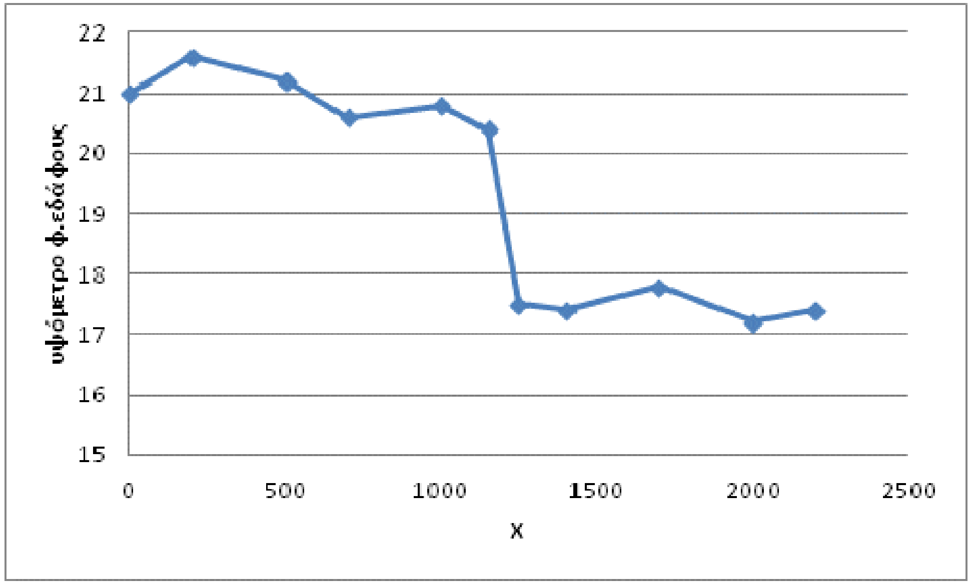
Υδραυλική ανοικτών αγωγών
Επισκόπηση του θέματος και σχόλια

Δρ Μ. Σπηλιώτη
Λέκτορα

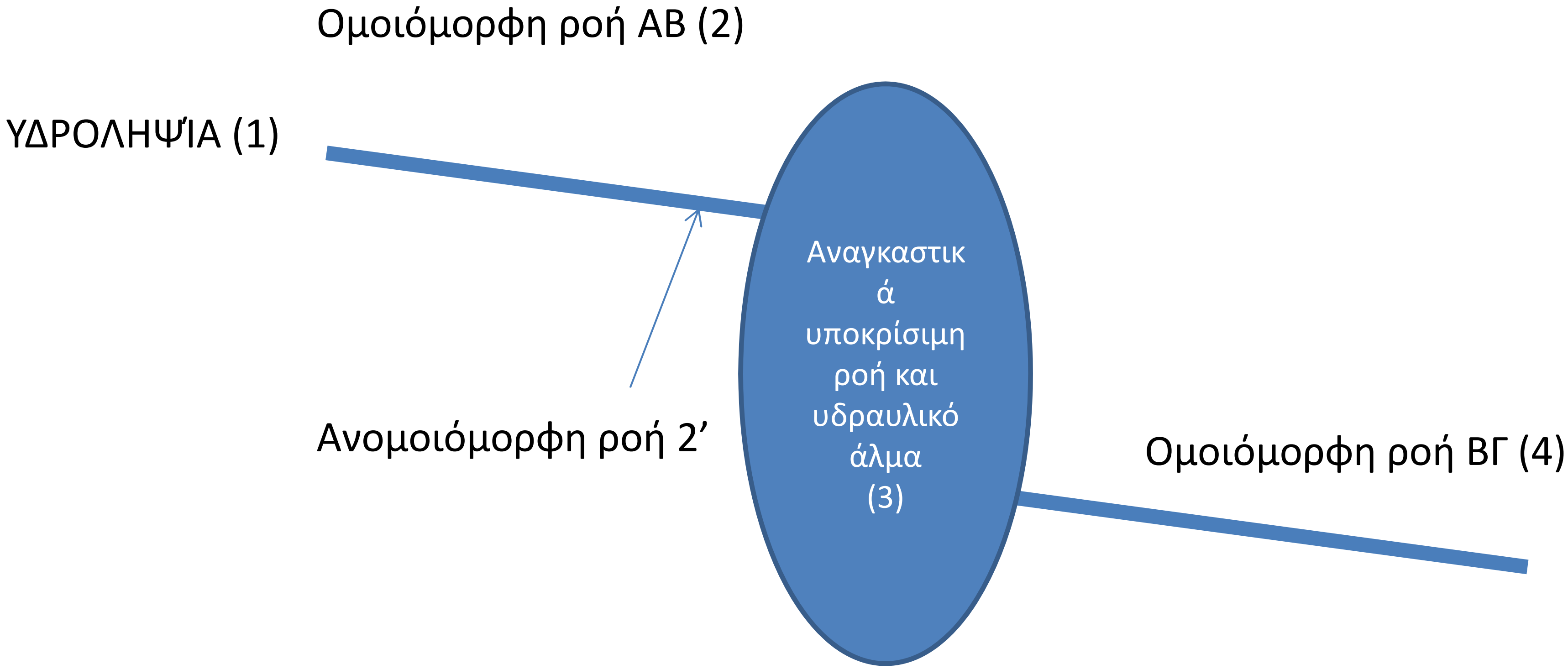
Κείμενα από Μπέλλος, 2008 και από τις σημειώσεις Χρυσάνθου, 2014

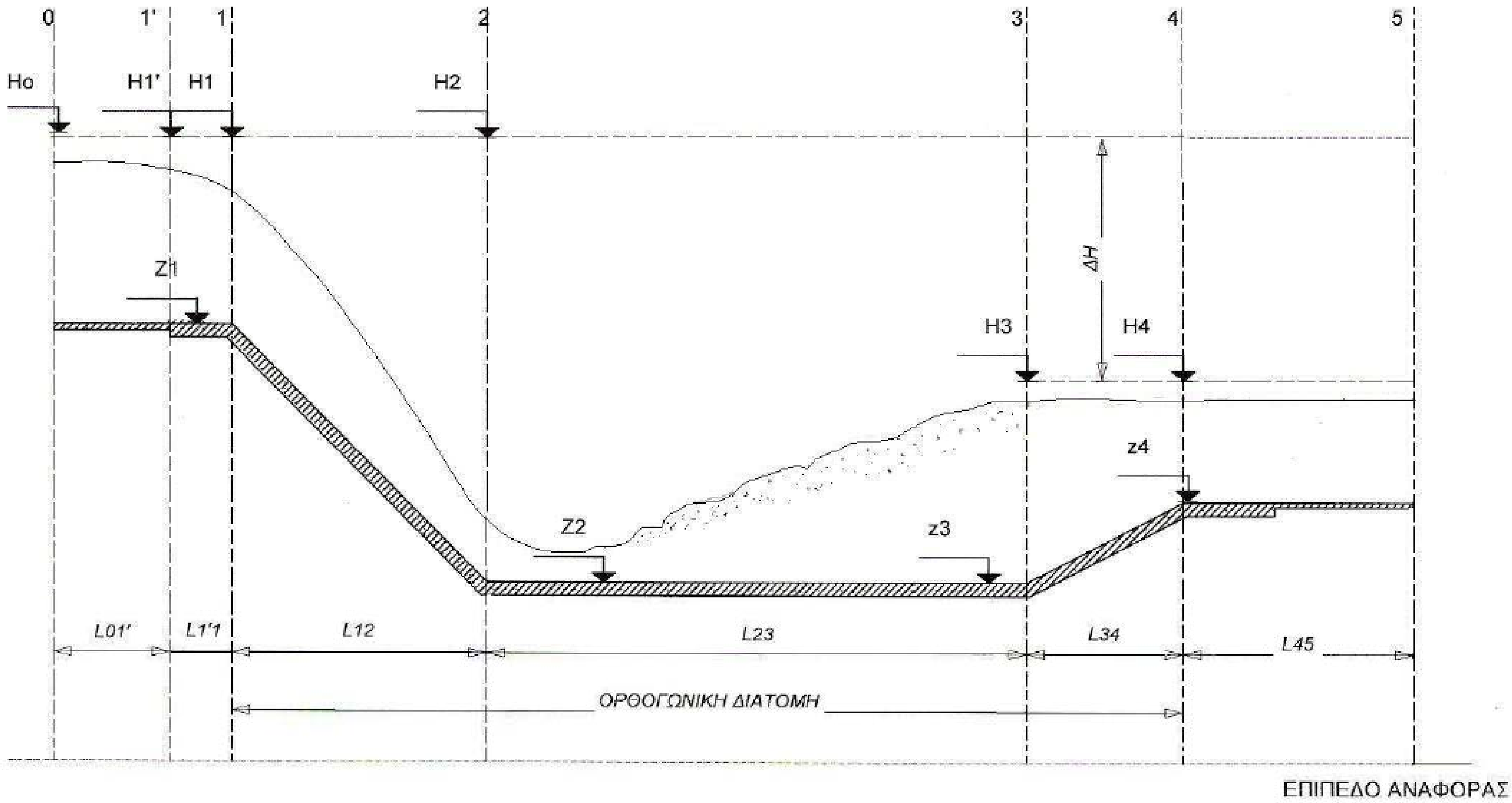
Γενική ιδέα

- Σκαρίφημα
- Σκελετοποίηση
- Διάταξη έργων: 3 περιοχές+υδροληψεία



θέμα


Ομοιόμορφη ροή ΑΒ (2)
ΥΔΡΟΛΗΨΊΑ (1)
Αναγκαστικά υποκρίσιμη ροή και υδραυλικό άλμα (3)
Ανομοιόμορφη ροή 2’
Ομοιόμορφη ροή ΒΓ (4)



