

# Συστήματα άρδευσης

- Συνεχούς ροής
- Εκ περιτροπής
- Με ελεύθερη ζήτηση (σημερινή παρουσία)
- Μείξη (π.χ. περιορισμένη ζήτηση, ελεύθερη ζήτηση αλλά ορισμένες ημέρες της εβδομάδας)

- **Συνεχούς ροής (χρησιμοποιήθηκε στα συλλογικά επιφανειακά δίκτυα βλπ. ειδική παροχή κτλ...)**
- **Εκ περιτροπής (τελευταία μαθήματα)**
- **Με ελεύθερη ζήτηση (χρησιμοποιήθηκε στα συλλογικά δίκτυα καταιονισμού βλπ. Εξίσωση Clement, παροχή υδροστομίου κτλ...)**

# Μείξη

Π.χ.

- συνεχής διανομή της κύριας προς στις πρωτεύουσες,
- Εκ περιτροπής από δευτερεύουσες σε τριτεύουσες

# Συλλογικά δίκτυα με ελεύθερη ζήτηση:

**1ος τύπος του Clement  
(για παραπάνω από 10  
υδροστόμια- διαστασιολόγηση σε  
συλλογικά καταιονισμού (αγωγοί  
υπό πίεση) )**

Επιμέλεια: Δρ Μ. Σπηλιώτης

Κείμενα –σχήματα Τσακίρης 2008 και  
Τσακίρη, 1986

## 2 ακραίες προσεγγίσεις

- Όλα τα υδροστόμια λειτουργούν ταυτόχρονα (λάθος για περισσότερα από 10 υδροστόμια)
  - Η εξίσωση της συνέχειας δεν ισχύει!!! (στην πραγματικότητα δεν έχουμε μόνιμη ροή, δε συμπίπτουν όλοι οι καλλιεργητές μαζί)
- Προσέγγιση μέσου όρου (ποτέ, σε θέματα. παροχής), για λόγο μεγαλύτερες παροχές του μέσου όρου το δίκτυο θα έχει προβλήματα
- **Πιθανοτική προσέγγιση, επιλογή κατάλληλου ρίσκου**

# Ελεύθερη ζήτηση

*Ελεύθερη ζήτηση*  
Το σύστημα διανομής του αρδευτικού νερού με ελεύθερη ζήτηση μελετήθηκε και εφαρμόστηκε στα κλειστά δίκτυα υπό πίεση όπως είναι τα συλλογικά δίκτυα καταλιονισμού. Αντίστοιχο σύστημα εφαρμόστηκε και στα δίκτυα υδρεύσεως.

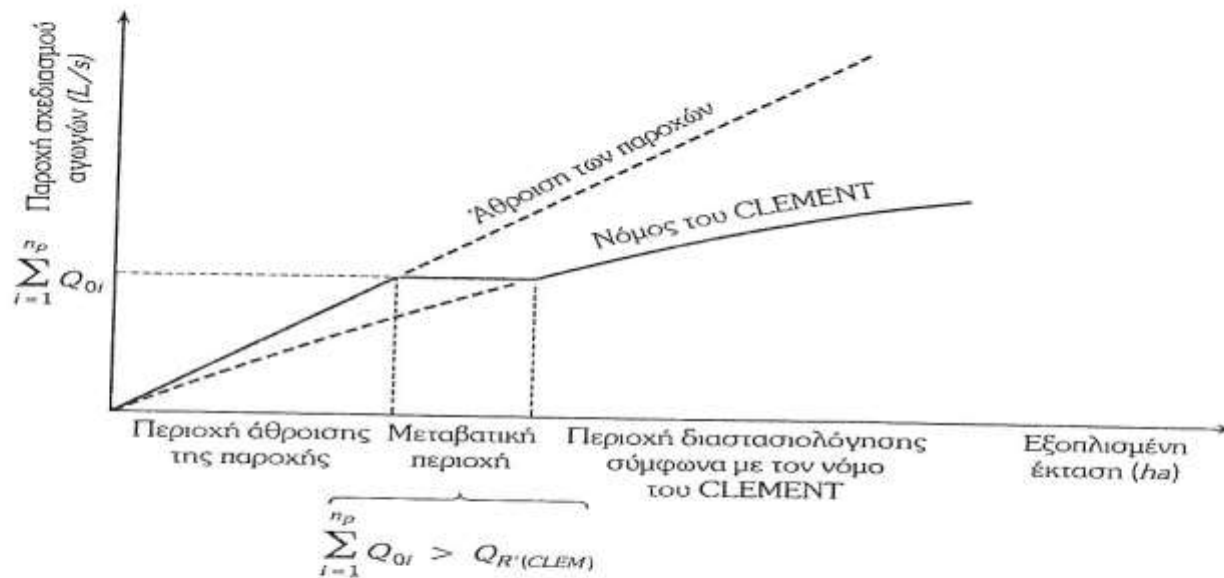
Επειδή η ζήτηση είναι ελεύθερη για τον υπολογισμό της παροχής σχεδιασμού υπάρχει μια επιπλέον δυσκολία που οφείλεται στην "τυχαίοτητα" λειτουργίας των υδροστομίων.

Έτσι, προχωρώντας από κατάντη σε ανάντη, για τον προσδιορισμό της παροχής σχεδιασμού, μετά το δέκατο υδροστόμιο, θεωρούμε ότι όλα τα υδροστόμια δε λειτουργούν ταυτόχρονα επομένως δεν αθροίζονται οι παροχές

# Ελεύθερη ζήτηση

Εφαρμογή του νόμου του Clément στα άκρα των δικτύων

Όταν ο αριθμός των κατάντη υδροστομιών είναι πολύ μικρός, ο τύπος του Clément δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Αυτό συμβαίνει επειδή, για να επιτευχθεί ο νόμος της ελεύθερης ζήτησης, έγινε η προσέγγιση του διωνυμικού νόμου από τον κανονικό.



**Σχ. 8.45:** Παροχή σχεδιασμού των αγωγών σε σχέση με την εξοπλισμένη έκταση του δικτύου (δίκτυο με ελεύθερη ζήτηση).

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό στα άκρα των δικτύων, η συνήθης πρακτική είναι η άθροιση της παροχής  $Q_{0i}$  ενός αριθμού  $n_p$  ακραίων υδροστομιών  $\sum_{i=1}^{n_p} Q_{0i}$  ( $n_p$  λαμβάνει τιμές από 6 έως 12 ανάλογα με το μελετητή) και η χρησιμοποίηση της  $\sum_{i=1}^{n_p} Q_{0i}$  ως παροχής μελέτης για τη δια-

Ειδική παροχή άρδευσης



#### 4.4 ΕΙΔΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ ΑΡΔΕΥΣΕΩΣ

Οι ανάγκες σε αρδευτικό νερό εκφράζονται συνήθως σε ισοδύναμο ύψος υδάτινου στρώματος ανά ημέρα ή σε όγκο νερού ανά μονάδα εκτάσεως και ανά ημέρα. Αν οι ανάγκες σε αρδευτικό νερό της μονάδας εκτάσεως κατά την περίοδο αιχμής εκφραστούν σε συνεχή παροχή οδηγούμαστε στην έννοια της ειδικής παροχής αρδεύσεως (Hydromodule ή water duty ή water modulus ή specific discharge).

(για Clement) χρονοστίλ  
 επιφανειακή  
 αρδεύσει  
 (από) (ύδα)

Η ειδική παροχή αρδεύσεως του δικτύου ορίζεται σαν τη συνεχή παροχή σε lt/sec. στρέμμα ( ή lt/sec. Ha) της υπό άρδευση εκτάσεως στο σημείο εκτροπής ή γενικότερα στην αρχή του αρδευτικού δικτύου.

Υπάρχουν δύο τρόποι υπολογισμού της ειδικής παροχής του δικτύου ο εμπειρικός και ο συνθετικός:

Η ειδική παροχή του δικτύου χρησιμοποιείται συνήθως για τον έλεγχο της επάρκειας μιας δεδομένης διαθέσιμης παροχής ή για τον καθορισμό του μεγέθους της εκτάσεως που μπορεί να αρδευθεί από τη διαθέσιμη παροχή. Πιο χρήσιμη για τη διαστασιολόγηση του δικτύου είναι η ειδική παροχή στο αγροτεμάχιο.

