιάστατη συνάρτηση αγωγιμότητας

Πίνακας Π1.2: - Για διάφορες τιμές του b υπολογίζονται τα υδραυλικά στοιχεία της ροής.

- Τιμές του $\bar{y}_n$ από το $\bar{f}_n$ με τη βοήθεια του Πίνακα Π3.1 (Παράρτημα)

- Επειδή η παροχή είναι σχετικά μεγάλη $\Rightarrow \frac{b}{y_n} > 3$

- Επιλέγεται $b = 5.5\ m$, $y_n = 1.75\ m$

Πίνακας Π1.2

Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος $A - B$

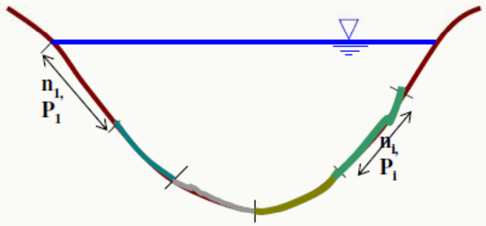
b [m]	$\overline{f}_n$	$\overline{y}_n$	y_n [m]	A [m^2]	B [m]	P [m]	V [m/s]	b/ y_n
2.0	2.5417	1.2154	2.431	13.725	9.29	10.76	2.222	0.823
2.5	1.4019	0.9229	2.307	13.753	9.42	10.82	2.218	1.084
3.0	0.8621	0.7312	2.194	13.799	9.58	10.91	2.210	1.368
3.5	0.5715	0.5970	2.090	13.862	9.77	11.03	2.200	1.675
4.0	0.4003	0.4985	1.994	13.940	9.98	11.19	2.188	2.006
4.5	0.2924	0.4236	1.906	14.028	10.22	11.37	2.174	2.361
5.0	0.2208	0.3652	1.826	14.131	10.48	11.58	2.158	2.738
5.5	0.1712	0.3187	1.753	14.249	10.76	11.82	2.140	3.138
6.0	0.1358	0.2809	1.685	14.373	11.06	12.08	2.122	3,560

Σύνθετες διατομές

- Πλημμύρες σε φυσικά υδατορεύματα: κύρια κοίτη δεν επαρκεί για τη διερχόμενη παροχή
- Μεταβλητός συντελεστής n
- Πλημμύρικες κοίτες: μεγάλη τραχύτητα n, μεγαλύτερο πλάτος, μικρότερο βάθος σε σχέση με την κύρια κοίτη.
- Ανάπτυξη σημαντικών δυνάμεων εσωτερικής τριβής στις διεπιφάνειες μεταξύ των τμημάτων με μεταφορά ορμής που επιταχύνει τις ακραίες διατομές και επιβραδύνει την κύρια κοίτη. Συνακόλουθα αναπτύσομται στροβιλισμοί και υπάρχει απώλεια ενέργειας.
- Χρησιμοποιημένο μονοδιάστατο μοντέλο ροής για μία πρώτη εκτίμηση

Σύνθετες διατομές

- Μεταβλητό *n*, 2 μέθοδοι επίλυσης
- Α΄ μέθοδος, «ισοδύναμος *n*” ενιαία διατομή υποεκτίμιση της παροχής, π.χ.
- Μέθοδοι σύνθετων διατομών



$$n_{eq} = \sqrt{\frac{\sum n_i^2 P_i}{\sum P_i}}$$

$$\left(\begin{array}{c}\text{Pavlovski's eq.} \\ F = \sum_{i=1}^{n} F_i\end{array}\right)$$

$$Q = \frac{A}{n_{eq}} R^{2/3} \sqrt{S_f}$$

Σύνθετες διατομές

- Α΄ μέθοδος, «ισοδύναμος n” ή ενιαίου αγωγού π.χ.