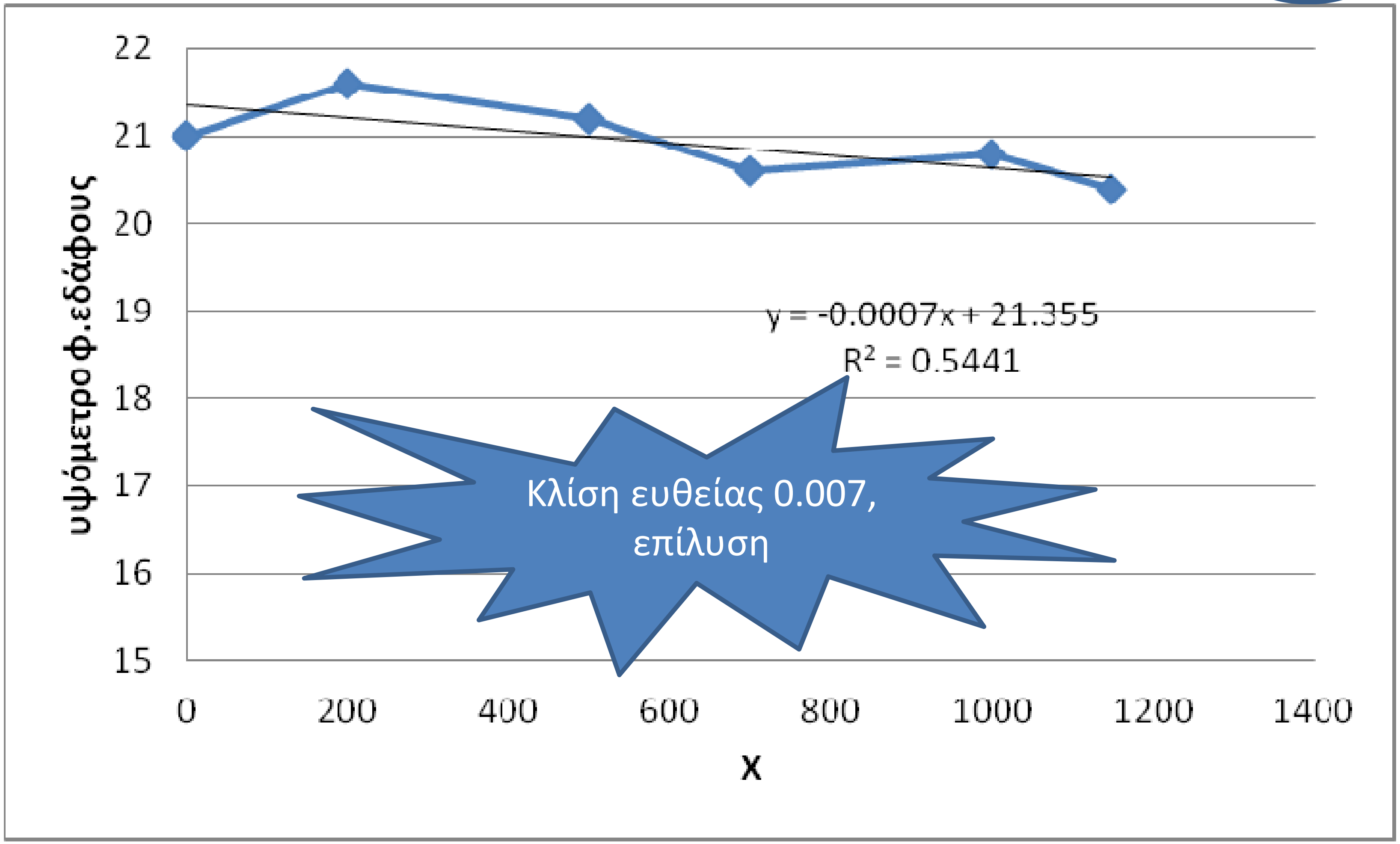
Μεταβατικό τμήμα , ΒΓ

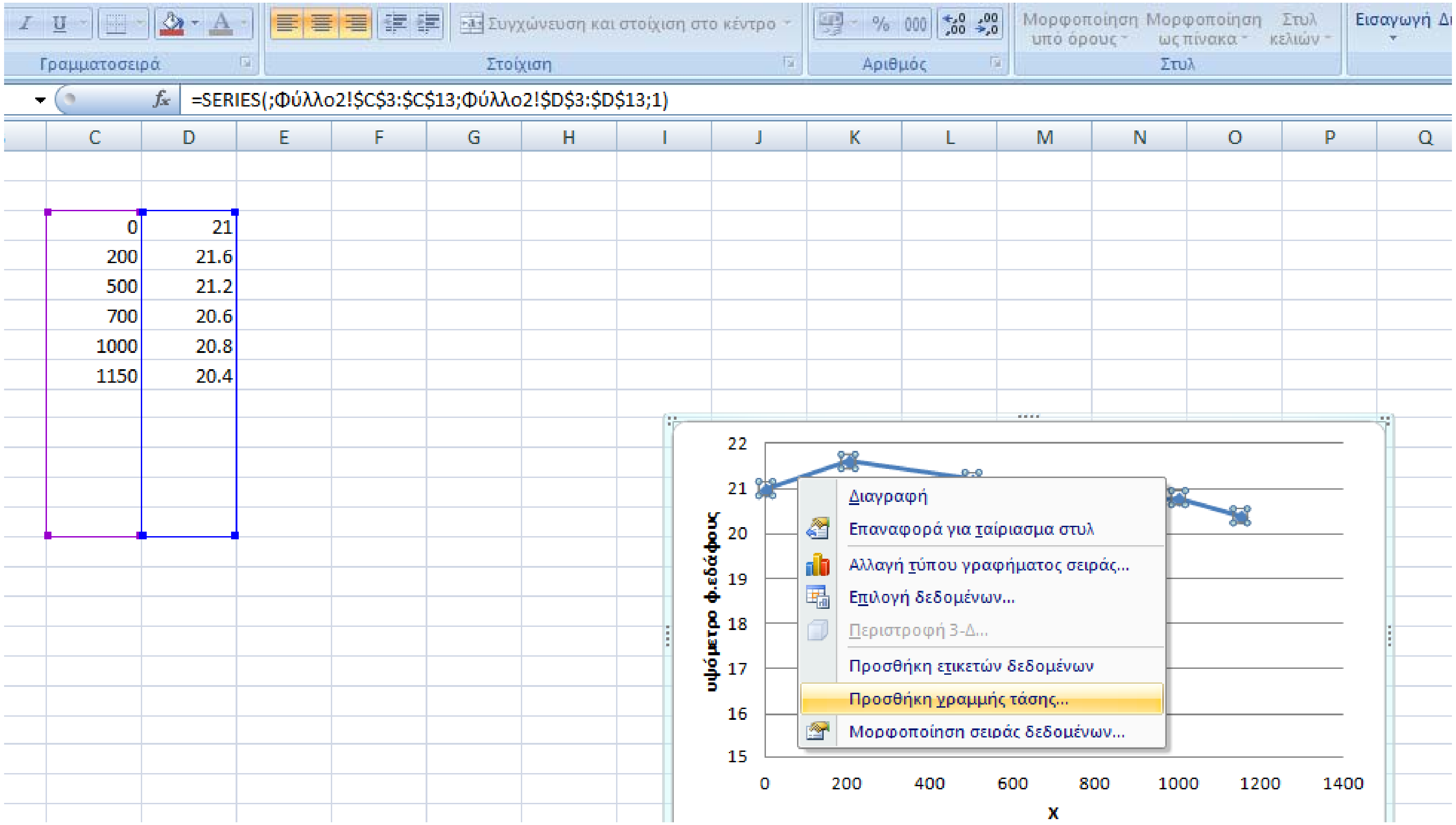
AB, επίλυση ομοιόμορφης ροής (τραπεζοειδής διατομή)

ΑΒ, επίλυση ομοιόμορφης ροής
1. Καθορισμός κλίσης

Εύρεση μέσης κλίσης με γραμμική παλινδρόμηση

θέμα




Γραμματοσειρά
Συγχώνευση και στοίχιση στο κέντρο
Στοίχιση
Αριθμός
Μορφοποίηση υπό όρους
Μορφοποίηση ως πίνακα
Στυλ κελιών
Στυλ
Εισαγωγή
=SERIES(;Φύλλο2!$C$3:$C$13;Φύλλο2!$D$3:$D$13;1)
C D E F G H I J K L M N O P Q
0 21
200 21.6
500 21.2
700 20.6
1000 20.8
1150 20.4
Διαγραφή
Επαναφορά για ταίριασμα στυλ
Αλλαγή τύπου γραφήματος σειράς...
Επιλογή δεδομένων...
Περιστροφή 3-Δ...
Προσθήκη ετικετών δεδομένων
Προσθήκη γραμμής τάσης...
Μορφοποίηση σειράς δεδομένων...
υψόμετρο φ.εδάφους
x
22
21
20
19
18
17
16
15
0
200
400
600
800
1000
1200
1400

θέμα

Γραμμική παλινδρόμηση

- Η ανάλυση της γραμμικής παλινδρόμησης μοντελοποιήση της σχέσης μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών με την εξαρτημένη μεταβλητή σε μία γραμμική σχέση.
- Τα λαμβανόμενα δεδομένα είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και το εξαγόμενο του μοντέλου της παλινδρόμησης θα πρέπει να προσεγγίζει τα λαμβανόμενα εξαγόμενα σύμφωνα με κριτήρια που ορίζει ο αναλυτής.

