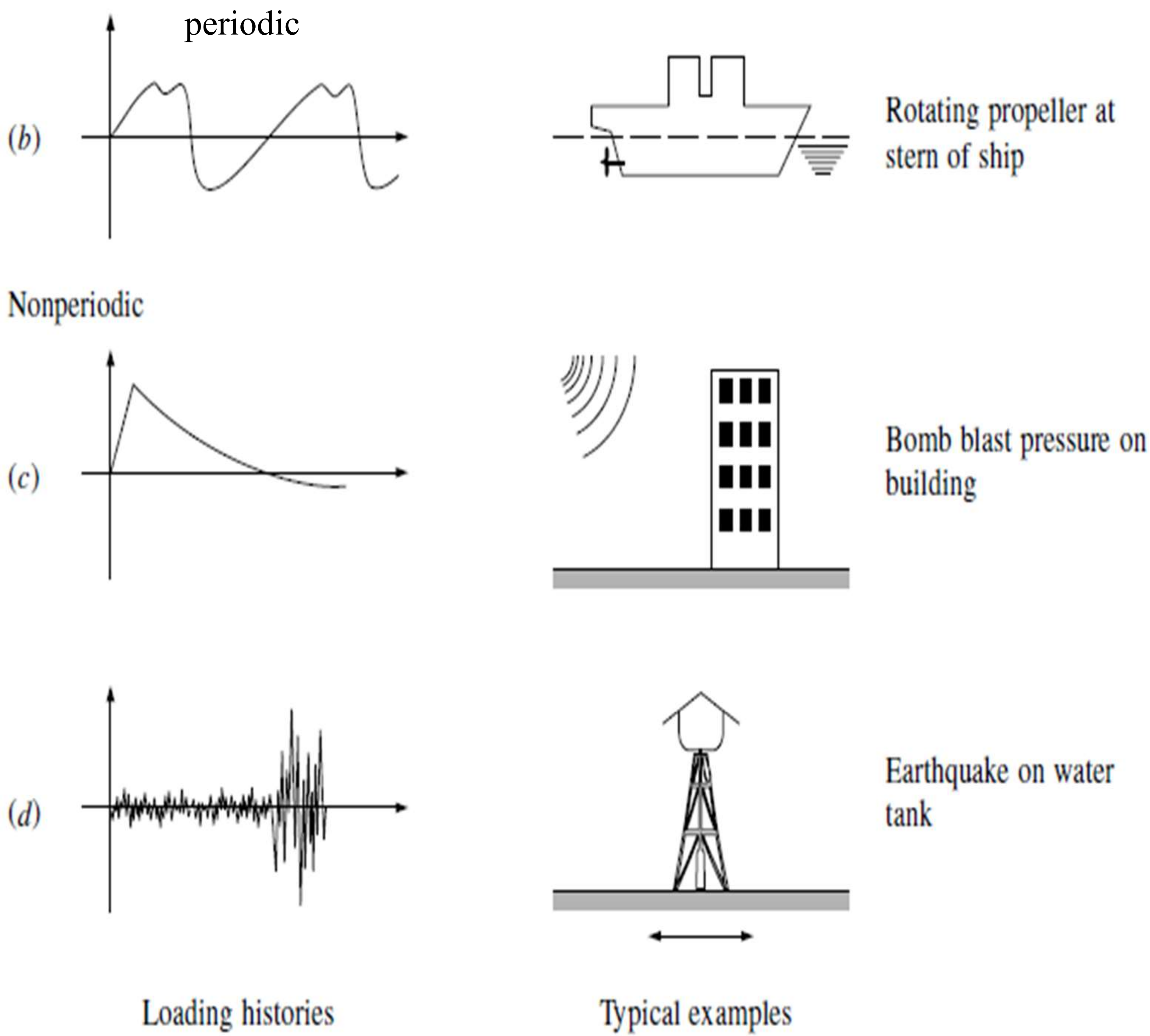
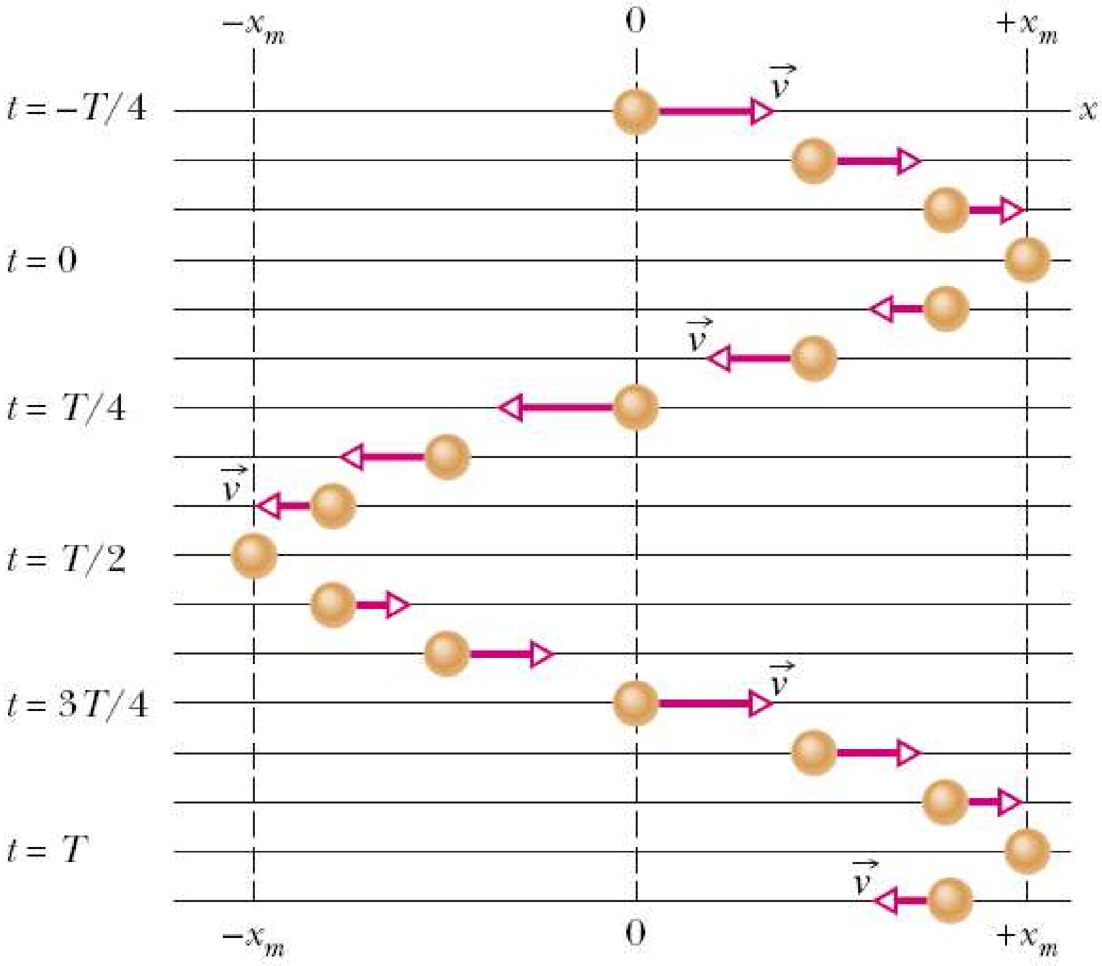
Κινηματική - Ταλαντώσεις: κινήσεις με περιοδικότητα, δηλ. επανάληψη με το χρόνο.



Ταλαντώσεις: κινήσεις με περιοδικότητα, δηλ. επανάληψη με το χρόνο.



Σωματίδιο κινείται γύρω από το σημείο x=0.

Ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης είναι η Περίοδος Τ, όπου το σωματίδιο κινείται από το $x=+x_m$, στο $-x_m$, και πίσω στην αρχική του θέση x_m.

Το διάνυσμα της ταχύτητας (υπό κλίμακα) δείχνει το μέγεθός της σε διαφορετικούς χρόνους. Στο $x=\pm x_m$, η ταχύτητα είναι μηδέν.

Συχνότητα, **f ($1Hz=1sec^{-1}$)**: αριθμός κύκλων σε ένα second **f=1/T**

Εάν η κίνηση είναι αργή (έχει δηλαδή μεγάλη περίοδο) η συχνότητα είναι μικρή

Απλή αρμονική ταλάντωση: [Ορισμοί: $v(t)=dx/dt$, $a(t)=dv/dt=d^2x/dt^2$]

Γενική μορφή: $x(t)=c_1\sin(\omega t) + c_2\cos(\omega t)$

θέση: $x(t=0) = x_m$: $c_1\cdot 0 + c_2\cdot 1 = x_m$ → $c_2=x_m$

ταχύτητα $v(t=0) = dx/dt|_{t=0}= 0$: $0= c_1\cdot\omega\cdot\cos(\omega t) - c_2\cdot\omega\cdot\sin(\omega t)$ → $0= c_1\cdot\omega\cdot 1$ → $c_1=0$

→ $x(t)=x_m\cos(\omega t)$ ή $x(t)=A\cos(\omega t)$ A:amplitude

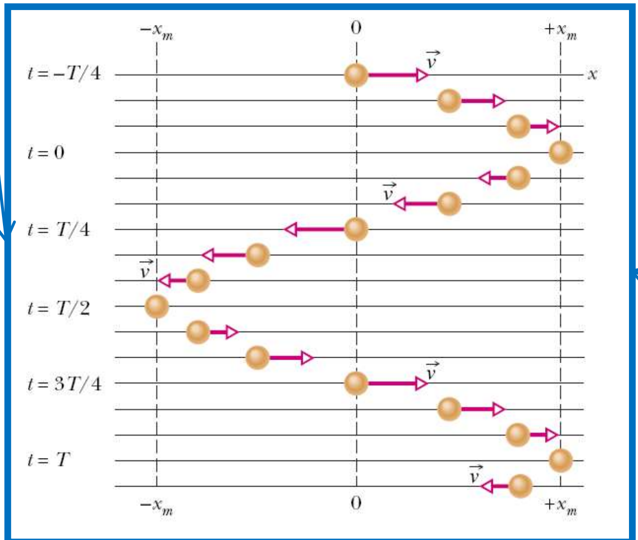
Αν η ταλάντωση για t=0 s βρίσκεται στο A επιλέγω συνάρτηση συνημίτονου!

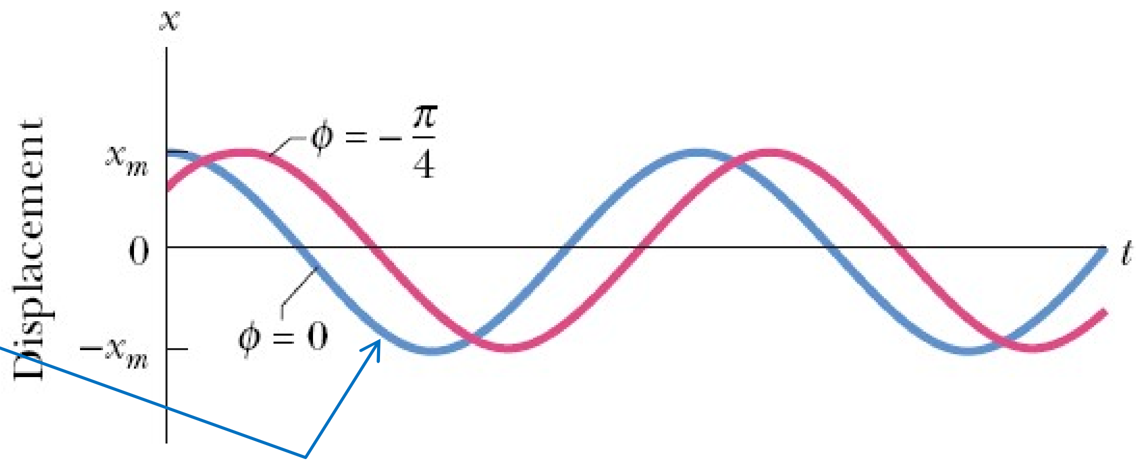
θέση: $x(t=0) = x_o$: $c_1\cdot 0 + c_2\cdot 1 = x_o$ → $c_2=x_o$

ταχύτητα $v(t=0) = c_1\cdot\omega\cdot\cos(\omega t) - c_2\cdot\omega\cdot\sin(\omega t) = c_1\cdot\omega\cdot 1 = v_o$ → $c_1=v_o/\omega$

→ $x(t)=v_o/\omega\cdot\sin(\omega t) + x_o\cdot\cos(\omega t)$ → γνώση αρχικών τιμών x_o, v_o

→ $x(t)= x_m\cdot\cos(\omega t+\varphi)$ με $x_m=\sqrt{x_o^2 + \left(\frac{v_o}{\omega}\right)^2}$ και $\varphi=\arctan\left[-\frac{v_o}{\omega x_o}\right]$





(c)

Απλή αρμονική ταλάντωση:

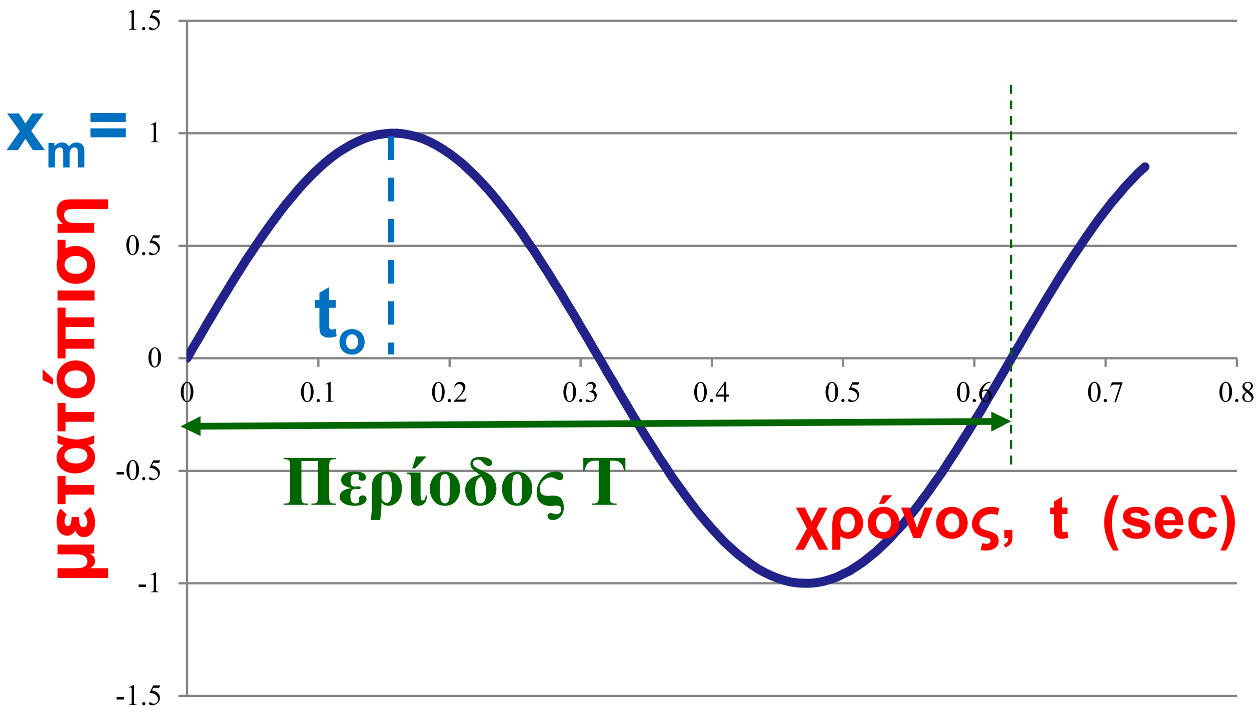
Γενική μορφή: $x(t)=c_1\sin(\omega t) + c_2\cos(\omega t)$

θέση: $x(t=0) = 0$: $c_1\cdot 0 + c_2\cdot 1 = 0$ ➔ $c_2=0$, άρα δεν υφίσταται ο όρος $c_2\cos(\omega t)$

Θέση: $x(t=t_o)$: $x_m=c_1\sin(\omega * t_o)=c_1*1$ ➔ $c_1=x_m$

$x(t)=x_m\sin(\omega t)$

Αν η ταλάντωση για t=0s βρίσκεται στο 0 επιλέγω συνάρτηση ημίτονου!



Ή από $x(t)= x_m\cdot\cos(\omega t+\varphi)$ για t=0: $0=x_m\cos(0+\varphi)$ ➔ $\varphi=-\pi/2$

$x(t)= x_m\cdot\cos(\omega t-\pi/2)$

Απλή αρμονική ταλάντωση:

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

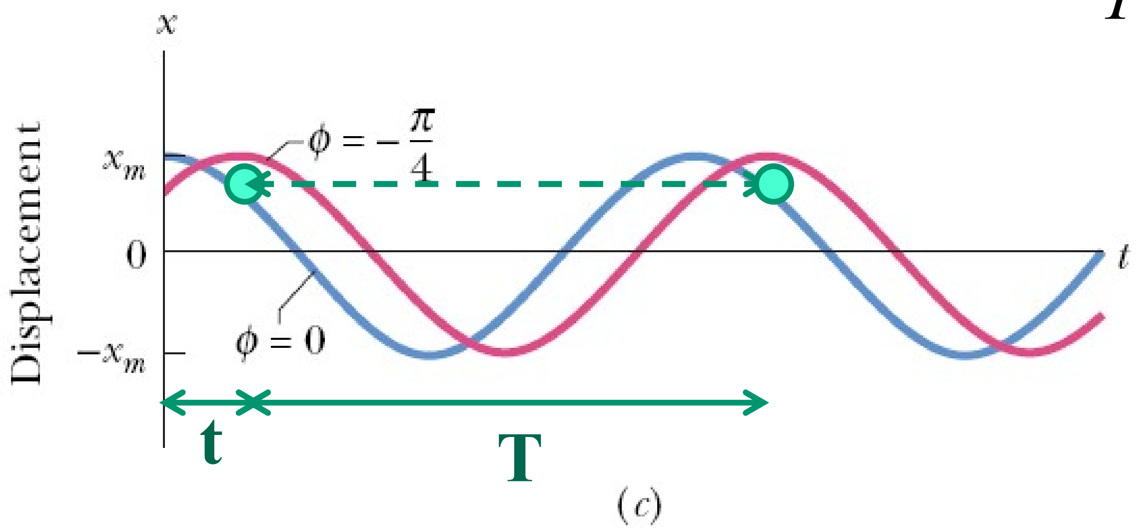
Θυμάμαι ότι στην κυκλική κίνηση:
Γωνιακή ταχύτητα ω=dθ/dt (rad/s)
Με ω=σταθερό: θ=ωt
Για μια πλήρη περιστροφή θ=2π ➔
2π=ωT ➔ ω=2π/T

x_m : πλάτος (ή A=amplitude) – μέγιστη μετατόπιση
t : χρόνος
ω : γωνιακή ταχύτητα ή γωνιακή συχνότητα (radians/second)
φ : φάση (σε ποια θέση βρίσκεται και τι ταχύτητα έχει σε t=0 sec, rad)

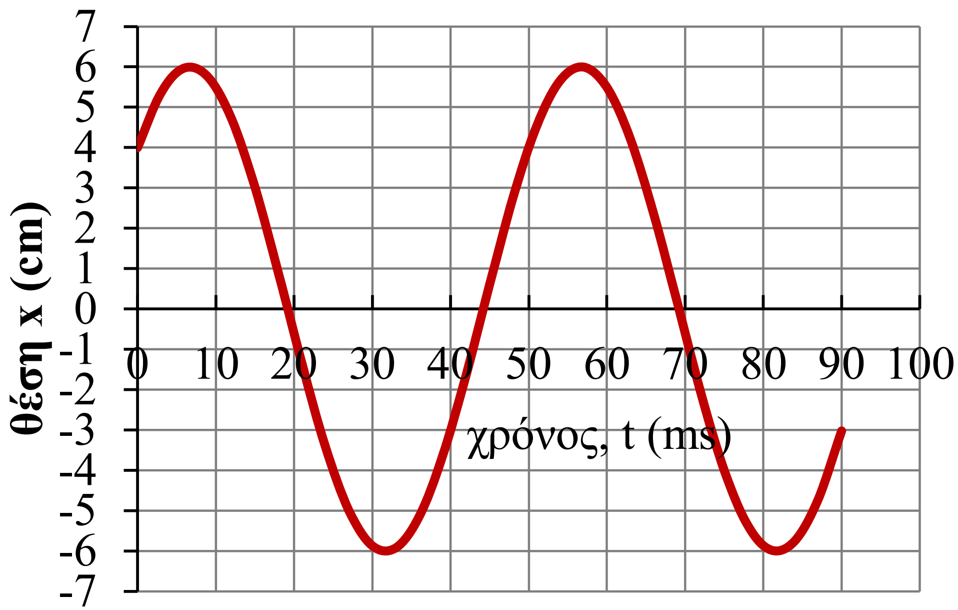
$$x(t) = x(t+T)$$

Επειδή το συνημίτονο επαναλαμβάνεται για κάθε προσαύξηση 2π:

$$\omega(t+T) = \omega t + 2\pi \quad \rightarrow \omega T = 2\pi \quad \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad T = \frac{1}{f}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



$x(t)= x_m\cdot\cos(\omega t+\varphi)$ με

$$x_m=\sqrt{x_o^2+\left(\frac{v_o}{\omega}\right)^2}$$ και

$$\varphi=\arctan\left[-\frac{v_o}{\omega x_o}\right]$$

Περίοδος;

T= 50 ms → ω=2π/T= 1000*2*π/50=40π / s ή 125,66 rad/sec

Πλάτος;

x_m=6cm

t=0 ms → x_o=4 cm

$$6=\sqrt{4^2+\left(\frac{v_o}{\omega}\right)^2} \rightarrow \left(\frac{v_o}{\omega}\right)^2=20 \rightarrow v_o=40\pi*20^{0.5}\ (cm/s)$$

$$\varphi=\arctan\left[-\frac{40\pi*20^{0.5}}{40\pi*4}\right] \rightarrow \varphi=-0.841\ rad$$

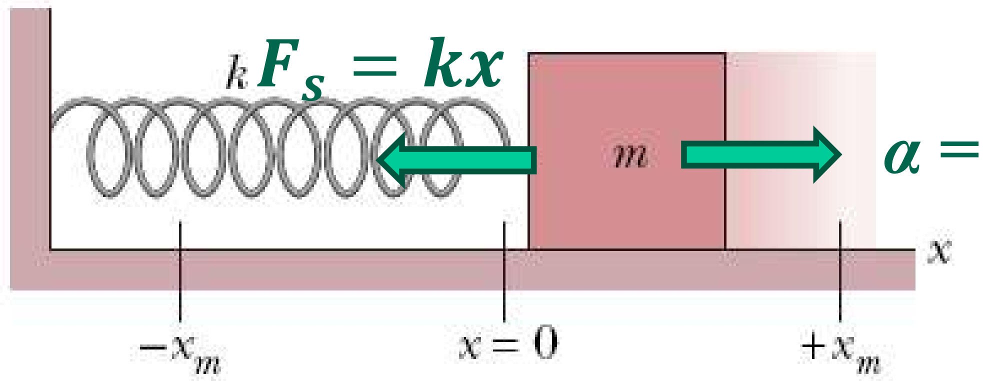
x(t)= 6·cos(40πt - 0.841) (cm)

Ή χωρίς γνώση των εξισώσεων x_m & φ με αντικατάσταση x(t=0)=4cm στην $x(t)= x_m\cdot\cos(\omega t+\varphi)$ βρίσκω το φ

Απλή αρμονική ταλάντωση:

$x(t)=x_m\cdot\cos(\omega t+\varphi)$ με $x_m=\sqrt{x_o^2+\left(\frac{v_o}{\omega}\right)^2}$ και $\varphi=\arctan\left[-\frac{v_o}{\omega x_o}\right]$

Στην Κινητική (δυνάμεις, δυναμική ισορροπία) θα αποδείξουμε την μορφή της εξίσωσης…



$$F_s = kx$$

$$\alpha = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

Δυναμική ισορροπία, 2ος ν. Νεύτωνα:

$$F_s = ma$$
$$-kx = m\,\ddot{x}$$

Αν ορίσω: $\omega^2=k/m$

$$\boxed{\ddot{x} = -\omega^2 x}$$

Ψάχνω μία συνάρτηση που αν την παραγωγίσω δύο φορές θα έχει την ίδια μορφή.
Η $x(t)=x_m\cdot\cos(\omega t+\varphi)$ καλύπτει αυτή την απαίτηση

Απλή αρμονική ταλάντωση: **[Ορισμοί: v(t)=dx/dt, a(t)=dv/dt=d²x/dt²]**

Μετατόπιση: $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$

Ταχύτητα:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[x_m \cos(\omega t + \phi)\right]$$

$$\rightarrow v(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi)$$

Μέγιστη ταχύτητα: $\mathbf{v_m = \omega x_m}$

Επιτάχυνση:

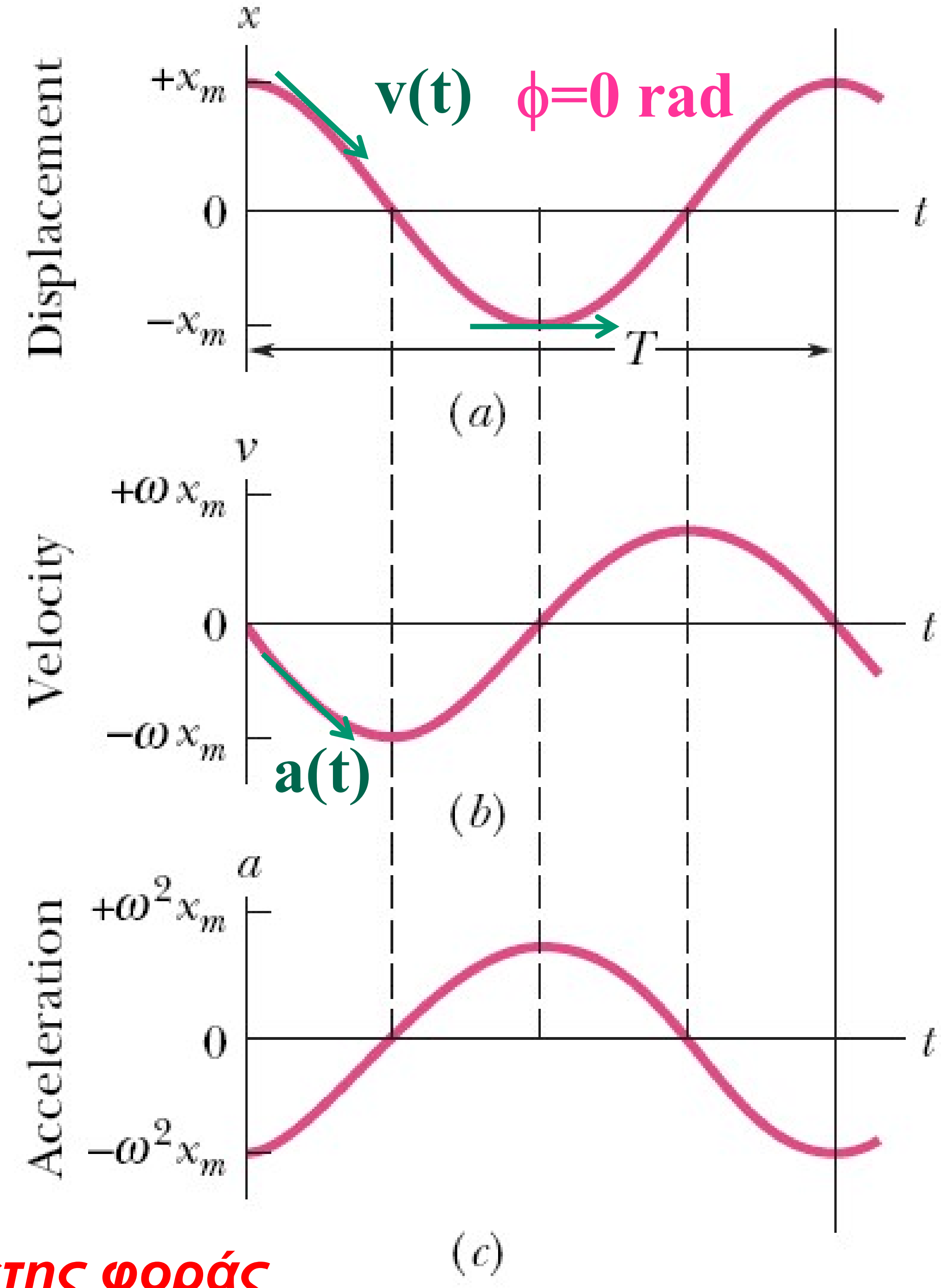
$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[-\omega x_m \sin(\omega t + \phi)\right]$$

$$\rightarrow a(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi)$$

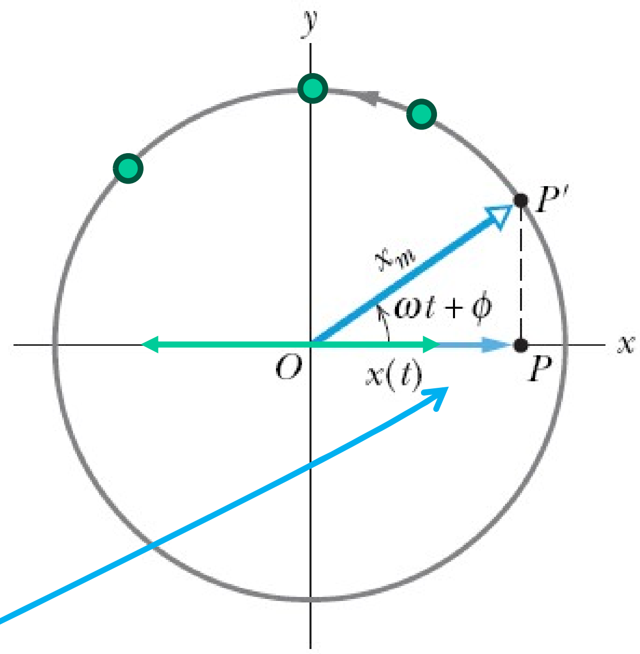
$$\rightarrow a(t) = -\omega^2 x(t)$$

Μέγιστη επιτάχυνση: $\mathbf{a_m = \omega^2 x_m}$

a(t) ανάλογη της μετατόπισης, αντίθετης φοράς



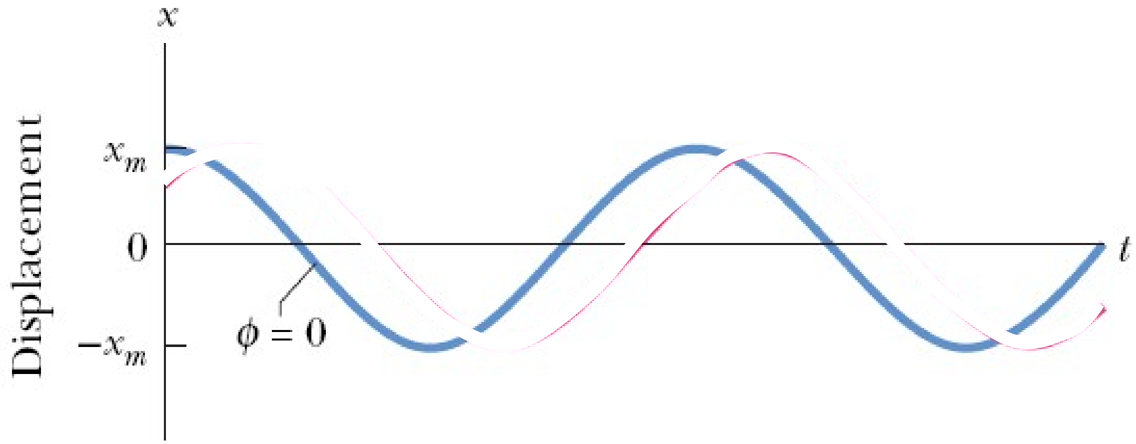
Απλή αρμονική ταλάντωση:



Σωματίδιο P’ που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα (w).

Η προβολή στον άξονα x είναι το σημείο P, και περιγράφει την κίνηση ως:

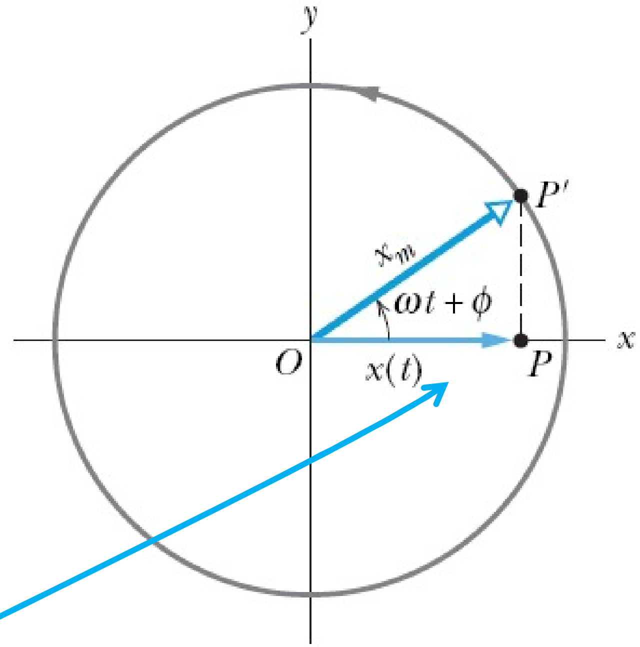
$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi).$$



(c)

Απλή αρμονική ταλάντωση:

Σωματίδιο P’ που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα (w).



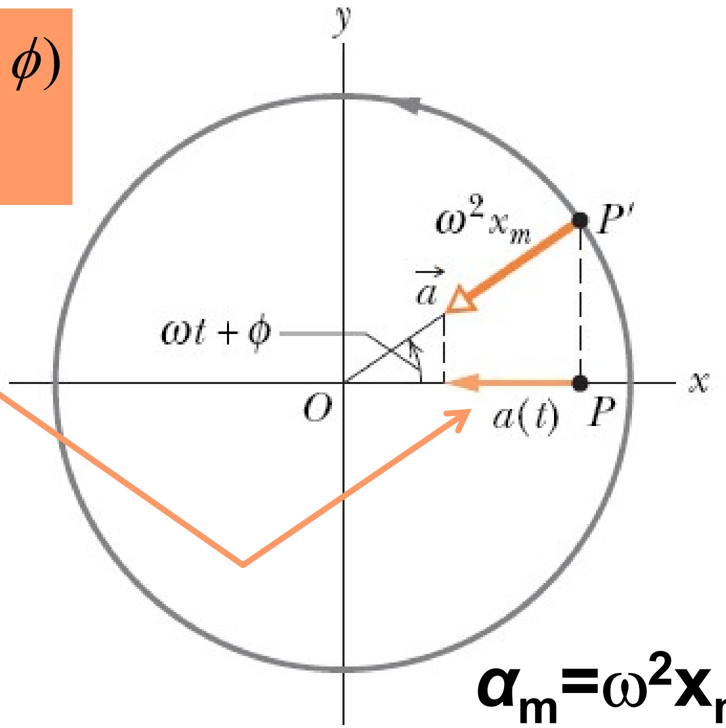
Η προβολή στον άξονα x είναι το σημείο P, και περιγράφει την κίνηση ως:

$$x(t)=x_m\cos(\omega t+\phi).$$

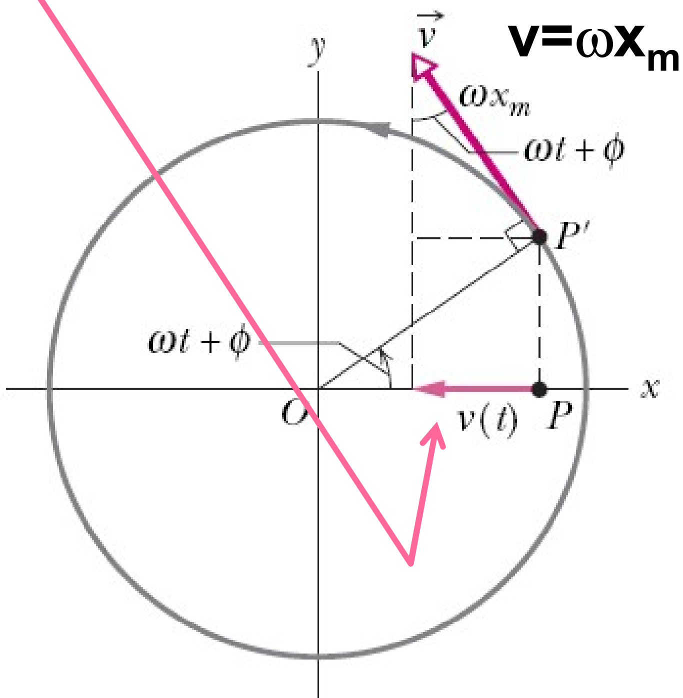
$$v(t)=-\omega x_m\sin(\omega t+\phi)$$

$$a(t)=-\omega^2 x_m\cos(\omega t+\phi)$$

$$a(t)=-\omega^2 x(t)$$



$\alpha_m=\omega^2 x_m$



$v=\omega x_m$

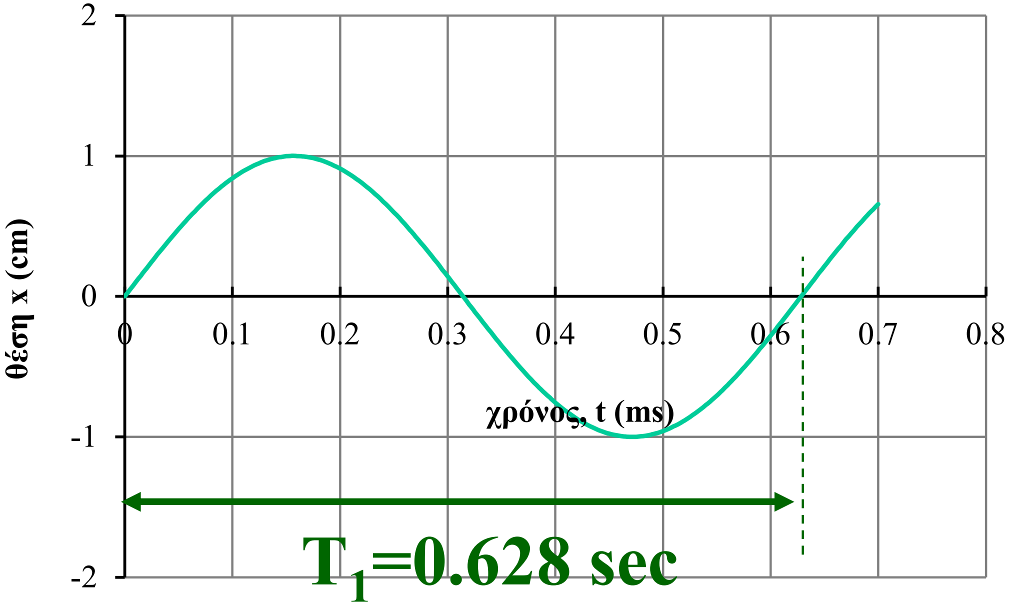
Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί οιαδήποτε περιοδική κίνηση.