Η ειδική παροχή στο αγροτεμάχιο υπολογίζεται:

$$q_o = \frac{IR_n}{3.6 t_d E_a} = \frac{IR}{3.6 t_d} \quad \left( \begin{array}{l} \text{Πίσω παροχή από} \\ \text{στρέμμα} \end{array} \right) \quad (4.26)$$

όπου  $IR_n$  καθαρό ύψος αναγκών σε αρδευτικό νερό σε mm/ημέρα κατά το μήνα αιχμής

$IR$  ύψος αναγκών σε αρδευτικό νερό σε mm/ημέρα κατά το μήνα αιχμής

$E_a$  συντελεστής αποδόσεως κατά την εφαρμογή

Αν δίν αναφέρεται ο αριθμός των ηρών  $t_d = 24$  hr.  
Ευρήθω, για τη ελλ. δαδομένα δέταρ, με ένα συντελεστή  
ηροσάφης  $1.10 - 1.20$

$$q = C q_{10} = (1.1 - 1.20) \cdot q_{10}.$$

Για δίκτυα καταιονισμού, τυπική τιμή 16 h ανά ημέρα

ΠΟΣΑ ΥΔΡΟΣΤΟΜΙΑ ΘΑ ΕΙΝΑΙ  
ΑΝΟΙΚΤΑ? ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

Επιταγμένη Συνδυαστική (Θεωρητική) Θέμα

Σο-τω α, β, γ. 3 στοιχεία.

Σύνολο Διατάξεων (για ενδιάμεσα ή σειρά) αρι δεξί:

(permutation)

$$= 3 \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{(3-2)!} = \frac{R!}{(R-x)!}$$

$R=3$ ,  $x$  (ενδιάμεσα)  $=2$ , αλλι' για ενδιάμεσα ή σειρά

αβ και βα }  
αγ και γα } 6  
βγ και γβ }

Σύνολο συνδυασμών (combination) (δεν για ενδιάμεσα ή

σειρά) =  $\binom{R}{x} = \binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 1} =$

$$= \frac{R!}{x! \cdot (R-x)!} = 3$$

αβ } = 3, δεν για ενδιάμεσα ή σειρά  
αγ }   
βγ }   
αυτί για συνδυασμών στην σειρά

# Δοκιμή Bernoulli

- Πείραμα τύχης:
    - Επιτυχία ή αποτυχία
    - Σταθερή πιθανότητα
- Π.χ. σε λοταρία με επανατοποθέτηση
- Εδώ,  $R$  δοκιμές όσο ο αριθμός των υδροστομίων

# Διωνυμική κατανομή

- $R$  επαναλαμβανόμενες δοκιμές Bernoulli, στατιστικά ανεξάρτητες
- Σταθερή πιθανότητα επιτυχίας
- Τυχαία μεταβλητή  $X = \{x \text{ αριθμός επιτυχιών στις } R \text{ δοκιμές}\}$

# Πιθανότητα (ακριβώς) $x$ ανοικτά υδροστόμια

Αν θεωρήσουμε την πιθανότητα ενός υδροστομίου να είναι ανοικτό και τη συμβολίσουμε  $p$  τότε η πιθανότητα να είναι κλειστό είναι  $q$  όπου  $q = 1 - p$ . Συνεπώς σύμφωνα με τη διωνυμική κατανομή (ο αναγνώστης πρέπει να ανατρέξει στα εγχειρίδια Στατιστικής) η πιθανότητα να υπάρχουν  $x$  υδροστόμια ανοικτά επί συνόλου  $R$  εγκατεστημένων υπολογίζεται

$$f(x) = \binom{R}{x} p^x \cdot q^{R-x}$$

$x$  προφανώς  
ακέραιος

Μας ενδιαφέρει σε ένα σύνολο  $R$  διακεκριμένων στοιχείων (εδώ υδροστόμια) ο αριθμός των υποσυνόλων με  $x$  διαφορετικά στοιχεία αλλά όχι η σειρά τους

Πιθανότητα τομής γεγονότων (και)

$$\underbrace{p \cdot p \cdot \dots \cdot p}_{x \text{ φορές}} \cdot \underbrace{(1-p) \cdot (1-p) \cdot \dots \cdot (1-p)}_{R-x \text{ φορές}}$$

# Αθροιστική πιθανότητα ο αριθμός των υδροστομίων να είναι μικρότερος ή ίσος του N

Τέλος η αθροιστική πιθανότητα που αντιπροσωπεύει την πιθανότητα ο αριθμός των ανοικτών υδροστομίων να είναι μικρότερος ή ίσος του N ( $N < R$ ) δίνεται:

$$P(x) = \sum_{x=0}^N \binom{R}{x} \cdot p^x \cdot q^{R-x} \quad (5.8)$$

Επομένως αν γνωρίζουμε (ή αν καθορίσουμε) την αθροιστική πιθανότητα  $P(x)$  ο μέγιστος αριθμός υδροστομίων που μπορεί να είναι ανοικτά N επί συνόλου R εγκατεστημένων μπορεί να προκύψει από την Εξ.5.8. Η δυσκολία χρησιμοποίησής της Εξ.5.8, κυρίως όταν πρόκειται για μεγάλο αριθμό υδροστομίων, οδήγησε τον Γάλλο μηχανικό Clement (1955) να χρησιμοποιήσει αντί της διωνυμικής την κανονική κατανομή. Όπως είναι γνωστό για μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων (υδροστομίων) η διωνυμική κατανομή προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή.

N  
προφανώς  
ακέραιος

$$P(X \leq N) = \binom{R}{0} p^0 (1-p)^{R-0} + \binom{R}{1} p^1 (1-p)^{R-1} + \dots + \binom{R}{N} p^N (1-p)^{R-N}$$



# Διωνυμική κατανομή

Αν θεωρήσουμε την πιθανότητα ενός υδροστομίου να είναι ανοικτό και τη συμβολίσουμε  $p$  τότε η πιθανότητα να είναι κλειστό είναι  $q$  όπου  $q = 1 - p$ . Συνεπώς σύμφωνα με τη διωνυμική κατανομή (ο αναγνώστης πρέπει να ανατρέξει στα εγχειρίδια Στατιστικής) η πιθανότητα να υπάρχουν  $x$  υδροστομια ανοικτά επί συνόλου  $R$  εγκατεστημένων υπολογίζεται

$$f(x) = \binom{R}{x} p^x \cdot q^{R-x}$$

μια αλήθεια  
(5.7)

Τέλος η αθροιστική πιθανότητα που αντιπροσωπεύει την πιθανότητα\* ο αριθμός των ανοικτών υδροστομίων να είναι μικρότερος ή ίσος του  $N$  ( $N < R$ ) δίνεται:

$$P(x) = \sum_{x=0}^N \binom{R}{x} \cdot p^x \cdot q^{R-x} \quad (5.8)$$

Επομένως αν γνωρίζουμε (ή αν καθορίσουμε) την αθροιστική πιθανότητα  $P(x)$  ο μέγιστος αριθμός υδροστομίων που μπορεί να είναι ανοικτά  $N$  επί συνόλου  $R$  εγκατεστημένων μπορεί να προκύψει από την Εξ.5.8. Η δυσκολία χρησιμοποίησής της Εξ.5.8, κυρίως όταν πρόκειται για μεγάλο αριθμό υδροστομίων, οδήγησε τον Γάλλο μηχανικό Clement (1955) να χρησιμοποιήσει αντί της διωνυμικής την κανονική κατανομή. Όπως είναι γνωστό για μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων (υδροστομίων) η διωνυμική κατανομή προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή.