Συμβατική γραμμική παλινδρόμηση

Πυρήνας μεθόδου: Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς
Ανάλυση ισχύος της ανάλυσης με βάση τη στατιστική και γενίκευση των αποτελεσμάτων
Βασική μέθοδος: Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς

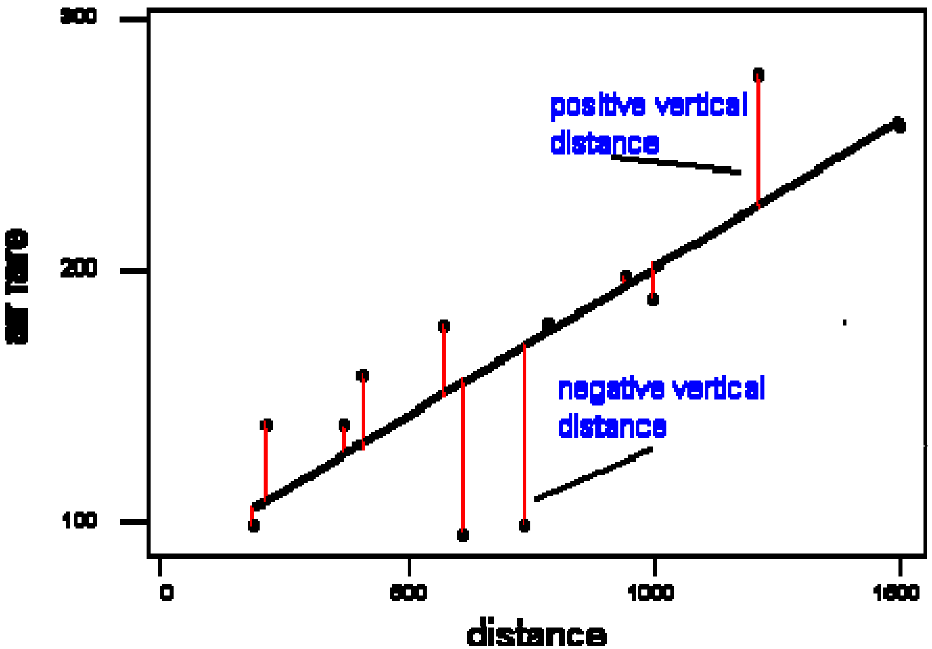
Επιλογή γραμμής παλινδρόμησης

- Σφάλμα κατακόρυφη απόσταση= (Y –Y’)
  - Θετικό ή αρνητικό
- Γραμμή παλινδρόμησης,

$Y' = \beta_0 + \beta_1 X$,

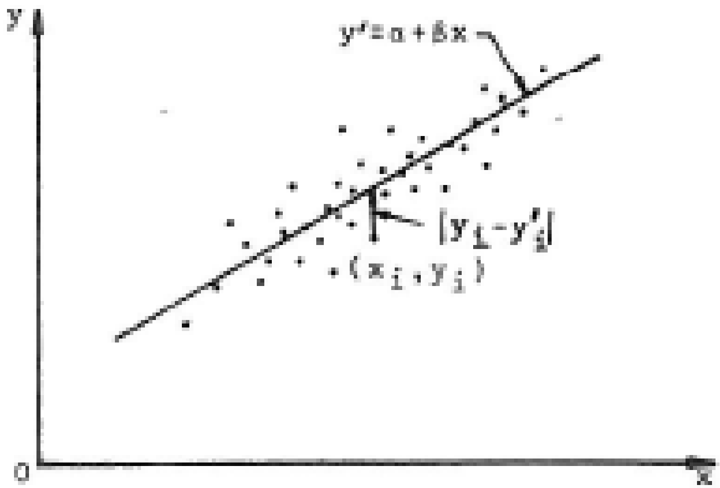
ώστε

$\sum(Y - Y')^2$, ελάχιστο



$|y_i - y_i|$, όπου $y_i' = \alpha + \beta x_i$. Η βέλτιστη γραμμική σχέση εἶναι ἐκείνη τῆς ὁποίας οἱ παράμετροι α καί β ἐλαχιστοποιοῦν τό ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν λαθῶν — δηλαδή, ἐλαχιστοποιοῦν τό

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i')^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$$



Σχῆμα 7.1 Ἀνάλυση Γραμμικῆς Παλινδρόμησης Δύο Μεταβλητῶν

$\bar{y} = ax + b$

$\hat{y} = b_1 x + b_0$ (συμβολισμός Τσαΐρη)

Ang and Tang, μετ. Παναγιωτακόπουλος Δ

῾Η μέθοδος αὐτή προσδιορισμοῦ τῶν α καί β ὀνομάζεται μ έ θ ο δ ο ς τ ῶ ν ἐ λ α χ ί σ τ ω ν τ ε τ ρ α γ ώ ν ω ν. Γιά τήν ἐλαχιστοποίηση τῆς Δ^2 ἔχουμε:

(ελ/ση χωρίς περιορισμούς)

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \alpha}=\sum_{i=1}^{n} 2(y_i-\alpha-\beta x_i)(-1)=0$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \beta}=\sum_{i=1}^{n} 2(y_i-\alpha-\beta x_i)(-x_i)=0$$

όπου $a = b_0$

$\beta = b_1$

᾿Από τίς σχέσεις αὐτές προκύπτουν οἱ ἑξῆς ἐκτιμήσεις γιά τίς παράμετρες α καί β:

$$\hat{\alpha}=\frac{1}{n}\Sigma y_i-\frac{\hat{\beta}}{n}\Sigma x_i=\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x} \qquad (7.2)$$

καί

$$\hat{\beta}=\frac{\Sigma x_i y_i-n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\Sigma(x_i-\bar{x})^2} \qquad (7.3)$$

ὅπου $\Sigma=\sum_{i=1}^{n}$. ῾Η κλίση β ὀνομάζεται σ υ ν τ ε λ ε σ τ ή ς π α λ ι ν δ ρ ό μ η σ η ς.

Η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής $\Psi = \beta_0 + \beta_1 X$ και θα προσδιορισθεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή οι παράμετροι β_1 και β_0 δίνονται από τις σχέσεις:

$$\beta_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \left(\sum x_i\right)\cdot\left(\sum y_i\right)}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

$$\beta_0 = \frac{n\sum y_i - \beta_1 \sum x_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

θέμα

ΑΒ, επίλυση ομοιόμορφης ροής

2. Υδραυλική επίλυση:

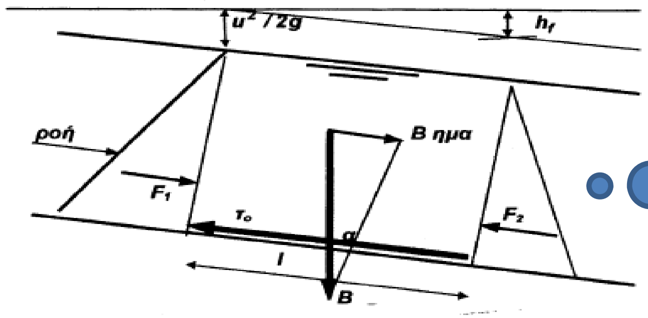
- Βάθος ομοιόμορφης ροής
- πολλαπλοί έλεγχοι για μη κρίσιμη ροή

Επίλυση ομοιόμορφης ροής

- Με βάση την κλίση $S_0 = 0.0007$.
- Ομοιόμορφη ροή: Σταθερό βάθος ροής
- Ισορροπία οριζόντιας συνιστώσας του βάρους με τη δύναμη τριβής: Manning
- Εφαρμοσμένο μάθημα: Επίλυση με πίνακες
- Έλεγχος: ροή υποκρίσιμη

θέμα

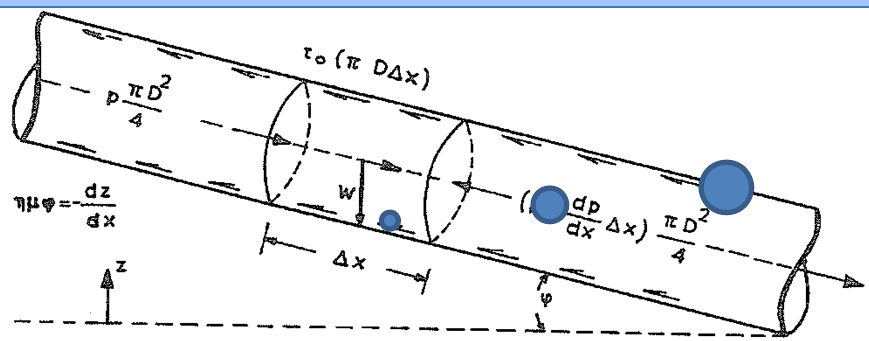
Μόνιμη Ομοιόμορφη ροή, ανοικτοί αγωγοί: Ομοιόμορφη ροή όταν το ύψος ροής παραμένει σταθερό που είναι ταυτόσημο με τη θεώρηση σταθερής ταχύτητας → β’ νόμος του Νεύτωνα → άθροισμα δυνάμεων μηδέν, ισορροπία μεταξύ της οριζόντιας συνιστώσας του βάρους με τη δύναμη αντίσταση στη ροή λόγω τριβής



Σχήμα 4.1 Όγκος ελέγχου διά την απόδειξιν της εξισώσεως της ομοιομόρφου ροής

Εφόσον το ύψος ροής παραμένει το ίδιο (κανονικό βάθος ροής) και για υδροστατική κατανομή της πίεσης, οι δυνάμεις πίεσης στον όγκο ελέγχου αλληλοεξουδετερώνονται

