

- Διαχείριση Ταμειυτήρα
- ΔΥΠ χρησιμοποιώντας
πολύκριτηριακές μεθόδους

Δρ Μ.Σπηλιώτη

Διαχείριση Ταμιευτήρα

- Βελτιστοποίηση (με παραδοχές)
- Ομοίωμα
- Εκμεταλλεύσιμο Επιφανειακό Υδατικό Δυναμικό

Προσομοίωση VS Βελτιστοποίηση(?)

- Προσομοίωση, διάφορα «τρεξίματα» για την επιλογή της βέλτιστης τιμής, ικανότητα ακριβούς προσομοίωσης. Ενδεχόμενη προσέγγιση βέλτιστης λύσης, καλή λειτουργία
- Συμβατική βελτιστοποίηση. Η προσομοίωση υπεισέρχεται στο πρόβλημα με απλουστεύσεις. Βέλτιστη λύση αλλά ερώτημα για τις παραδοχές.
- Ευρετικοί αλγόριθμοι. Ρωμαλέα ενσωμάτωση της προσομοίωσης προσέγγιση λύσης κοντά στο βέλτιστο, καλύτερη λύση από την πρώτη περίπτωση, σχετική γνώση, προσοχή στα τοπικά ακρότατα.

Βασική εξίσωση στον ταμιευτήρα χωρίς υπερχείλιση

- Εξίσωση της μάζας: (εισροές (I) μείον εκροές (Q) ίσον με μεταβολή στην αποθήκευση ($\Delta S/\Delta t$):

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = I - Q$$

- Για διακριτό σταθερό βήμα Δt (π.χ. μήνας)

$$S_{i+1} = S_i + (I_i - Q_i)$$

- Απλούστευση για βελτιστοποίηση και μία πρώτη εκτίμηση: έστω εκροή (ζήτηση) και εισροή νερού από ανάντη λεκάνη

$$S_{i+1} = S_i + (I_i - Q_i)$$

$$Q_i = \sum_m x_{i,m}$$

Υπερχείλιση

- Περιορισμός μέγιστης χωρητικότητας.
Προφανώς:

$$S \leq S_{max}$$

- Αν $S < S_{MAX}$ τότε ο ταμιευτήρας δεν υπερχειλίζει
- Διαφορετικά, $S=S_{MAX}$ και η περίσσεια θα γίνει υπερχειλίση

$$R = S_i + I_i - Q_i - S_{MAX}$$

Εξάτμιση

- Στην πραγματικότητα υπάρχει και η εξάτμιση που λαμβάνει χώρα στον ταμιευτήρα (άνω των 1000mm για τα Ελληνικά δεδομένα π.χ. Τήλος 1700mm).
- Η εξάτμιση εξαρτάται από την επιφάνεια του ταμιευτήρα και αυτή εξαρτάται μη γραμμικά από το ύψος στάθμης του νερού στον ταμιευτήρα.
- Η θεώρηση της εξάτμισης οδηγεί σε ένα μη γραμμικό πρόβλημα.

Παράδειγμα θεώρησης εξάτμισης σε ταμιευτήρα (Ναλμπάντης και τσακίρης, 2008)
-μη γραμμική σχέση

Δίνεται λεκάνη απορροής στην έξοδο της οποίας διατίθεται η χρονοσειρά μηνιαίας απορροής του Πίνακα 2.7. Αυτή προέκυψε από μετρήσεις. Στην έξοδο της λεκάνης έχει κατασκευαστεί ταμιευτήρας ωφέλιμης χωρητικότητας $77.11 \times 10^6 \text{ m}^3$. Το εμβαδόν καθρέφτη του ταμιευτήρα A δίνεται σε km^2 συναρτήσει του αποθέματος S ($\times 10^6 \text{ m}^3$) από την πολυωνυμική σχέση

$$A = -0.00003 S^2 + 0.0235 S + 1.4406 \quad (2.22)$$

Εφαρμογή βελτιστοποίησης σε ταμιευτήρα

-γραμμικός προγραμματισμός

-Δεν επιτρέπουμε υπερχείλιση

-Δε λαμβάνω υπόψη την εξάτμιση

(πρώτη διαστασιολόγηση, μετά τρέχω
αναλυτικά το φυσικό ομοίωμα)

Ταμιευτήρας «μονής» σκοπιμότητας
(μία μόνο χρήση νερού)

Παράδειγμα γραμμικού προγραμματισμού

- Ταμιευτήρας απλής εκφοιμότητας

- Δίδονται :