Παρόμοια σχέση για τον συντελεστή η_e μπορεί να εξαχθεί θεωρώντας ότι η συνολική δύναμη αντίστασης στη ροή είναι ίση με το άθροισμα των δυνάμεων αντίστασης στη ροή σε κάθε περιοχή:

$$\eta_e = \frac{\left(\sum P_i \eta_i^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\sum P_i\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (6.15)$$

Τέλος οι Krishnamurthy και Christensen (1972) εξήγαγαν τη παρακάτω σχέση θεωρώντας λογαριθμική κατανομή της ταχύτητας

$$\ln \eta_e = \frac{\sum_{i=1}^{N} P_i h_i^{3/2} \ln \eta_i}{\sum P_i h_i^{3/2}} \qquad (6.17)$$

Αν θεωρήσουμε έναν αγωγό που διαιρείται σε N περιοχές με βρεχόμενη περίμετρο P_i και συντελεστή Manning $\eta_i\,(i=1, 2, \ldots, N)$ και υποθέσουμε ότι η μέση ταχύτητα σε κάθε περιοχή είναι ίση με τη μέση ταχύτητα ροής σε όλη τη διατομή η παρακάτω εξίσωση δίνει τον ισοδύναμο συντελεστή Manning

$$\eta_e = \left(\frac{\sum P_i \eta_i^{\frac{3}{2}}}{\sum P_i}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad (6.14)$$

Πρίνος, 2014

(1) Μέθοδος των Horton[7] (1933), Einstein & Banks[8] (1950)

Υποθέτοντας ότι για τις επί μέρους ταχύτητες ισχύει

$$V_1 = V_2 = \ldots = V_N = V$$

από τη σχέση του Manning για το τμήμα (i) του αγωγού προκύπτει ότι

Όπου J είναι η So κλιση πυθμένα

$$A_i = \left(\frac{V_i n_i}{J^{1/2}}\right)^{3/2} P_i = \left(\frac{V}{J^{1/2}}\right)^{3/2} n_i^{3/2} P_i$$

και επειδή $A = \sum A_i$

$$A = \left(\frac{V}{J^{1/2}}\right)^{3/2} n_e^{3/2} P = \left(\frac{V}{J^{1/2}}\right)^{3/2} \sum_1^N n_i^{3/2} P_i$$

απ' όπου λύνοντας ως προς n_e προκύπτει η σχέση

$$n_e = \frac{\left(\sum_1^N P_i n_i^{3/2}\right)^{2/3}}{P^{2/3}}$$

Παπανικολάου, 2009

(α) ***Μέθοδος «Ενιαίου αγωγού »***

Με τη μέθοδο αυτή ο αγωγός συνθέτου διατομής θεωρείται σαν ένας ενιαίος αγωγός όπου η υδραυλική ακτίνα, που λαμβάνει υπόψη τις επιδράσεις του σχήματος στη παροχή, υπολογίζεται από το συνολικό εμβαδό και τη συνολική βρεχόμενη περίμετρο. Έτσι η εξίσωση Manning γίνεται

$$Q_t = \frac{1}{\eta} A_t R_t^{2/3} S_t^{1/2} \tag{6.18}$$

όπου ο δείκτης t αναφέρεται στην ολική παροχή, ολικό εμβαδό κλπ.

Η μέθοδος αυτή υποεκτιμά σημαντικά τη παροχή, όπως έχει βρεθεί σε εργαστηριακά πειράματα και ειδικά στη περίπτωση μικρών βαθών στις ζώνες πλημμυρισμού. Στη περίπτωση αυτή η βρεχόμενη περίμετρος αυξάνεται σημαντικά με σχετικά μικρή αύξηση του εμβαδού με συνέπεια τη σημαντική μείωση της υδραυλικής ακτίνας και της παροχής. Η υποεκτίμηση της παροχής είναι σημαντική όταν η τραχύτητα στις αβαθείς περιοχές είναι αρκετά διαφορετική από αυτή του κυρίως αγωγού. Στις περιπτώσεις αυτές χρησιμοποιούνται οι προηγούμενες σχέσεις για τον υπολογισμό του ισοδύναμου συντελεστή Manning που όμως οι παραδοχές που βασίζονται δεν ισχύουν ικανοποιητικά στη περίπτωση αυτή.

Πρίνος, 2014

Μειονέκτημα μεθόδου ισοδυνάμου μήκους

- Ομαλή κλίση στην πλημμυρική κοίτη μεγάλη αύξηση της περιμέτρου για αύξηση του εμβαδού άρα προκύπτει υποεκτίμηση της παροχής που μπορεί να διοχετεύσει μία διατομή
- Κατά Chaudhry, 1993 είναι προτιμότερη των άλλων:

$$\eta_e = \left(\frac{\sum P_i \eta_i^{\frac{3}{2}}}{\sum P_i} \right)^{\frac{2}{3}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6.1 **Υπολογισμός του ισοδύναμου συντελεστή Manning**

Ένας αγωγός τραπεζοειδούς διατομής έχει πλάτος πυθμένα 3 m και κλίση πρανών 2:1. Τα τοιχώματα έχουν συντελεστή Manning 0.04 και ο πυθμένας 0.025. Να υπολογισθεί ο ισοδύναμος συντελεστής Manning και με τις 4 μεθόδους για βάθος ροής 0.9 m.