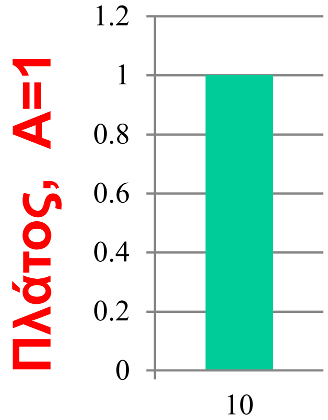
Εκτιμούμε την θεμελιώδη περίοδο T_1 και $\omega_1=2\pi/T_1$ ακολούθως επιλέγουμε πολλαπλάσια $\omega_i=i\omega_1$

Περίοδος , T_1=0,628 s ➔ $\omega_1 = 2\pi/T_1$=10 rad/s

Αν η ταλάντωση για t=0s βρίσκεται στο 0 επιλέγω συνάρτηση ημίτονου!

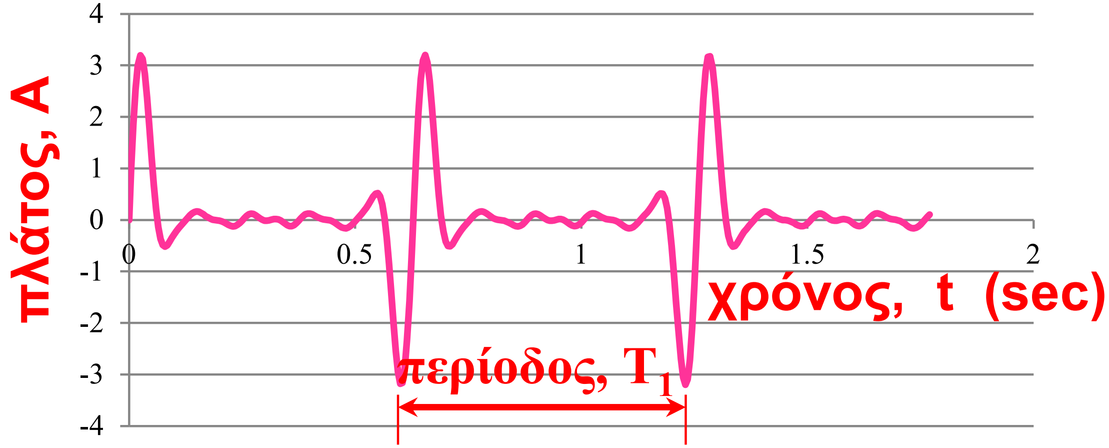
$x(t) = A\cdot\sin(\omega_1\cdot t)$, με A=1, και $0 \le t \le 0.7$ sec





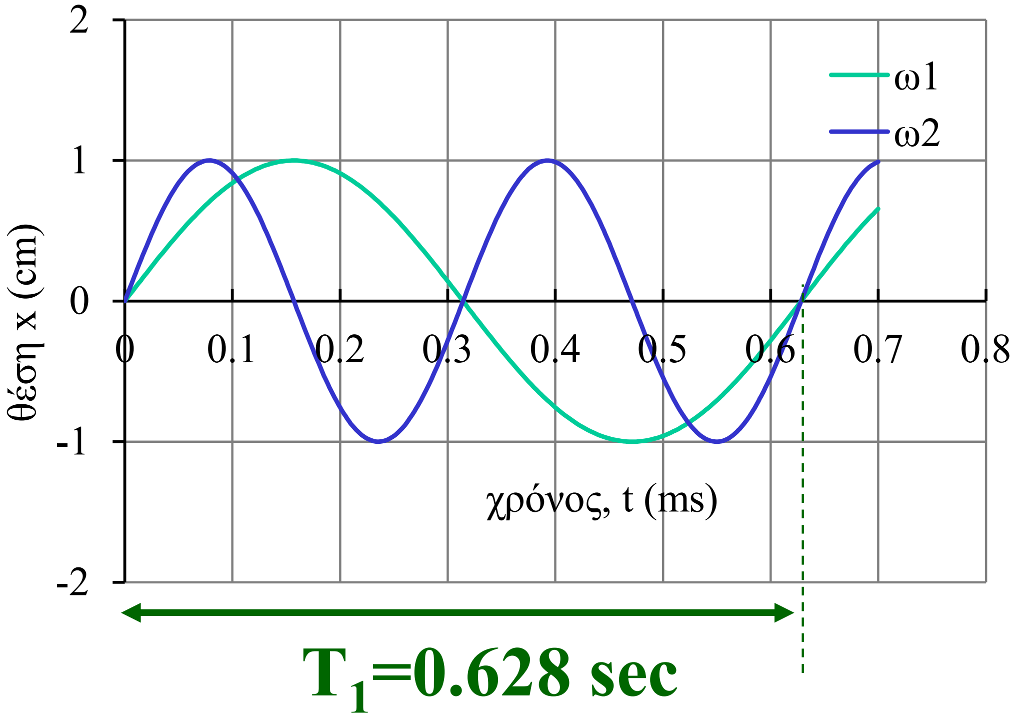
Γωνιακή ταχύτητα ω_1 (rad/sec)

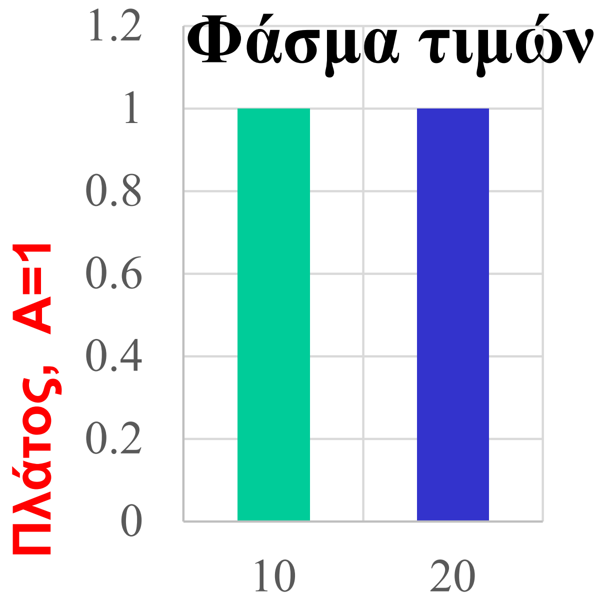
Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί οιαδήποτε περιοδική κίνηση.



Εκτιμούμε την θεμελιώδη περίοδο T_1 και $\omega_1=2\pi/T_1$ ακολούθως επιλέγουμε πολλαπλάσια $\omega_i=i\omega_1$

Για $\omega_2=2\omega_1=20$ rad/s και A=1

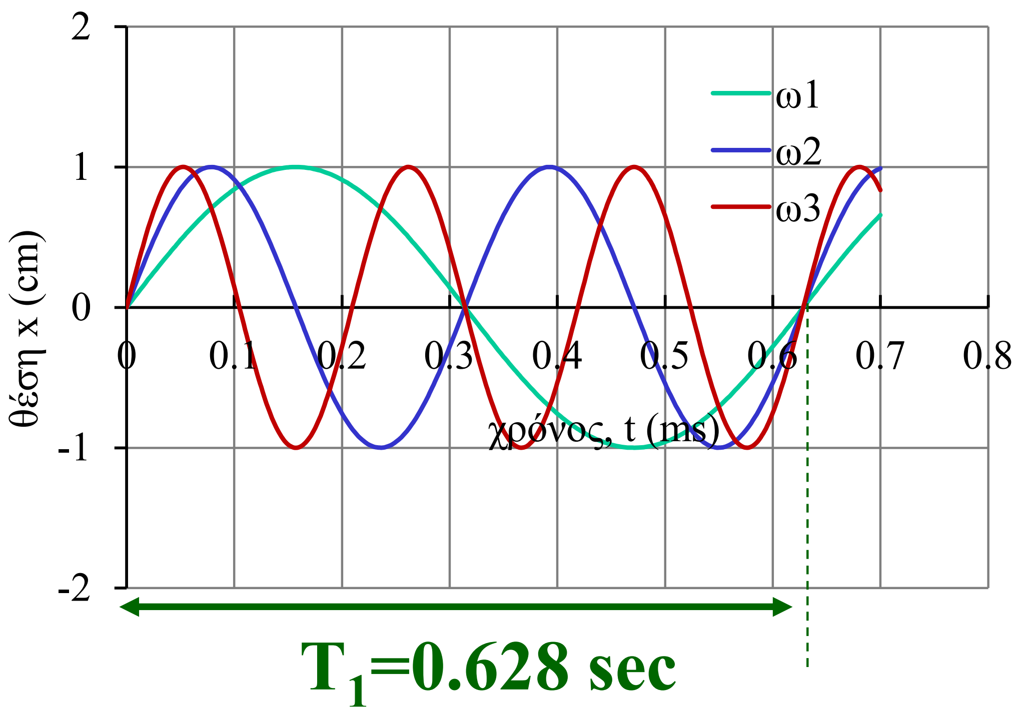


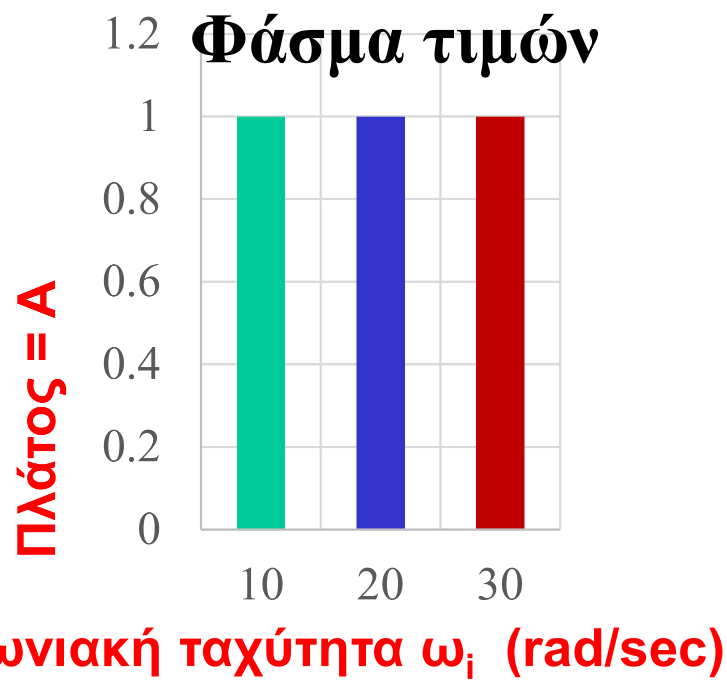


Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί οιαδήποτε περιοδική κίνηση.

