**Αγωγός μήκους L1 = 4100 m, χαλυβδοσωλήνας ( εσωτερικής διαμέτρου D1 = 250 mm) και τραχύτητας k1 = 1 mm συνδεδεμένος σε σειρά με παλιό χαλυβδοσωλήνα (εσωτερικής διαμέτρου D2 = 200 mm), τραχύτητας k2 = 2 mm και μήκους L2 = 1200 m μεταφέρει νερό μεταξύ δυο δεξαμενών με μέση υψομετρική διαφορά στις στάθμες της ελεύθερης επιφάνειας Δz = 48.5 m (Σχ. 1). Να ληφθούν υπ’ όψιν οι τοπικές απώλειες. Δίνεται το κινηματικό ιξώδες του νερού ν = 10-6.**

**Ζητούνται**

**α) Η παροχή μεταξύ των δύο δεξαμενών Α και Β**

**β) Αν σε όλο το μήκος υπήρχε μια διάμετρος με D = 200 mm αυτό θα οδηγούσε σε μεγαλύτερη ή μικρότερη παροχή σε σχέση με το ερώτημα (α);**

**γ) Να προσδιοριστεί η απαιτούμενη ισχύς αντλίας στην ίδια διάταξη, έτσι ώστε να αυξηθεί η παροχή κατά 15% ( να θεωρηθεί απόδοση αντλίας n = 70%) (Σχ. 2)**

**δ) Να γίνουν σκαριφήματα της Γ. Ε. και για τις δύο περιπτώσεις.**

 L1

 Α

 L2

Σχ. 1 Β

 L1

 Α

 L2

Σχ. 2 B

**ε) Στο περισσότερο ρεαλιστικό Σχ. 3 που αναπαριστά ένα τμήμα του δικτύου ( ερώτημα α) να προσδιοριστεί η πίεση σε σημείο που απέχει L = 1500 m από τη δεξαμενή Α. Η στάθμη της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής είναι ZA = 80 m, ενώ στο εξεταζόμενο σημείο ο άξονας του αγωγού είναι σε υψόμετρο ZΚ = 60 m. ( διάμετρος αγωγού D = 250 mm, κ = 1 mm)**

 A

ZA ZΚ

**Λύση**

α) Εφαρμόζω ΑΔΕ από τη δεξαμενή Α στη Β

ΗΑ = ΗΒ + Σhf + Σhτοπ

ZA + $\frac{p\_{A}}{ρg}+\frac{u\_{A}^{2}}{2g}=Z\_{B}+\frac{p\_{B}}{ρg}+\frac{u\_{B}^{2}}{2g}+Σh\_{f} + Σh\_{τοπ}$ (1)

Στις δεξαμενές Α και Β έχω ατμοσφαιρική πίεση, άρα pA = pB =0 και uA = uB = 0 ( οι στάθμες επιφανείας παραμένουν αμετάβλητες). Άρα η (1) γίνεται

ZA - $Z\_{B}$= ΔzAB = $Σh\_{f} + Σh\_{τοπ} $ (2)

Σhf = $f\_{1}∙\frac{L\_{1}}{D\_{1}}∙\frac{u\_{1}^{2}}{2g}+f\_{2}∙\frac{L\_{2}}{D\_{2}}∙\frac{u\_{2}^{2}}{2g}$ (3) και

Σhτοπ = $Κ\_{εισ}∙\frac{u\_{1}^{2}}{2g}+Κ\_{στεν}∙\frac{u\_{2}^{2}}{2g}+Κ\_{εξοδ}∙\frac{u\_{2}^{2}}{2g}$ (4)

Για τους συντελεστές Κ των τοπικών απωλειών ισχύουν τα εξής:

Κεισ = 0.5 , Κεξοδ = 1.0 και επειδή $\frac{D\_{2}}{D\_{1}}=\frac{200}{250}=0.8>0.55 ισχύει Κ\_{στεν}=0.7∙\left(1-\frac{D\_{2}}{D\_{1}}\right)= 0.14$

