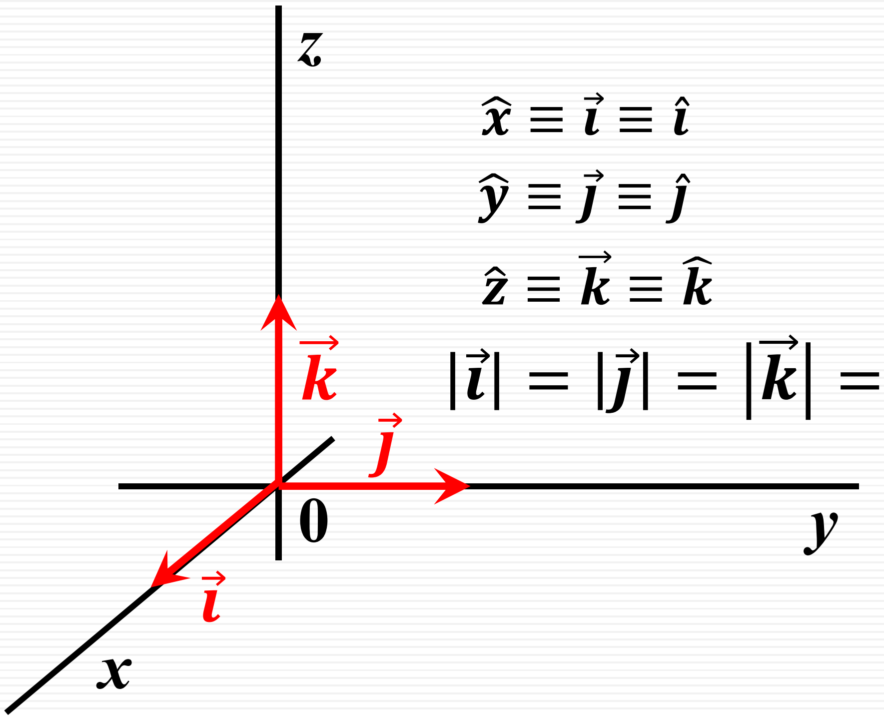
ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ – ΜΗΚΟΣ – ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

- Έστω **διάνυσμα** στο επίπεδο $\vec{v}$ (ή **v**) με συνιστώσες (v_x,v_y): $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$
- Όπως γνωρίζουμε από την Γεωμετρία, το **φυσικό** ή **Ευκλείδειο μήκος** του διανύσματος (δηλαδή αυτό που θα μετρούσαμε αν απλώναμε μια μεζούρα κατά μήκος του με μονάδες μέτρησης ίδιες με αυτές των αξόνων) είναι:

$$\left|\vec{v}\right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \geq 0$$

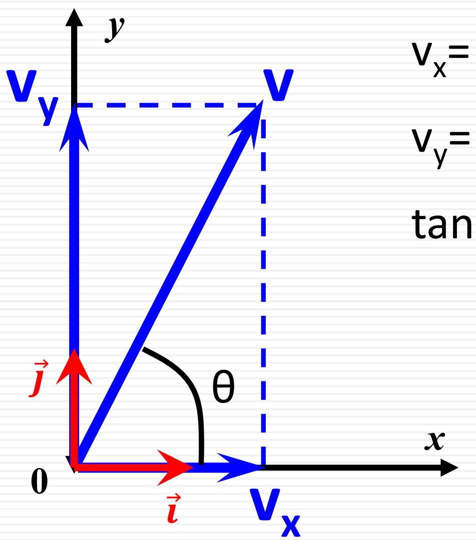


$$\hat{x} \equiv \vec{i} \equiv \hat{i}$$

$$\hat{y} \equiv \vec{j} \equiv \hat{j}$$

$$\hat{z} \equiv \vec{k} \equiv \hat{k}$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$



$v_x=|\vec{v}|\cos\theta$

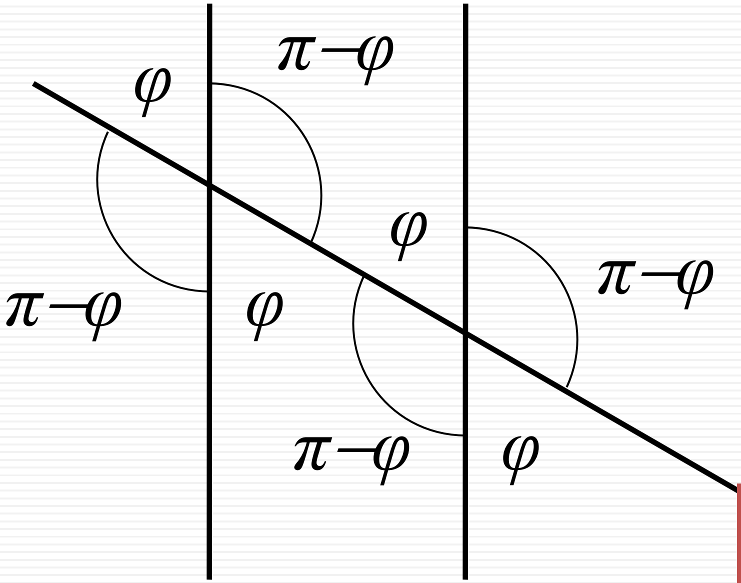
$v_y=|\vec{v}|\sin\theta$

$\tan\theta=v_y/v_x$

Μηχανικοί χρησιμοποιούμε σχεδόν πάντα την εξαιρετικά βολική κατηγορία συστημάτων αναφοράς **ορθοκανονικά** (***orthonormal***, ***ON***), και απαρτίζονται από διανύσματα με μήκος 1 (**κανονικά**) και μεταξύ τους **ορθογώνια**

Υπονοούμενες Γνώσεις

Γεωμετρία – Τριγωνομετρία



Οι γωνίες είναι ίσες όταν είναι:

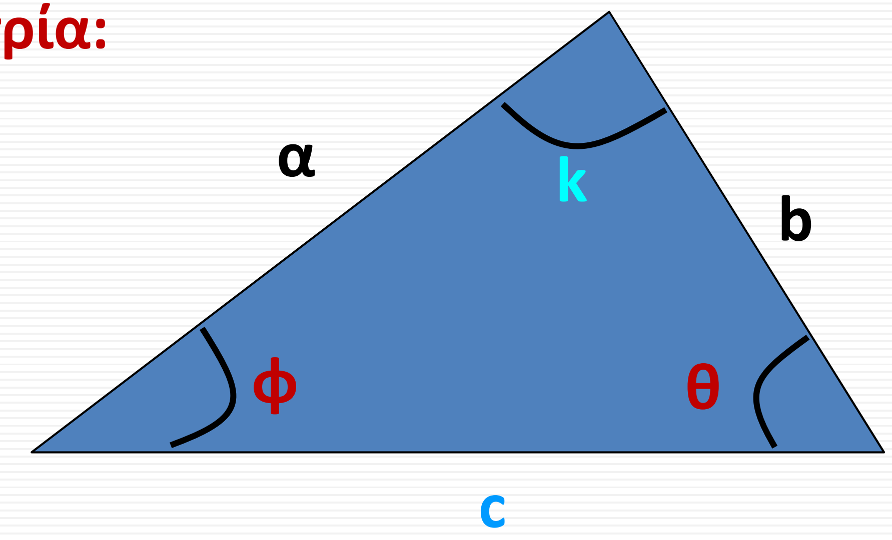
- **κατά κορυφήν**
- **εντός (ή εκτός) εναλλάξ**
- **εντός-εκτός και επί τα αυτά μέρη**

$$\sin(\pi-\varphi)\equiv\sin\varphi \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\equiv\cos\varphi$$

$$\cos(\pi-\varphi)\equiv-\cos\varphi \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\equiv\sin\varphi$$

Παραπληρωματικές γωνίες (άθροισμα 180°)   **Συμπληρωματικές γωνίες (άθροισμα 90°)**