# Υποθέσεις στη διωνυμική κατανομή

- Προϋποθέσεις: (κάθε δοκιμή (ποτίζω δε ποτίζω) είναι ανεξάρτητη από την άλλη ενώ η πιθανότητα επιτυχίας είναι σταθερή (υπόθεση διωνυμικής κατανομής)
- Αθροιστική **πιθανότητα** :

Τέλος η αθροιστική πιθανότητα που αντιπροσωπεύει την πιθανότητα\* ο αριθμός των ανοικτών υδροστομίων να είναι μικρότερος ή ίσος του N ( $N < R$ ) δίνεται:

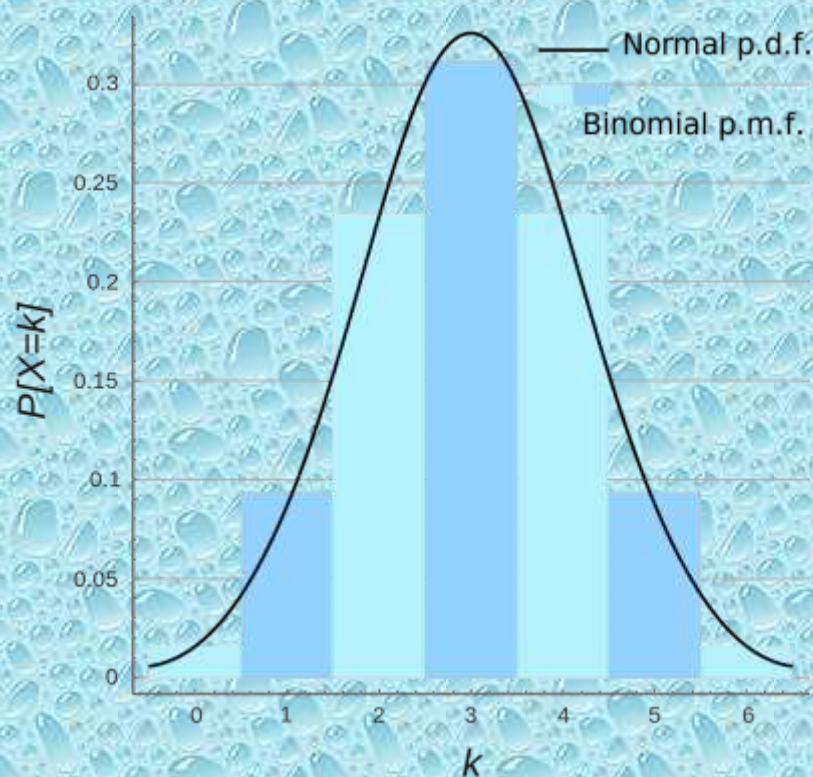
$$P(x) = \sum_{x=0}^N \binom{R}{x} \cdot p^x \cdot q^{R-x} \quad (5.8)$$

- **Ο συνολικός απόλυτος αριθμός (υδροστόμια) για τις έως x επιτυχίες (x=N αριθμός υδροστομίων που λειτουργούν, μας ενδιαφέρει έως x το πολύ) με R σύνολο των υδροστομίων:**
- **$R \cdot p = \mu$ ,  $\sigma^2 = Rpq$**

Προσέγγιση κανονικής κατανομής

# Για μεγάλο αριθμό υδροστομίων R

- Κατανομή, δηλαδή ακριβής αριθμός επιτυχιών



Π.χ.  
Διωνυμική σπλ σε  
σύγκριση με την  
κανονική  
κατανομή  $R = 6$   
and  $p = 0.5$

$$f(x) = \binom{R}{x} p^x \cdot q^{R-x}$$

Τέλος η αθροιστική πιθανότητα που αντιπροσωπεύει την πιθανότητα ο αριθμός των ανοικτών υδροστομιών να είναι μικρότερος ή ίσος του  $N$  ( $N < R$ ) δίνεται:

$$P(x) = \sum_{x=0}^N \binom{R}{x} \cdot p^x \cdot q^{R-x} \quad (5.8)$$



Η αθροιστική πιθανότητα της ΕΞ.5.8 που καλείται "ποιότητα λειτουργίας" προκειμένου για την κανονική κατανομή γράφεται

$$P(x) = \int_{-\infty}^N \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} (x-\mu)^2 \right] dx \quad (5.9)$$

όπου  $\mu$  είναι ο μέσος όρος και  $\sigma$  η τυπική απόκλιση των ανοικτών

# Προσέγγιση συνεχούς (κανονικής) κατανομής για διωνυμική κατανομή και N υδροστόμια

Η αθροιστική πιθανότητα της ΕΞ.5.8 που καλείται "ποιότητα λειτουργίας" προκειμένου για την κανονική κατανομή γράφεται

$$P(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2 \right] dx \quad (5.9)$$

όπου  $\mu$  είναι ο μέσος όρος και  $\sigma$  η τυπική απόκλιση των ανοικτών

υδροστομίων. Όπως προκύπτει από τη διωνυμική κατανομή:

$$\mu = R \cdot p \quad \text{και} \quad \sigma = \sqrt{R \cdot p \cdot q} \quad (5.10)$$

με τη βοήθεια της ανηγμένης μεταβλητής  $z = (x-\mu)/\sigma$  η ΕΞ.5.9 γίνεται

$$P(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{z^2}{2} \right] dz \quad (5.11)$$

Η ΕΞ.5.11 που δίνει τη σχέση μεταξύ ποιότητας λειτουργίας (αθροιστικής πιθανότητας) και ανηγμένης μεταβλητής  $z_N$  βρίσκεται πινακοποιημένη σε όλα τα εγχειρίδια Στατιστικής. Για ευκολία στον Πίν.5.2 με είσοδο την ποιότητα λειτουργίας βρίσκεται η αντίστοιχη τιμή της ανηγμένης μεταβλητής  $z_N$  από την οποία σύμφωνα με τον μετασχηματισμό  $(N-\mu)/\sigma = z_N$  προκύπτει ο ζητούμενος (μέγιστος) αριθμός των ανοικτών υδροστομίων  $N$  που πρέπει να ληφθεί υπόψη για τον υπολογισμό της παροχής σχεδιασμού. Η τελευταία σχέση σε συνδυασμό με την ΕΞ.5.10 δίνει τον αριθμό  $N$ :

Αριθμός υδροστομίων που λειτουργούν ταυτόχρονα, τυχαία μεταβλητή,

Προφανώς, η κανονική κατανομή είναι μία προσέγγιση. Δεν είναι δυνατόν να λειτουργούν 12.5 υδροστόμια! Ωστόσο με βάση την προσέγγιση κανονικής κατανομής απλοποιείται ο υπολογισμός, ενώ η προκύπτουσα παροχή ακόμη και αν αντιστοιχεί σε μη ακέραιο αριθμό υδροστομίων που λειτουργούν ταυτόχρονα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως παροχή σχεδιασμού.

# Παροχή σχεδιασμού

- Κανονική κατανομή για το ερώτημα πόσα υδροστόμια λειτουργούν
- Δεν χρησιμοποιώ το **μέσο όρο!** ( $E = R \cdot p$ )
- Δεν είναι δυνατόν **όλοι οι καλλιεργητές** να συμπέσουν **ταυτόχρονα** ( $N=R$ )!
- Χρησιμοποιώ την τιμή (πόσα υδροστόμια λειτουργούν,  $N$ ) που αντιστοιχεί σε πιθανότητα π.χ. 90-95%, δηλαδή η πιθανότητα που αντιστοιχεί στο γεγονός να λειτουργούν  **$N$  ακριβώς ή λιγότερα υδροστόμια («το πολύ»)** (αντίστροφο πρόβλημα)



# Εύρεση αριθμού υδροστομίων

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow x = \mu + \sigma Z = \mu + \sigma \Phi^{-1}(95\%)$$

- $R \cdot p = \mu, \quad \sigma^2 = R p q$

- Π.χ.

- Ποιότητα λειτουργίας 95%  $\rightarrow z_N = 1.645$

$$N(=x) = R \cdot p + 1.645(R p (1-p))^{0.5}$$

Για ποιότητα  
λειτουργίας 95%

# Παροχή Σχεδιασμού (2)

~~N~~ 
$$N = R \cdot p + z_N \sqrt{R \cdot p \cdot q} \geq (1-p) = \begin{matrix} \text{σημλ. πιθανότητα 2u) P,} \\ \text{δχι ειλική παροχή} \end{matrix} \quad (5.12)$$

και με την υπόθεση ότι η παροχή όλων των υδροστομίων είναι σταθερή και ίση με  $Q_0$  η παροχή σχεδιασμού  $Q$  υπολογίζεται

~~Q~~ 
$$Q = R \cdot p \cdot Q_0 + z_N Q_0 \sqrt{R \cdot p \cdot q} \geq (1-p) = \begin{matrix} \text{σημλ. πιθανότητα 2u) P} \\ \text{δχι} \\ \text{ειλική παροχή} \end{matrix} \quad (5.13)$$

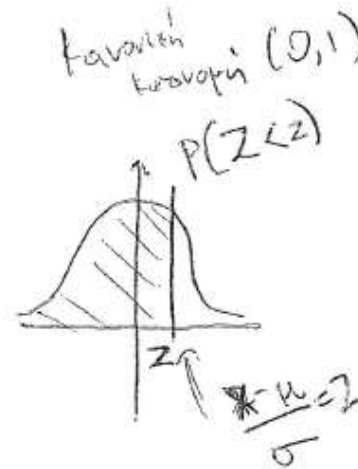
Η εξίσωση 5.12 (ή 5.13) είναι γνωστή ως ο πρώτος τύπος του Clement (1955).

$$\mu = R \cdot p \quad \text{και} \quad \sigma = \sqrt{R \cdot p \cdot q}$$

Εφαρμογή για παραπάνω από δέκα τουλάχιστον υδροστόμια, δεν βάζω ποτέ  $N < 10$

Πιν.5.2: Οι τιμές του συντελεστή ποιότητας λειτουργίας  $Z_N$  για τις αντίστοιχες τιμές ποιότητας λειτουργίας (αθραώτικης πιθανότητας κανονικής κατανομής)  $P(z)$  σε %.