Εκτιμούμε την θεμελιώδη περίοδο T_1 και $\omega_1=2\pi/T_1$ ακολούθως επιλέγουμε πολλαπλάσια $\omega_i=i\omega_1$

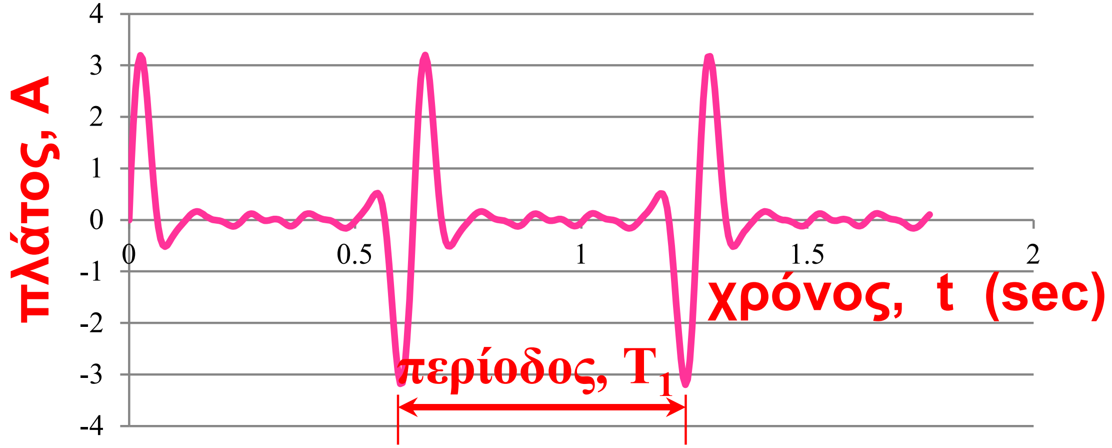
Για $\omega_3=3\omega_1$= 30 rad/s και A=1



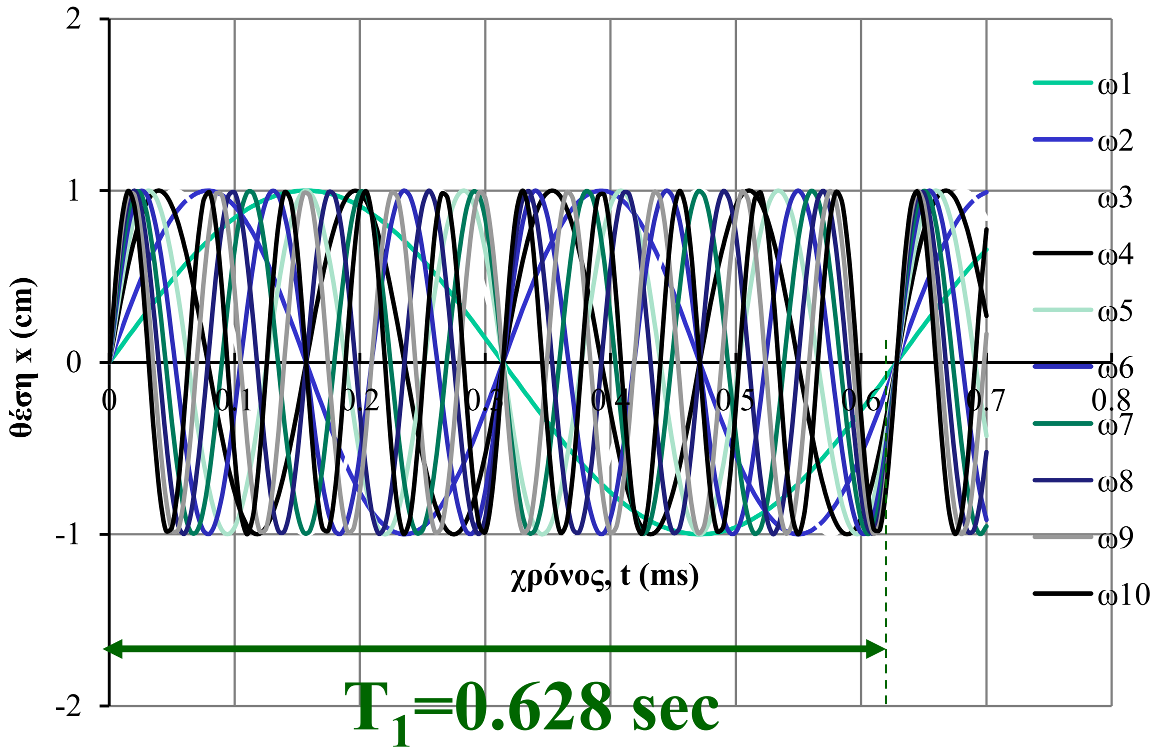


Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί οιαδήποτε περιοδική κίνηση.

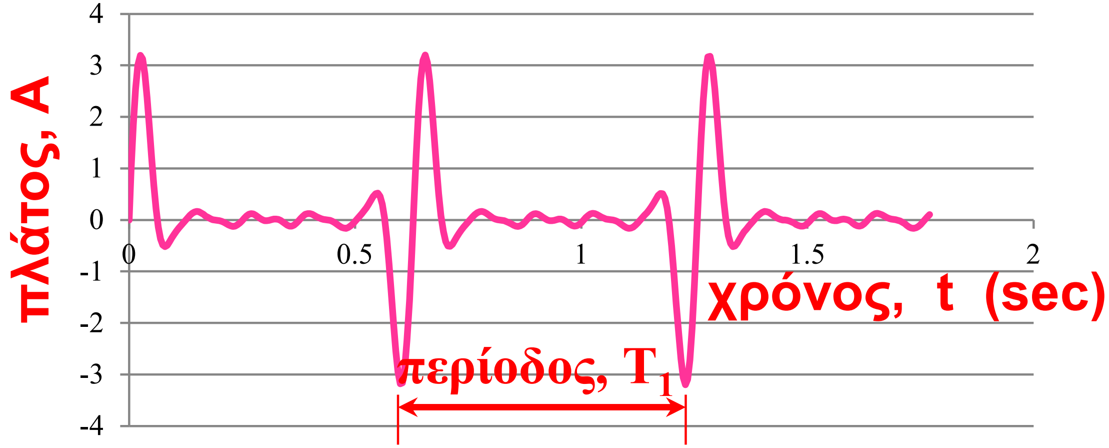
Εκτιμούμε την θεμελιώδη περίοδο T_1 και $\omega_1=2\pi/T_1$ ακολούθως επιλέγουμε πολλαπλάσια $\omega_i=i\omega_1$



… Για $\omega_{10}=10\omega_1=100$ rad/s και A=1

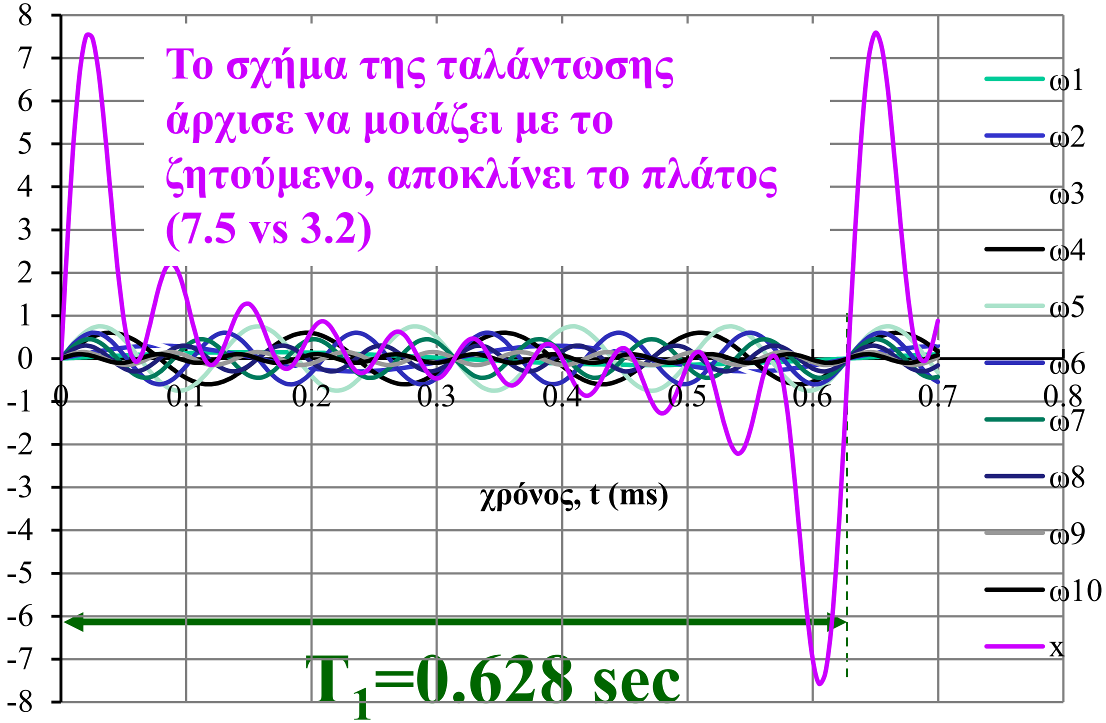


Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί οιαδήποτε περιοδική κίνηση.

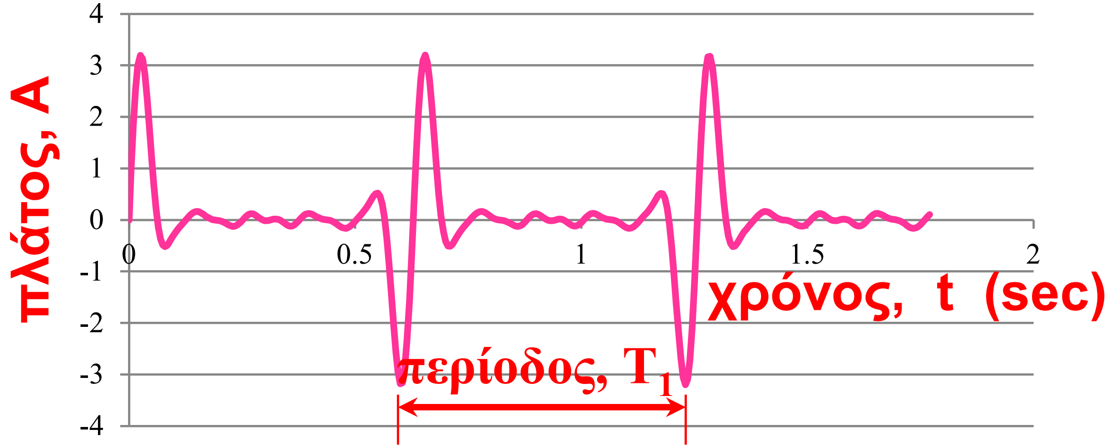


Επόμενο βήμα:

$x(t) = \sum A_i \cdot \sin\omega_i \cdot t$

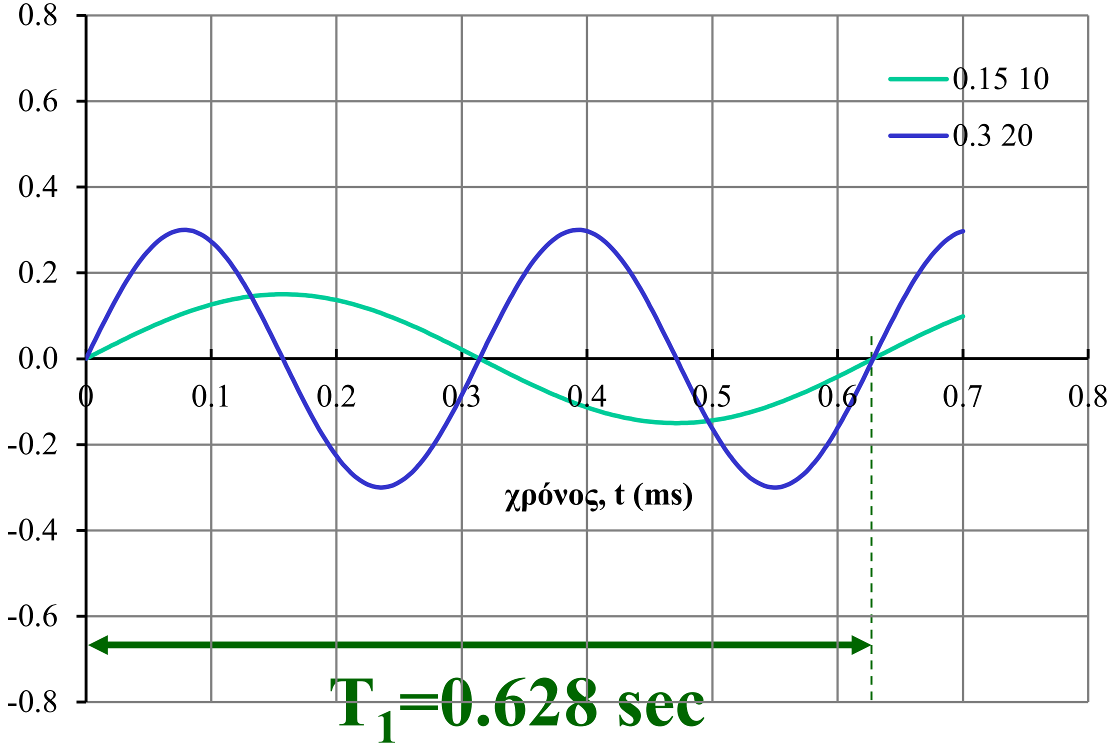


Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί οιαδήποτε περιοδική κίνηση.