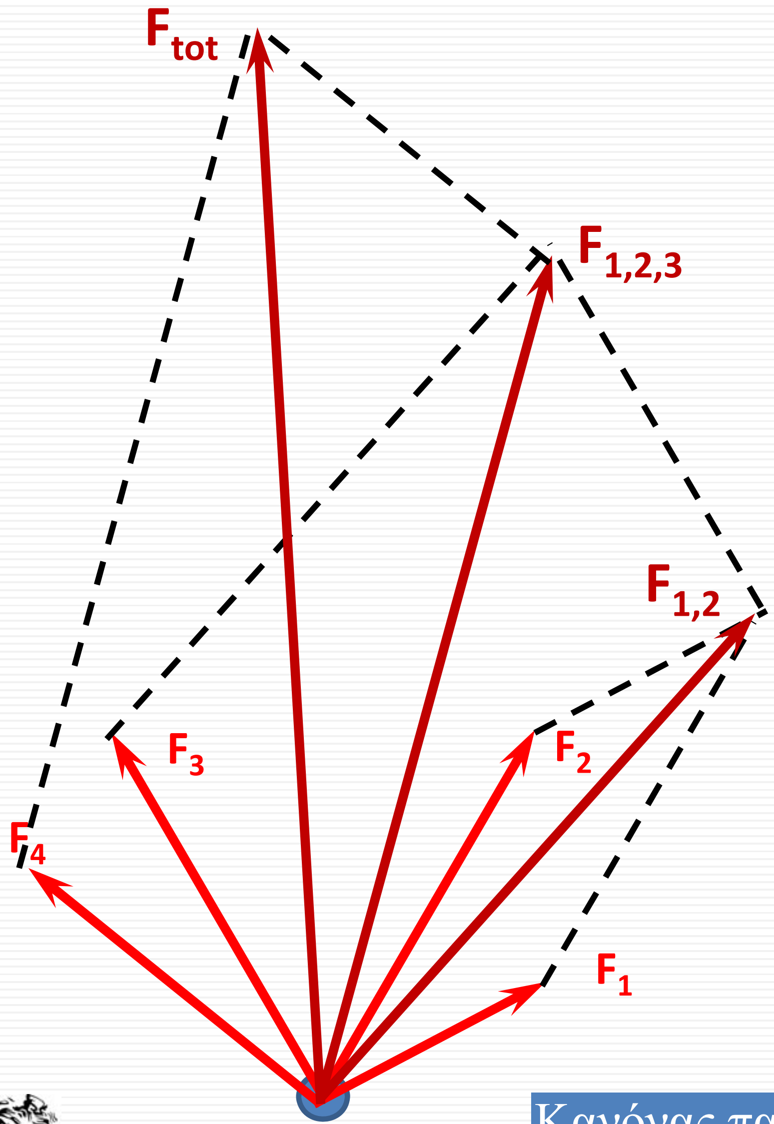
Από τριγωνομετρία:



Νόμος των συνημίτονων: $c^2 = a^2 + b^2 - ab\ \cos k$

Νόμος των ημιτόνων: $\dfrac{sin\varphi}{b} = \dfrac{sink}{c} = \dfrac{sin\theta}{a}$

Ιδιότητες διανυσμάτων: Σύνθεση (γεωμετρία/τριγωνομετρία)



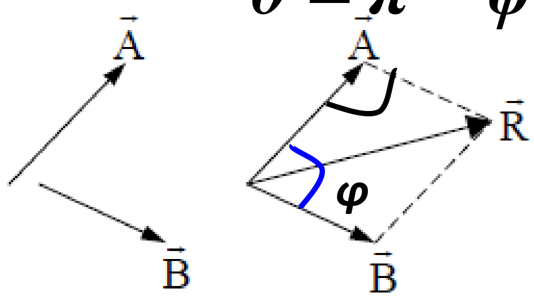
Έστω τέσσερα διανύσματα F_i , i=1, 2, 3, 4 οι άξονες των οποίων συντρέχουν σε μία θέση (π.χ. «υλικό σημείο» ενός σώματος). Η σύνθεση, δηλαδή η εύρεση του συνισταμένου F_{tot} (του μέτρου και της διεύθυνσής του) που προφανώς άγεται από το ίδιο σημείο μπορεί να γίνει με την **Αρχή Παραλληλογράμμου (γραφική μέθοδος)**

Συντίθενται αρχικά οι F_1 & F_2 ➔ $F_{1,2}$

Ακολούθως οι $F_{1,2}$ & F_3 ➔ $F_{1,2,3}$

Τελικώς οι $F_{1,2,3}$ & F_4 ➔ F_{tot}

$$\theta \equiv \pi - \varphi$$



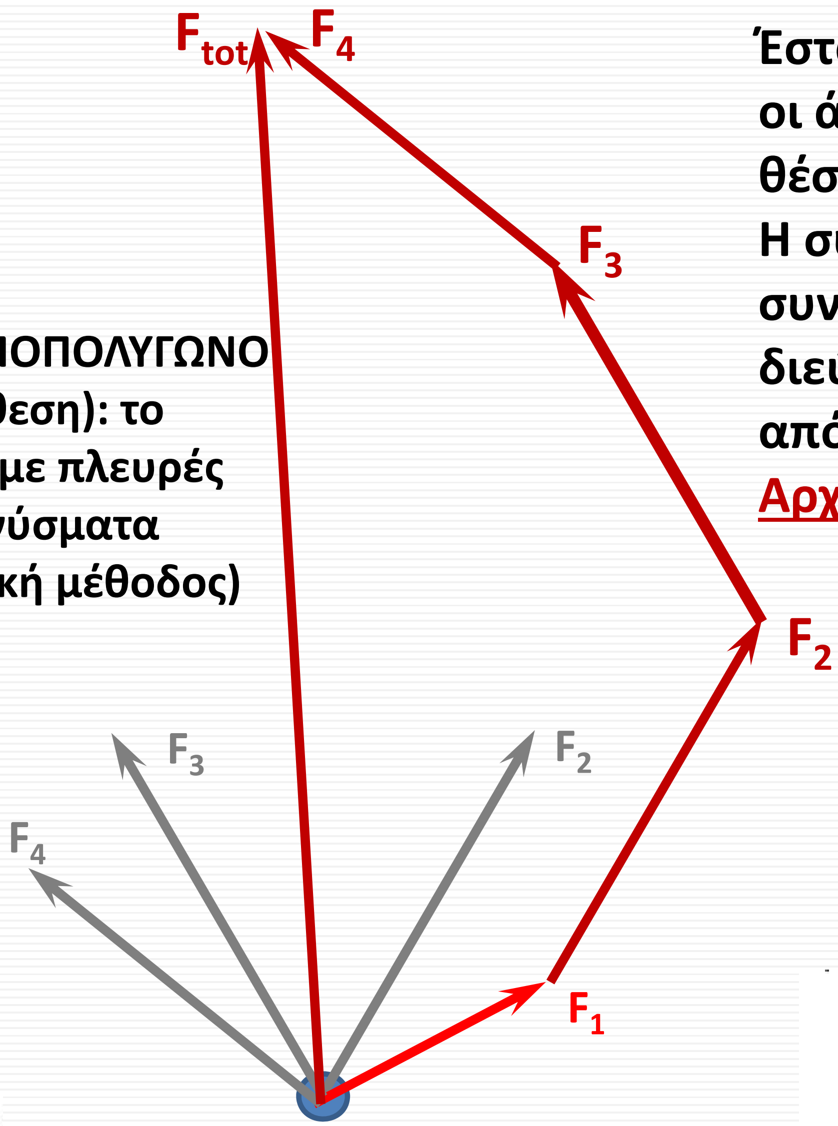
Κανόνας παραλληλογράμμου

$$\|\mathbf{a}+\mathbf{b}\|^2 = \|\mathbf{a}\|^2 + \|\mathbf{b}\|^2 + 2\|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\cos\varphi$$

Ιδιότητες διανυσμάτων: Σύνθεση (γεωμετρία/τριγωνομετρία)

Έστω τέσσερα διανύσματα F_i , i=1, 2, 3, 4 οι άξονες των οποίων συντρέχουν σε μία θέση (π.χ. «υλικό σημείο» ενός σώματος). Η σύνθεση, δηλαδή η εύρεση του συνισταμένου F_{tot} (του μέτρου και της διεύθυνσής του) που προφανώς άγεται από το ίδιο σημείο μπορεί να γίνει με την <u>Αρχή παράθεσης (γραφική μέθοδος)</u>