Λύση

Από τα δεδομένα του προβλήματος έχουμε $B=3\ m$, $z=2$, $h=0.9\ m$, $n_\pi=0.025$ και $n_T=0.04$.

Διαχωρίζοντας τη διατομή σε ένα ορθογώνιο, πλάτους 3 m και ύψους 0.9 m, και σε δύο τρίγωνα κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα για τον υπολογισμό του ισοδύναμου n_e και με τις 4 μεθόδους.

	n_i $\left(\frac{s}{m^{1/3}}\right)$	P_i (m)	h_i (m)	A_i (m^2)	R_i (m)	$P_i n_i^{3/2}$	$P_i n_i^2$
Πυθμένας	0.025	3	0.9	2.7	0.9	0.012	$1.875\cdot10^{-3}$
Τοίχωμα	0.04	2.01	1.8	0.81	0.4	0.016	$3.216\cdot10^{-3}$
Τοίχωμα	0.04	2.01	1.8	0.81	0.4	0.016	$3.216\cdot10^{-3}$
		Σ=7.02				Σ=0.044	$\Sigma=8.307\cdot10^{-3}$

$$n_e=\left(\frac{0.044}{7.02}\right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow n_e=0.0340$$

Σύνθετες διατομές

- β΄ μέθοδος, σύνθετης διατομής

Πρίνος, 2014

Με τη μέθοδο αυτή ο κυρίως αγωγός και οι ζώνες πλημμυρισμού μελετώνται ξεχωριστά. Η συνολική παροχή υπολογίζεται αθροίζοντας τις παροχές των διάφορων περιοχών που διαχωρίζονται μεταξύ τους με «φανταστικές» διεπιφάνειες που διέρχονται από το σημείο τομής του κυρίως αγωγού με την αβαθή περιοχή. Διάφορες τέτοιες διεπιφάνειες (κάθετες, οριζόντιες, κεκλιμένες) που φαίνονται στο σχήμα 6.5 χρησιμοποιούνται για την διαίρεση του συνολικού αγωγού.

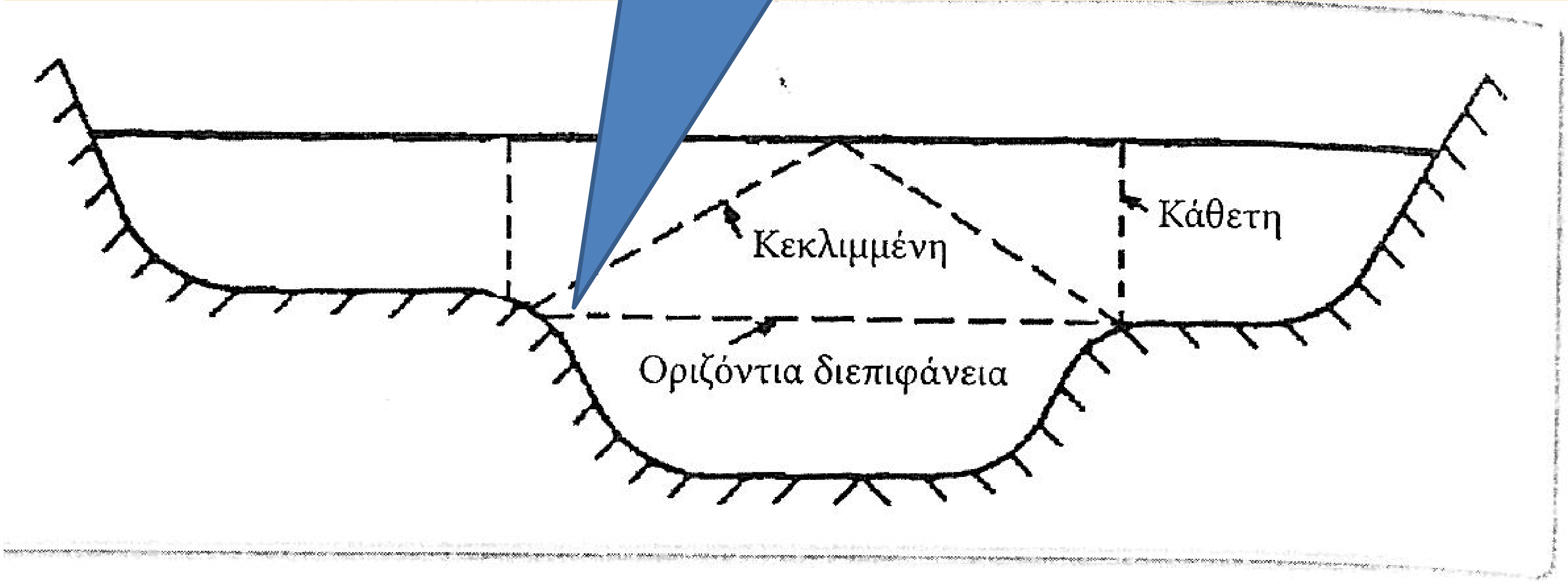
Έτσι η συνολική παροχή δίνεται από τη σχέση