Χρυσάνθου, 2013

- το υδρογράφημα εισροών σε μέση μηνιαία βάση

- η καμπύλη του μηνιαίου κέρδους σε δρχ./m³ νερού

- χωρητικότητα ταμιευτήρα $S_{\max} = 200 \cdot 10^6 \text{ m}^3$

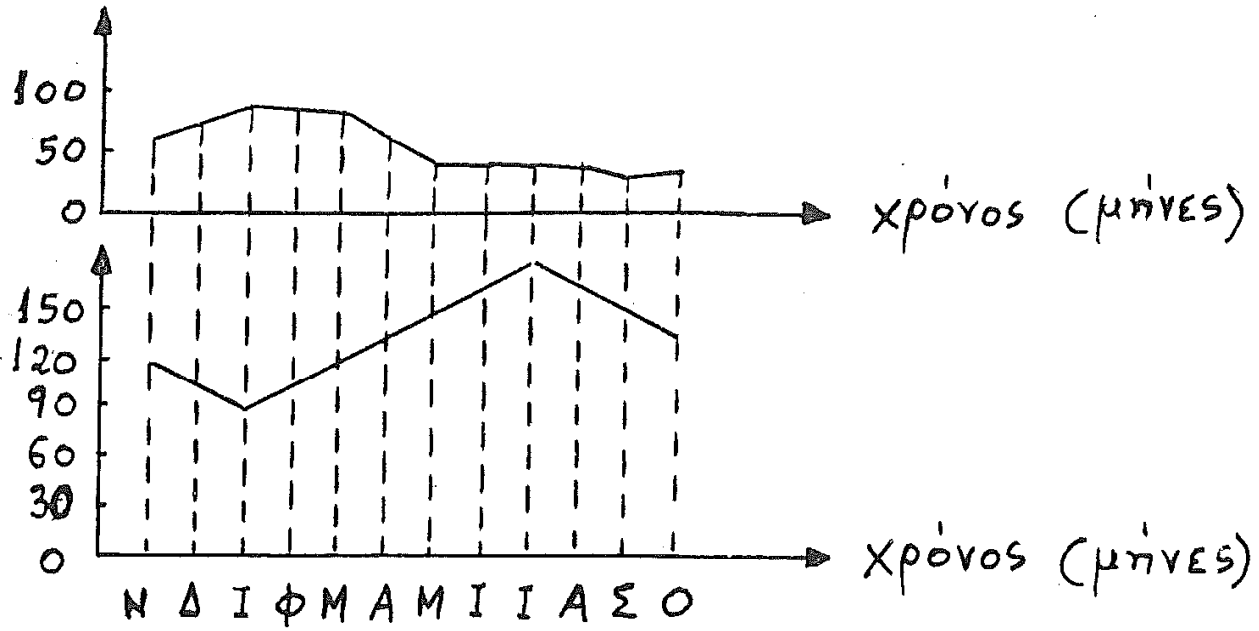
- αποθηκευμένος όγκος νερού στην αρχή του έτους $S_0 = 100 \cdot 10^6 \text{ m}^3$

- Ζητούνται τα υδρογραφήματα των μηνιαίων εκροών και αποθηκεύσεων, έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό ετήσιο κέρδος.

Δίνεται επίσης, ότι για κάθε μήνα η ελάχιστη παροχή κατάντη του ταμιευτήρα ορίζεται σε $20 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ και η μέγιστη σε $140 \cdot 10^6 \text{ m}^3$

ελευθέρη I [10^6 m^3]

κέρδος c [$\frac{\text{δρχ.}}{\text{m}^3}$]



Μαθηματική Διατύπωση

x_i : έκροη νερού από τον ταμιευτήρα κατά το μήνα i
(μεταβλητή απόφασης)

c_i : τιμή του νερού ανά m^3 κατά το μήνα i (άρδευση)

Συνάρτηση στόχου: $Z = \sum_{i=1}^{12} c_i x_i = \max$

Περιορισμοί:

α. Θετικές αποθηκεύσεις στον ταμιευτήρα

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n I_i + S_0 \quad n=1,2,\dots,11 \quad (11 \text{ συνθήκες})$$

β. Ετήσιο ισοζύγιο

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = \sum_{i=1}^{12} I_i \quad (1 \text{ συνθήκη})$$

Δηλαδή, ο αποθηκευμένος όγκος στον ταμιευτήρα θα είναι μικρότερος από τη μέγιστη χωρητικότητα

γ. Μη υπερχειλίση του ταμιευτήρα

$$S_{\max} \geq S_0 + \sum_{i=1}^n I_i - \sum_{i=1}^n x_i \quad n=1,2,\dots,11 \quad (11 \text{ συνθήκες})$$

δ. Ελάχιστη παροχή νερού στον ποταμό κατάντη του ταμιευτήρα:
 $20 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ ανά μήνα

$$x_i \geq 20 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \quad i=1,2,\dots,12 \quad (12 \text{ συνθήκες})$$

ε. Μέγιστη επιτρεπόμενη εκροή: $140 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ ανά μήνα

$$x_i \leq 140 \cdot 10^6 \text{ m}^3 \quad i=1,2,\dots,12 \quad (12 \text{ συνθήκες})$$

Λύση

Συνάρτηση στόχου

$$Z = 120x_1 + 105x_2 + 90x_3 + 105x_4 + 120x_5 + 135x_6 + 150x_7 + 165x_8 + 180x_9 + 165x_{10} + 150x_{11} + 135x_{12}$$

x_1 : εκροή το Νοέμβριο

x_2 : εκροή το Δεκέμβριο

κ.λπ.