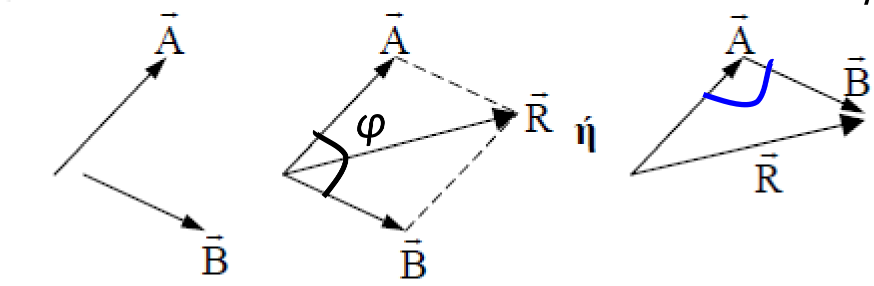
ΔΥΝΑΜΟΠΟΛΥΓΩΝΟ (παράθεση): το σχήμα με πλευρές τα διανύσματα (γραφική μέθοδος)



Κανόνας παράθεσης

$$\|\mathbf{a}+\mathbf{b}\|^2 = \|\mathbf{a}\|^2 + \|\mathbf{b}\|^2 - 2\|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\cos\theta$$

$$\theta \equiv \pi - \varphi$$



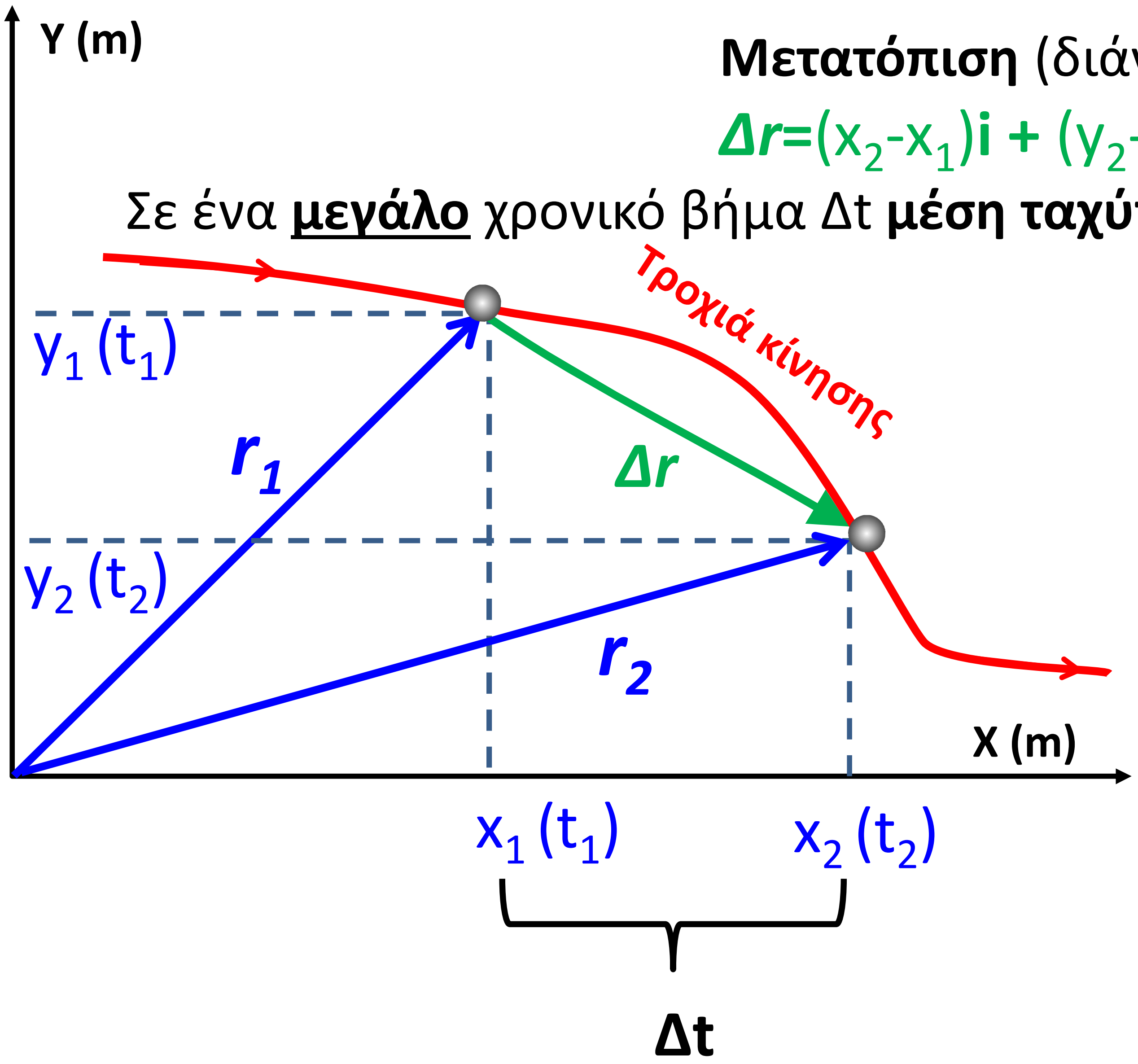
Κίνηση σε Δύο ή Τρεις Διαστάσεις

διάνυσμα θέσης: $\boldsymbol{r_i} = x_i\boldsymbol{i} + y_i\boldsymbol{j}$

Μετατόπιση (διάνυσμα): $\boldsymbol{\Delta r} = \boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}$

$\boldsymbol{\Delta r}=(x_2-x_1)\mathbf{i} + (y_2-y_1)\mathbf{j}$

Σε ένα **<u>μεγάλο</u>** χρονικό βήμα Δt **μέση ταχύτητα** (διαν): $\mathbf{v_{avg}} = \dfrac{\boldsymbol{\Delta r}}{\Delta t}$



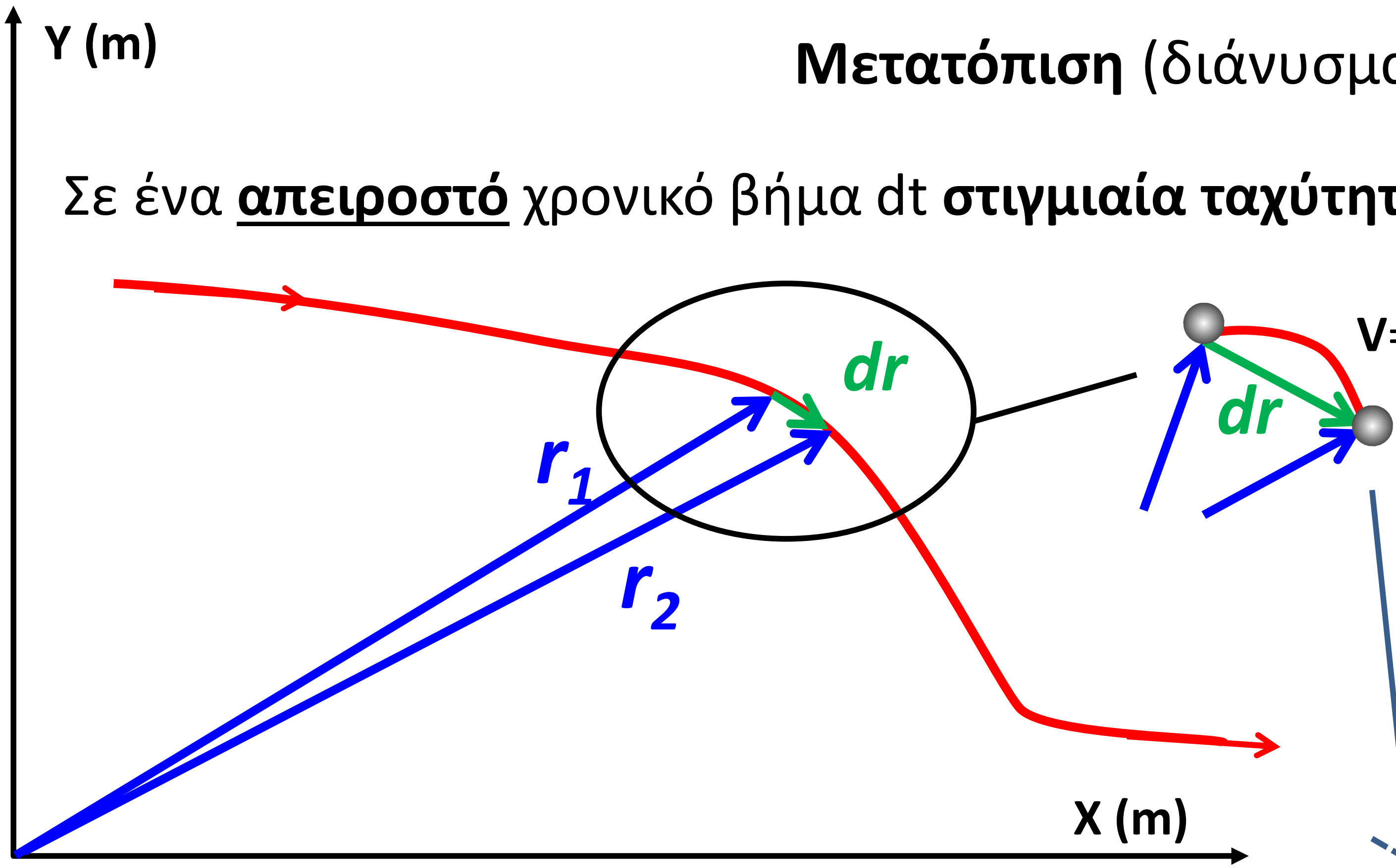
Η $\mathbf{v_{avg}}$ έχει την ίδια κατεύθυνση (φορά) με την **μετατόπιση Δr**