$$Q_t = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\eta_i} A_i R_i^{2/3} S_i^{1/2} \tag{6.19}$$

Στην περίπτωση αυτή η βρεχόμενη περίμετρος P_i περιλαμβάνει μόνο τα φυσικά όρια του αγωγού και δεν περιλαμβάνει τη διεπιφάνεια διαχωρισμού. Η παραπάνω διαδικασία υπερεκτιμά τη παροχή γιατί δεν περιλαμβάνει τη διεπιφάνεια στον υπολογισμό της βρεχόμενης περιμέτρου και ακτίνας του κυρίως αγωγού υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει διατμητική δύναμη στη διεπιφάνεια αυτή.

Από εργαστηριακές μετρήσεις έχει φανεί ότι η χρησιμοποίηση της **οριζόντιας διεπιφάνειας** δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα για τον υπολογισμό της παροχής.

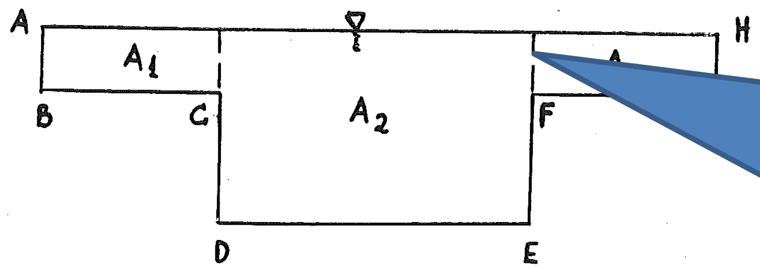
Οριζόντια διεπιφάνεια, καλ
Τα υγρά όρια μεταξύ των διατομών δεν
λαμβάνονται υπόψη στην περίμετρο



Σχήμα 6.5: Διεπιφάνειες διαχωρισμού αγωγού συνθέτου διατομής

Σύνθετη διατομή

- π.χ. ποταμός με υπερχειλισμένες όχθες
- Χωρισμός της διατομής σε επί μέρους τμήματα



Τα υγρά όρια μεταξύ των διατομών **δε λαμβάνονται υπόψη** στην περίμετρο κάθε τμήματος

$$P_1 = (AB) + (BC) \qquad R_1 = \frac{A_1}{P_1}$$

$$P_2 = (CD) + (DE) + (EF) \qquad R_2 = \frac{A_2}{P_2}$$

$$P_3 = (FG) + (GH) \qquad R_3 = \frac{A_3}{P_3}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Q : παροχή $\left[\frac{L^3}{T}\right]$