Περιορισμοί

a. $x_1 \leq I_1 + S_0$

$x_1 + x_{13} = I_1 + S_0 = (58.6 + 100) \cdot 10^6 = 158.6 \cdot 10$

x_{13}

Βοηθητική μεταβλητή για μετατροπή της ανισότητας σε ισότητα (για επίλυση χειροκίνητα, δεν είναι απαραίτητη η θεώρηση της σε υπολογιστικά πακέτα)

- Περιορισμός θετικών αποθηκεύσεων στον ταμιευτήρα

$$\beta. \quad \sum_{i=1}^{12} x_i = 655.7 \times 10^6$$

γ. για $n=1$

$$S_{max} \geq S_0 + I_1 - x_1 \Rightarrow 200 \times 10^6 \geq (100 + 58.6) \cdot 10^6 - x_1$$

Για $n=2$

$$S_{max} \geq S_1 + (I_2 - x_2) = (S_0 + I_1 - x_1) + (I_2 - x_2) \Leftrightarrow$$

$$S_{max} \geq S_0 + (I_1 + I_2) - (x_1 + x_2)$$

Για $n=3$

$$S_{max} \geq S_0 + (I_1 + I_2 + I_3) - (x_1 + x_2 + x_3)$$

Δηλαδή ο αποθηκευμένος όγκος στον ταμιευτήρα θέλω να είναι μικρότερος από τη μέγιστη χωρητικότητα χωρίς υπερχειλίση

Μη υπερχειλίση του ταμιευτήρα

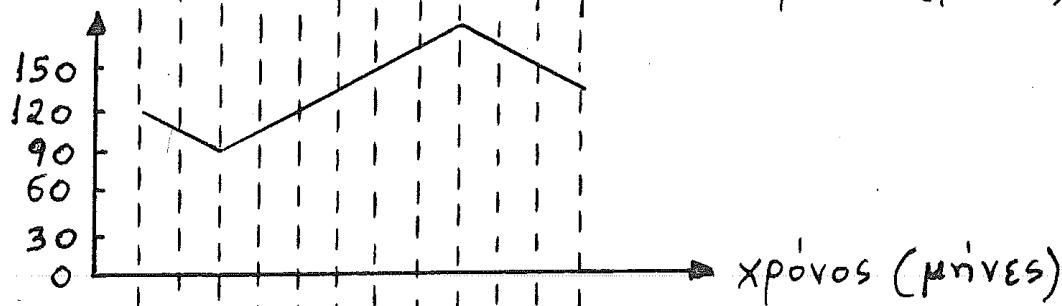
$$S_{max} \geq S_0 + \sum_{i=1}^n I_i - \sum_{i=1}^n x_i \quad n=1,2,\dots,11 \quad (\text{11 συνθήκες})$$

- $Z_{max} = 96.3 \times 10^9$ δρχ. ανά έτος (κέρδος)

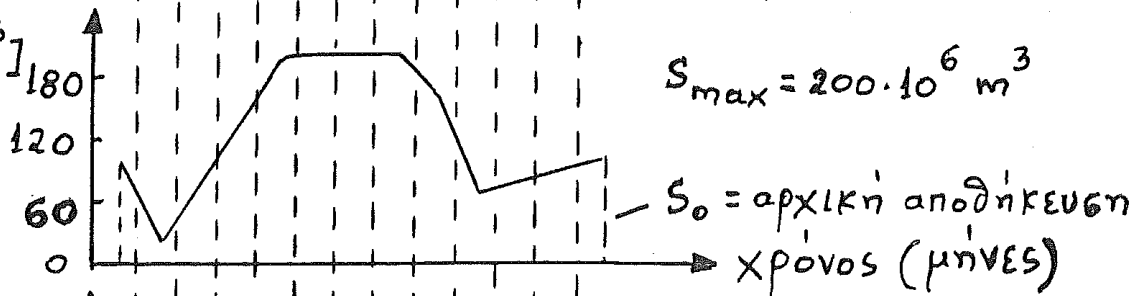
ελευθέρη I [$10^6 m^3$]



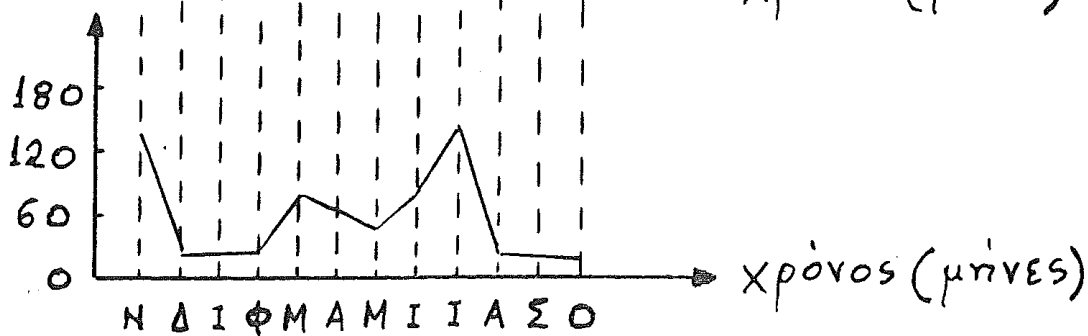
κέρδος C [$\frac{\deltaρχ.}{m^3}$]