Κίνηση σε Δύο ή Τρεις Διαστάσεις

διάνυσμα θέσης: $\boldsymbol{r_i} = x_i \boldsymbol{i} + y_i \boldsymbol{j}$

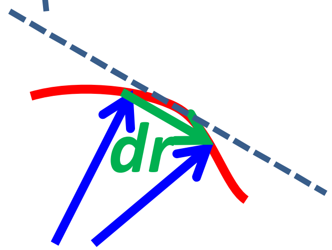
Μετατόπιση (διάνυσμα): $\boldsymbol{\Delta r} = \boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}$

Σε ένα **<u>απειροστό</u>** χρονικό βήμα dt **στιγμιαία ταχύτητα** (διαν): $\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{dr}}{dt}$



V=d/dt(x**i**+y**j**) =dx/dt**i**+dy/dt**j**

Η ***v=dr***/dt είναι πάντοτε **<u>εφαπτόμενη</u>** επί της τροχιάς κίνησης στην αντίστοιχη θέση!!!



$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{dr}}{dt} = \frac{\boldsymbol{dx}}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{\boldsymbol{dy}}{dt}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{v_x} = \frac{dx}{dt} \qquad \boldsymbol{v_y} = \frac{dy}{dt}$$

Η διακριτοποίηση, δηλαδή όσο μικρότερο είναι το χρονικό βήμα που συνεπάγεται μικρή μεταβολή της θέσης, ➔ ***dr***/dt → 0 ➔ ***v*** είναι η εφαπτομένη (η παράγωγος της συνάρτησης θέσης)

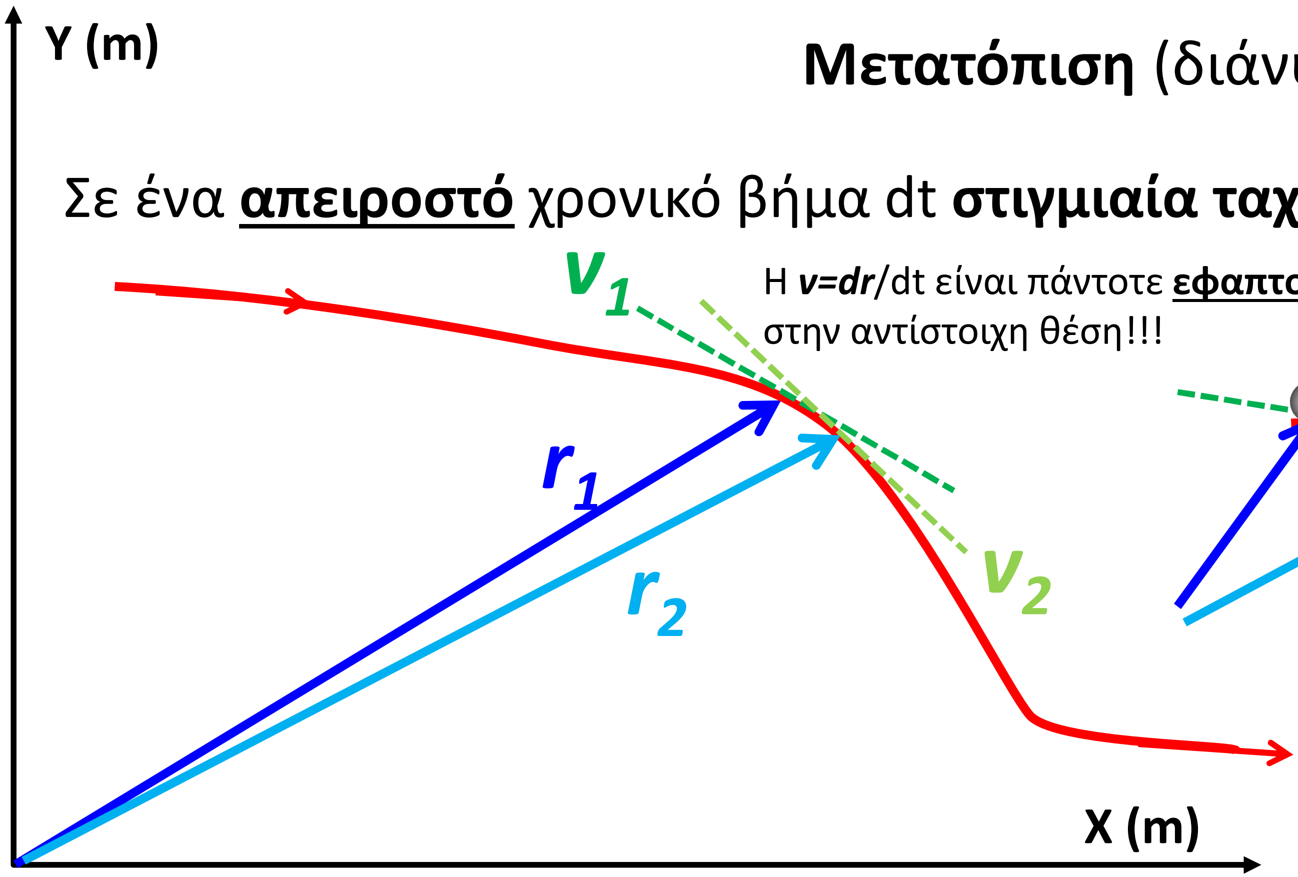
Κίνηση σε Δύο ή Τρεις Διαστάσεις

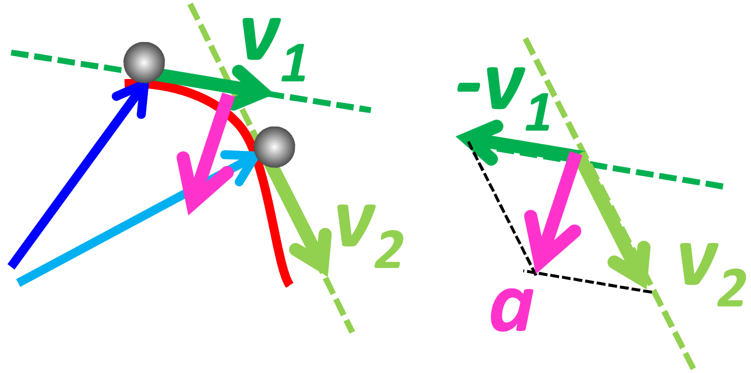
διάνυσμα θέσης: $\boldsymbol{r_i} = x_i\boldsymbol{i} + y_i\boldsymbol{j}$

Μετατόπιση (διάνυσμα): $\boldsymbol{\Delta r} = \boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}$

Σε ένα **<u>απειροστό</u>** χρονικό βήμα dt **στιγμιαία ταχύτητα** (διαν): $\boldsymbol{v} = \dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$

Η ***v=dr***/dt είναι πάντοτε **<u>εφαπτομένη</u>** επί της τροχιάς κίνησης στην αντίστοιχη θέση!!!