Μόνιμη Ομοιόμορφη ροή, κλειστοί αγωγοί: Διατήρηση της ορμής σε κυκλικό αγωγό υπό πίεση με μόνιμη ροή, σταθερή διατομή → **σταθερή ταχύτητα (άρα για σταθερή διατομή έχω ομοιόμορφη ροή)**, β’ νόμος του Νεύτωνα → άθροισμα δυνάμεων μηδέν, ισορροπία μεταξύ των δυνάμεων πιέσεως και βάρους με τη δύναμη αντίσταση λόγω τριβής (για οριζόντιο αγωγό ισορροπία μεταξύ δυνάμεων τριβής και πιέσεως



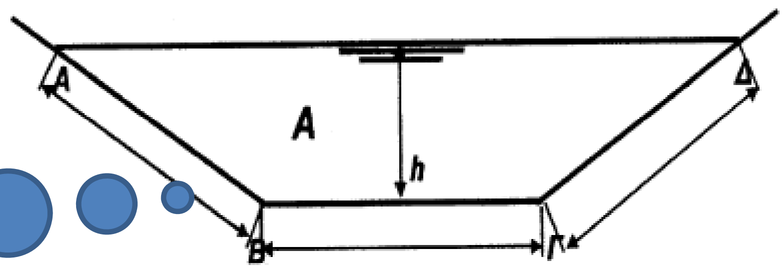
Απειροστός όγκος ελέγχου, η πίεση σταθερή σε όλο το ύψος της διατομής, διαφέρει κατά τον άξονα της ροής από θέση σε θέση

Διατμητική τάση, ανοικτή αγωγοί, ομοιόμορφη ροή

Εάν η μέση διατμητική τάσις η επενενεργούσα εις τα τοιχώματα είναι $\tau_o\,(N/m^2)$, τότε η ολική δύναμις $F_o\,(N)$ δίδεται υπό του γινομένου τ_o επί του εμβαδού της επιφανείας επί της οποίας ενεργεί, δηλαδή,

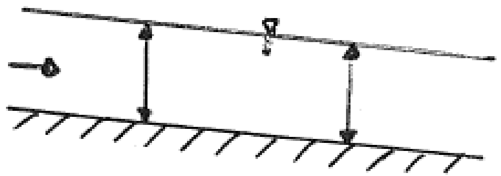
$$F_o = \tau_o P l \qquad \textbf{(4.1)}$$

Σχόλιο:
Όλη η βρεχόμενη περίμετρος συνυπολογίζεται κατά τον προσδιορισμό της δύναμης λόγο τριβών



Σχήμα 4.2 Υγρά διατομή A, βρεχομένη περίμετρος P και υδραυλική ακτίς R

Ομοιόμορφη: Ταχύτητα του νερού σταθερή,
Βάθος νερού σταθερό
από διατομή σε διατομή ⇒
Επιφάνεια νερού παράλληλη προς τον πυθμένα



Ανομοιόμορφη: Μεταβαλλόμενο βάθος από διατομή σε διατομή ⇒
Επιφάνεια νερού μη παράλληλη προς τον πυθμένα

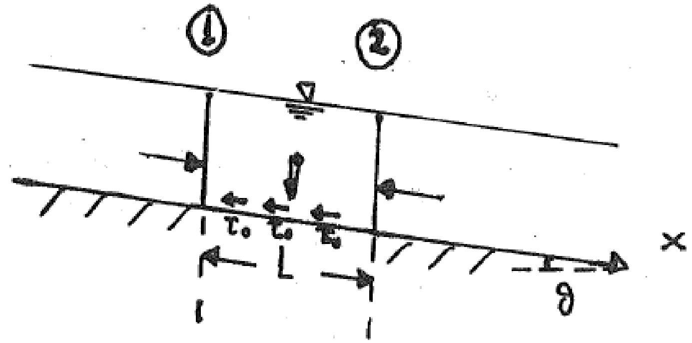
Βαθμιαία μεταβολή

Ταχεία (απότομη μεταβολή)

Ακόμη και αν η ροή είναι μόνιμη υπάρχει συνισταμένη δύναμη που προκαλεί χωρική διαφοροποίηση της ροής

Εξίσωση Manning: από ισορροπία δυνάμεων και…

Εξισώσεις για την ταχύτητα



- Ισορροπία δυνάμεων κατά τον άξονα x
- Οι υδροστατικές δυνάμεις αλληλοαναιρούνται

$$mg\sin\vartheta = \tau_0 L P \Rightarrow \tau_0 = mg\sin\vartheta \frac{1}{LP} = mg S_0 \frac{R}{LA} = \frac{m}{LA} g R S_0$$

$$\boxed{\tau_0 = \rho g R S_0} \qquad \sin\vartheta \simeq tg\vartheta = S_0$$

Εξίσωση Manning: από ισορροπία δυνάμεων και εμπειρία

23

$\tau_0 = k v^2$ (διαστατική ανάλυση και πειράματα)

$$v = \sqrt{\frac{\rho g}{k}}\sqrt{R S_0} = C\sqrt{R S_0}$$

$\boxed{v = C R^{1/2} S_0^{1/2}}$ τύπος Chézy $\quad C : [L^{1/2} T^{-1}]$

$$C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$$ Bazin $\quad m$: συνάρτηση τραχύτητας του αγωγού

$\boxed{v = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}}$ εμπειρικός τύπος Manning

n: συντελεστής τραχύτητας Manning $[L^{-1/3} T]$

Λόγω της συσσωρευμένης εμπειρίας όμως, περισσότερο δημοφιλής είναι η απλοποιημένη σχέση, η οποία αποδίδεται στον *R.* Manning και γι' αυτό ονομάζεται και τύπος του Manning:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \tag{3.9}$$

όπου: n = ο συντελεστής τραχύτητας γνωστός ως συντελεστής Manning, με διαστάσεις $(s/m^{1/3})$, ο οποίος αποτελεί έκφραση της τραχύτητας του στερεού ορίου και συνδέεται με το συντελεστή f των Darcy - Weisbach με τη σχέση:

$$f = (8gn^2)/R^{1/3} \tag{3.10}$$

Οι τιμές του συντελεστή n λαμβάνονται από πίνακες που έχουν δημοσιευθεί σε πληθώρα βιβλίων. Ο Πίνακας 3.2 παρουσιάζει τις τιμές του συντελεστή n για μια σειρά υλικά από τα οποία αποτελείται ο ανοικτός αγωγός. Σημειώνεται ότι επειδή ο συντελεστής n δεν είναι αδιάστατος αριθμός, κατά τη χρήση του τύπου Manning η ταχύτητα πρέπει να εκφράζεται σε m/s, η υδραυλική ακτίνα σε m και η παροχή σε m^3/s.

Το γεγονός ότι εδώ η ροή πραγματοποιείται με ελεύθερη επιφάνεια έχει ως αποτέλεσμα η υγρή διατομή, A, να εξαρτάται εκτός από τη γεωμετρία της διατομής και από τη θέση της ελεύθερης επιφάνειας, δηλαδή σε σχέση με τη ροή σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση υπάρχει ένα επιπλέον άγνωστο μέγεθος που πρέπει να υπολογιστεί.

Ο υπολογισμός του ομοιόμορφου βάθους, y_0, γίνεται με χρήση της εξίσωσης Manning και της εξίσωσης συνέχειας, άρα:

$$Q = (1/n) A R^{2/3} S_0^{1/2} \tag{3.11}$$

Αν είναι γνωστά: η παροχή $Q\,(m^3/s)$, η γεωμετρία του αγωγού, ο συντελεστής n και η κατά μήκος κλίση S_0, τότε:

$$AR^{2/3} = (nQ)/S_0^{1/2} = \text{γνωστό} \tag{3.12}$$

Τραπεζοειδής διατομή

- Για τραπεζοειδή διατομή:

$A = y(b + my) \qquad P = b + 2y\sqrt{1+m^2} \qquad R = A/P$

y: βάθος ροής

b: πλάτος πυθμένα

m: κλίση πρανών

- Η συνάρτηση αγωγιμότητας f_n είναι συνάρτηση των y, b και m, καθόσον $f_n = AR^{2/3}$

- Αδιαστατοποίηση με το πλάτος πυθμένα b_o

- Αντί των τριών μεταβλητών b, y και m, έχουμε δύο, τις $\bar{y} = y/b_o$ και m

Επίλυση με πίνακες τραπεζοειδής διατομή (1)

- Αδιάστατη συνάρτηση αγωγιμότητας $\bar{f}_n(\bar{y})$

$$\bar{f}_n(\bar{y}) = \bar{A}\bar{R}^{2/3} = \frac{A}{b_o^2}\frac{R^{2/3}}{b_o^{2/3}} = \frac{f_n}{b_o^{8/3}}$$

Συνάρτηση μόνο των γεωμετρικών στοιχείων

$$\boxed{\bar{f}_n = \frac{f_n}{b_o^{8/3}}}$$

$$Q = \frac{A}{n}R^{2/3}S_o^{1/2} = AR^{2/3}\frac{S_o^{1/2}}{n} = f_n\frac{\sqrt{S_o}}{n} = b_o^{8/3}\bar{f}_n\frac{\sqrt{S_o}}{n}$$

$$\boxed{Q = b_o^{8/3}\bar{f}_n\frac{\sqrt{S_o}}{n}} \rightarrow \bar{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} b_0^{8/3}}$$