αποθήκευση S [$10^6 m^3$]



εκροή x [$10^6 m^3$]



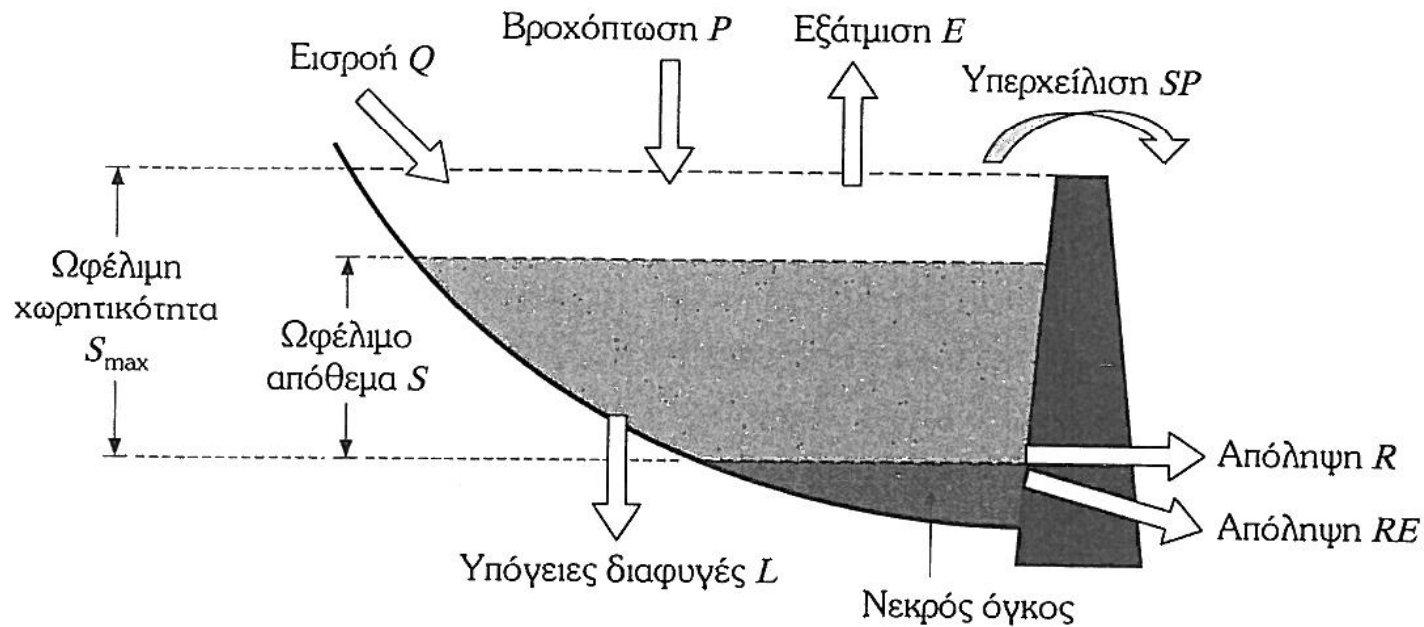
Ν Δ Ι Φ Μ Α Μ Ι Ι Α Σ Ο

- Προσομοίωση ταμιευτήρα πολλαπλής
χρησιμότητας
(πιο ακριβής θεώρηση γενικά, *μπορεί να υπάρξει
υπερχείλιση, θεώρηση της εξάτμισης*)
- πολλαπλές προσομοιώσεις για διαστασιολόγηση
 - Αξιοπιστία ταμιευτήρα
- Εκμεταλλεύσιμο Επιφανειακό Υδατικό Δυναμικό με
ταμίευση

Εκμεταλλεύσιμο Επιφανειακό Δυναμικό, με ταμίευση

- Προσομοίωση ταμιευτήρα
- Μετρημένες απορροές
- Σενάρια ζήτησης
- Πολλαπλού σκοπού ταμιευτήρας: Κανόνες λειτουργίας:
 - Πρώτα η ικανοποίηση της οικολογικής παροχής
 - Κατόπιν ικανοποίηση της ανάγκης σε ύδρευση
 - Κατόπιν οι απαιτήσεις της βιομηχανίας
 - Αρδευτικές ανάγκες
- Ορισμός κανόνα αξιοπιστίας
- «Τρέξιμο» λειτουργίας για πολλαπλά έτη

Ιδιαίτερη σημασία απέκτησε κατά τα τελευταία χρόνια η απαίτηση για διατήρηση του υδάτινου περιβάλλοντος του θέρωμένου υδατορεύματος. Η απαίτηση αυτή εκφράζεται συνήθως υπό τη μορφή της λεγόμενης «οικολογικής παροχής» που είναι η ελάχιστη απαιτούμενη ποσότητα νερού που εξασφαλίζει τη διατήρηση του οικοσυστήματος (αβιοτικού και βιοτικού) κατάντη του ταμιευτήρα σε καλή κατάσταση.* Στο ίδιο πλαίσιο εγγράφεται και η σύγχρονη τάση για όσο το δυνατό ηπιότερη εκμετάλλευση των υδατικών πόρων και όσο το δυνατό μικρότερη διαταραχή της φυσικής διαίτας του νερού (π.χ., κατασκευή φραγμάτων μικρής χωρητικότητας).