$P(z)$ [%]	$z$	$P(z)$ [%]	$z$	$P(z)$ [%]	$z$
61	0.279	81	0.878	99.1	2.366
62	0.305	82	0.915	99.2	2.409
63	0.332	83	0.954	99.3	2.457
64	0.358	84	0.994	99.4	2.512
65	0.385	85	1.036	99.5	2.576
66	0.385	85	1.036	99.5	2.576
67	0.440	87	1.126	99.7	2.748
68	0.468	88	1.175	99.8	2.878
69	0.496	89	1.227	99.9	3.090
70	0.524	90	1.282		
71	0.553	91	1.341	99.91	3.121
72	0.583	92	1.405	99.92	3.156
73	0.613	93	1.476	99.93	3.195
74	0.643	94	1.555	99.94	3.239
75	0.674	95	1.645	99.95	3.291
76	0.706	96	1.751	99.96	3.353
77	0.739	97	1.881	99.97	3.432
78	0.772	98	2.054	99.98	3.540
79	0.806	99	2.326	99.99	3.719



# Αντίστροφη διαδικασία

- Η όλη διαδικασία είναι μία αντίστροφη διαδικασία.
- Για μία ποιότητα λειτουργίας (αθροιστική πιθανότητα υδροστομίων που λειτουργούν ταυτόχρονα)
- Προσδιορίζεται ο αριθμός  $N$  (ή  $x$ ), δηλαδή τα υδροστόμια για τα οποία  $N$  η λιγότερα υδροστόμια λειτουργούν ταυτόχρονα,  $N$  τυχαία μεταβλητή.

Πιθανότητα λειτουργίας  
υδροστομίου

# Πιθανότητα λειτουργίας υδροστομίου

Για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός υδροστομίου ας θεωρήσουμε το μέσο διάστημα που λειτουργεί το υδροστόμιο σε μια περίοδο αιχμής (π.χ. στο μήνα αιχμής) ή το μέσο διάστημα κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου. Συνήθως τα δίκτυα καταιονισμού υπολογίζονται για λειτουργία μικρότερη των 24ώρων (συνήθως 16 ή 18 ώρες). Αν  $t$  είναι ο χρόνος λειτουργίας ενός υδροστομίου τότε η πιθανότητα λειτουργίας του υδροστομίου  $p$  προσεγγίζεται ως εξής:


$$p = \frac{t}{t_d} \quad (5.14)$$

Για λειτουργία του δικτύου  $t_d$  ώρες το 24ωρο ο όγκος νερού που απαιτείται για την έκταση που αντιστοιχεί σε κάθε υδροστόμιο  $A/R$  υπολογίζεται:

Άγνωστος ο χρόνος  
λειτουργίας του  
υδροστομίου,  $t$

Όγκος νερού από κάθε υδροστόμιο με βάση την ειδική παροχή

$$V = \frac{A}{R} \cdot q \cdot t_d \quad (5.15)$$

Ο όγκος αυτός πρέπει να προκύπτει με τη λειτουργία του υδροστομίου για χρόνο  $t$ . Δηλαδή,

$$V = t \cdot Q_0 \quad (5.16)$$

Όγκος νερού από κάθε υδροστόμιο (πραγματικός)

Επομένως η πιθανότητα λειτουργίας του υδροστομίου  $p$ , λόγω των ΕΞ. 5.14, 5.15, 5.16 υπολογίζεται

$$p = \frac{t}{t_d} = \frac{A \cdot q}{R \cdot Q_0} \quad (5.17)$$

*αδελή παροχή*

Για την περίπτωση που η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε εφαρμόζεται στη διανομή του αρδευτικού νερού με ανοικτούς αγωγούς αλλά με ελεύθερη ζήτηση η έκταση κάθε αγροτεμαχίου εξισώνεται με  $A/R$  και η ποσότητα  $Q_0$  αντιπροσωπεύει την αρδευτική κεφαλή.

Ο χρόνος λειτουργίας προκύπτει από εξίσωση των όγκων

# Ποιότητα λειτουργίας

Ο καθορισμός της ποιότητας λειτουργίας αποτελεί ένα άλλο πρόβλημα που πρέπει να επιλύεται ορθολογικά και αν είναι δυνατόν με οικονομικά κριτήρια για κάθε συγκεκριμένο έργο. Σύμφωνα με την άποψη πολλών μελετητών η ποιότητα λειτουργίας για τον κεντρικό αγωγό ή αντλιοστάσιο ενός δικτύου παίρνει τιμές από 90 έως 99%. Λεπτομέρειες σχετικά με τον καθορισμό της ποιότητας λειτουργίας ως και άλλων παραμέτρων (π.χ. υπολογισμός  $Q_0$ ) δίνονται στο κεφάλαιο που αναπτύσσονται τα δίκτυα καταιονισμού.



Χρήση ασύμμετρων κατανομών

# Άλλες κατανομές

Η χρησιμοποίηση της κανονικής κατανομής παρέχει την ευκολία του γρήγορου υπολογισμού καθώς και της θεωρητικής τεκμηρίωσης. Εντούτοις δεν πρέπει να παραγνωρίζεται το γεγονός α) ότι η μεταβλητή  $x$  της κανονικής κατανομής έχει διάστημα ορισμού από  $-\infty$  έως και  $+\infty$  ενώ προκειμένου περί υδροστομιών (ή παροχής) πρέπει να παίρνει μόνο μη αρνητικές τιμές β) ότι στη πράξη εξαιτίας των πολλών παραγόντων που επηρεάζουν τη ζήτηση του αρδευτικού νερού δεν είναι πιθανό η διανομή των τιμών μιας σειράς μετρήσεων να είναι συμμετρική ως προς το μέσο όρο.

Οι λόγοι αυτοί μπορούν να οδηγήσουν στη χρησιμοποίηση γενικότερων κατανομών (ασύμμετρων κατανομών) κλειστών από το ένα ή και τα δύο άκρα όπως οι κατανομές Γάμμα, Βήτα (Yevjevich 1972, Haan 1977) ή άλλες ημιεμπειρικές κατανομές (Kumaraswamy, 1980).

Εύμφωνα με τη μεθοδολογία του παράγοντα συχνότητας (Chow, 1951) για τις θεωρητικές κατανομές πιθανότητας μπορεί να γραφεί η εξίσωση:

$$N = \mu + K\sigma \quad (5.18)$$

που προσεγγίζεται

$$N = \bar{x} + K\bar{\sigma}$$

όπου  $K$  ο παράγοντας συχνότητας που παίρνει την τιμή της ανηγμένης μεταβλητής  $z$  για την κανονική κατανομή ενώ για την κατανομή Γάμμα (Kite, 1977) υπολογίζεται ως ακολούθως

$$K \approx z + (z^2 - 1) \frac{g}{6} + \frac{1}{3} (z^3 - 6z) \left(\frac{g}{6}\right)^2 - (z^2 - 1) \left(\frac{g}{6}\right)^3 + z \left(\frac{g}{6}\right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{g}{6}\right)^5 \quad (5.19)$$

όπου  $z$  είναι η ανηγμένη μεταβλητή της κανονικής κατανομής, και  $g$  είναι ο συντελεστής ασυμμετρίας. Όπως εύκολα αποδεικνύεται για  $g = 0$ ,  $K = z$  πράγμα που αναμένεται επειδή η κανονική κατανομή προκύπτει ως ειδική περίπτωση της κατανομής Γάμμα.

Για ευκολία η Εξ. 5.19 έχει πινακοποιηθεί [Harter (1969, 1971)],

(επίσης υπάρχει αρθρογραφία)

Προϋποθέσεις

# Προϋποθέσεις εφαρμογής 1ος τύπος του Clement

- Δίκτυα με ελεύθερη ζήτηση
- Για πάνω από 10 υδροστόμια
- Το μαθηματικό μοντέλο του πρώτου τύπου του Clement είναι ικανοποιητικό, αν οι ατομικές ζητήσεις είναι ανεξάρτητες και ο αριθμός των υδροστομίων μεγάλος.
- Κάθε υδροστόμιο έχει την ίδια απαίτηση παροχής.

