- Παράδειγμα πρόγνωσης
- Συνθετική παραγωγή χρονοσειρών
-Βαθμονόμηση

Κύρια κείμενα από Μιμίκου: υδατικοι Πόροι και Λουκά, σημειώσεις, 2020

Μ.ΣΠΗΛΙΩΤΗΣ

Βαθμονόμηση
π.χ. αυτοπαλίνδρομα

- Μέθοδος ροπών, π.χ. φ1=ρ1 για AR(1)

Εξισώσεις Yule –Walker (με βάση τη θεωρία)

- **Μέθοδοι παλινδρόμησης**
- **Μέθοδος μέγιστης πιθανοεπειφάνειας** (Ναλμπάντης, 2007)

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2

Συμπεριφορά της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης για υποδείγματα ARIMA(p,d,q)

Βαθμός	(1,d,0)	(0,d,1)
ρ_k	εκθετική μείωση	μόνο $\rho_1 \neq 0$
φ_{kk}	μόνο $\varphi_{11} \neq 0$	σχεδόν εκθετική μείωση
αρχικές εκτιμήσεις	$\varphi_1 = \rho_1$	$\rho_1 = \dfrac{-\partial_1}{1+\partial_1^2}$
περιοχή	$-1 < \varphi_1 < 1$	$-1 < \partial_1 < 1$

Βαθμός	(2,d,0)	(0,d,2)
ρ_k	σύνολο εκθετικών και ημιτονοειδών καμπυλών	μόνο τα ρ_1, $\rho_2 \neq 0$
φ_{kk}	μόνο τα φ_{11}, $\varphi_{22} \neq 0$	σύνολο σχεδόν εκθετικών και ημιτονοειδών καμπυλών
αρχικές εκτιμήσεις	$\varphi_1 = \dfrac{\rho_1(1-\rho_2)}{1-\rho_1^2}$	$\rho_1 = \dfrac{-\partial_1(1-\partial_2)}{1+\partial_1^2+\partial_2^2}$
	$\varphi_2 = \dfrac{\rho_2-\rho_1^2}{1-\rho_1^2}$	$\rho_2 = \dfrac{-\partial_2}{1+\partial_1^2+\partial_2^2}$
περιοχή	$-1 < \varphi_2 < 1$	$-1 < \partial_2 < 1$
	$\varphi_2 + \varphi_1 < 1$	$\partial_2 + \partial_1 < 1$
	$\varphi_2 - \varphi_1 < 1$	$\partial_2 - \partial_1 < 1$

Βαθμός	(1, d, 1)
ρ_k	εκθετική μείωση από την πρώτη υστέρηση
φ_{kk}	σχεδόν εκθετική μείωση από την πρώτη υστέρηση
αρχικές εκτιμήσεις	$\rho_1 = \dfrac{(1-\partial_1\varphi_1)(\varphi_1-\partial_1)}{1+\partial_1^2 - 2\varphi_1\partial_1}$
	$\rho_2 = \rho_1\varphi_1$
περιοχή	$-1 < \varphi_1 < 1$ $\quad -1 < \partial_1 < 1$

Θεωρητικές σχέσεις χρησιμοποιούντα στη μέθοδο ροπών

Θαλασσινός, 1991

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ

- **Μέσο Απόλυτο Σφάλμα** (Mean Absolute Error, MAE)

MAE = $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|f_i - y_i\right| = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|e_i\right|$

n : το πλήθος των παραδειγμάτων στο σύνολο L

- **Μέσο Απόλυτο Εκατοστιαίο Σφάλμα** (Mean Absolute Percentage Error, MAPE)

MAPE = $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{f_i - y_i}{y_i}\right| = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|pe_i\right|$

Λουκάς, 2020

- **Βαθμός Απόδοσης ή Αποτελεσματικότητας (Model Efficiency, Eff)**

$$Eff = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - f_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

- **Δείκτης Συμφωνίας (Index of Agreement, IA)**

$$\mathrm{IA} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - f_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(\left| f_i - \bar{y} \right| + \left| f_i - \bar{y} \right| \right)^2}$$

- **Δείκτης Εμμονής (Persistence Index, PI)**

$$PI = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - f_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{i-1})^2}$$

- Οι ***Eff*** και ***PI*** κυμαίνονται από - ∞ έως ένα (1), ενώ ο ***IA*** από 0.0 (μη αποδεκτό μοντέλο) έως 1.0 (τέλειο μοντέλο).
- Είναι αδιάστατοι συντελεστές που κρίνουν την συνολική απόδοση της μεθόδου και αποτελούν βελτιώσεις του συντελεστή προσδιορισμού, R^2, για την αξιολόγηση των προσομοιώσεων και των προγνώσεων αφού είναι ευαίσθητα στις αλλαγές των παρατηρούμενων και προσομοιωμένων μέσων τιμών και διακυμάνσεων [Legates and McCabe, 1999; Dawson et al., 2007].