Σχ. 2.4: Ταμιευτήρας και μεγέθη που υπεισέρχονται στην εκτίμηση του ΕΕΥΔ.

γ_{υπ}.

Εισροές

- Συνολική απορροή υδατορευμάτων που εισρέουν στον ταμιευτήρα Q_t σε όρους όγκου νερού στο διάστημα $[t, t + \Delta t]$
- Βροχόπτωση πάνω στην επιφάνεια του νερού του ταμιευτήρα P_t , σε όρους ύψους νερού στο διάστημα $[t, t + \Delta t]$.

Εκροές

- Εξάτμιση από την επιφάνεια του ταμιευτήρα E_t , σε όρους ύψους νερού στο διάστημα $[t, t + \Delta t]$
- Υπόγεια διαφυγή L_t , σε όρους όγκου νερού στο διάστημα $[t, t + \Delta t]$
- Παροχή διέλευσης RE_t για διατήρηση του κατόντη οικοσυστήματος σε όρους όγκου νερού στο διάστημα $[t, t + \Delta t]$
- Απόληψη R_t για καταναλωτική χρήση σε όρους όγκου νερού στο διάστημα $[t, t + \Delta t]$
- Υπερχειλίση SP_t σε όρους όγκου στο διάστημα $[t, t + \Delta t]$.

Ωφέλιμο απόθεμα νερού: 0.0 στην κατώτατη και S_{\max} στην ανώτατη στάθμη λειτουργίας (Ανώτατη κανονική στάθμη = Στάθμη στέψης του υπερχειλιστή)

- Στην αρχή του χρονικού διαστήματος $[t, t + \Delta t]$, S_t
- Στο τέλος του χρονικού διαστήματος $[t, t + \Delta t]$, $S_{t + \Delta t}$

Αγνοώντας τις υπόγειες διαφυγές η εξίσωση συνέχειας γράφεται

$$S_{t + \Delta t} = S_t + Q_t + \gamma P_t A_t - \gamma E_t A_t - R_t - RE_t - SP_t \quad (2.11)$$

όπου γ συντελεστής μετατροπής μονάδων και A_t είναι το εμβαδόν της επιφάνειας (καθρέφτη) του ταμιευτήρα στο χρόνο t . Στην εξίσωση αυτή υπάρχουν τέσσερα άγνωστα μεγέθη: $S_{t + \Delta t}$, R_t , RE_t και SP_t . Συνεπώς, απαιτούνται τρεις ακόμη εξισώσεις και, γι' αυτό, γίνονται παραδοχές. Πρώτα θεωρείται ότι εισέρχεται το υψόμετρο της απορροής και της βροχόπτωσης

(Ναλμπάντη και Τσακίρη, 2008)

Προσωρινά διαθέσιμο νερό

- $SA_{i,j} = S_{i,j} + Q_{i,j} + \gamma_{i,j} A_{i,j} (P_{i,j} - E_{i,j})$

Κλιμακωτοί κανόνες:

- $QE_{i,j} = \min(SA_{i,j}, qe_j)$, κάλυψη οικολογικής παροχής
- $QU_{i,j} = \min(SA_{i,j} - QE_{i,j}, qu_j)$, κάλυψη ύδρευσης
- $QI_{i,j} = \min(SA_{i,j} - QE_{i,j} - QU_{i,j}, qi_j)$, κάλυψη άρδευσης

Υπερχείλιση και όγκος νερού στον ταμιευτήρα

- $R_{i,j} = \max(SA_{i,j} - QE_{i,j} - QU_{i,j} - QI_{i,j} - S_{MAX}, 0)$,
ΥΠΕΡΧΕΙΛΙΣΗ, (ΚΑΙ ΑΥΤΗ ΟΙΚΟΛΟΓΙΚΗ ΠΑΡΟΧΗ Η ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑΝΤΗ)