$$Q_1 = A_1 u_1 = \frac{A_1}{n_1} R_1^{2/3} S_o^{1/2}$$

$$Q_2 = A_2 u_2 = \frac{A_2}{n_2} R_2^{2/3} S_o^{1/2}$$

$$Q_3 = A_3 u_3 = \frac{A_3}{n_3} R_3^{2/3} S_o^{1/2}$$

$$\boxed{Q = A u}$$ εξίσωση συνέχειας

Έλεγχος κρίσιμης ροής

- Επιθυμώ ροή υποκρίσιμη
  - Έλεγχος με μειωμένο *n*
  - Έλεγχος κρίσιμης κλίσης

θέμα

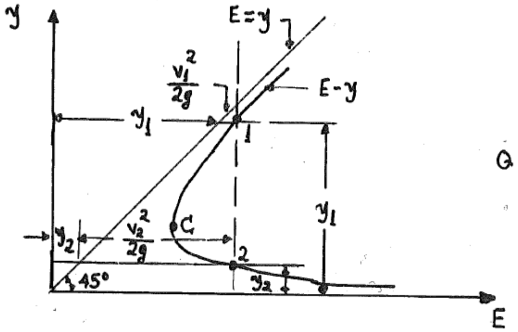
Κρίσιμη ροή

Ορίζεται για την ελάχιστη ειδική ενέργεια

Ειδική ενέργεια

- Ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, σε μια διατομή, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού ($z=0$)

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$



$Q =$ σταθ.

Για $y \to 0$, $E \to \infty$, για $y \to \infty$, $E \to y \to \infty$

$E \to \min$, για $y = y_c$ (κρίσιμο βάθος)

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c}$$

- συζυγή βάθη ροής
- υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = Fr^2 \Rightarrow \text{αριθμός Froude (Fr)}$$

$Fr < 1 \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

$Fr > 1 \Rightarrow$ υπερκρίσιμη ροή

$Fr = 1 \Rightarrow$ κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \Rightarrow Q^2 = \frac{g A^3}{B} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{g A^3}{B}} \Rightarrow Q = \sqrt{g}\, A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$\boxed{f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}} : \text{συνάρτηση κρίσιμης ροής}}$$

Έλεγχος κρίσιμης ροής με βάση τον αριθμό Fr ή το κρίσιμο βάθος

$$.....Fr = 1 \Leftrightarrow A\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{Q}{\sqrt{g}}$$

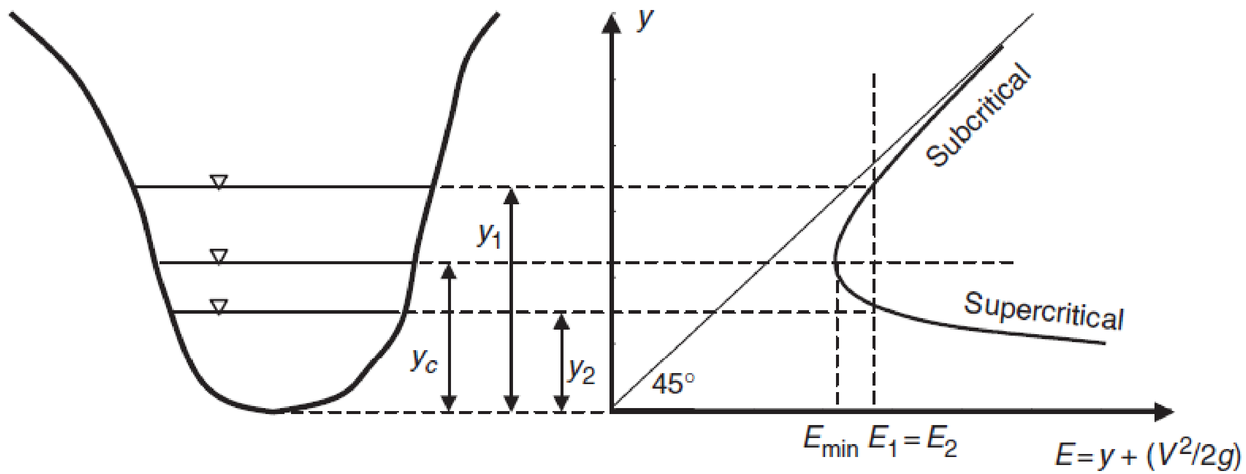


FIGURE 2.6 Specific energy diagram

Ειδική ενέργεια

- Ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, σε μια διατομή, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού $(z=0)$

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(z + y + \frac{v^2}{2g}\right) = -S_f = \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(z+E) = -S_f \Rightarrow \frac{dE}{dx} + \frac{\partial z}{\partial x} = -S_f \Rightarrow \frac{dE}{dx} - S_o = -S_f \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dE}{dx} = S_o - S_f} \Rightarrow$$ Όταν $E =$ σταθ., τότε $S_o = S_f \Rightarrow$ ομοιόμορφη ροή

