**Άσκηση** **(2 βασικό πρόβλημα της υδραυλικής κλειστών αγωγών-επίλυση με επαναλήψεις)**

Από τη δεξαμενή Α διοχετεύεται σε μια δεξαμενή Β νερό μέσω ενός αγωγού ΑΒ συνολικού μήκους 7000 m. Η υψομετρική απόσταση της στάθμης του νερού μεταξύ των δυο δεξαμενών είναι 25 m. Σε ένα σημείο του αγωγού J, το οποίο απέχει 3000m από τη δεξαμενή Α ο αγωγός παρουσιάζει στένωση. Επίσης στο σημείο J εκρέει προς το περιβάλλον Q = 30 lt/sec. Η διάμετρος του αγωγού αρχικά είναι 300 mm και μετά τη στένωση γίνεται 200 mm. Η τραχύτητα του αγωγού είναι k =0.015 mm και το κινηματικό ιξώδες του νερού είναι v = 1.13 10-6 m2/sec. Οι απώλειες στη στένωση (λαμβάνει χώρα σταδιακά) θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστεί η παροχή Q του αγωγού.

 Δz

Α

 B

J

Λύση

Εφαρμόζω **ΑΔΕ από τη δεξαμενή Α ως τη δεξαμενή Β**

$H\_{A}=H\_{B}+Σh\_{f}+Σh\_{τοπ}$ *(1)*

*Σhτοπ =* $K\_{εισ}∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+K\_{εξ}∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}=0.5∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+1∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}$ *(2) (απώλειες στη διεύρυνση αμελητέες)*

Σhf = $f\_{AJ}∙\frac{L\_{AJ}}{D\_{AJ}}∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+f\_{JB}∙\frac{L\_{JB}}{D\_{JB}}∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}$ = $f\_{AJ}∙\frac{3000}{0.3}∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+f\_{JB}∙\frac{4000}{0.2}∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}$ (3)

Αλλάζει η παροχή— αλλάζει ο συντελεστής τριβής

Αντικαθιστώ στην (1) τις (2), (3) και προκύπτει

$Z\_{A}+\frac{p\_{atm}}{ρg}+\frac{V\_{A}^{2}}{2g}=Z\_{B}+\frac{p\_{atm}}{ρg}+\frac{V\_{B}^{2}}{2g}+0.5∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+1∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}+f\_{AJ}∙\frac{3000}{0.3}∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+f\_{JB}∙\frac{4000}{0.2}∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}$

$Z\_{A}-Z\_{B}=Δz=0.5∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+1∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}+f\_{AJ}∙\frac{3000}{0.3}∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+f\_{JB}∙\frac{4000}{0.2}∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}$  (5)

*(Σχόλιο: σε ένα πραγματικό πρόβλημα σε μήκος 7000 m θα υπάρχουν περισσότερες τοπικές απώλειες, επομένως θα μπορούσε να αυξηθεί η ισοδύναμη τραχύτητα για τη συμπερίληψη τους)*

Στην εξίσωση (5) έχω 4 αγνώστους, τα *f* και *V* των δυο αγωγών. Θα την λύσω παίρνοντας αρχικά μια αυθαίρετη τιμή στη παροχή QAJ  με τη μέθοδο των επαναλήψεων.

Από εξίσωση **συνέχειας στο *J*** ισχύει η παρακάτω εξίσωση:

QAJ = 0.03 + QJB

Έστω QAJ = 50 lt/sec=0.05m3/sec και QJB = 0.02 m3/sec

$$v\_{ΑJ}=\frac{4∙Q\_{AJ}}{π∙D\_{AJ}^{2}}=\frac{4∙0.05}{3.14∙0.3^{2}}=0.707 m/sec$$

$$Re\_{AJ}=\frac{V\_{AJ}∙D\_{AJ}}{v}=\frac{0.707∙0.3}{1.13∙10^{-6}}=188000$$

$$\frac{k}{D\_{AJ}}=\frac{0.000015}{0.3}=0.00005$$

Θα υπολογίσω τον συντελεστή τριβής f από τον τύπο του Swamee & Jain (1976)