Εφαρμογή

### Εφαρμογή

Συλλογικό δίκτυο κατανομής περιλαμβάνει 180 εγκατεστημένα υδροστρόμια.  
Σε κάθε υδροστρόμιο με παροχή  $Q_0 = 7 \text{ lt/sec}$  αντιστοιχεί έκταση 25 στρεμμάτων.  
Η ειδική παροχή αρέυσεως στο αγροτεμάχιο είναι  $0,0667 \text{ lt/sec}\cdot\text{στρ}$ . Ζητείται η παροχή σχεδιασμού του αντλιοστασίου για 16ωρη λειτουργία του δικτύου και για ποιότητα λειτουργίας 95%.

### Υπολογισμός

Η ειδική παροχή στο αγροτεμάχιο για 16ωρη λειτουργία υπολογίζεται

$$q = \frac{24}{16} \cdot 0,0667 = 0,10 \text{ lt/sec}\cdot\text{στρ}$$

Επομένως η πιθανότητα λειτουργίας ενός υδροστομίου είναι

$$p = \frac{A}{R} \frac{q}{Q_0} = 25 \frac{0,10}{7} = 0,357$$

Προσοχή: η εκφώνηση μας έχει δώσει όχι τη συνολική έκταση  $A$ , αλλά την έκταση ανά αρδευτική μονάδα, επομένως

$$\frac{A}{R} = 25 \text{ στρέμματα}$$

$q = 0,10 \text{ lt/sec}\cdot\text{στρ}$ , ειδική παροχή για 16ωρη λειτουργία

Ο συντελεστής ποιότητας λειτουργίας (παράγοντας συχνότητας ή ανηγμένη μεταβλητή της κανονικής κατανομής) για ποιότητα λειτουργίας 95% προκύπτει  $z_N = 1.645$  (Πίν. 5.2). Τέλος η παροχή σχεδιασμού του αντλιοστασίου υπολογίζεται (για πίεση κανονική κατανομή)

Επιμένω (clement)

$$Q = R_p Q_0 + z_N Q_0 \sqrt{R \cdot p \cdot (1 - p)} =$$

$\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 αριθμός πίεση  $\downarrow$   $\downarrow$   
 υφους (μην) κατανομής  $\downarrow$   $\downarrow$   
 παροχή  $\downarrow$   
 αντλιοστασίου

$$= 180 \cdot 0.357 \cdot 7 + 1.645 \cdot 7 \cdot \sqrt{180 \cdot 0.357 (1 - 0.357)} = 523.84 \ell/s$$



## Άσκηση

**R=12 υδροστόμια**

**π.χ. Αολ = 670 στρέμματα**

**ειδική παροχή q=0.1 lt/sec στρέμμα**

**Q<sub>0</sub>=25.47 m<sup>3</sup>/h παροχή υδροστομίου (μια γραμμή άρδευσης)**

**ποιότητα λειτουργίας 95%**

**Λύση:**

**Πιθανότητα λειτουργίας υδροστομίου, p:**

$$p = \frac{Aq}{RQ_0} = \frac{670(\text{στρέμματα}) \cdot 0.1(\text{lt/sec στρέμμα})}{12 \cdot 25.47 \frac{10^3}{3600}(\text{lt/sec})} = 0.79$$

**Ποιότητα λειτουργίας 95% → z<sub>N</sub> = 1.645**

**Αριθμός υδροστομίων για ποιότητα λειτουργίας 95%:**

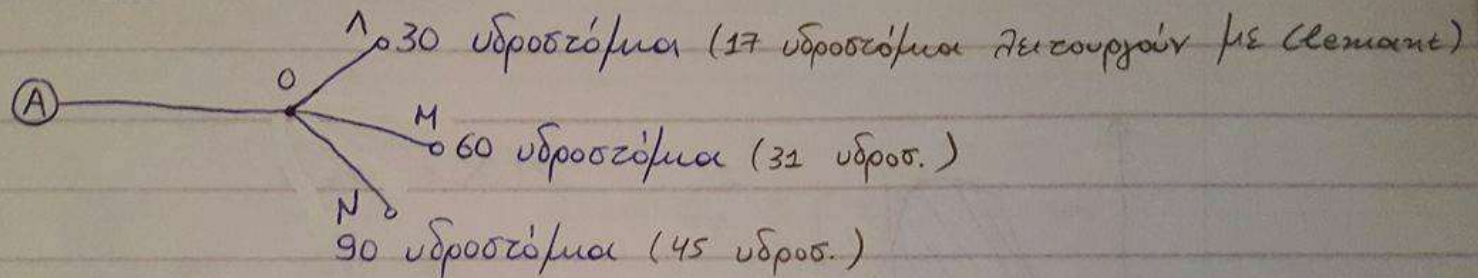
$$N = Rp + z_N \sqrt{R \cdot p \cdot (1 - p)} = 11.79$$

**Παροχή σχεδιασμού**

$$Q = N \cdot Q_0 = 11.79 \cdot Q_0$$

# Νέα εφαρμογή, 2017

Άσκηση:



$$q = 0,1453 \text{ L s}^{-1} / \text{σζόμιο}$$

$$Q_0 = 7 \text{ L s}^{-1}$$

$$\left(\frac{A_0 \lambda}{R}\right) = 20 \text{ σζ.}$$

Ποιότητα λειτουργίας 95%

$$P = 95\% \Rightarrow z = 1,645 \text{ (Πίνακας 5.2)}$$

$$p = \frac{A_{02}}{R} \cdot \frac{q}{Q_0} = \frac{20 \cdot 0,1453}{7} = 0,415$$

$$N_x = R_p + z_N \sqrt{R \cdot p \cdot (1-p)} = 30 \cdot 0,415 + 1,645 \sqrt{30 \cdot 0,415 \cdot (1-0,415)} \Rightarrow$$

$$N_x = 16,89 \approx 17$$

Άρα παροχή σχεδιασμού στο ΟΛ:  $17 \cdot Q_0 = 119 \text{ } \ell/s$

$$N_M = 31,18 \approx 31 \text{ και } Q_{0M} = 31 \cdot 7 = 217 \text{ } \ell/s$$

$$N_N = 45,04 \approx 45 \text{ και } Q_{0N} = 45 \cdot 7 = 315 \text{ } \ell/s$$

$$Q_{02} = \cancel{Q_1 + Q_2} + Q_3 \quad !!!$$

$$R_{02} = 180 \text{ και:}$$

$$N = 85,57$$

Για  $17 + 31 + 45 = 93 \neq 85,57$  δεν περνάει!

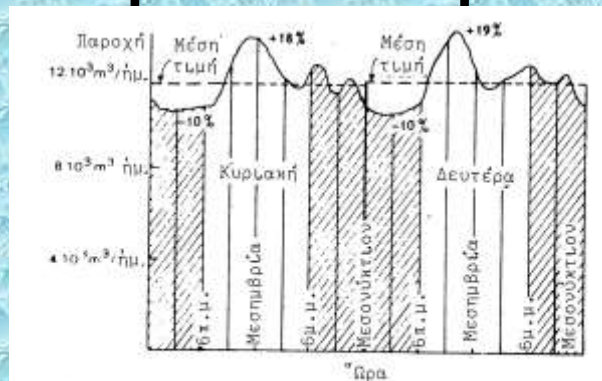
↳ Το αντιστοιχίω δίπλα, περνάει το ανώνυμο

$$N = R_p + z_N \sqrt{R p q} = R \cdot 0,415 + 1,645 \sqrt{(R \cdot 0,415 \cdot (1-0,415))}$$

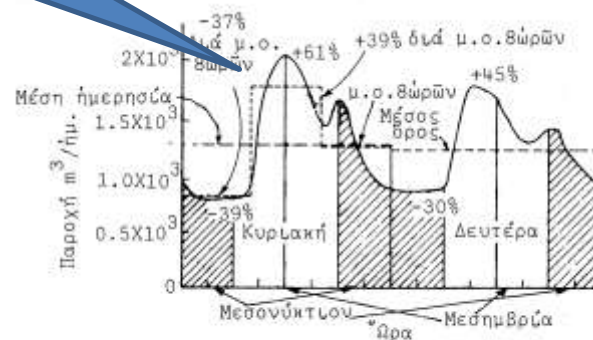
- Φαίνεται σαν να μην ισχύει η αρχή της συνέχειας
- Στην πραγματικότητα καθώς μεγαλώνει το σύστημα μειώνεται η ομοιομορφία στη ζήτηση, ή με άλλα λόγια μειώνεται η αιχμή
- Προφανώς ισχύει η αρχή της συνέχειας, απλά δε συμπίπτουν οι αιχμές ταυτόχρονα

# Το ίδιο συμβαίνει στους πολλαπλασιαστές αιχμής στην αστική υδραυλική

Μικρός  
πληθυσμός >  
Αύξηση  
ομοιομορφίας  
>  
Αύξηση  
συντελεστών  
αιχμής



Σχήμα 5.4.1. Μεταβολή της παροχής εις κύριον άγωγόν ύδρεύσεως μεγάλης βιομηχανικής πόλεως (12).