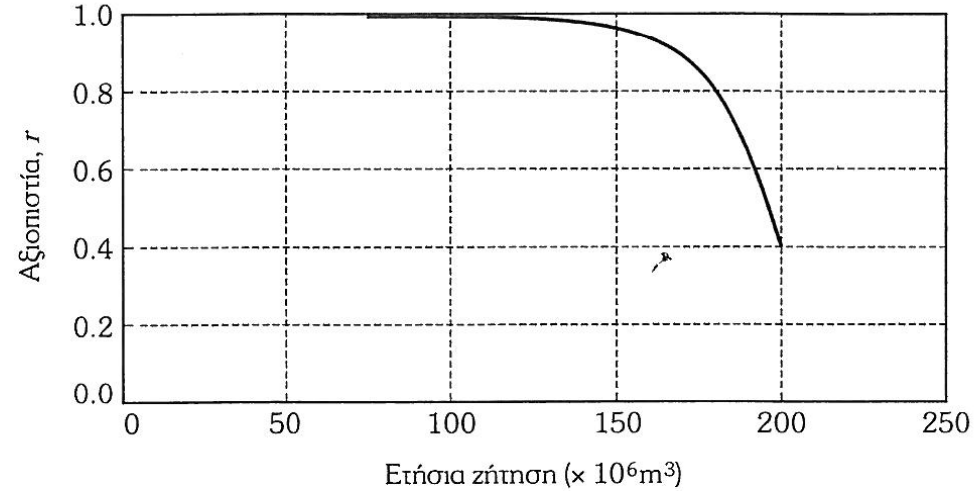
- $S_{i,j+1} = SA_{i,j} - QE_{i,j} - QU_{i,j} - QI_{i,j} - R_{i,j}$
όγκος νερού στον ταμιευτήρα

Εκμεταλλεύσιμο Επιφανειακό Δυναμικό, με ταμίευση

- Προσομοίωση ταμιευτήρα
- Μετρημένες απορροές
- Για δεδομένη ζήτηση και χωρητικότητα ταμιευτήρα K_{max}
- Απλά: Τα έτη που καλύπτεται η ζήτηση προς τα συνολικά έτη προσομοίωσης αποτελούν προσομοίωση της αξιοπιστίας
- Τρέχω διάφορα σενάρια ζητήσεων. Η ζήτηση είναι αυτή που αντιστοιχεί σε αποδεκτή αξιοπιστία.
- Π.χ. Ενδεικτικά: ύδρευση 95-99% . Άρδευση: 80%

Για την εκτίμηση της αξιοπιστίας, προσομοιώνεται η λειτουργία του ταμιευτήρα (με βάση τις εξισώσεις 2.12, 2.13, 2.14, 2.15 και 2.16) για μια σειρά N υδρολογικών ετών και εντοπίζεται το πλήθος των ετών N' με πλήρη κάλυψη της ζήτησης. Η εκτίμηση της αξιοπιστίας \hat{r} είναι:*