$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{v_2 - v_1}{dt}$$

Σε ένα **<u>απειροστό</u>** χρονικό βήμα dt **στιγμιαία επιτάχυνση** (διαν): $\boldsymbol{\alpha} = \dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}$

Εάν μεταβάλλεται είτε το μέτρο είτε η διεύθυνση της ταχύτητας προκύπτει επιτάχυνση!!

Όταν σχεδιάζετε το διάνυσμα της επιτάχυνσης, αυτό δεν εκτείνεται από μία θέση σε κάποια άλλη! Απλώς δείχνει την κατεύθυνση της επιτάχυνσης σε δεδομένη θέση του σώματος!!!

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

Παράδειγμα: Σωματίδιο κινείται επί τροχιάς με x(t) & y(t):

$$x = -0.31t^2 + 7.2t + 28 \qquad y = 0.22t^2 - 9.1t + 30.$$

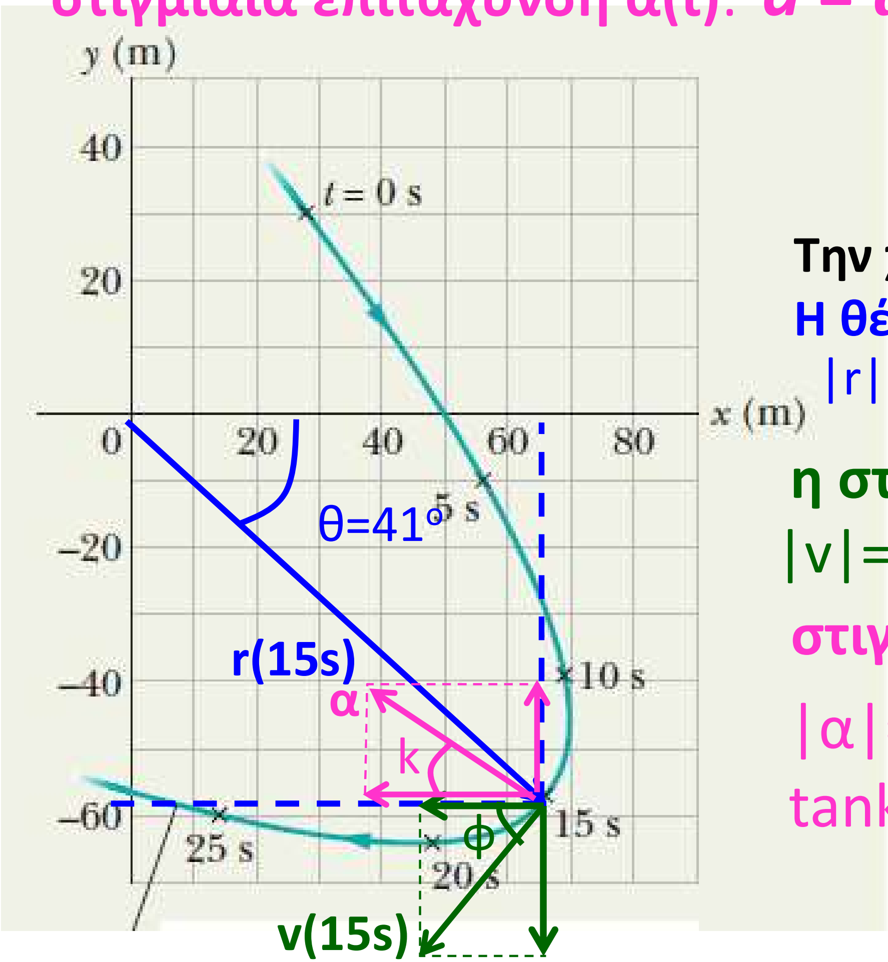
Διάνυσμα θέσης r(t) = x_i**i** + y_j**j** = (-0.3t^2+7.2t+28)**i** + (0.22t^2-9.1t+30)**j**

στιγμιαία ταχύτητα v(t): $\boldsymbol{v} = v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j} = (-0.62t + 7.2)\boldsymbol{i} + (0.44t - 9.1)\boldsymbol{j}$

$v_x = \frac{dx}{dt} = -0.62t + 7.2$ $\qquad v_y = \frac{dy}{dt} = 0.44t - 9.1$ $\qquad a_x = \frac{dv_x}{dt} = -0.62$

στιγμιαία επιτάχυνση α(t): $\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j}$ **= -0.62i+0.44j** $\qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0.44$

σταθερή επιτάχυνση, μέτρο και φορά πάντα ίδια



Την χρονική στιγμή t=15s:

Η θέση του είναι r(15s) = 66.25 (m) **i –** 57 (m) **j**

|r|=$(66.25^2+57^2)^{0.5}$ =87.4 m, tanθ=57/66.25 ➔ θ=41°

η στιγμιαία ταχύτητα v(15s)=-2.1 (m/s)**i –** 2.5(m/s)**j**

|v|=$(2.1^2+2.5^2)^{0.5}$=3.26m/s, tanφ=2.5/2.1 ➔ φ=50°

στιγμιαία επιτάχυνση α(15s)=-0.62**i**+0.44**j=const**

|α|=$(0.62^2+0.44^2)^{0.5}$=0.76m/s^2

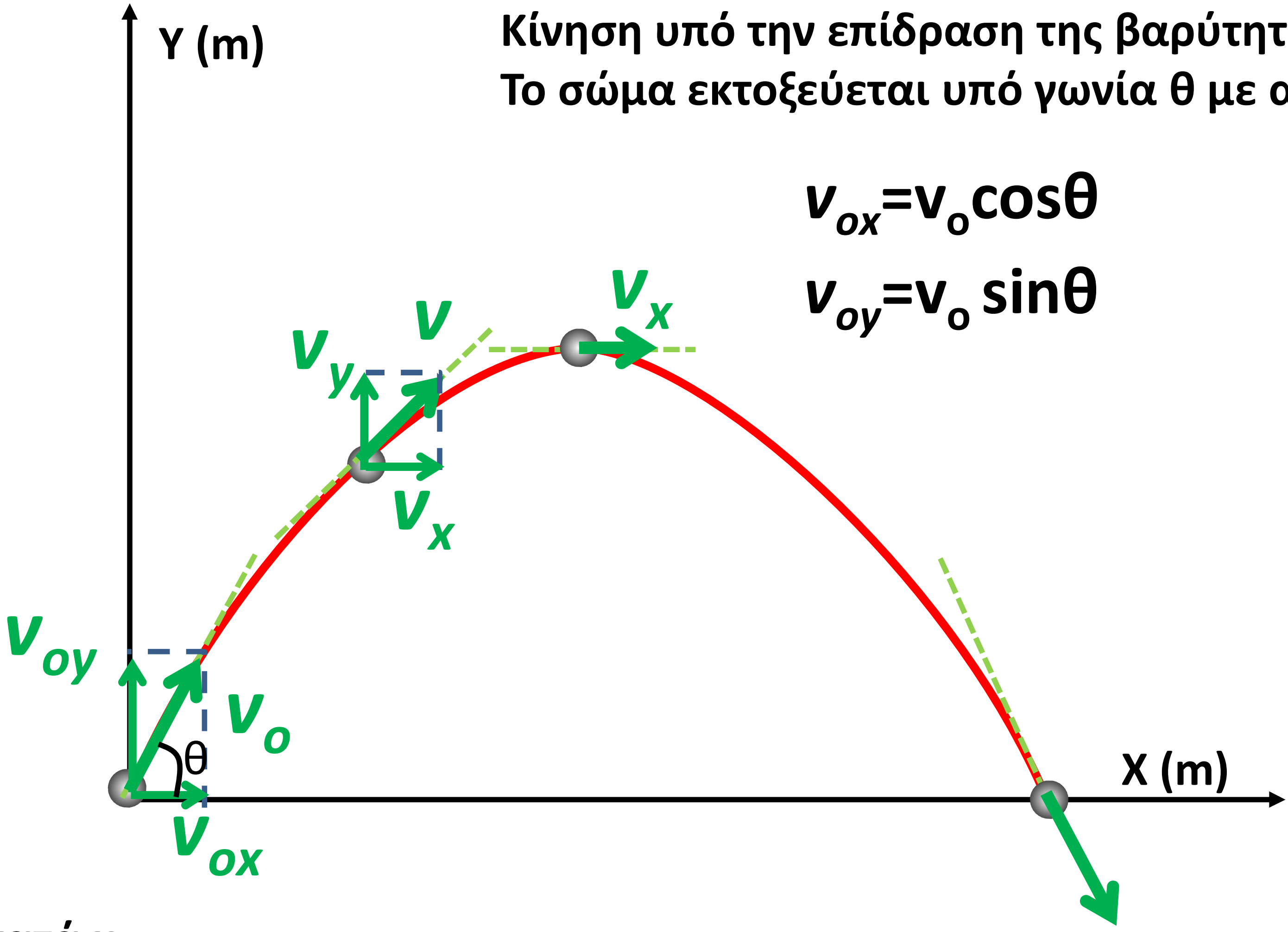
tank=0.44/0.62 ➔ k=35°

Πλάγια ΒΟΛΗ (σε κατακόρυφο επίπεδο - Διδιάστατη κίνηση)

Κίνηση υπό την επίδραση της βαρύτητας, g
Το σώμα εκτοξεύεται υπό γωνία θ με αρχική ταχύτητα v_o

$$v_{ox}=v_o\cos\theta$$

$$v_{oy}=v_o\sin\theta$$



Κίνηση κατά x:
Αρχική θέση με $x_o=0$
Η κίνηση κατά x γίνεται με σταθερή ταχύτητα $\quad v_x(t)=v_{ox}=v_o\cos\theta$
Δεν υπάρχει επιτάχυνση στην οριζόντια κίνηση: $\alpha_x=0$

$$v_x=\frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t)=v_{ox}t+x_o \Rightarrow x(t)=v_{ox}t \Rightarrow x(t)=(v_o\cos\theta)t$$

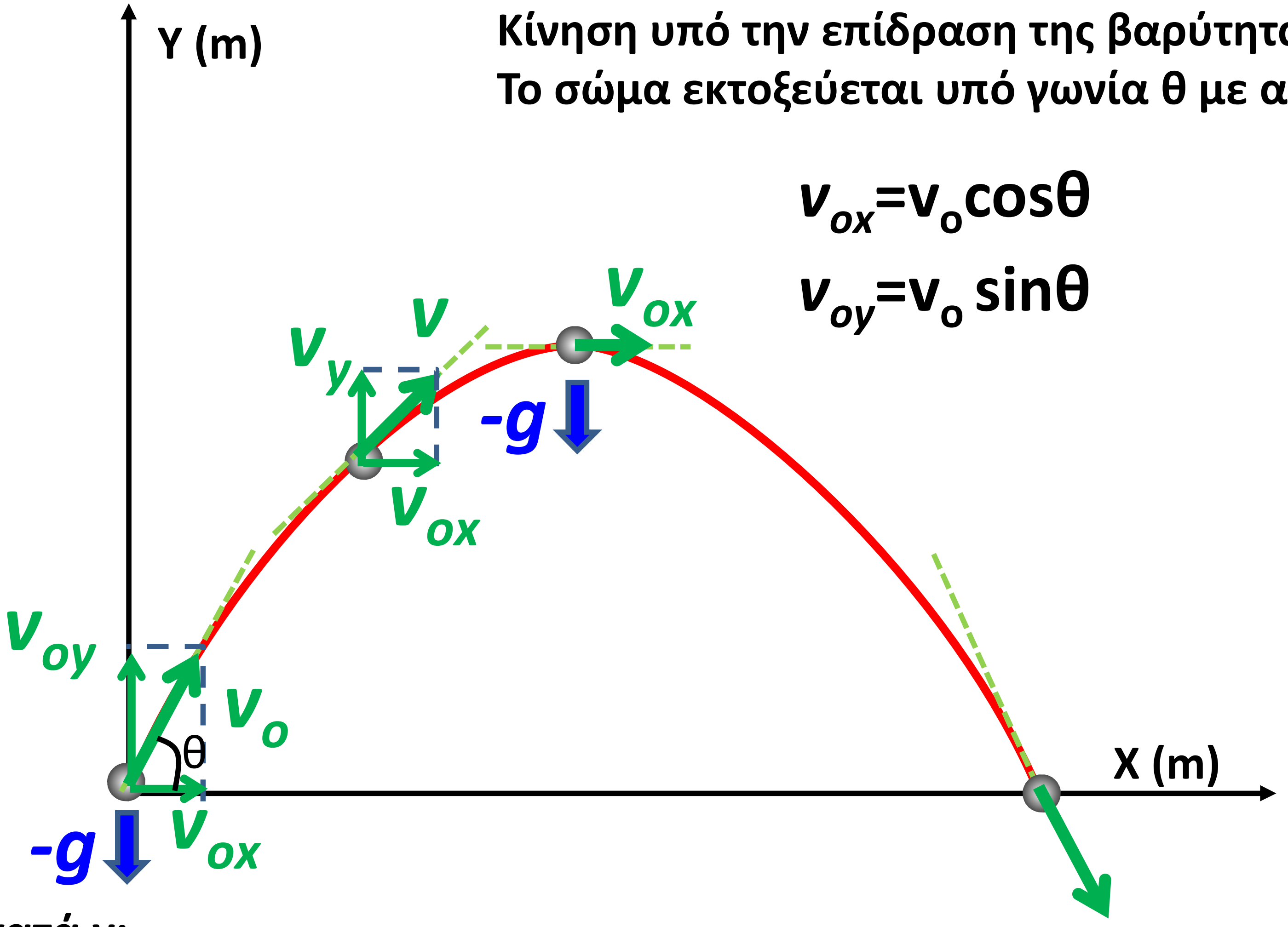
Πλάγια ΒΟΛΗ (σε κατακόρυφο επίπεδο - Διδιάστατη κίνηση)

Κίνηση υπό την επίδραση της βαρύτητας, g

Το σώμα εκτοξεύεται υπό γωνία θ με αρχική ταχύτητα v_o

$$v_{ox}=v_o\cos\theta$$

$$v_{oy}=v_o\sin\theta$$

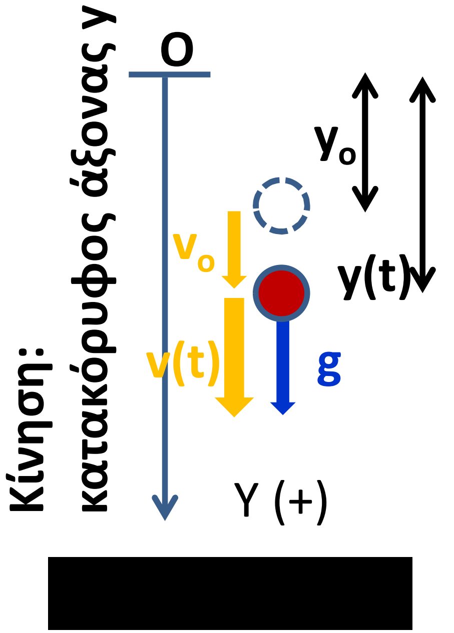


__Κίνηση κατά y:__

Αρχική θέση με $y_o=0$

Σε κάθε θέση του σώματος ασκείται σταθερή επιτάχυνση –g (α_y=-g)

Επιτάχυνση της ελεύθερης πτώσης (κίνηση με σταθερή επιτάχυνση)