Επίλυση με πίνακες τραπεζοειδής διατομή (2)

$$\overline{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} b_0^{8/3}}$$

- Επίλυση με πίνακες, βάθος ομοιόμορφης ροής, δοκιμή για διάφορα πλάτη

θέμα

Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος $A - B$

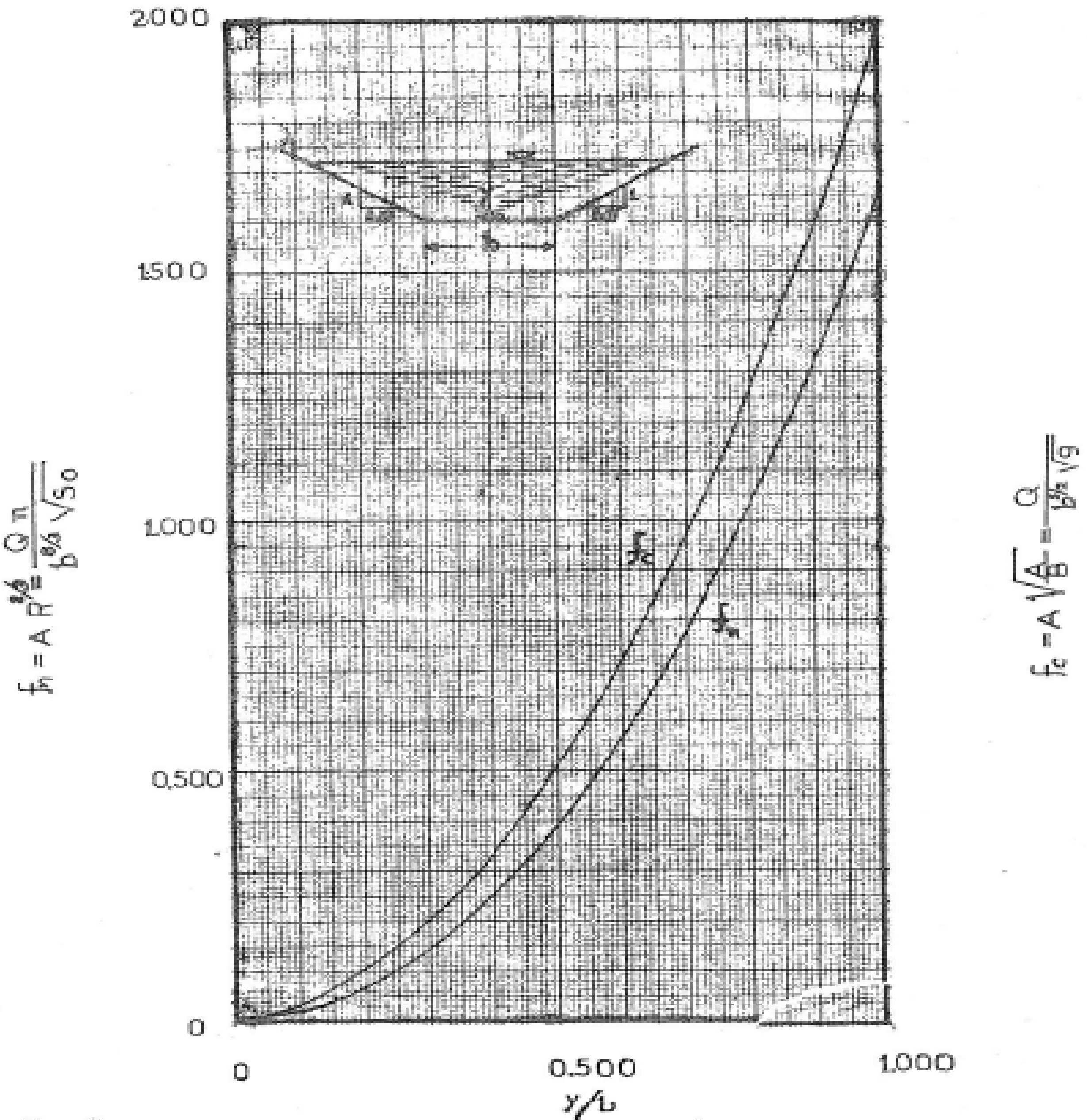
b [m]	$\bar{f}_n$	$\bar{y}_n$	y_n [m]	A [m^2]	B [m]	P [m]	V [m/s]	b/ y_n
2.0	2.5417	1.2154	2.431	13.725	9.29	10.76	2.222	0.823
2.5	1.4019	0.9229	2.307	13.753	9.42	10.82	2.218	1.084
3.0	0.8621	0.7312	2.194	13.799	9.58	10.91	2.210	1.368
3.5	0.5715	0.5970	2.090	13.862	9.77	11.03	2.200	1.675
4.0	0.4003	0.4985	1.994	13.940	9.98	11.19	2.188	2.006
4.5	0.2924	0.4236	1.906	14.028	10.22	11.37	2.174	2.361
5.0	0.2208	0.3652	1.826	14.131	10.48	11.58	2.158	2.738
5.5	0.1712	0.3187	1.753	14.249	10.76	11.82	2.140	3.138
6.0	0.1358	0.2809	1.685	14.373	11.06	12.08	2.122	3,560

Επειδή η παροχή είναι σχετικά μεγάλη (βλ. § 3.2.2), $b/ y_n > 3$, άρα:

$$b = 5.5 \text{ m} \quad \text{και} \quad y_n = 1.75 \text{ m}$$

θέμα

Διάγραμμα



Σχ. 8. Συναρτήσεις αγωγιμότητας καί κρίσιμης ροής τραπεζοειδούς διατομής m = 1.5:1

Εναλλακτικά, προσεγγιστικές σχέσεις από διεθνή βιβλιογραφία

6.8.2 Τραπεζοειδής Διατομή

(α) Η σχέση αυτή έχει προταθεί από τους Swamee και Rathie (2004).

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση Manning με $A = h_n(B + zh_n)$ και $P = B + 2h_n\sqrt{1+z^2}$ προέκυψε η σχέση

$$\frac{z^{5/3}Qn}{B^{8/3}\sqrt{S}} = \frac{\left[z\beta_n(1+z\beta_n)\right]^{5/3}}{\left(1+2\beta_n\sqrt{1+z^2}\right)^{2/3}},$$

όπου β_n το αδιάστατο ομοιόμορφο βάθος.

Στη συνέχεια, ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία όπως και για την σχέση (6.40) κατέληξαν στην παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned}\frac{B}{h_n} = {} & \frac{0.84090z^{5/4}}{(1+z^2)^{1/8}P_b^{3/8}} - \frac{0.08839z^{3/2}\left(z-5\sqrt{1+z^2}\right)}{(1+z^2)^{3/4}P_b^{3/4}} + \\ & + \frac{0.00465z^{7/4}\left(35+42z^2-30z\sqrt{1+z^2}\right)}{(1+z^2)^{11/8}P_b^{9/8}} + \\ & + \frac{0.00781z^{1/2}\left[5+20z^2+15z^4-z(15+17z^2)\sqrt{1+z^2}\right]}{(1+z^2)^{5/2}P_b^{3/2}} + \ldots\end{aligned} \qquad (6.43)$$

όπου: $P_b = \dfrac{z^{5/3}Qn}{B^{8/3}\sqrt{S}}$.

Έλεγχος κρίσιμης ροής

- Επιθυμώ ροή υποκρίσιμη
  - Έλεγχος με μειωμένο *n*
  - Έλεγχος κρίσιμης κλίσης

θέμα

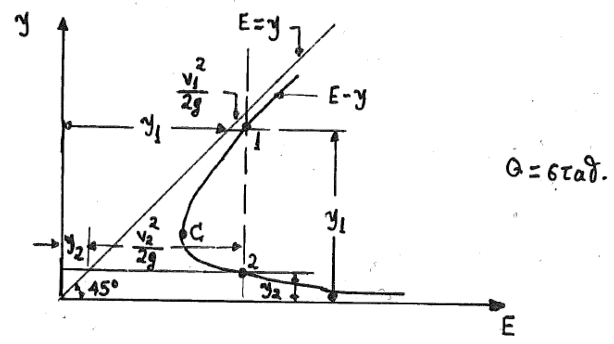
Κρίσιμη ροή

Ορίζεται για την ελάχιστη ειδική ενέργεια

<u>Ειδική ενέργεια</u>

- Ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, σε μια διατομή, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού ($z=0$)

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$



Για $y \to 0$, $E \to \infty$, για $y \to \infty$, $E \to y \to \infty$

$E \to min$, για $y = y_c$ (κρίσιμο βάθος)

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c}$$

- συζυγή βάθη ροής
- υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = Fr^2 \Rightarrow \text{αριθμός Froude } (Fr)$$

$Fr < 1 \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

$Fr > 1 \Rightarrow$ υπερκρίσιμη ροή

$Fr = 1 \Rightarrow$ κρίσιμη ροή

Έλεγχος κρίσιμης ροής με βάση τον αριθμό Fr ή το κρίσιμο βάθος

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \Rightarrow Q^2 = \frac{g A^3}{B} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{g A^3}{B}} \Rightarrow Q = \sqrt{g}\, A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$\boxed{f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}} \ : \text{συνάρτηση κρίσιμης ροής}}$$

- Αδιάστατη συνάρτηση κρίσιμης ροής $\bar{f}_c$

- Συνάρτηση κρίσιμης ροής: $f_c = A\sqrt{A/B}$

$$\bar{f}_c = \frac{A}{b_0^2}\,\frac{\sqrt{A/B}}{b_0^{1/2}} = \frac{f_c}{b_0^{5/2}}$$

$$\boxed{\bar{f}_c = \frac{f_c}{b_0^{5/2}}}$$

$$Q = A\sqrt{g\frac{A}{B}} = f_c\sqrt{g} = b_0^{5/2}\bar{f}_c\sqrt{g}$$

$$\boxed{Q = b_0^{5/2}\bar{f}_c\sqrt{g}} \rightarrow f_c = \frac{Q}{\sqrt{g}\cdot b_0^{5/2}}$$

Εξαρτάται μόνο από την παροχή

Έλεγχος κρίσιμης ροής

$$f_c = \frac{Q}{\sqrt{g} \cdot b_0^{5/2}}$$

- Επίλυση με πίνακες προσδιορισμός κρίσιμου βάθους
- Έλεγχος: θα πρέπει $y_n > y_c$ (ροή υποκρίσιμη)