Σχήμα 5.4.2. Χαρακτηριστικά μεταβολαι ύδατοκαναλώσεως μικρών μη βιομηχανικών πόλεων (12).

# Άλλες παρόμοιες περιπτώσεις (διάλλειμα)

## 3.3 Προσδιορισμός παροχής σχεδιασμού δικτύου ακαθάρτων



Η μέγιστη ημερήσια παροχή ακαθάρτων στον αγωγό ΒΓ είναι

$$\max Q_{H,B\Gamma}^{\alpha\kappa} = \max Q_{H,A}^{\alpha\kappa} + \max Q_{H,B}^{\alpha\kappa}$$

Ο συντελεστής ωριαίας αιχμής είναι:  $\lambda_2 = \Phi = 1,5 + \frac{2,5}{\sqrt{\max Q_{H,B\Gamma}^{\alpha\kappa}}} \leq 3$

Η μέγιστη ωριαία παροχή ακαθάρτων δίνεται από τη σχέση:

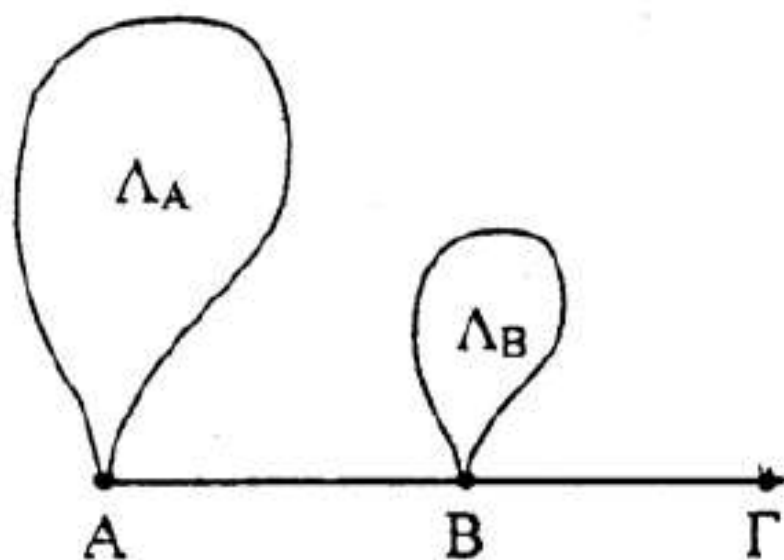
$$\max Q_{\omega\beta,B\Gamma}^{\alpha\kappa} = \Phi \cdot \max Q_{H,B\Gamma}^{\alpha\kappa}$$

*Προσοχή:* Η προσέγγιση  ~~$\max Q_{\omega\beta,B\Gamma}^{\alpha\kappa} = \max Q_{\omega\beta,A}^{\alpha\kappa} + \max Q_{\omega\beta,B}^{\alpha\kappa}$~~

Οδηγεί σε υπερδιαστασιολόγηση εφόσον αυξάνοντας το μέγεθος του οικισμού ομαλοποιείται η κατανάλωση νερού συνεπώς και η παροχή αποχέτευσης.

Συνοπλοποιώντας και τις πρόσθετες εισροές προκύπτει ότι η συνολική παροχή σχεδιασμού στο τμήμα ΒΓ είναι:

$$Q_{B\Gamma}^{\sigma\chi\epsilon\delta} = \max Q_{\omega\beta,B\Gamma}^{\alpha\kappa} + \sum_{AB+B\Gamma} q_{\text{εισορών}}$$



Σχ. 1: Δίκτυο ομβρίων

Ο χρόνος συγκέντρωσης για τη συνολική περιοχή που παροχετεύεται από το φρεάτιο Β δίνεται από τη σχέση:

$$tc_{B\Gamma} = \max\{tc_A + t_{AB}, tc_B\} \text{ όπου}$$

$tc_A, tc_B$ : οι χρόνοι συγκέντρωσης των λεκανών Α, Β  
 $t_{AB}$ : ο χρόνος κίνησης του νερού στο τμήμα ΑΒ

Ο χρόνος  $t_{AB}$  υπολογίζεται ως εξής:

$$t_{AB} = \frac{L_{AB}}{U_{AB}} \rightarrow t_{AB} = \frac{300}{1,455} \rightarrow t_{AB} = 206.08s \text{ ή } t_{AB} = 3,43 \text{ min}$$

Συνεπώς

$$tc_{B\Gamma} = \max\{20 + 3.43, 12\} \rightarrow tc_{B\Gamma} = 23,43 \text{ min}$$

Επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός του μέσου συντελεστή απορροής για τη συνολική περιοχή ΑΒ

$$\bar{C} = \frac{C_A \cdot A_1 + C_B \cdot A_2}{A_1 + A_2} \rightarrow \bar{C} = \frac{0,6 \cdot 100 + 0,4 \cdot 50}{100 + 50} \rightarrow \bar{C} = 0,533$$

Η κρίσιμη ένταση βροχόπτωσης είναι:

$$i = 23 \cdot t^{-0,57} \rightarrow i = 23 \cdot (23,43/60)^{-0,57} \rightarrow i = 39,30 \text{ mm/h}$$

Η έκταση της συνολικής περιοχής είναι:  $A=150$  στρέμματα  $A=0,15 \text{ km}^2$

Η παροχή αιχμής της συνολικής περιοχής (παροχή σχεδιασμού για τον αγωγό ΒΓ) προκύπτει ως εξής:

$$Q = 0,278 \cdot \bar{C} \cdot i \cdot A_{\text{tot}} \rightarrow Q = 0,278 \cdot 0,533 \cdot 39,30 \cdot 0,15 \rightarrow Q = 0,874 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{\text{σχεδ}}^{B\Gamma} = 0,874 \text{ m}^3/\text{s}$$

Τέλος διαλλείματος



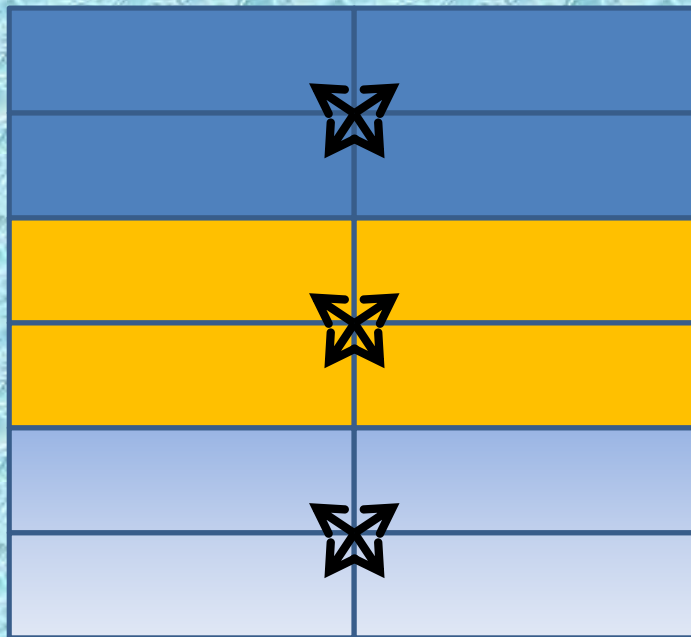
# Πρώτη επιλογή διαμέτρων- συλλογικό δίκτυο

- Για κλειστούς αγωγούς, διάμετροι εμπορίου,
- ακτινωτό δίκτυο γνωστή η παροχή
- Πάνω από 10 υδροστόμια Clement
- Οι υδραυλικοί υπολογισμοί πάντοτε με την εσωτερική διάμετρο
- Περιορισμοί ταχύτητας:

$$0.5 \leq V \leq 1.5 \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} V \Leftrightarrow V = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