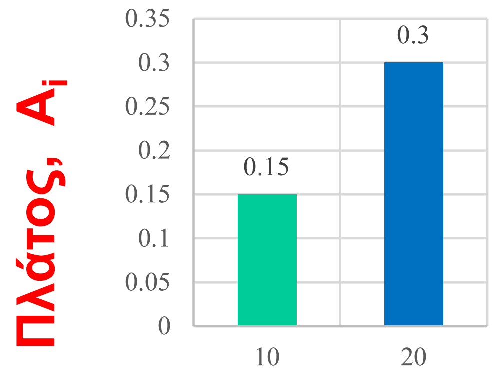


Μεταβάλω και το A για κάθε ω_i:

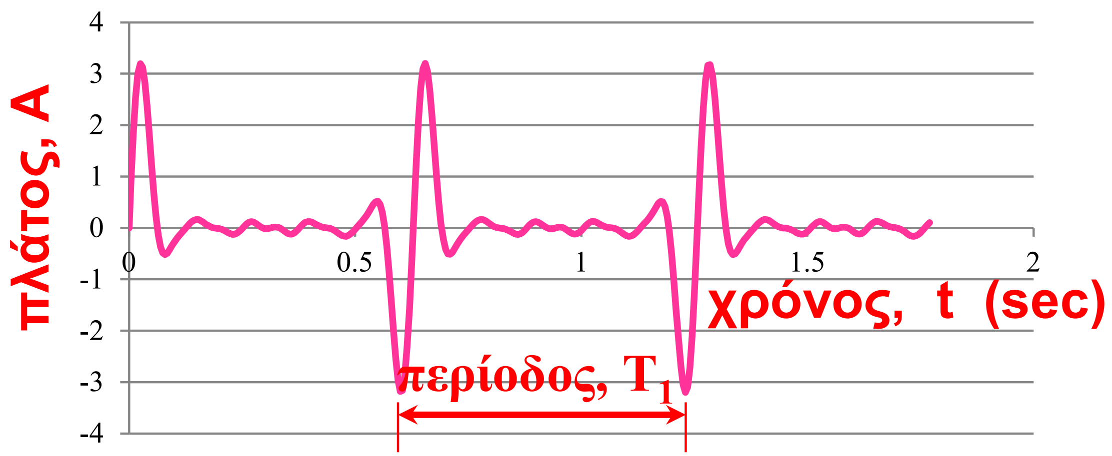
Για ω_1 =10 rad/s και A_1=0.15, για ω_2 =20 rad/s και A_2=0.3



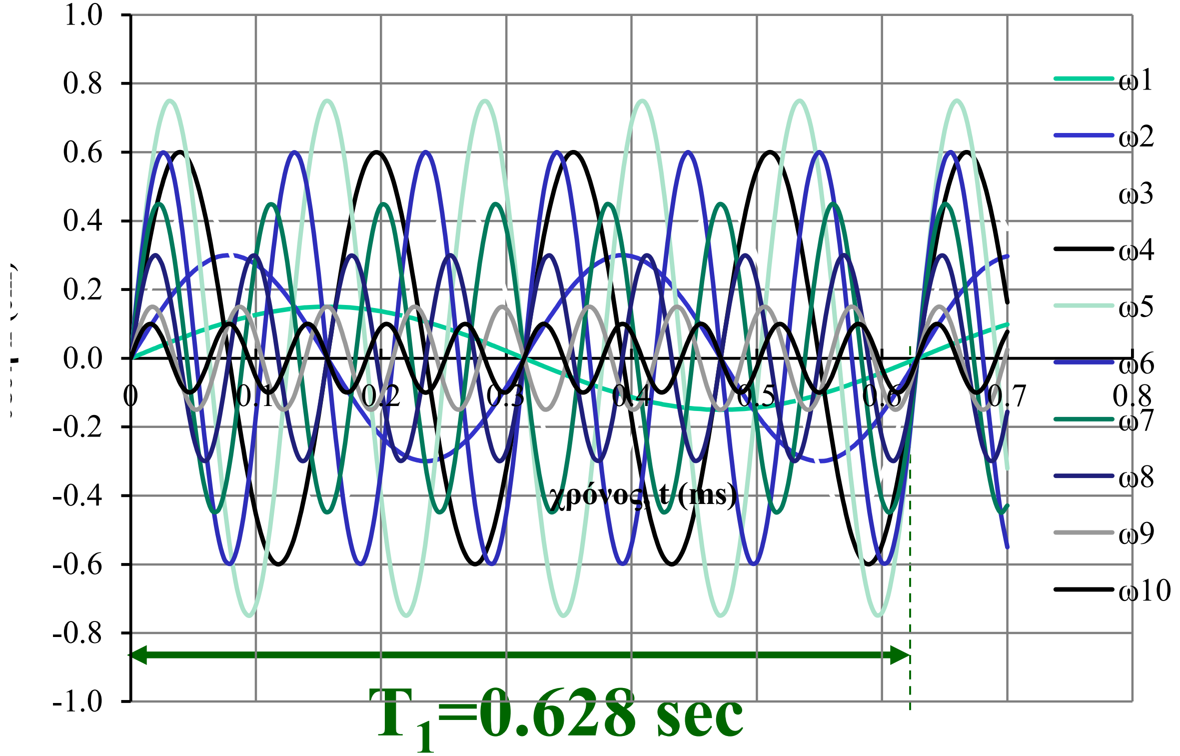
Φάσμα τιμών



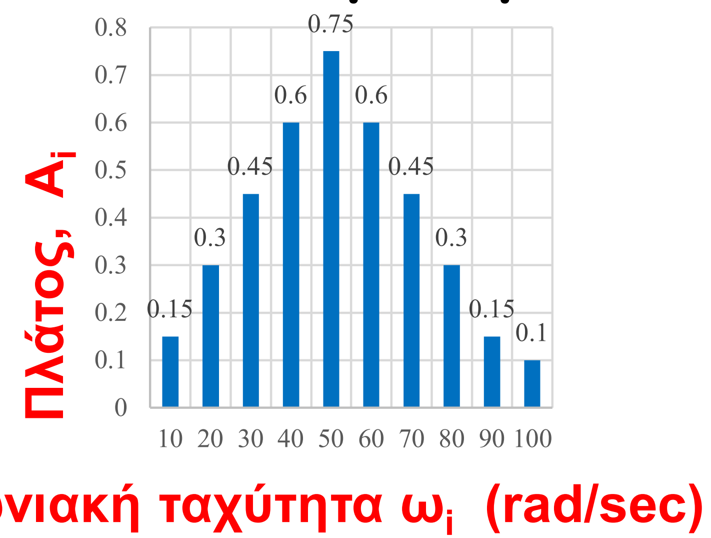
Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί οιαδήποτε περιοδική κίνηση.



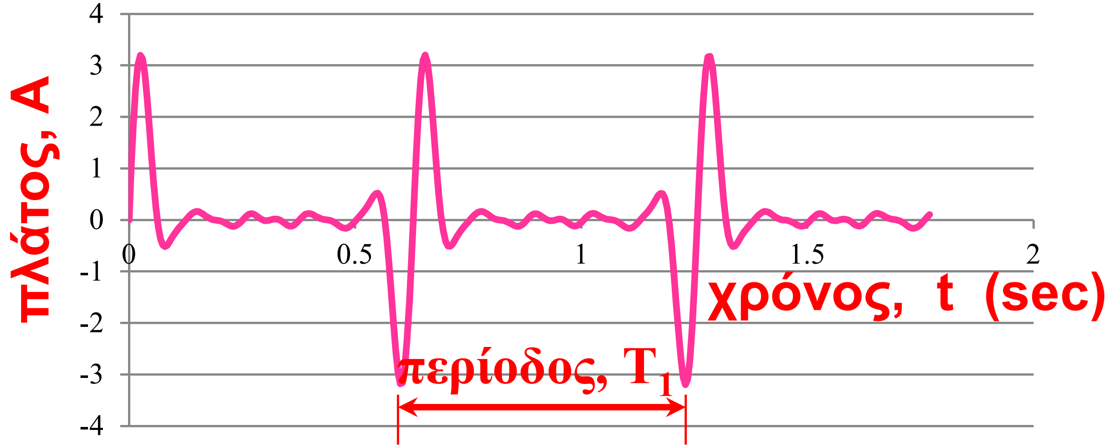
Μεταβάλω και το A για κάθε ω_i:

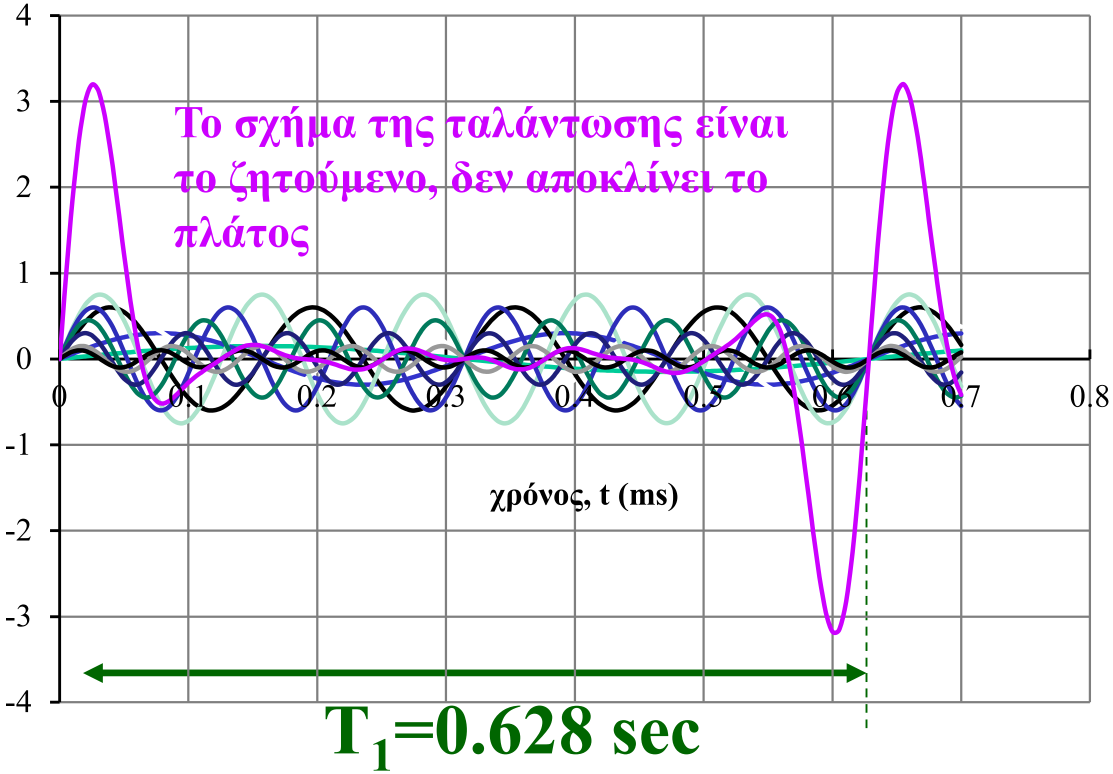


Φάσμα τιμών



Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθεί οιαδήποτε περιοδική κίνηση.

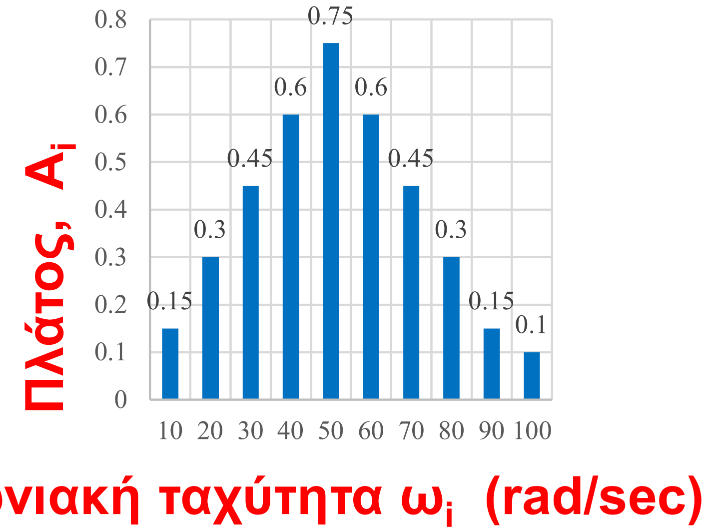




Επόμενο βήμα:

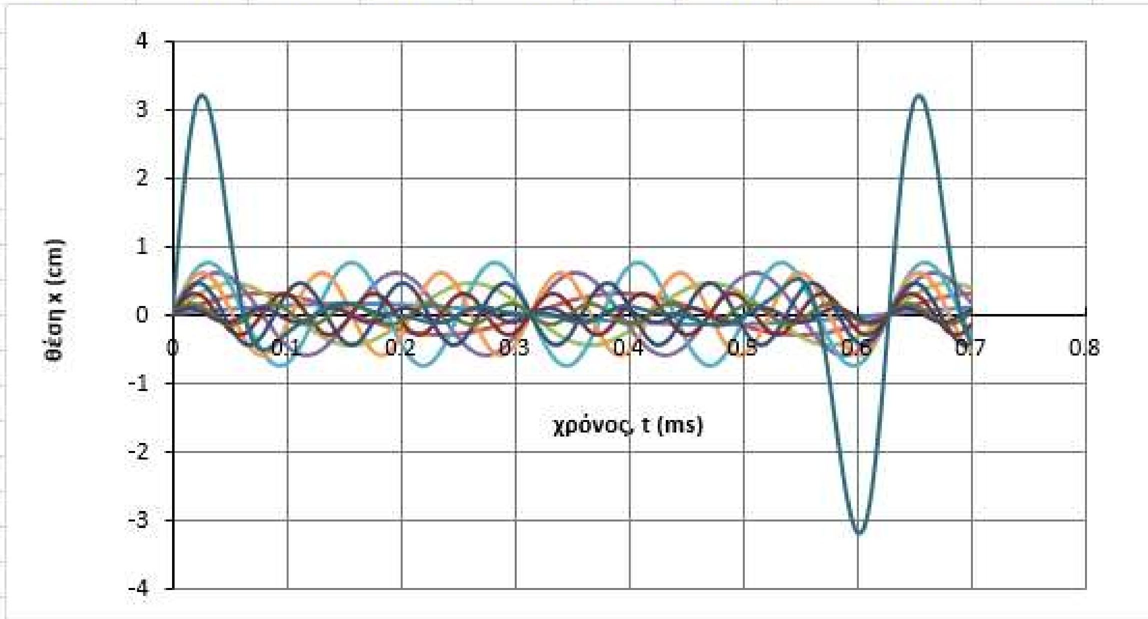
$x(t) = \sum A_i \cdot \sin\omega_i \cdot t$