$$\hat{r} = \frac{N'}{N} \quad (2.20)$$

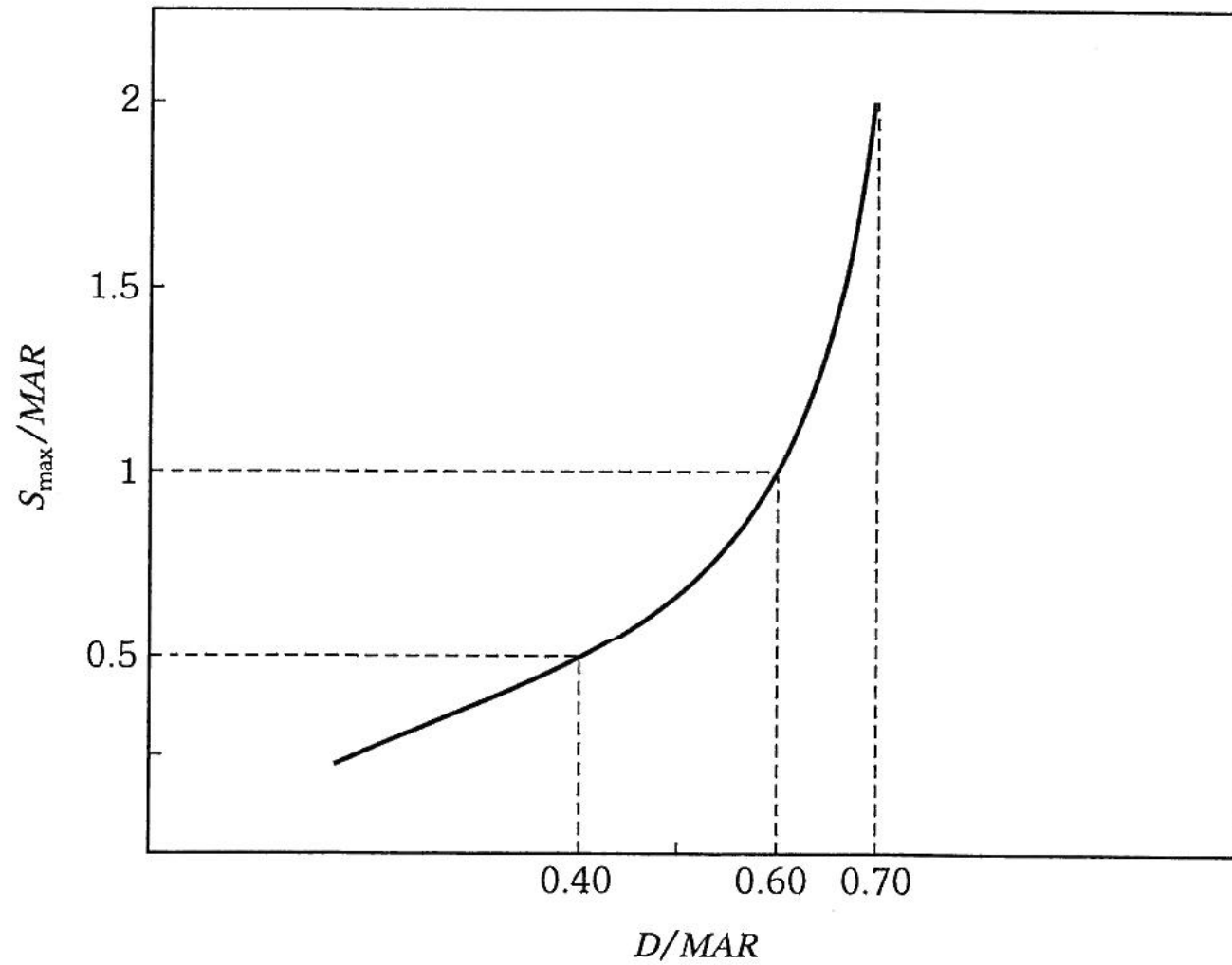


Σχ. 2.5: Παράδειγμα της σχέσης αξιοπιστίας - ζήτησης νερού σε μεμονωμένο ταμιευτήρα.

Σε κάθε τιμή ζήτησης νερού D , αντιστοιχεί μια τιμή της αξιοπιστίας r . Η σχέση $r = r(D)$ είναι φθίνουσα όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.5. Η σχέση αυτή δίνει το εκμεταλλεύσιμο επιφανειακό υδατικό δυναμικό (ΕΕΥΔ) της λεκάνης. Συνήθως, όμως, το ΕΕΥΔ δεν δίνεται από την πλήρη σχέση $r = r(D)$ αλλά μόνο ως μια μεμονωμένη τιμή D^* για μια συγκεκριμένη τιμή της αξιοπιστίας r^* (π.χ., $r^* = 0.95$). Συνεπώς, για δεδομένη επιθυμητή αξιοπιστία r^* είναι απαραίτητο να επιλυθεί η εξίσωση

$$r(D) - r^* = 0 \quad (2.21)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι για την όσο γίνεται μεγαλύτερη απόληψη (και επομένως το μέγιστο εκμεταλλεύσιμο υδατικό δυναμικό) απαιτείται όσο γίνεται μεγαλύτερη χωρητικότητα του ταμιευτήρα. Όμως από μια χωρητικότητα και πάνω η απόληψη με συγκεκριμένη πιθανότητα αστοχίας δεν αυξάνει παρά την αύξηση της χωρητικότητας. Η οριακή αυτή τιμή της απόληψης D αποτελεί το μέγιστο εκμεταλλεύσιμο δυναμικό για συγκεκριμένη πιθανότητα αστοχίας που αναφέρθηκε γενικά πιο πάνω. Στο Σχήμα 2.6 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα λεκάνης με ταμιευτήρα στην έξοδό της και η σχέση των αδιάστατων ποσοτήτων S_{\max}/MAR και D/MAR που αντιπροσωπεύουν τη χωρητικότητα του ταμιευτήρα / μέσου ετήσιου ύψους απορροής με την απόληψη από τον ταμιευτήρα / μέσου ετήσιου ύψους απορροής. Όπως φαίνεται από το παράδειγμα του σχήματος αλλά και πολλές εφαρμογές στον Ελλαδικό χώρο η μέγιστη απολήψιμη ποσότητα (δηλαδή το μέγιστο εκμεταλλεύσιμο δυναμικό) είναι τάξης μεγέθους 50-70% της



Σχ. 2.6: Τυπική σχέση της «αδιάστατης» απόληψης D με την «αδιάστατη» χωρητικότητα S_{\max} του ταμιευτήρα.

Αν κατασκευάσουμε ταμιευτήρα με χωρητικότητα ίση με τη μέση ετήσια απορροή μιας θέσης, θα έχουμε την ποσότητα αυτή ως μέση ετήσια απόληψη?