# Θέμα

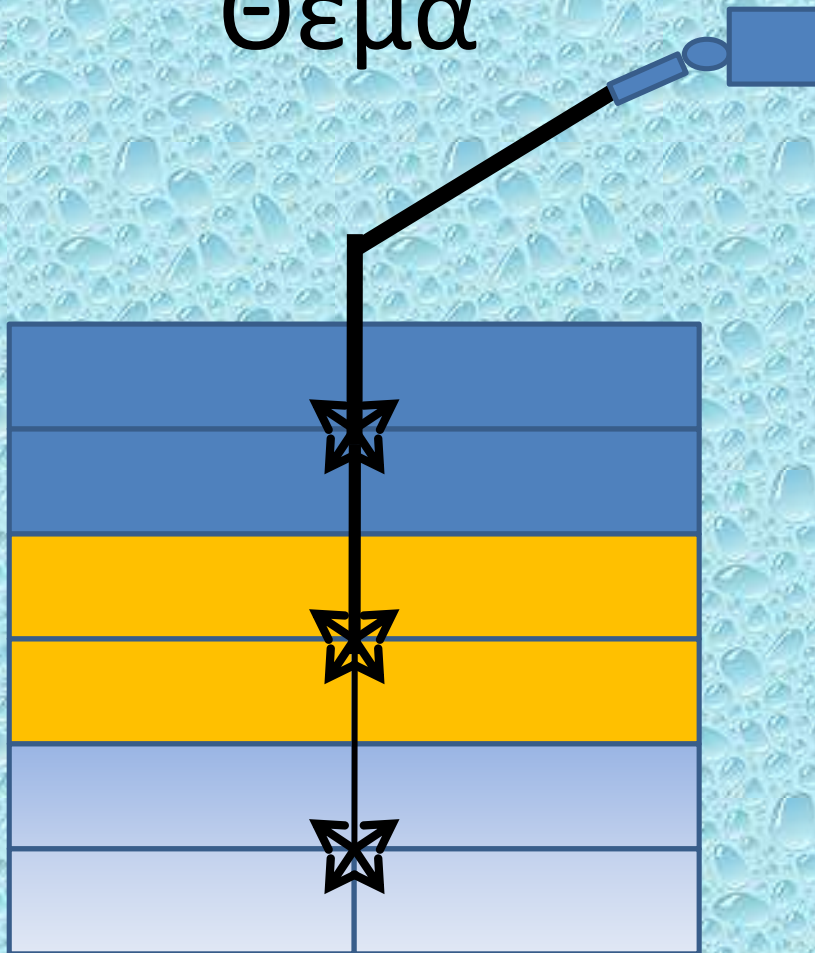


12 αγροτεμάχια: 12  
υδροστόμια

1 υδροστόμιο = 1 αγροτεμάχιο

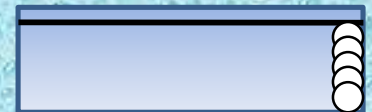


# Θέμα

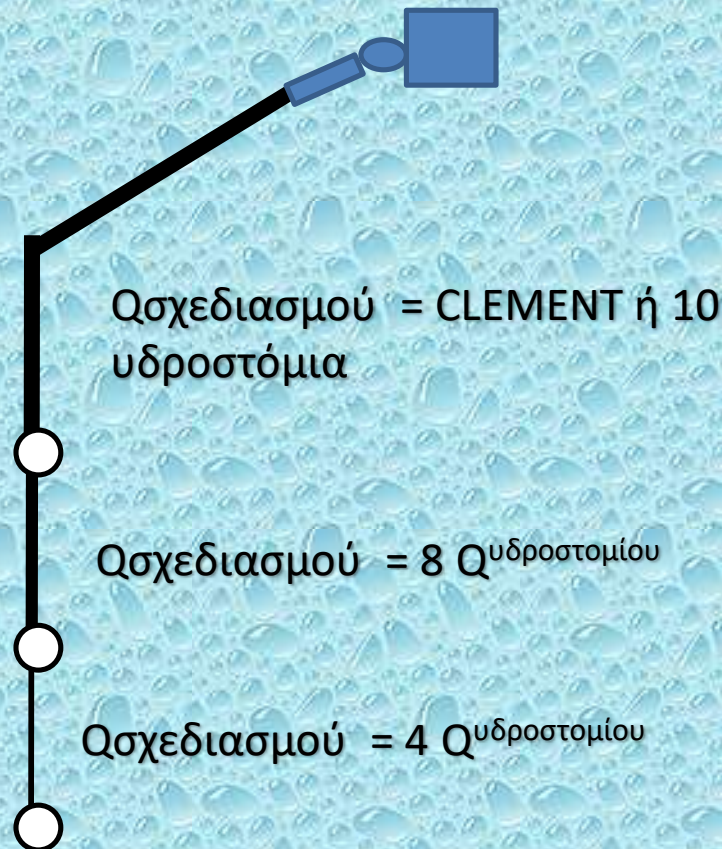


12 αγροτεμάχια: 12  
υδροστόμια

1 υδροστόμιο = 1 αγροτεμάχιο  
(επίλυση στο αγροτεμάχιο)



# Θέμα: Παροχές σχεδιασμού



Όχι 12, ωστόσο επειδή είμαστε μεταξύ 10-20 υδροστόμια θα μπορούσε να γίνει αποδεκτή και η λύση με 12 υδροστόμια ως παροχής σχεδιασμού

# Μέση Θερμοκρασία ?

- Μέση θερμοκρασία, άρα μέση δυνητική εξατμισοδιαπνοή

Ορισμένα γαλλικά μελετητικά γραφεία χρησιμοποιούν για λόγους ασφαλείας την μέση ειδική συνεχή παροχή του δεκαήμερου αιχμής του μέσου έτους. Όμως για τα έργα τροφοδοσίας (αντλιοστάσια, κύριοι αγωγοί μεταφοράς) προκειμένου να εξασφαλιστεί μεγαλύτερη ασφάλεια, επιλέγεται από μερικούς μελετητές, όπως την SCP, η ειδική συνεχής παροχή  $q_c$  του δεκαήμερου αιχμής του ξηρού έτους (συχνότητα επαναφοράς πέντε ετών). Αυτό γίνεται με το σκεπτικό ότι, αν η ζήτηση είναι μεγάλη, θα πρέπει να μην υπάρξει γενικό πρόβλημα στο δίκτυο. Αντίθετα, αν κάποιο ακραίο τμήμα του δικτύου παρουσιάσει συμπτώματα κορεσμού, οι αγρότες, κατανέμοντας καλύτερα μέσα στο χρόνο τις αρδεύσεις τους, θα ξεπεράσουν το πρόβλημα.

Περισσότερες ανάγκες αλλά και μεγαλύτερες διατομές

# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Κανονική κατανομή και άλλες  
βασικές γνώσεις

# Κανονική κατανομή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$f(X)$

$\mu$ , μετακίνηση καμπύλης  
αριστερά η δεξιά

$\sigma$  αυξάνει η μικραίνει το  
πλάτος



$X$

# Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κανονική κατανομή(pdf)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Note constants:

$\pi=3.14159$

$e=2.71828$

Παράμετροι, από  
στατιστικό δείγμα



Συνάρτηση αθροιστικής  
πιθανότητας κανονική  
κατανομή (cdf)