Η (2) λόγω των (3) και (4) γίνεται

$f\_{1}∙\frac{L\_{1}}{D\_{1}}∙\frac{u\_{1}^{2}}{2g}+f\_{2}∙\frac{L\_{2}}{D\_{2}}∙\frac{u\_{2}^{2}}{2g}$ +$Κ\_{εισ}∙\frac{u\_{1}^{2}}{2g}+Κ\_{στεν}∙\frac{u\_{2}^{2}}{2g}+Κ\_{εξοδ}∙\frac{u\_{2}^{2}}{2g}$ =Δz (5)

*(β’ βασικό πρόβλημα της υδραυλικής, άγνωστη παροχή, δοκιμές)* Θα λυθεί με επαναλήψεις για διάφορα Q έτσι ώστε να επαληθεύεται.

Έστω Q = 40lt/sec = 0.04 m3/sec

u1 = $\frac{4∙Q}{π∙D\_{1}^{2}}=\frac{4∙0.04}{3.14∙0.25^{2}}=0.815 m/sec$

u2 = $\frac{4∙Q}{π∙D\_{2}^{2}}=\frac{4∙0.04}{3.14∙0.2^{2}}=1.274 m/sec$

Re1 = $\frac{u\_{1}∙D\_{1}}{ν}=\frac{0,815∙0,25}{10^{-6}}=203750$

$$\frac{k\_{1}}{D\_{1}}=\frac{1}{250}=0.004$$

f1 =$\frac{0.25}{\left[log\left(\frac{5.74}{Re\_{1}^{0.9}}+\frac{\frac{k\_{1}}{D\_{1}}}{3.7}\right)\right]^{2}}=0.029$ (Swamee & Jane)

Re2 = $\frac{u\_{2}∙D\_{2}}{ν}=\frac{1,274∙0,20}{10^{-6}}=254800$

$$\frac{k\_{2}}{D\_{2}}=\frac{2}{200}=0.01$$

f2 =$\frac{0.25}{\left[log\left(\frac{5.74}{Re\_{2}^{0.9}}+\frac{\frac{k\_{2}}{D\_{2}}}{3.7}\right)\right]^{2}}=0.038$

Αντικαθιστώ στη (5) τις αριθμητικές τιμές των μεγεθών και προκύπτει:

$$0,029∙\frac{4100}{0,25}∙\frac{0,815^{2}}{2∙9,81}+0,038∙\frac{1200}{0,2}∙\frac{1,274^{2}}{2∙9,81}+0,5∙\frac{0,815^{2}}{2∙9,81}+1∙\frac{1,274^{2}}{2∙9,81}+0,14∙\frac{1,274^{2}}{2∙9,81}=35,07\ne 48,5$$

Παρατηρώ ότι για Q = 40 lt/sec δεν επαληθεύεται η εξίσωση (5). Έστω Q = 50 lt/sec. Εφαρμόζεται ακριβώς η ίδια διαδικασία όπως παραπάνω και προκύπτει

$Σh\_{f} + Σ h\_{τοπ}$ = 54.98 $\ne 48.5$

Άρα η παροχή θα είναι μεταξύ Q = 40 lt/sec και Q = 50 lt/sec.

Ο υπολογισμός της μπορεί να γίνει με δύο τρόπους

α) Γραφικά

Φτιάχνω το διάγραμμα $Σh\_{f} + Σ h\_{τοπ}$- Q και βρίσκω γραφικά την τιμή του Q, η οποία δίνει $Σh\_{f} + Σ h\_{τοπ}$=48,5

Για πιο ακριβή παρατήρηση έχει υπολογιστεί το άθροισμα των απωλειών και για Q = 45 lt/sec.

Από το διάγραμμα για Q ≈ 47 lt/sec προκύπτει άθροισμα απωλειών περίπου ίσο με 48.5

β) Αναλυτικά

Συνεχίζονται οι επαναλήψεις μέχρι να βρεθεί η ακριβής Q.