fAJ =$\frac{0.25}{\left[log\left(\frac{5.74}{Re^{0.9}}+\frac{\frac{k}{D}}{3.7}\right)\right]^{2}}$ = $\frac{0.25}{\left[log\left(\frac{5.74}{188000^{0.9}}+\frac{0.00005}{3.7}\right)\right]^{2}}$ =0.01615

$$v\_{JB}=\frac{Q\_{JB}}{\frac{π∙D\_{JB}^{2}}{4}}=\frac{4∙Q\_{JB}}{π∙D\_{JB}^{2}}=\frac{4∙0.02}{3.14∙0.2^{2}}=0.637 m/sec$$

$$Re\_{JB}=\frac{V\_{JB}∙D\_{JB}}{v}=\frac{0.637∙0.2}{1.13∙10^{-6}}=113000$$

$$\frac{k}{D\_{JB}}=\frac{0.000015}{0.2}=0.000075$$

fJB =$\frac{0.25}{\left[log\left(\frac{5.74}{Re^{0.9}}+\frac{\frac{k}{D}}{3.7}\right)\right]^{2}}$ = $\frac{0.25}{\left[log\left(\frac{5.74}{113000^{0.9}}+\frac{0.000075}{3.7}\right)\right]^{2}}$ =0.01789

*Βρίσκω τις συνολικές απώλειες από τη δεξαμενή Α στη δεξαμενή Β και οι οποίες θα πρέπει να είναι ίσες με Δz = 25 m*

$0.5∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+1∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}+f\_{AJ}∙\frac{3000}{0.3}∙\frac{V\_{AJ}^{2}}{2g}+f\_{JB}∙\frac{4000}{0.2}∙\frac{V\_{JB}^{2}}{2g}$

= $0.5∙\frac{0.707^{2}}{2∙9.81}+1∙\frac{0.637^{2}}{2∙9.81}+0.01615∙\frac{3000}{0.3}∙\frac{0.707^{2}}{2∙9.81}+0.01789∙\frac{4000}{0.2}∙\frac{0.637^{2}}{2∙9.81}$

=11.54 m ≠25 m

Η αρχική παροχή QAJ που επέλεξα δεν είναι σωστή. Έστω QAJ = 0.06 m3/sec και ξανακάνω την ίδια διαδικασία. Στο παρακάτω Πίνακα φαίνονται για δυο παροχές QAJ  τα διάφορα μεγέθη που υπολογίστηκαν παραπάνω. Προφανώς η αύξηση της παροχής θα οδηγήσει σε μεγαλύτερες τιμές απωλειών ενέργειας και μάλιστα με μη γραμμικό τρόπο.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| QAJ (m3/sec) | 0.05 | 0.06 | 0.08 |
| VAJ  (m/sec) | 0.707 | 0.849 | 1.132 |
| VJB  (m/sec) | 0.637 | 0.955 | 1.592 |
| ReAJ | 188000 | 225000 | 300000 |
| ReJB | 113000 | 169000 | 281000 |
| fAJ | 0.01615 | 0.0156 | 0.0149 |
| fJB | 0.01789 | 0.0166 | 0.0153 |
| H (m) | 11.54 | 21.22 | 49.42 |

Παρατηρώ ότι η πραγματική παροχή QΑJ είναι μεταξύ 0.06 και 0.08 και για την ακρίβεια λίγο παραπάνω από 0.06.

Για να μπορέσω να την υπολογίσω μπορώ με τρεις τρόπους. Ή να συνεχίσω τις επαναλήψεις ( ακριβής τρόπος) –επίλυση solver με εξέλ ή να τη βρω διαγραμματικά. Ο δεύτερος τρόπος δεν είναι ακριβής ενώ επειδή η σχέση είναι μη γραμμική θέλω 3 τουλάχιστον σημεία.