- **Συντελεστής Ανισότητας του Theil (Theil's Inequality Coefficient)**

$$U = \frac{RMSE}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(yi)^2}{n}}}$$

Αν U = 0 οι προβλεπόμενες τιμές συμπίπτουν απολύτως με τις πραγματικές.

Αν U > 1 οι προβλέψεις είναι πολύ κακές.

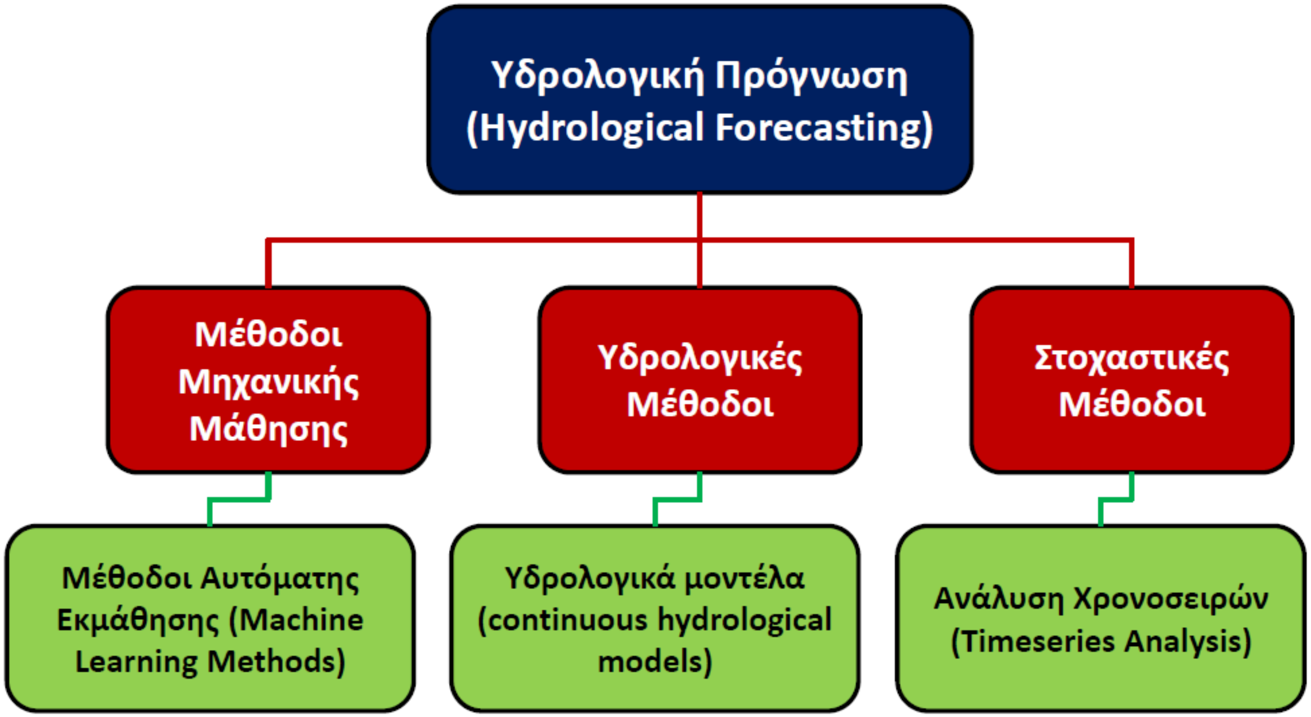
Αν U = 1 οι προβλέψεις είναι μηδέν.

❖ Ο **συντελεστής ανισότητας U** είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης και για το λόγο αυτό είναι **περισσότερο κατάλληλος για σύγκριση της προβλεπτικής ικανότητας διαφόρων υποδειγμάτων.**

Λουκάς, 2020

ΠΡΟΓΝΩΣΗ…

ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΗΣ ΠΡΟΓΝΩΣΗΣ



Λουκάς και Βασηλειάδης, 2020

Βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη, ARMA

Μέσος όρος = 1

Το ομοίωμα πρόγνωσης των ετήσιων (μονιμοποιημένων) τιμών παροχής σε θέση ποταμού είναι το εξής:

$$X_{t+\ell} = 1+0.700(X_{t+\ell-1} - 1) - 0.100\,(X_{t+\ell-2} - 1) + 0.210(X_{t+\ell-3} - 1) + n_{t+\ell}$$