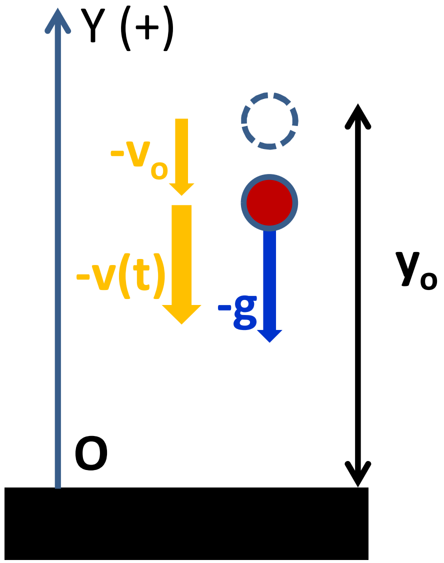


$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + vot + y_o$$

$$v(t) = gt + vo$$

$$v(t) = -gt + v_o$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_o t + y_o$$



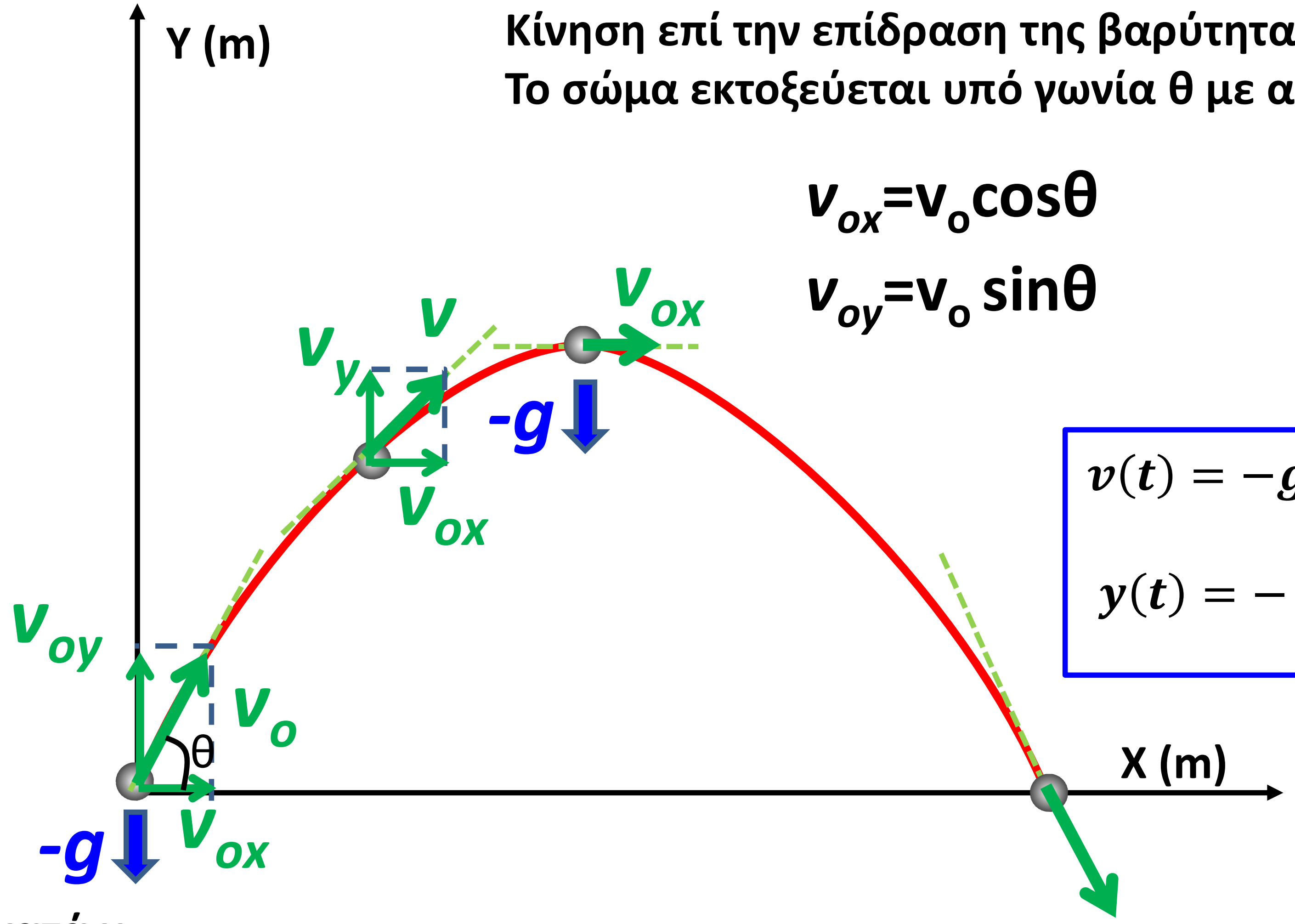
Η μετατόπιση Δy είναι αρνητική
Το διάνυσμα ταχύτητας είναι αρνητικό (το μέτρο αυξάνει)
Το διάνυσμα επιτάχυνσης είναι αρνητικό

$$v(t) = -gt - v_o$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 - v_o t + y_o$$

Πλάγια ΒΟΛΗ (σε κατακόρυφο επίπεδο - Διδιάστατη κίνηση)

Κίνηση επί την επίδραση της βαρύτητας, g
Το σώμα εκτοξεύεται υπό γωνία θ με αρχική ταχύτητα v_o



$$v_{ox}=v_o\cos\theta$$

$$v_{oy}=v_o\sin\theta$$

$$v(t) = -gt + v_o$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_ot + y_o$$

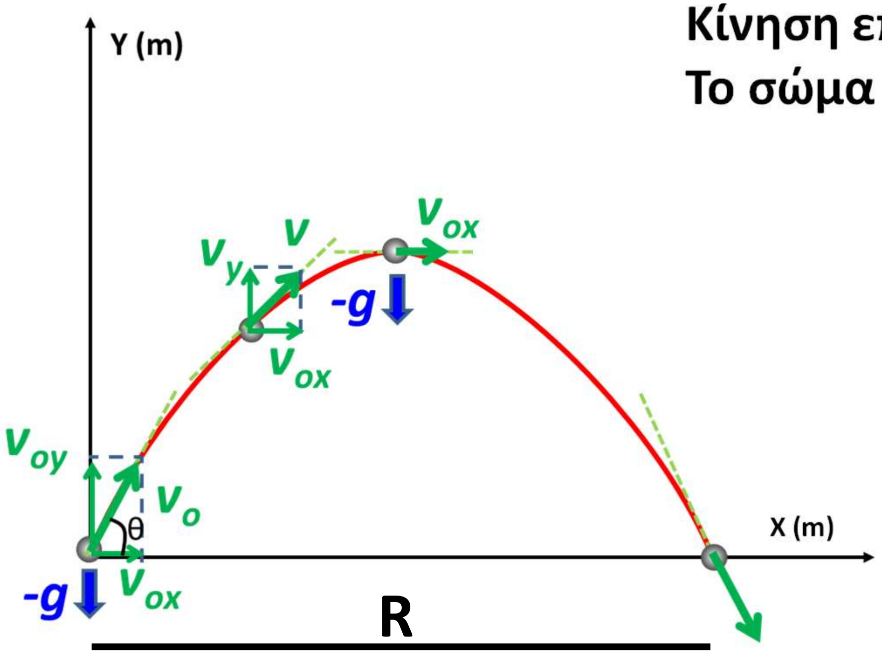
<u>Κίνηση κατά y:</u>

Αρχική θέση με $y_o=0$

Σε κάθε θέση του σώματος ασκείται σταθερή επιτάχυνση –g

$v_y(t)=-gt+v_{oy} \rightarrow v_y(t)=-gt+v_o\sin\theta$ $\quad$ $y(t)=-0{,}5gt^2+v_{oy}t \rightarrow y(t)=-0{,}5gt^2+(v_o\sin\theta)t$

Πλάγια ΒΟΛΗ (σε κατακόρυφο επίπεδο - Διδιάστατη κίνηση)



Κίνηση επί την επίδραση της βαρύτητας, g

Το σώμα εκτοξεύεται υπό γωνία θ με αρχική ταχύτητα v_o

Ποια η εξίσωση της τροχιάς;