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx =$$

πιθ, τιμές μικρότερες ή ίσες του  $x$

## Μεταβλητή (Z)

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$



$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2z^2} dz = \Phi(z)$$

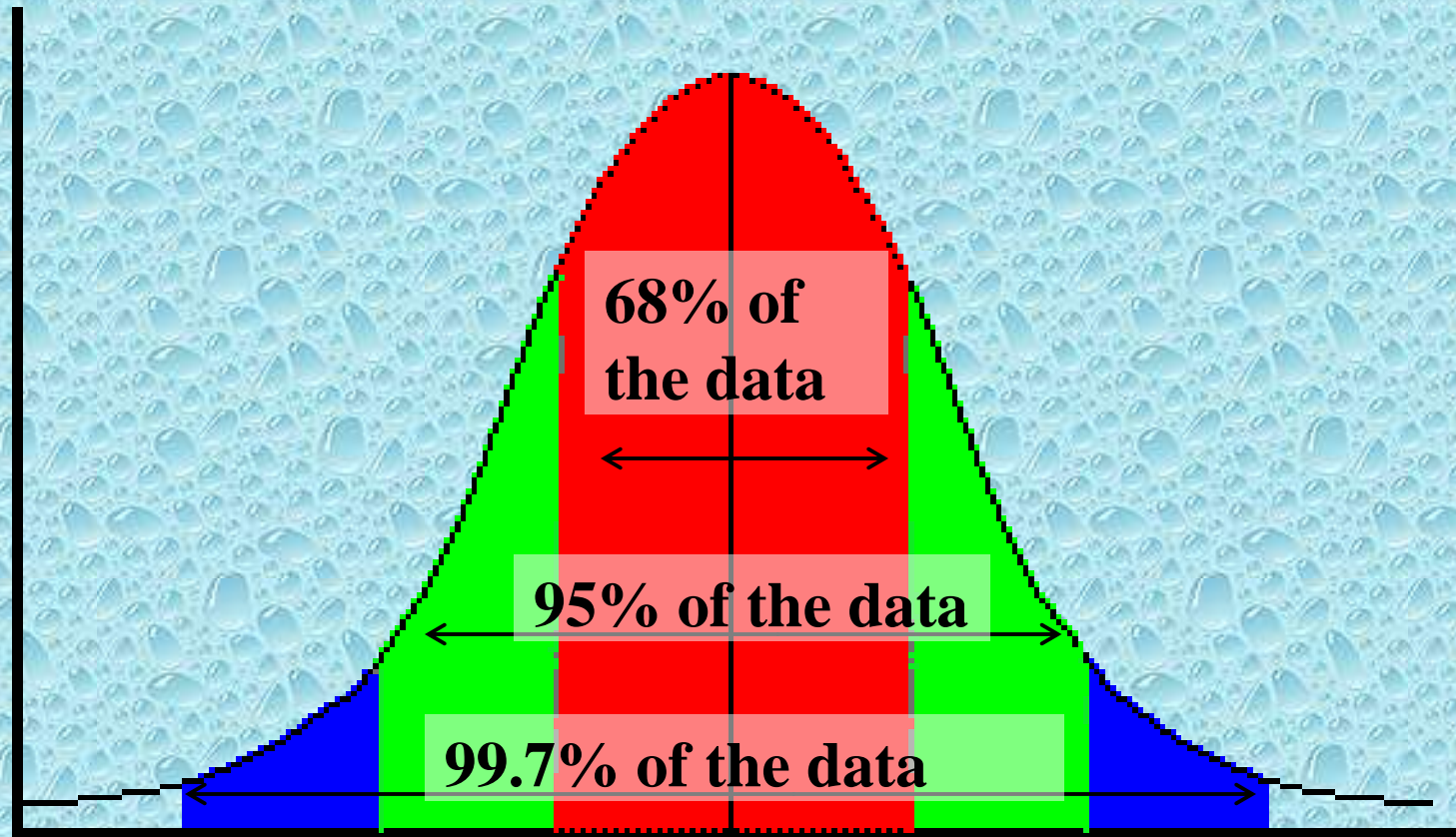
πίνακες

# Βασική ιδιότητα

Όλα τα ενδεχόμενα , πιθανότητα 1!

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = 1$$

# 68-95-99.7 Κανόνας



68-95-99.7 κανόνας...

$$\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx =$$

$$\Phi\left(\frac{\mu+\sigma-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mu-\sigma-\mu}{\sigma}\right) = \Phi(1) - \Phi(-1) = .682$$

$$\int_{\mu-2\sigma}^{\mu+2\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = .95$$

$$\int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = .997$$

Συνάρτηση αθροιστικής  
πιθανότητας κανονική  
κατανομή (cdf)

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx =$$

πιθ, τιμές μικρότερες ή ίσες του  $x$

## Μεταβλητή (Z)

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

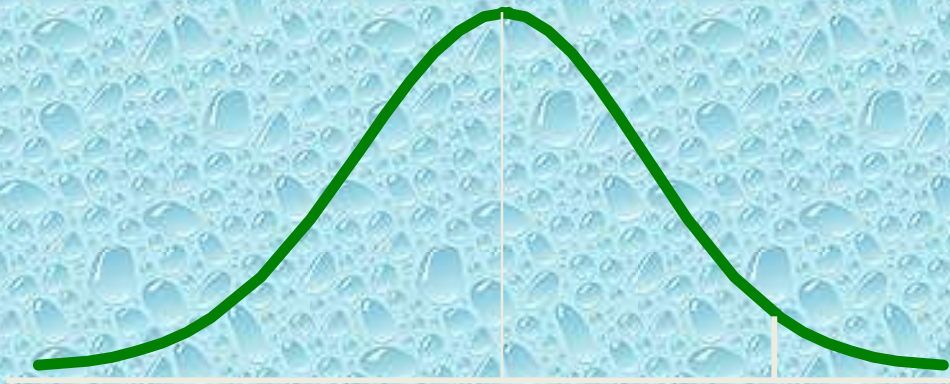


$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2z^2} dz$$

πίνακες

# Σύγκριση $X$ και $Z$



100

200

$X$  ( $\mu = 100, \sigma = 50$ )

0

2.0

$Z$  ( $\mu = 0, \sigma = 1$ )



# προβληματάκι

b. Πιθανότητα  $X \leq 120$ ?

$$Z = \frac{120 - 109}{13} = .85$$

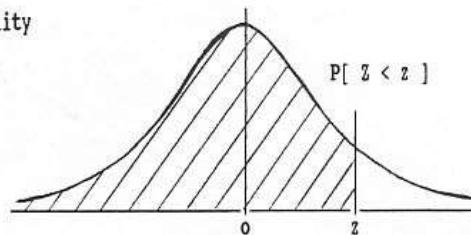
$$P(X \leq 120) = P(Z \leq .85) = .8023 = 80.23\%$$

STANDARD STATISTICAL TABLES

1. Areas under the Normal Distribution

The table gives the cumulative probability up to the standardised normal value  $z$  i.e.

$$P[Z < z] = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}Z^2) dZ$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5159	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7854
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8804	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
z	3.00	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90
P	0.9986	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

# Αντίστροφο πρόβλημα

- Μέθοδος του παράγοντα συχνότητας

Σύμφωνα με τον Chow 1951 για πολλές θεωρητικές κατανομές πιθανότητας μπορεί να προσδιοριστεί η τιμή της τυχαίας μεταβλητής με βάση την αθροιστική κατανομή πιθανότητας σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση:

$$x_T = \mu + \sigma K_T \quad (1)$$

όπου  $\mu$  ο μέσος όρος,  $\sigma$  η τυπική απόκλιση και  $K_T$  ο παράγοντας συχνότητας, που καθορίζεται από την περίοδο επαναφοράς και προκύπτει από αλγεβρικούς μετασχηματισμούς για κάθε κατανομή πυκνότητας πιθανότητας.

**Κανονική κατανομή,  $K_T = z$**

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \Leftrightarrow x = \mu + \sigma Z$$

# Περίοδος επαναφοράς

## **Μέγιστα**

Για κατανομές μεγίστων, για κάθε πιθανότητα υπέρβασης μπορεί να ορισθεί η συνακόλουθη περίοδος επαναφοράς  $T$ , που είναι το μέσο χρονικό διάστημα, που η τυχαία (υδρολογική) μεταβλητή θα εμφανισθεί μόνο μία φορά με τιμή μεγαλύτερη ή ίση της δοθείσας (Τσακίρης 2012):

$$P(Q \geq q) = 1 - P(Q \leq q) = \frac{1}{T}$$

## **Ελάχιστα**

Για κατανομές ελαχίστων, για κάθε πιθανότητα υπέρβασης μπορεί να ορισθεί η συνακόλουθη περίοδος επαναφοράς  $T$ , που είναι το μέσο χρονικό διάστημα, που η τυχαία (υδρολογική) μεταβλητή θα εμφανισθεί μόνο μία φορά με τιμή μικρότερη ή ίση της δοθείσας (Τσακίρης 2012):

$$P(Q \leq q) = \frac{1}{T}$$

# Ξένα ενδεχόμενα και η πιθανότητα της **ένωσης** και της **τομή τους**

Αν δύο οποιαδήποτε γεγονότα είναι ξένα τότε  
τους  $(A_1 \cap A_2 = \emptyset)$  ή  $\left( \begin{array}{l} \text{η συνθήκη να είναι φευκή} \\ \text{η συνθήκη να είναι αβέβαιη} \end{array} = \emptyset \right)$

Ισχύει

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) \quad \left( \begin{array}{l} \text{ένωση} \\ \text{"ή"} \end{array} \right)$$

προφανώς  $P(A_1 \cap A_2) = 0$ .

# Τομή ανεξάρτητων ενδεχομένων

Τομή (και)

Για  $A$  και  $B$  στοχαστικοί ανεξάρτητοι ενδεχόμενα.  
(η πιθανότητα του  $A$  ανεξαρτητος, δεν επηρεάζει την  
πιθανότητα του  $B$  ενδεχομένου) τότε:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$