Για δεδομένη παροχή και γεωμετρικά στοιχεία διατομής αντιστοιχεί ένα κρίσιμο βάθος

θέμα

Ξανά («εικονικός» έλεγχος κρίσιμης ροής υπέρ της ασφάλειας)

- U.S. Bureau of Reclamation: Πρέπει $y_c < y_n'$, όπου y_n' το βάθος ομοιόμορφης ροής που προκύπτει για συντελεστή Manning $n' = n - 0.003$ (για μεγαλύτερη ασφάλεια)

Υπόθεση υπερ της ασφάλειας (εικονικό)

$n' = 0.014 - 0.003 = 0.011$

$$\bar{f}_n(\bar{y}_n') = \frac{n'Q}{b^{8/3} S_o^{1/2}} = 0.1345$$

Από τον Πίνακα Π3.1 $\Rightarrow \bar{y}_n' = 0.279$

$y_n' = \bar{y}_n' \times b = 0.279 \times 5.5 = 1.535$ m

$y_c < y_n' \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

θέμα

Επιπλέον έλεγχος, κρίσιμης κλίσης

α4. Προσδιορισμός παροχής για την οποία $S_0 = S_c = 0.0007$

$$\bar{f}_t = \frac{n^2 g}{S_c b^{1/3}}, \quad \text{για } S_c = 0.0007 \Rightarrow \bar{f}_t(\bar{y}_t) = 1.5561$$

- Επειδή η τιμή $\bar{f}_t = 1.5561$ είναι μεγαλύτερη της μέγιστης τιμής των πινάκων, το $\bar{y}_t$ θα υπολογιστεί προσεγγιστικά:

Η κρίσιμη κλίση εξαρτάται από την παροχή, τη διατομή αλλά και το συντελεστή Manning

θέμα

ΑΒ, επίλυση ομοιόμορφης ροής
3. Γεωμετρικά στοιχεία διατομής και τελικά υψόμετρα εδάφους με βάση τα χωματουργικά *(δεν πειράζω την κλίση)*

ΆΛΛΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΆ ΣΤΟΙΧΕΊΑ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

- Από το Σχήμα 3.3, για $Q = 30.5\ m^3/s \Rightarrow$

  ε (περιθώριο επένδυσης) = 49 cm

  α (περιθώριο τοιχώματος) = 61 cm

  $f = \alpha + \varepsilon = 61 + 49 = 110\ cm = 1.10\ m$ (Σχήμα Π1.2)

- Από τον Πίνακα 3.2, για $15 < Q < 40\ m^3/s \Rightarrow$

  δ (πάχος επένδυσης) = 0.08 m (Σχήμα Π1.2)

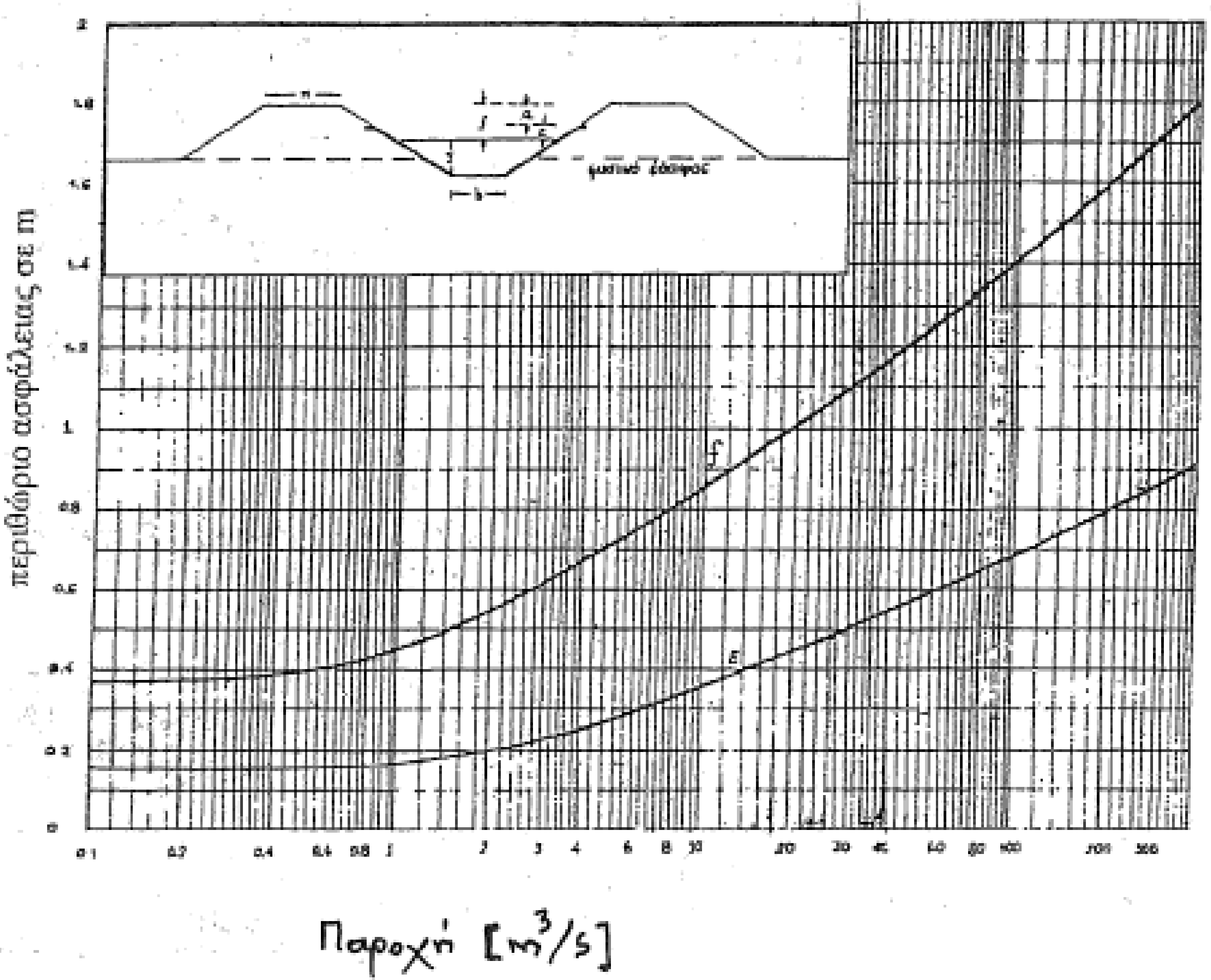
θέμα

Πίνακας 3.2

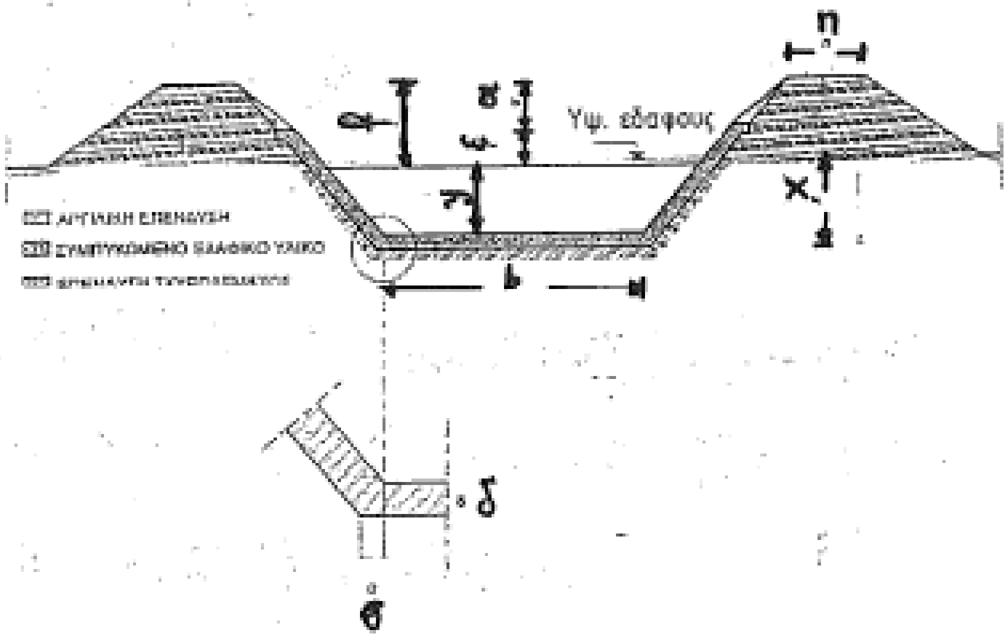
Πάχος επενδύσεως και πλάτος στέψης αναχωμάτων σε αρδευτικές διώρυγες

ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ				ΑΝΑΧΩΜΑΤΑ ΔΙΩΡΥΓΑΣ	
Απλό σκυρόδεμα		Οπλισμένο σκυρόδεμα			
Παροχή [m³/s]	πάχος επένδυσης [cm]	Παροχή [m³/s]	πάχος επένδυσης [cm]	Παροχή [m³/s]	πλάτος στέψης αναχώματος [cm]
<5	5	<50	10	≤200	50
5 -15	7	50 - 120	12	200-650	70
15 – 40	8		-	650 - 1150	80
40 - 100	9			1150-1650	90
				1650-2150	100
				2150-2800	120
				>2800	180-240