Προκύπτει **Q =46.95** **lt/sec**

B) Ισχύει hf = $\frac{8∙f∙L}{g∙π^{2}∙D^{5}}∙Q^{2}$ = R$∙Q^{2}$

To άθροισμα των απωλειών όμως ισούται με Δz, το οποίο παραμένει σταθερό ίση με την υψομετρική διαφορά. Αφού η νέα διάταξη έχει D = 200 mm έχω μείωση D, η οποία οδηγεί σε **αύξηση του R** (μικραίνει ο πρανομαστής). Επομένως για να διατηρηθεί η ισότητα πρέπει να μειωθεί η παροχή.

Γ)

Κάνω ΑΔΕ από τη δεξαμενή Α στη δεξαμενή Β με την αντλία αυτή τη φορά.

ΗΑ + Ηαντλ = ΗΒ + Σhf + Σhτοπ

Ηαντλ = Σhf + Σhτοπ – (ZA – ZB)

Η νέα παροχή που θα μεταφέρεται με την αντλία είναι αυξημένη κατά 15% σε σχέση με την αρχική. Άρα Q΄ =1,15$∙46,95=53,99 lt/sec$.

Για Q = 53.99 lt/sec υπολογίζω το Σhf + Σhτοπ ( ερώτημα α) το οποίο ισούται 64.05 m. Άρα

Ηαντλ = Σhf + Σhτοπ + (zB – zA) = 64,05 – 48,5 = 15.55 m.

Η ισχύς της αντλίας σε Watt προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$P= \frac{ρ∙g∙Q∙H\_{αντλ}}{n}=\frac{1000∙9.81∙0.05399∙15.55}{0.7}=11.765,62 W$$

*Δ) Τα σκαριφήματα των Γ.Ε είναι τα παρακάτω ( κόκκινη γραμμή)*

 L1

 Α

 L2

 *Β*

 Γ.Ε

 L1

 Α

 L2

 Γ.Ε

 B

E)

Κάνω ΑΔΕ από τη δεξαμενή Α ως το σημείο Κ στο οποίο ζητάμε τη πίεση (ύψος πίεσης, πιο αναλυτικά):

ΗΑ = Ηκ + hfΑΚ + hτοπ

ZA + $\frac{p\_{A}}{ρg}+\frac{u\_{A}^{2}}{2g}=Z\_{Κ}+\frac{p\_{Κ}}{ρg}+\frac{u^{2}}{2g}+h\_{fAK} + h\_{τοπ}$

ZA $=Z\_{Κ}+\frac{p\_{Κ}}{ρg}+\frac{u^{2}}{2g}+f\_{AK}∙\frac{L\_{AK}}{D\_{Ak}}∙\frac{u^{2}}{2g} + 0.5∙\frac{u^{2}}{2g}$

$$\frac{p\_{Κ}}{ρg}=Z\_{A}-Z\_{K}-f\_{AK}∙\frac{L\_{AK}}{D\_{Ak}}∙\frac{u^{2}}{2g}-1.5∙\frac{u^{2}}{2g}$$

u = $\frac{4∙Q}{π∙D\_{AK}^{2}}=\frac{4∙0.04695}{3.14∙0.25^{2}}=0.96 m/sec$

Re = $\frac{u∙D\_{AK}}{ν}=\frac{0,96∙0,25}{10^{-6}}=240000$

$$\frac{k}{D\_{AK}}=\frac{1}{250}=0.004$$

f=$\frac{0.25}{\left[log\left(\frac{5.74}{Re^{0.9}}+\frac{\frac{k}{D\_{AK}}}{3.7}\right)\right]^{2}}=0.029$

Άρα

$\frac{p\_{Κ}}{ρg}=\left(80-60\right)-0.029\frac{1500}{0.25}∙\frac{0.96^{2}}{2∙9.81}-1.5∙\frac{0.96^{2}}{2∙9.81}= $11,76 m