(με αφαίρεση μέσου όρου ίσου με μονάδα). Οι παρατηρημένες τιμές για μια τετραετή περίοδο ανηγμένες πάλι στο μοναδιαίο μέσο όρο, είναι οι εξής κατά χρονική σειρά: 1ο έτος = 0.890, 2ο έτος = 0.880, 3ο έτος =0.870, 4ο έτος = 0.875. Αρχίζοντας από το 3ο έτος υπολογίζονται οι επόμενες 5 ετήσιες τιμές παροχής από το ομοίωμα, ως εξής:

Μελλοντικός λευκός θόρυβος =0

$\ell = 1$, 4ο έτος: $\hat{X}_{t+1,} = 1+0.700\,(X_t - 1) - 0.100\,(X_{t-1} - 1)+0.210(X_{t-2}-1)$
$= 1 + 0.700\,(0.870 - 1) - 0.100(0.880 - 1) +$
$+ 0.210\,(0.890-1) = 0.944.$

$\ell = 2$, 5ο έτος: $\hat{X}_{t+2} = 1 + 0.700(\hat{X}_{t+1} - 1)-0.100(X_{t+1} - 1)+0.210(X_{t-1} -1)$
$= 0.949.$

Μπορεί να γίνει κατανοητό ως μέσο όρο

$\ell = 3$, 6ο έτος: $\hat{X}_{t+3} = 1 + 0.700(\hat{X}_{t+2} - 1)-0.100(\hat{X}_{t+1} - 1)+0.210(X_t - 1)$
$= 0.943.$

$\ell = 4$, 7ο έτος: $\hat{X}_{t+4} = 1+ 0.700(\hat{X}_{t+3}-1)-0.100\,(\hat{X}_{t+2}-1)+0.210(\hat{X}_{t+1}- 1)$
$= 0.953.$

$\ell = 5$, 8ο έτος: $\hat{X}_{t+5} = 1+ 0.700(\hat{X}_{t+4}-1)-0.100(\hat{X}_{t+3}-1)+0.210(\hat{X}_{t+2}-1)$
$= 0.962.$

Κατασκευή συνθετικών χρονοσειρών για μεγάλο εύρος

- Αυτοπαλίνδρομα μοντέλα
- Χρήση τυχαίων αριθμών για την αναπαραγωγή του λευκού θορύβου
- Βήμα ετήσιο ή μηνιαίο (με εποχικότητα)

Fiering, πάνω σε αυτοπαίνδρομα μοντέλα, διάλλειμα, χρήση τυχαίων αριθμών

Για ετήσια μεγέθη

Έστω t_t σειρά ανεξάρτητων τυχαίων αριθμών με μέσο όρο μηδέν και τυπική απόκλιση 1 ($N(0,1)$)

Τότε το $t_t \sigma\sqrt{1-\rho_1^2}$ είναι μεταβλητή ανεξάρτητη με μέσο όρο μηδέν και τυπική απόκλιση $\sigma\sqrt{1-\rho_1^2}$.

όπως δηλαδή ο λευκός θόρυβος.

Άρα $q_i - \mu = \rho_1(q_{i-1} - \mu) + t_i \sigma\sqrt{1-\rho_1^2}$

Χρήση τυχαίων αριθμών

συνθετική χρονοσειρά

Ετήσιες χρονοσειρές

Μοντέλο Fiering → AR(1).

→ Μέσοι όροι

→ Ετήσιο

→ Μηνιαίο.

Ετήσιο:

$$\overbrace{q_i - \mu}^{\tilde{y}_t} = \overbrace{\rho_1}^{\phi_1 \, (AR(1))} \cdot (\overbrace{q_{i-1} - \mu}^{\tilde{y}_{t-1}}) + \underbrace{t_i}_{\text{τυχαίος αρ.}} \, \sigma \, \overbrace{\underbrace{\sqrt{(1-\rho_1^2)}}_{\sigma_\varepsilon}}^{\sigma_\varepsilon}$$

⇒ t_i = τυχαίος αριθμός $N(0,1)$.

⇒ εναλλακτικά κανονική γάμμα

$\left(\gamma_t = \frac{1-\rho^3}{(1-\rho^2)^{1.5}} \gamma_x \right)$ . . . .

Πρόβλεψη με τυχαίους αριθμούς

Μηνιαίες χρονοσειρές

$$X_{i,j+1} = \mu_{j+1} + \rho_j \frac{\sigma_{j+1}}{\sigma_j}\left(X_{ij} - \mu_j\right) + t_{i,j+1}\sigma_{j+1}\sqrt{1-\rho_j^2}$$

ρ_j is serial correlation between flows of j^{th} month and $j+1^{th}$ month.

$t_{i,\, j+1} \sim N(0,\, 1)$

Πρόβλεψη με τυχαίους αριθμούς

Όχι ακριβώς AR