- Όχι. Θα πρέπει να γίνει προσομοίωση και να θεωρηθεί η αξιοπιστία της εξεταζόμενης ζήτησης.
- Συνήθως, για τα Ελληνικά δεδομένα, η μέγιστη απολήψιμη ποσότητα (D) είναι 50-70 % της μέσης ετήσιας απορροής (MAR)
- π.χ. για διπλάσιο όγκο ταμιευτήρα (KMAX) από τη μέση απορροή (MAR) μπορεί να προκύψει (όχι πάντα, δασκαλίστικη σημείωση) 70% απόληψη (D) της μέσης απορροής (MAR) (Ναμπάντης και Τσακίρης, 2008)
- Η κατασκευή ενός ταμιευτήρα που δεν θα αφήνει σταγόνα να υπερχειλίσει είναι οικονομικά και τεχνικά άτοπη και περιβαλλοντικά μη αποδεκτή

2.5.3 Αριθμητικό Παράδειγμα Εκτίμησης του ΕΕΥΔ Λεκάνης Απορροής με Ταμιευτήρα στην Έξοδο της

Δίνεται λεκάνη απορροής στην έξοδο της οποίας διατίθεται η χρονοσειρά μηνιαίας απορροής του Πίνακα 2.7. Αυτή προέκυψε από μετρήσεις. Στην έξοδο της λεκάνης έχει κατασκευαστεί ταμιευτήρας ωφέλιμης χωρητικότητας $77.11 \times 10^6 \text{ m}^3$. Το εμβαδόν καθρέφτη του ταμιευτήρα A δίνεται σε km^2 συναρτήσει του αποθέματος S ($\times 10^6 \text{ m}^3$) από την πολυωνυμική σχέση

$$A = -0.00003 S^2 + 0.0235 S + 1.4406 \quad (2.22)$$

Ακόμη, στον Πίνακα 2.6, δίνονται οι συντελεστές ανισοκατανομής της ζήτησης λ_j ανά μήνα j ($j = 1, 2, \dots, 12$) και οι μέσες μηνιαίες τιμές της χωρικά μέσης βροχόπτωσης (P_j) και της δυναμικής εξάτμισης από ελεύθερη επιφάνεια νερού στον ταμιευτήρα E_j . Για τα μεγέθη αυτά θα γίνει η παραδοχή ότι αρκεί η χρήση μέσων μηνιαίων τιμών. Ζητείται η τιμή της ετήσιας απόληψης νερού D που αντιστοιχεί σε αξιοπιστία 0.80. Η τιμή αυτή εκφράζει και το εκμεταλλεύσιμο επιφανειακό υδατικό δυναμικό (ΕΕΥΔ) για την παραπάνω τιμή της αξιοπιστίας.

Πίν. 2.6: Συντελεστές ανισοκατανομής της ζήτησης λ_j ανά μήνα j ($j = 1, 2, \dots, 12$) και μέσες μηνιαίες τιμές της χωρικά μέσης βροχόπτωσης (P_j) και δυνητικής εξάτμισης από ελεύθερη επιφάνεια νερού (E_j).

	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.	Ιαν.	Φεβ.	Μαρτ.	Απρ.	Μάϊος	Ιούν.	Ιούλ.	Αύγ.	Σεπτ.
q_j ($\times 10^6$ m ³)	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
λ_j	0.084	0.074	0.074	0.069	0.063	0.071	0.073	0.083	0.090	0.137	0.094	0.088
P_j (mm)	106.8	200.7	235.0	152.6	143.9	103.9	94.2	59.8	22.2	14.9	7.0	14.7
E_j (mm)	69.9	36.7	23.3	28.5	39.3	72.7	108.0	156.6	196.9	221.9	197.6	134.3

Πίν. 2.7: Δεδομένα μηνιαίας απορροής στην έξοδο της λεκάνης ($\times 10^6$ m³).

Υδρ. έτος	Οκτ.	Νοέμ.	Δεκ.	Ιαν.	Φεβ.	Μάρτ.	Απρ.	Μάϊος	Ιούν.	Ιούλ.	Αύγ.	Σεπτ.
1	8.2	22.5	36.6	0.6	0.0	21.9	29.7	20.8	10.2	5.0	3.2	13.9
2	8.1	17.7	15.9	49.2	61.1	28.8	36.6	18.6	6.6	4.2	3.5	3.0
3	7.6	4.3	89.3	49.1	51.3	14.4	19.1	18.5	8.0	4.2	3.1	2.6
4	2.7	10.9	115.1	45.8	65.7	37.4	44.7	23.4	17.3	8.5	5.0	3.4
5	2.9	51.2	65.1	6.7	32.5	30.3	32.0	22.6	8.4	5.1	4.4	4.1
6	7.6	32.1	73.5	61.3	28.3	24.9	27.5	11.0	4.5	3.4	2.4	1.7
7	21.5	34.5	60.9	47.3	59.8	22.2	23.3	12.5	6.1	3.2	2.8	2.0
8	11.5	41.4	12.7	43.7	48.5	30.5	57.9	36.8	9.7	5.2	3.3	2.3
9	6.1	44.3	42.8	30.8	56.0	20.7	36.3	20.0	6.0	4.3	3.1	2.2
10	1.5	49.5	78.2	47.3	20.3	63.6	52.6	22.6	9.0	4.7	3.0	2.5
11	1.9	38.1	31.5	74.7	74.2	71.1	33.8	33.8	9.3	5.2	5.5	3.6
12	2.1	12.7	31.3	28.6	64.1	32.1	20.0	15.5	6.3	4.6	4.0	2.9