Κρίσιμη ροή, αδιαστατοποίηση

$$.....Fr = 1 \Leftrightarrow \frac{Q}{\sqrt{g \frac{A}{B} A^2}} = 1 \Leftrightarrow A\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{Q}{\sqrt{g}}$$

Εξαρτάται μόνο από την παροχή Και τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

$$f_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} \rightarrow \bar{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2}\sqrt{g}}$$

$$.....Fr = 1 \Leftrightarrow \bar{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2}\sqrt{g}} = \frac{1}{b_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}}$$

Κρίσιμη ροή, τραπεζοειδής διατομή

$$.....Fr = 1 \Leftrightarrow \overline{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2}\sqrt{g}} = \frac{1}{b_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$\overline{B} = \frac{B}{b} = \frac{\left(b + 2yz\right)}{b} = 1 + 2z\overline{y}, \quad \overline{A} = \frac{A}{b^2} = \frac{y\left(b + zy\right)}{b^2} = \overline{y}\left(1 + z\overline{y}\right)$$

$$\overline{f}_c = \frac{1}{b_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{\overline{A}^3}{\overline{B}}} = \sqrt{\frac{\left[\overline{y}\left(1 + z\overline{y}\right)\right]^3}{1 + 2z\overline{y}}}$$

(26)

- Αδιάστατη συνάρτηση κρίσιμης ροής $\bar{f}_c$

- Συνάρτηση κρίσιμης ροής: $f_c = A\sqrt{A/B}$

$$\bar{f}_c = \frac{A}{b_0^2}\,\frac{\sqrt{A/B}}{b_0^{1/2}} = \frac{f_c}{b_0^{5/2}}$$

$$\boxed{\bar{f}_c = \frac{f_c}{b_0^{5/2}}}$$

$$Q = A\sqrt{g\frac{A}{B}} = f_c\sqrt{g} = b_0^{5/2}\,\bar{f}_c\sqrt{g}$$

$$\boxed{Q = b_0^{5/2}\,\bar{f}_c\sqrt{g}}$$

$$\rightarrow f_c = \frac{Q}{\sqrt{g}\cdot b_0^{5/2}}$$

για κρίσιμη ροή, Fr =1

Εξαρτάται μόνο από την παροχή Και τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

Έλεγχος κρίσιμης ροής

- Υπολογίζω:

$$f_c = \frac{Q}{\sqrt{g}\cdot b_0^{5/2}}$$

- Επίλυση με πίνακες προσδιορισμός κρίσιμου βάθους
- Έλεγχος: θα πρέπει $y_n > y_c$ (ροή υποκρίσιμη)

Για δεδομένη παροχή και γεωμετρικά στοιχεία διατομής αντιστοιχεί ένα κρίσιμο βάθος

θέμα

Ξανά («εικονικός» έλεγχος κρίσιμης ροής υπέρ της ασφάλειας)

- U.S. Bureau of Reclamation: Πρέπει $y_c < y_n'$, όπου y_n' το βάθος ομοιόμορφης ροής που προκύπτει για συντελεστή Manning $n' = n - 0.003$ (για μεγαλύτερη ασφάλεια)

Υπόθεση υπερ της ασφάλειας (εικονικό)

$n' = 0.014 - 0.003 = 0.011$

$\bar{f}_n(\bar{y}_n') = \dfrac{n'Q}{b^{8/3} S_o^{1/2}} = 0.1345$ Από τον Πίνακα Π3.1 $\Rightarrow \bar{y}_n' = 0.279$

$y_n' = \bar{y}_n' \times b = 0.279 \times 5.5 = 1.535$ m

$y_c < y_n' \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

θέμα

Ειδική ενέργεια-ορθογωνική διατομή

Ορθογωνικοί αγωγοί

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \qquad A = By \qquad \boxed{E = y + \frac{q^2}{2gy^2}} \qquad q = Q/B$$

$$\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \qquad Q = qB \qquad A = By \qquad \boxed{y_c = \sqrt[3]{q^2/g}}$$

$$E = y_c + \frac{g y_c^3}{2g y_c^2} = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2} y_c \qquad \boxed{y_c = \frac{2}{3} E_c}$$