Φάσμα τιμών

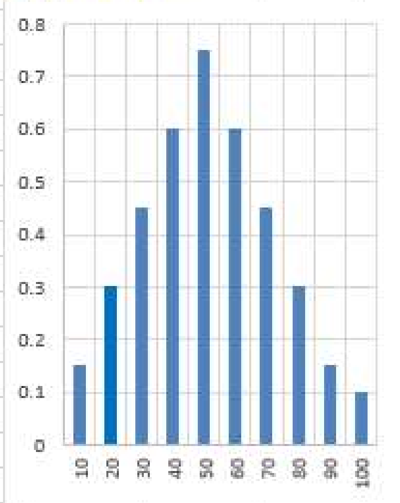


AB26

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	A=	0.15	0.3	0.45	0.6	0.75	0.6	0.45	0.3	0.15	0.1	
2	ω=	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
3	t (ms)	x (cm)	x (cm)	x (cm)	x (cm)	x (cm)	x (cm)	x (cm)	x (cm)	x (cm)	x (cm)	x(t)
4	0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.005	0.00750	0.02995	0.06725	0.11920	0.18555	0.17731	0.15430	0.11683	0.06524	0.04794	0.97108
6	0.01	0.01498	0.05960	0.13298	0.23365	0.35957	0.33879	0.28990	0.21521	0.11750	0.08415	1.84632
7	0.015	0.02242	0.08866	0.19573	0.33879	0.51123	0.47000	0.39034	0.27961	0.14636	0.09975	2.54288
8	0.02	0.02980	0.11683	0.25409	0.43041	0.63110	0.55922	0.44345	0.29987	0.14608	0.09093	3.00179
9	0.025	0.03711	0.14383	0.30674	0.50488	0.71174	0.59850	0.44279	0.27279	0.11671	0.05985	3.19493
10	0.03	0.04433	0.16939	0.35250	0.55922	0.74812	0.58431	0.38844	0.20264	0.06411	0.01411	3.12717
11	0.035	0.05143	0.19327	0.39034	0.59127	0.73799	0.51793	0.28699	0.10050	-0.00126	-0.03508	2.83338
12	0.04	0.05841	0.21521	0.41942	0.59974	0.68197	0.40528	0.15074	-0.01751	-0.06638	-0.07568	2.37121
13	0.045	0.06524	0.23500	0.43908	0.58431	0.58355	0.25643	-0.00378	-0.13276	-0.11828	-0.09775	1.81104
14											589	1.22492
15											055	0.67645
16											794	0.21323
17											151	-0.13720
18											570	-0.36759
19											380	-0.48793
20											394	-0.52001
21											385	-0.49111
22											121	-0.42798
23											752	-0.35237
24											440	-0.27854
25											797	-0.21309
26											000	-0.15643
27											755	-0.10544
28											366	-0.05628
29											663	-0.00664
30											202	0.04305
31											038	0.08963
32	0.14	0.14782	0.10050	-0.39221	-0.37876	0.49274	0.51276	-0.16492	-0.29375	0.00504	0.09906	0.12828
33	0.145	0.14891	0.07177	-0.42077	-0.27876	0.61731	0.39778	-0.29849	-0.24685	0.06975	0.09349	0.15414
34	0.15	0.14962	0.04234	-0.43989	-0.16765	0.70350	0.24727	-0.39586	-0.16097	0.12057	0.06503	0.16395
35	0.155	0.14997	0.01247	-0.44912	-0.04985	0.74595	0.07467	-0.44524	-0.04968	0.14738	0.02065	0.15719
36	0.16	0.14994	-0.01751	-0.44827	0.06993	0.74202	-0.10460	-0.44063	0.06945	0.14485	-0.02879	0.13638



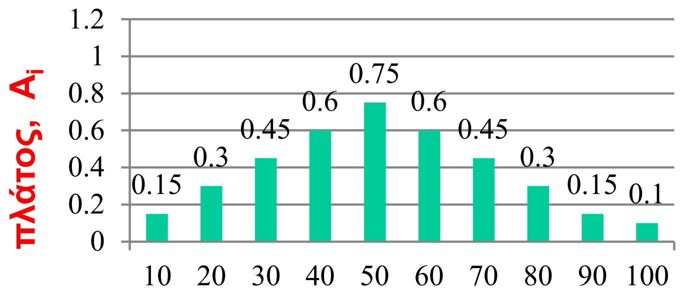
$x(t) = \sum A_i \cdot \sin\omega_i \cdot t$
Time history of the response

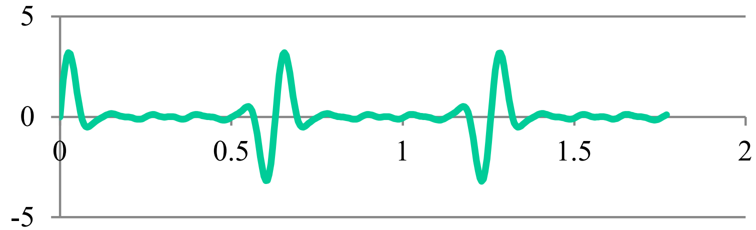


Άσκηση για το σπίτι: με δεδομένα τα φάσματα τιμών πλάτους και γωνιακής ταχύτητας να παράξετε στο excel τις περιοδικές κινήσεις στα δεξιά

(χρονικό βήμα 0.005s)

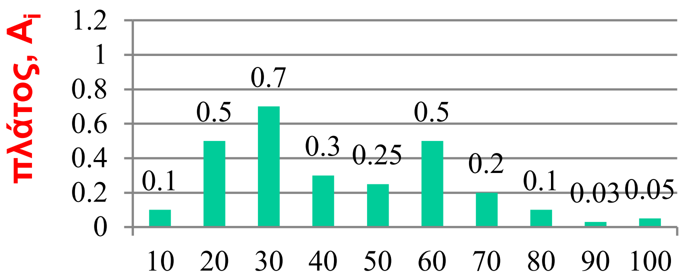
φάσμα

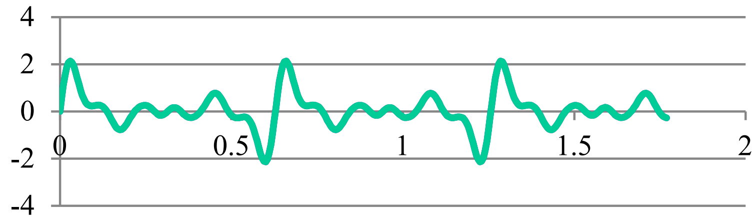




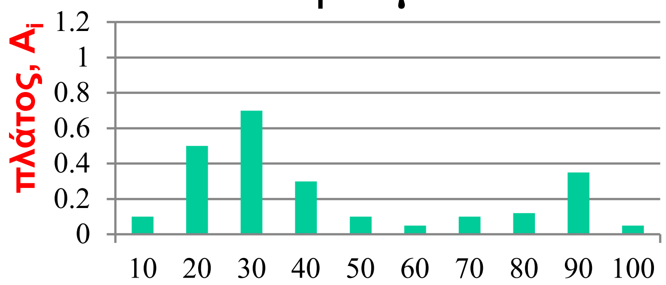
χρόνος, t (sec)

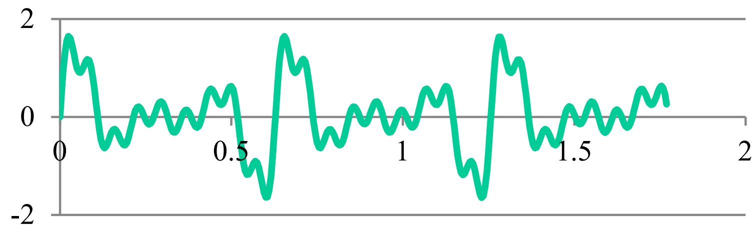
φάσμα





φάσμα

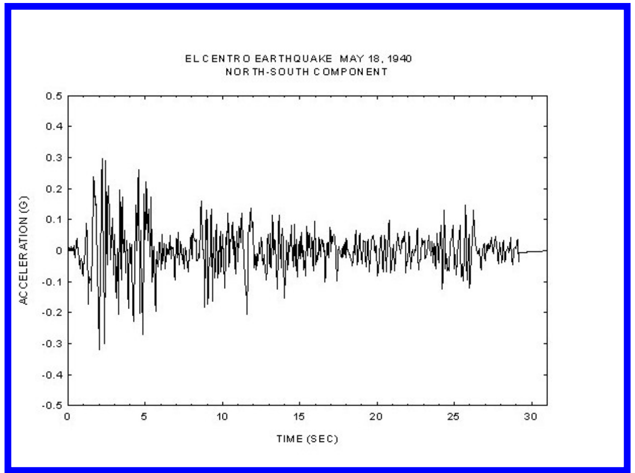




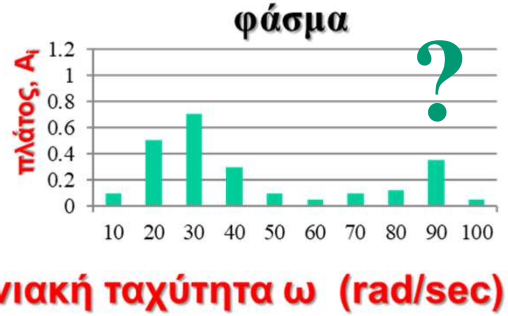
Γωνιακή ταχύτητα ω (rad/sec)

$x(t) = \sum A_i \cdot \sin\omega_i \cdot t$

Εφαρμογή στα σεισμικά γεγονότα:
Έστω ότι έχουμε μια σεισμική καταγραφή κίνησης του εδάφους (έστω επιταχύνσεις g)

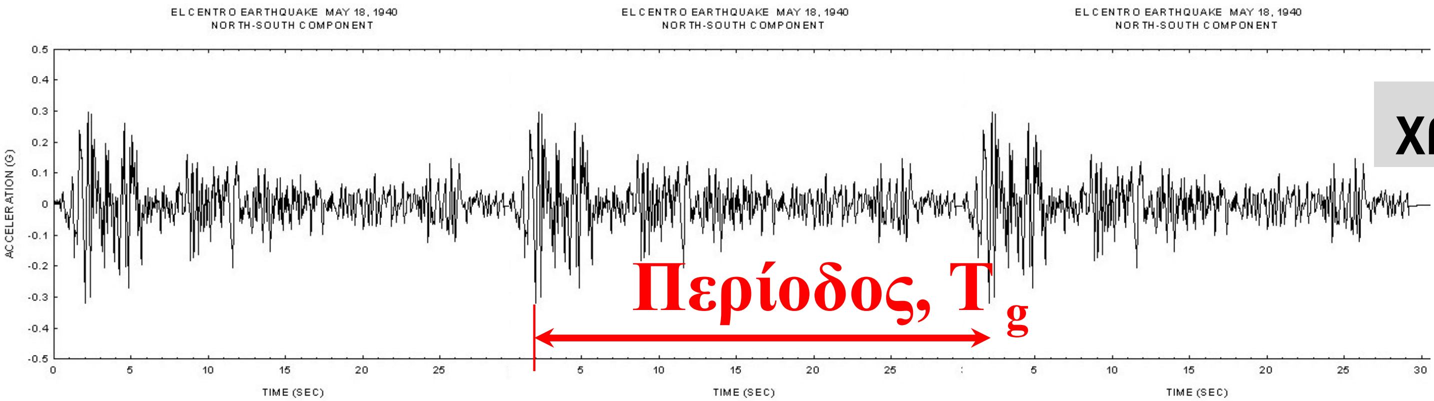


Πρέπει να βρούμε το φάσμα ώστε να μπορούμε να παράξουμε την περιοδική κίνηση



$\alpha_g(t) = \sum A_i \cdot \sin\omega_i \cdot t$

χρονοϊστορία



Γενικότερα ισχύει: $\alpha_g(t) = g_o + \sum A_i \cdot \sin\omega_i \cdot t + \sum B_i \cdot \cos\omega_i \cdot t$, όπου $\omega_i = i \cdot \omega_1 = i \cdot (2\pi/T_g)$