θέμα



θέμα



Σχήμα Π1.2. Τυπική διατομή της αρδευτικής διώρυγας

- Πλάτος εκσκαφής: $b_c = b + 2\sigma$ (Σχήμα Π1.2)

$$\sigma = \frac{\delta}{m + \sqrt{1+m^2}}$$

$\sigma = 2.42 \text{ cm} = 0.0242 \text{ m}$

$b_c = 5.5 + (2 \times 0.0242) = 5.548 \text{ m}$

θέμα

Επιφάνειες εκσκαφής και επίχωσης

- X: βάθος εκσκαφής

  Y: απόσταση μεταξύ πυθμένα εκσκαφής και στέψης αναχωμάτων

  $Y = \delta + y_n + f$

  h (ύψος αναχωμάτων) $= Y - X = (\delta + y_n + f) - X$

- E_k (εμβαδόν εκσκαφής) $= (b_c + mX)\,X$

- E_n (εμβαδόν επίχωσης) $= 2\,[n + m(Y-X)]\,(Y-X)$

  n: πλάτος στέψης αναχώματος (Σχήμα Π1.2)

Θέμα

Εκφώνηση

- <u>Ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων:</u> $E_K = E_\Pi$

$$b_c X + m X^2 - 2[n + mY - mX](Y - X) = 0$$

$$mX^2 - (b_c + 4mY + 2n)X + 2Y(n + mY) = 0$$

$$\boxed{AX^2 - BX + \Gamma = 0}$$

$A = m = 1.5$

$B = b_c + 4mY + 2n = 5.548 + (4 \times 1.5 \times 2.93) + (2 \times 3.0) = 29.128$

$\Gamma = 2Y(n + mY) = 2 \times 2.93 \times [3.0 + (1.5 \times 2.93)] = 43.3347$

$Y = \delta + y_n + f = 0.08 + 1.75 + 1.10 = 2.93$ m

$X_1 = 17.7952$ m $\qquad X_2 = 1.6235$ m

Το X_1 απορρίπτεται

X_2: <u>μέσο βάθος εκσκαφής</u>

θέμα

Πρώτη διόρθωση

- Εξίσωση του πυθμένα εκσκαφής: Προκύπτει αν από την εξίσωση της μέσης ευθείας του εδάφους αφαιρεθεί η ποσότητα $X = 1.6235$ m.

  Εξίσωση μέσης ευθείας εδάφους:

  $y = 21.3545 - 0.0007\,x$

$y = 19.731 - 0.0007\,x$

21.3545-1.6235=19.731
Αν το φυσικό έδαφος είχε την κλίση της παλινδρόμησης θα είχαμε τελειώσει

Αυτό όμως δεν ισχύει. Κάνω ισοζύγιο χωματουργικών και προχωρώ στην επομένη διόρθωση

θέμα

Πίνακας Π1.4

Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή

Διατομή	1	2	3	4	5	6
Απόσταση (m)	0	200	500	700	1000	1150
Υψόμ. Φυσ. Εδάφ.	21.000	21.600	21.200	20.600	20.800	20,400
Υψόμ.Πυθμ. εκσκ.	19.731	19.591	19.381	19.241	19.031	18.926
Βάθος εκσκαφής	1.269	2.009	1.819	1.359	1.769	1.474

0	200	500	700	1000
19.731	19.591	19.381	19.241	19.031

$y = 19.731 - 0.0007\,x$

θέμα

Πίνακας Π1.5

Προμέτρηση χωματουργικών για μέσο βάθος εκσκαφής X = 1.6235 m

ΔΙΑΤΟΜΗ		ΕΚΣΚΑΦΕΣ		ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ		Αλγεβρικό άθροισμα
α/α	Χ.Θ	Βάθος εκσκαφής X	Όγκος V	Ύψος επιχωμ.Y	Όγκος V	
1	0+000	1.27		1.66		0
			2666		2631	
2	0+200	2.01		0.92		34
			4838		2766	
3	0+500	1.82		1.11		2107
			2537		2720	
4	0+700	1.36		1.57		1923
			3723		4176	
5	1+000	1.77		1.16		1470
			1946		1958	
6	1+150	1.47		1.46		1458
ΑΘΡΟΙΣΜΑ			15709		14251	

Σε σχέση με τον «εικονικό» πυθμένα της παλινδρόμησης

Αν υπολογισθεί αναλυτικά ο όγκος εκσκαφών και επιχώσεων για τα παραπάνω βάθη εκσκαφής (Πίνακας Π1.5), προκύπτει περίσσευμα εκσκαφών ίσο με 1.458 m^3.

θέμα

- Παρακάτω θα υπολογιστεί πόσο μειώνεται η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχωμάτων για μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm.

$$E_k = (b_c + mX)X \qquad \text{(αποδείχτηκε)}$$

$$\frac{dE_k}{dX} = b_c + 2mX \Rightarrow \Delta E_k = (b_c + 2mX)\,\Delta X$$

$$\Delta E_k = [5.548 + (2 \times 1.5 \times 1.6235)]\,\Delta X = 10.4\,\Delta X$$

Άρα για βάθος εκσκαφής 1.6235 μπορώ να δεχθώ μία μικρή διόρθωση, η εξίσωση ισχύει για τιμές του ΔΧ, μικρές ώστε να είμαστε στη γειτονιά του 1.6235 (βλπ. Θεώρημα Taylor)

θέμα

Για $\Delta X = 1\,cm = 0.01\,m \Rightarrow \Delta E_K = 0.104\ m^2$

ΔV_K (μείωση όγκου εκσκαφών) $= 0.104 \times 1150 \simeq 120\ m^3$

(1150 m : μήκος τμήματος ΑΒ)

ΔV_Π (μείωση όγκου επιχωμάτων) $= 120\ m^3$

- Τελικά, για μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm, η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχώσεων μειώνεται κατά $240\ m^3$ (120 + 120).

- Εάν μειωθούν τα βάθη εκσκαφής όλων των διατομών κατά 7 cm, επιτυγχάνεται καλύτερο ισοζύγιο μεταξύ εκσκαφών και επιχωμάτων (Πίνακας Π1.6). Υπάρχει περίσσευμα επιχωμάτων ίσο προς $350\ m^3$.

Μειώνω παντού το βάθος εκσκαφής, +0.07η κλίση πρέπει να παραμείνει η ίδια αλλιώς πρέπει να κάνω νέα υδραυλική επίλυση

Θα μπορούσα να συνεχίσω το αποτέλεσμα όμως είναι ικανοποιητικό

θέμα

Τελικά

X	0	200	500	700	1000	1150
ΠΑΛ-ΕΚΣΚΑΦΗ	19.801	19.661	19.451	19.311	19.101	18.996
ΦΥΣΙΚΟ ΕΔΑΦΟΣ	21	21.6	21.2	20.6	20.8	20.4
ΒΑΘΟΣ ΕΚΣΚΑΦΗΣ	1.20	1.94	1.75	1.29	1.70	1.40

	AB					
X	0	200	500	700	1000	1150
ΠΑΛ-ΕΚΣΚΑΦΗ	19.801	19.661	19.451	19.311	19.101	18.996
ΦΥΣΙΚΟ ΕΔΑΦΟΣ	21	21.6	21.2	20.6	20.8	20.4
ΒΑΘΟΣ ΕΚΣΚΑΦΗΣ	1.20	1.94	1.75	1.29	1.70	1.40

Εκσκαφή: 1.6235 – 0.07 = 1.5535

θέμα

Έλεγχος στάθμης του νερού κατάντη (Δ) σε σχέση με το φυσικό έδαφος

α5. Καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της διώρυγας

- Όπως για το τμήμα ΑΒ
- Επιπλέον, πρέπει να ικανοποιείται η εξής προϋπόθεση (δεδομένο του παραδείγματος):

Η ελάχιστη στάθμη νερού στο σημείο Δ πρέπει να είναι +50 cm από την επιφάνεια του εδάφους, ήτοι:

$H_{\Delta\, min}$ = υψόμετρο εδάφους + 0.50 m = 17.40 + 0.50 = 17.90 m

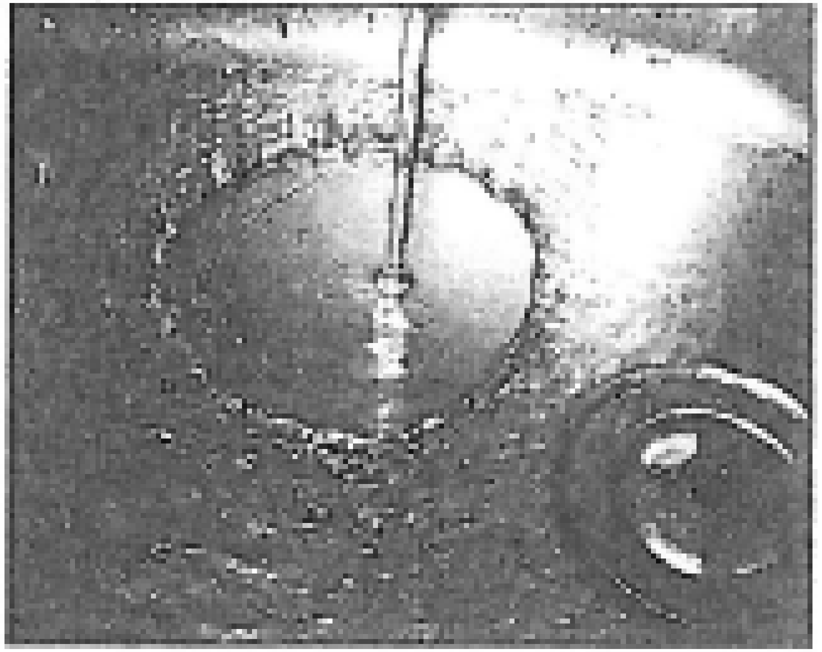
Ελέγχω τη στάθμη του ύδατος

θέμα

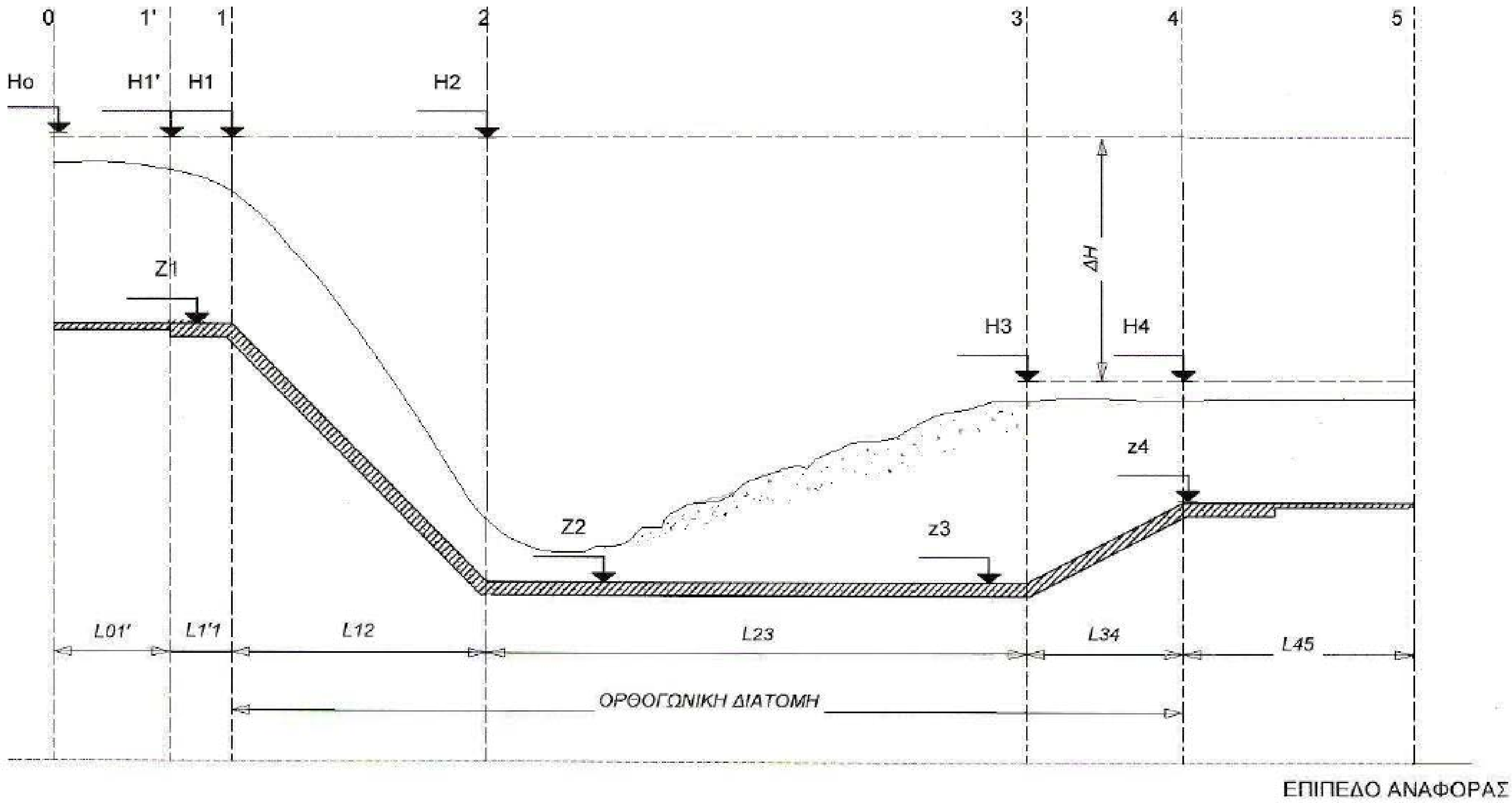
Υδραυλικό άλμα μεταξύ ΓΔ (ορθογωνική διατομή)

Υδραυλικό άλμα

- Ορθογωνική διατομή
- Καταστροφή ενέργειας και συνακόλουθη λεκάνη καταστροφής
- Άλμα από υπερκρίσιμη ροή (μεγάλη κλίση) σε υποκρίσιμη
- Μεθοδολογικά πρώτα υδραυλική επίλυση και μετά ακριβής προσδιορισμός υψομέτρων εδάφους (προσοχή όμως στις παραδοχές)



Υδραυλικό άλμα!



0
1'
1
2
3
4
5
Ho
H1'
H1
H2
ΔH
H3
H4
Z1
Z2
z3
z4
L01'
L1'1
L12
L23
L34
L45
ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ
ΕΠΙΠΕΔΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

θέμα

Υπολογισμός υδραυλικού άλματος (Σχήμα Π1.4)

- Το υδραυλικό άλμα λαμβάνει χώρα σε ορθογωνική διατομή
  Από διατομή 1 μέχρι διατομή 4: ορθογωνική κατασκευή.

- Από διατομή 0 έως διατομή 1 } μεταβατικά τμήματα με αναλογία
  " " 4 " " 5 } προσαρμογής 1:5 (για τη μετάβαση από την τραπεζοειδή διατομή της διώρυγας στην ορθογωνική διατομή του αναβαθμού)

Υπολογισμός του πλάτους της λεκάνης ηρεμίας (b)

- Εμπειρικός τύπος: $b = \frac{1}{5} Q = \frac{1}{5} \times 30.5 = 6.1 \ m$
- Προτείνεται αυξημένο πλάτος $b = 7 \ m$
- Παροχή ανά μονάδα πλάτους: $q = \frac{Q}{b} = \frac{30.5}{7} = 4.36 \ \frac{m^3}{s \cdot m}$

θέμα

Πριν το υδραυλικό άλμα

Προσέγγιση: Στο σημείο (Ο) βάθος ομοιόμορφης ροής η ενέργεια κατά προσέγγιση θεωρείται σταθερή μέχρι το υδραυλικό άλμα

Υπολογισμός στοιχείων του υδραυλικού άλματος

- Ύψος ολικής ενέργειας στη θέση Ο:

$$H_o = z_o + y_n + \frac{V_{AB}^2}{2g} = (20.40 - 1.40) + 1.75 + \frac{3.17^2}{2 \cdot 9.81} = 21.26\ m$$

20.40 m : υψόμετρο φυσικού εδάφους

1.40 m : βάθος εκσκαφής

Βάθος ομοιόμορφης ροής

θέμα

Αν θέλεις πρόσθεσε +δ

Μετά το υδραυλικό άλμα

Προσέγγιση: Σημείο (4) ομοιόμορφη ροή με ενέργεια ίση με την ενέργεια αμέσως μετά το άλμα.

- Ύψος ολικής ενέργειας στη θέση 4:

$$H_4 = z_4 + y_n + \frac{V_{ΓΔ}^2}{2g} = (17.50 - 1.79) + 2.31 + \frac{1.89^2}{2 \times 9.81} = 18.20\,m$$

- Παραδοχή: $H_0 \simeq H_1 \simeq H_2$ και $H_3 \cong H_4$

- Ύψος απωλειών ενέργειας μεταξύ των διατομών 2 και 3:

$$\Delta H = 21.26 - 18.20 = 3.06\ m$$

Βάθος ομοιόμορφης ροής ΓΔ

θέμα

Αν θέλεις πρόσθεσε +δ

Κρίσιμη ροή σε ορθογωνική διατομή + επίλυση

- Βάθος νερού στη διατομή 1 (κρίσιμο βάθος)

$$y_1 = y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.36^2}{9.81}} = 1.25\ m$$

- Βάθη ροής ανάντη και κατάντη του υδραυλικού άλματος (y_2, y_3)
  - Χρήση Πίνακα Π3.2
  - $n = \frac{\Delta H}{y_c} = \frac{3.06}{1.25} = 2.45$
  - $\frac{y_2}{y_c} = 0.333 \Rightarrow y_2 = 0.333 \times 1.25 = 0.42\ m$
  - $\frac{y_3}{y_2} = 6.87 \Rightarrow y_3 = 6.87 \times 0.42 = 2.88\ m$

θέμα

Τελευταίος κρίσιμος υδραυλικός υπολογισμός για υδραυλικό άλμα

H3 = H4

- Υπολογισμός υψομέτρου του πυθμένα της λεκάνης ηρεμίας (z_2, z_3)

$$H_3 = z_3 + y_3 + \frac{V_3^2}{2g} \Rightarrow z_3 = H_3 - y_3 - \frac{V_3^2}{2g}$$

$H_3 = 18.20\ m$ $\quad y_3 = 2.88\ m$ $\quad \frac{V_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,b^2 y_3^2} = \frac{30.5^2}{2\times 9.81\times 7.0^2\times 2.88^2} = 0.12\ m$

$z_3 = 18.20 - 2.88 - 0.12 = 15.2\ m$ $\quad z_2 = z_3 = 15.2\ m$

θέμα

Υδραυλικό άλμα, ορθογωνική διατομή επίπεδος πυθμένας

- Υπερκρίσιμη σε Υποκρίιμη
- Καταστροφή ενέργειας
- Διατήρηση της μάζας
- Θεώρημα ορμής: διατήρηση της ειδικής δύναμης

Διατήρηση Ειδικής δύναμης αλλά όχι ειδικής ενέργειας

Υδραυλικό άλμα

- Για ορθογωνική διατομή:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \qquad M = \frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2}$$

E: ειδική ενέργεια [m]

M: ειδική δύναμη ανά μονάδα πλάτους [m^2]

- Για τα συζυγή βάθη ροής y_2, y_3 ισχύει:

$$\boxed{y_3 = \frac{y_2}{2}\left(-1+\sqrt{1+8Fr_2^2}\right)}$$