Και οι συντελεστές g_o, A_i, B_i (δηλαδή εύρεση του φάσματος) είναι:

$$g_o = \frac{1}{T_g}\int_0^{T_g} g(t)dt \quad ; \quad A_i = \frac{2}{T_g}\int_0^{T_g} g(t)\cdot \sin\omega_i t\, dt \quad ; \quad B_i = \frac{2}{T_g}\int_0^{T_g} g(t)\cdot \cos\omega_i t\, dt \quad i = 1,2,3\ldots.$$

Όπου g(t) είναι η χρονοϊστορία της εδαφικής επιτάχυνσης που καταγράφηκε κατά την διάρκεια του σεισμού (η ολοκλήρωση μπορεί να γίνει αριθμητικά)

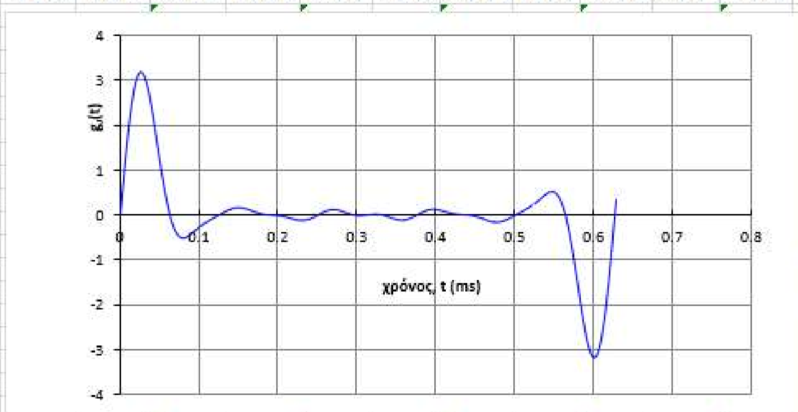
$$g_o=\frac{1}{T_g}\int_0^{T_g} g(t)dt \quad ; \quad A_i=\frac{2}{T_g}\int_0^{T_g} g(t)\cdot \sin\omega_i t\, dt \quad ; \quad B_i=\frac{2}{T_g}\int_0^{T_g} g(t)\cdot \cos\omega_i t\, dt \quad i=1,2,3....$$

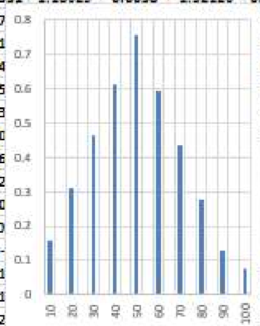
$a_g(t) = \sum A_i \cdot \sin\omega_i \cdot t$
Time history of the response

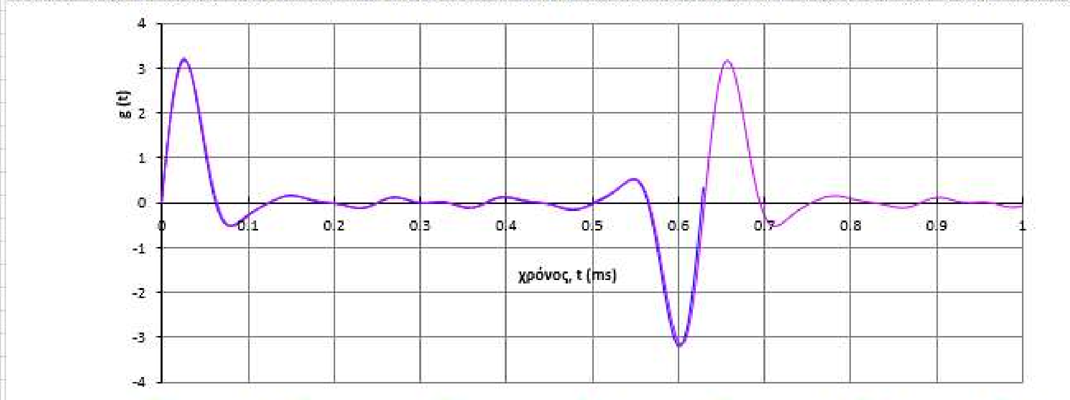
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
5		Tg=	0.63																					
6		ω=	9.968253968	Ai=	0.155649		0.310333		0.46291		0.61172		0.75305		0.59136		0.43275		0.276994		0.125957		0.07651692	
7				i=	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
8		go=	0.00043904	ωi=	10		20		30		40		50		60		70		80		90		100	

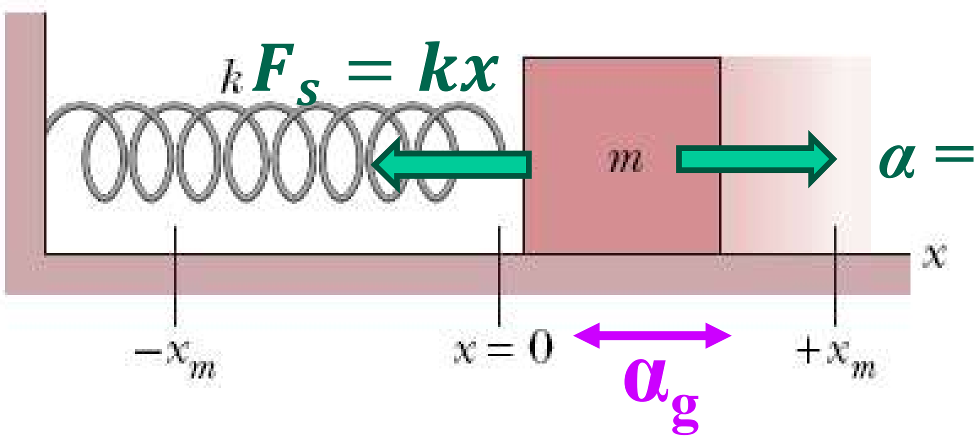
	A	B	C	Z
9	t (s)	g(t)	g(t)dt	ag(t)
10	0	0	0	0.000439
11	0.005	0.971077652	0.002427694	0.935819
12	0.01	1.84631647	0.007043485	1.783188
13	0.015	2.542877152	0.010972984	2.465946
14	0.02	3.001786707	0.01386166	2.92851
15	0.025	3.194934843	0.015491804	3.14265
16	0.03	3.127173304	0.01580527	3.109659
17	0.035	2.833376498	0.014901375	2.858184
18	0.04	2.371206416	0.013011457	2.438287
19	0.045	1.811038624	0.010455613	1.912915
20	0.05	1.224917293	0.00758989	1.348315
21	0.055	0.676449298	0.004753416	0.804994
22	0.06	0.21323047	0.002224199	0.33062
23	0.065	-0.137196672	0.000190085	-0.04422
24	0.07	-0.367591129	-0.00126197	-0.30704
25	0.075	-0.487928369	-0.002138799	-0.46162
26	0.08	-0.520010418	-0.002519847	-0.52386
27	0.085	-0.491108095	-0.002527796	-0.51662
28	0.09	-0.42798234	-0.002297726	-0.46445
29	0.095	-0.352367497	-0.001950875	-0.38933
30	0.1	-0.278543018	-0.001577276	-0.30788
31	0.105	-0.213087748	-0.001229077	-0.23033
32	0.11	-0.156425749	-0.000923784	-0.16116
33	0.115	-0.105436551	-0.000654656	-0.10067
34	0.12	-0.056275305	-0.00040428	-0.04711
35	0.125	-0.006636192	-0.000157279	0.001409
36	0.13	0.043048061	9.10297E-05	0.045597
37	0.135	0.089626638	0.000331687	0.084558
38	0.14	0.128279384	0.000544765	0.116125
39	0.145	0.15414348	0.000706057	0.137747
40	0.15	0.163954953	0.000795246	0.147529
41	0.155	0.157190916	0.000802865	0.145078
42	0.16	0.136383167	0.000733935	0.131846
43	0.165	0.106535135	0.000607296	0.110906
44	0.17	0.073837497	0.000450932	0.08622
45	0.175	0.044072114	0.000294774	0.061652
46	0.18	0.021170518	0.000163107	0.040016
47	0.185	0.006336655	6.87679E-05	0.022456
48	0.19	-0.002025531	1.07778E-05	0.008344
49	0.195	-0.007570867	-2.3991E-05	-0.00429
50	0.2	-0.014678992	-5.56246E-05	-0.01789

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
9	gsinω1	gsinω1dt	g2	g2dt	g3	g3dt	g4	g4dt	g5	g5dt	g6	g6dt	g7	g7dt	g8	g8dt	g9	g9dt	g10	g10dt
10	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	######
11												0.00072	0.33197	0.00083	0.37702	0.000943	0.42114	0.001053	0.46421	0.0012
12												0.00331	1.18629	0.0038	1.32120	0.004246	1.44298	0.00466	1.55045	0.005
13												0.007				009219	2.47874	0.009804	2.53562	0.0102
14												0.011				013419	2.92713	0.013515	2.73739	0.0132
15												0.014				014786	2.50017	0.013568	1.93233	0.0117
16												0.015				012608	1.36067	0.009652	0.47077	0.006
17												0.013				007757	0.00451	0.003413	-0.96436	-0.001
18												0.010				002146	-1.02494	-0.00255	-1.77471	-0.007
19												0.006				00224	-1.41361	-0.0061	-1.76471	-0.009
20												0.002				00425	-1.19358	-0.00652	-1.17997	-0.007
21												0.000				00389	-0.65986	-0.00463	-0.48556	-0.004
22												-0.00				00213	-0.16707	-0.00207	-0.06347	-0.001
23												2.4E-				00023	0.05989	-0.00027	-0.02674	-2E-04
24												0.001				00898	0.00117	0.000153	-0.23528	-7E-04
25												0.001				00956	-0.21020	-0.00052	-0.45352	-0.002
26												0.002				00238	-0.40538	-0.00154	-0.51623	-0.002
27												0.00244	0.16936	0.00126	-0.23339	-0.00071	-0.47837	-0.00221	-0.39998	-0.002
28												0.00198	0.00136	0.00043	-0.33364	-0.00142	-0.41764	-0.00224	-0.18745	-0.001
29																0.00168	-0.27644	-0.00174	0.01587	-4E-04
30																0.00154	-0.12200	-0.001	0.14404	0.0004
31																0.00115	-0.00102	-0.00031	0.18397	0.0008
32																-0.0007	0.06716	0.000165	0.15635	0.0009
33																-0.0003	0.08209	0.000373	0.09410	0.0006
34																4.6E-05	0.05480	0.000342	0.03198	0.0003
35																.89E-05	0.00648	0.000153	0.00070	8E-05
36																7.8E-05	-0.03381	-6.8E-05	0.01646	4E-05
37																0.00031	-0.03938	-0.00018	0.06969	0.0002
38																0.00053	-0.00082	-0.0001	0.12617	0.0005
39																0.00064	0.06596	0.000163	0.14647	0.0007
40																0.00056	0.12748	0.000484	0.11243	0.0006
41																0.00031	0.15300	0.000701	0.03998	0.0004
42																1.5E-05	0.13318	0.000715	-0.03258	2E-05
43																.000214	0.08379	0.000542	-0.07181	-3E-04
44																.000303	0.03255	0.000291	-0.06979	-4E-04
45																.000263	0.00035	8.23E-05	-0.04347	-3E-04
46																0.00016	-0.00903	-2.2E-05	-0.01667	-2E-04
47	0.00610	6.69E-05	-0.00329	-3.1E-05	-0.00432	-5E-05	0.00563	5.5E-05	0.00128	2.6E-05	-0.00632	-7E-05	0.00213	5E-06	0.00517	6.46E-05	-0.00492	-3.5E-05	-0.00252	-5E-05
48	-0.00192	1.05E-05	0.00122	-5.2E-06	0.00115	-8E-06	-0.00195	9.2E-06	0.00009	3.4E-06	0.00189	-1E-05	-0.00129	2.1E-06	-0.00107	1.03E-05	0.00197	-7.4E-06	-0.00018	-7E-06
49	-0.00705	-2.2E-05	0.00514	1.59E-05	0.00331	1.1E-05	-0.00755	-2E-05	0.00220	5.7E-06	0.00595	2E-05	-0.00653	-2E-05	-0.00119	-5.6E-06	0.00740	2.34E-05	-0.00420	-1E-05
50	-0.01339	-5.1E-05	0.01099	4.03E-05	0.00437	1.9E-05	-0.01457	-6E-05	0.00759	2.4E-05	0.00834	3.6E-05	-0.01444	-5E-05	0.00351	5.8E-06	0.01156	4.74E-05	-0.01299	-4E-05









$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

Δυναμική ισορροπία, 2ος ν. Νεύτωνα:

$$F_s = m(a + \alpha_g)$$

$$-kx = m\,\ddot{x} + m\,\alpha_g$$

$$m\,\ddot{x} + kx = -\,m\,\alpha_g$$

Σεισμική δύναμη