Σχέση y(x) – εξάλειψη του χρόνου t

<u>Κίνηση κατά x:</u>

$x(t) = (v_o \cos\theta) t$

$v_x(t) = v_o \cos\theta$

$\alpha_x = 0$

<u>Κίνηση κατά y:</u>

$y(t) = -0{,}5 g\, t^2 + (v_o \sin\theta)\, t$

$v_y(t) = -gt + v_o \sin\theta$

$\alpha_y = -g$

$y(t) = -0{,}5g\, x(t)^2 / (v_o\cos\theta)^2 + (v_o\sin\theta)\, x(t) / (v_o\cos\theta)$

$y(t) = -\underbrace{0{,}5g / (v_o\cos\theta)^2}_{k} \cdot x(t)^2 + \underbrace{\tan\theta}_{m} \cdot x(t)$

$y = -k\, x^2 + m\, x$

Βεληνεκές R (όταν περνά από το ύψος εκτόξευσης):

$y=0 \Rightarrow x = R = m/k$

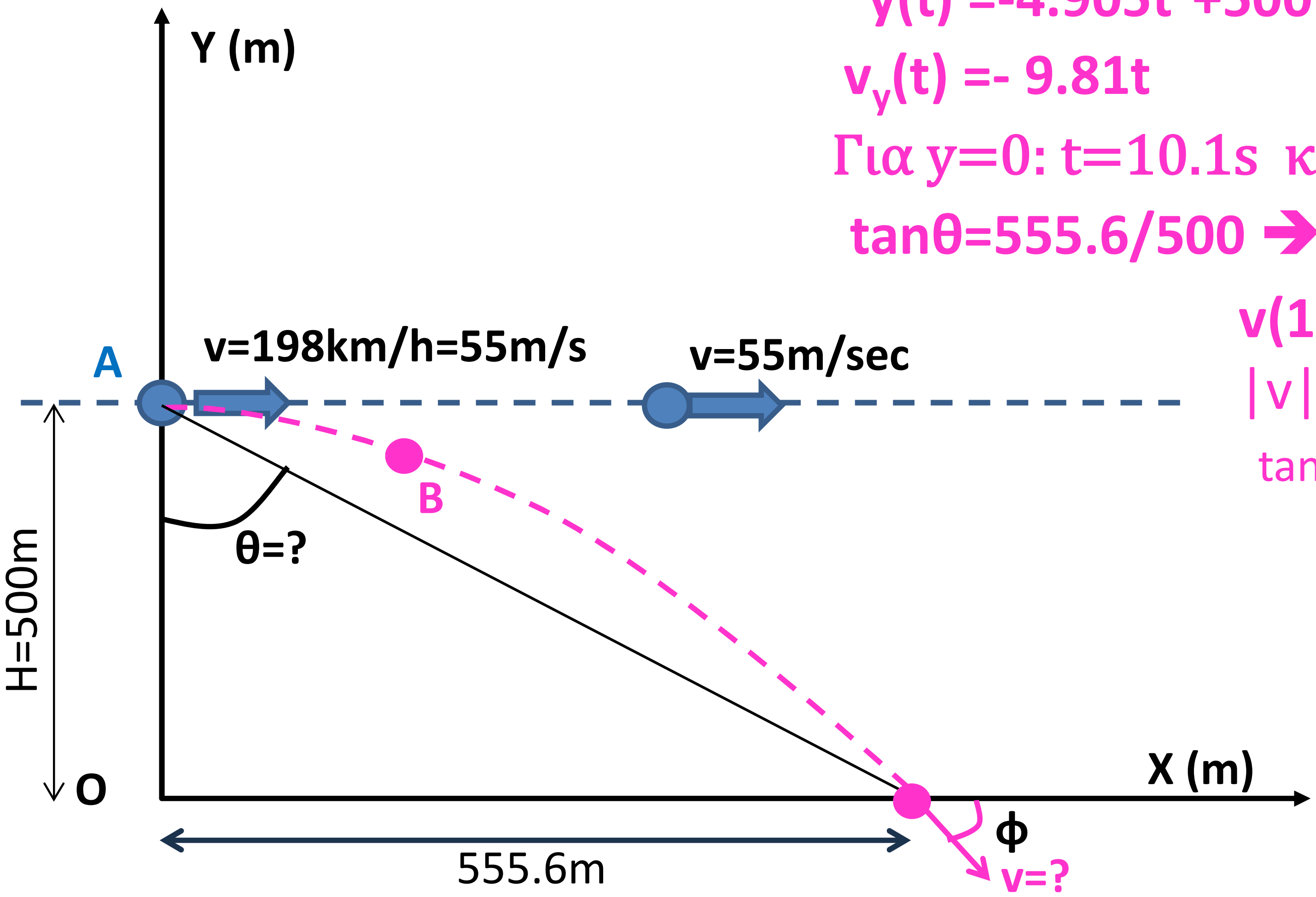
$R = v_o^2 \cos^2\theta \tan\theta \;/ 0{,}5g = 2v_o^2/g \cos\theta \sin\theta = v_o^2/g \sin 2\theta$

R=Rmax για γωνία $\theta = 45^o$

Παράδειγμα: Κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο - ρίψη

A: κινείται με σταθερή ταχύτητα

B: ρίπτεται από το εν κινήσει A



<u>Κίνηση κατά x:</u> αρχική ταχύτητα v_o=55m/s με θ=0

$v_x(t) = 55\ (m/s)$

$x(t) = (v_o\cos\theta)t = 55t$

<u>Κίνηση κατά y:</u>

$y(t) = -1/2\, g\, t^2 + (v_o\sin\theta)\, t + y_o$

$y(t) = -4.905t^2 + 500$

$v_y(t) = -9.81t$

Για $y=0$: $t=10.1s$ και $x(10.1s)=555.6m$

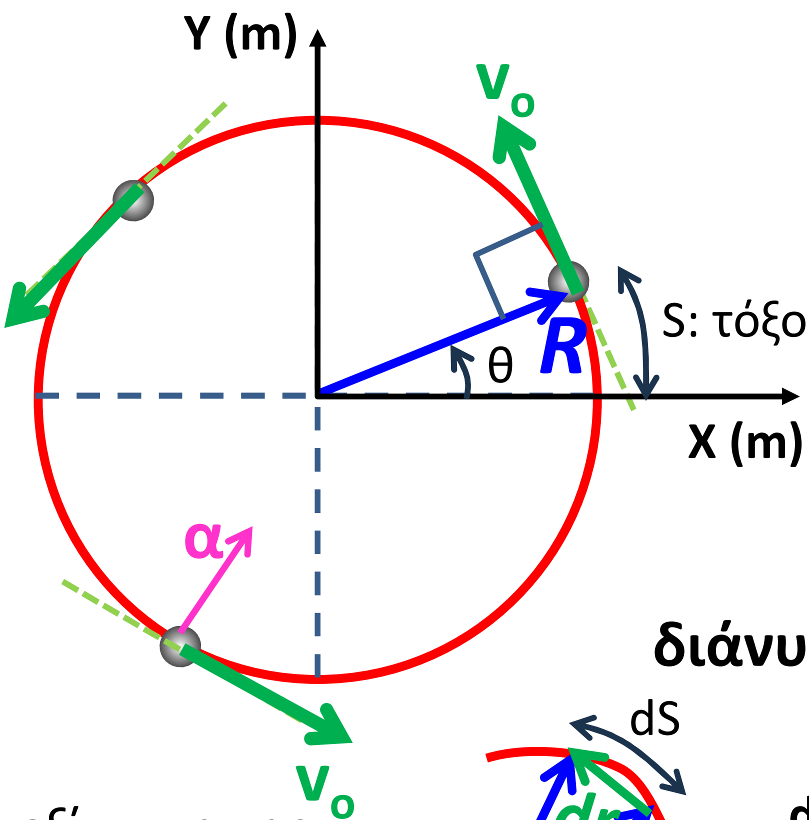
$\tan\theta = 555.6/500 \rightarrow \theta = 48^o$

$v(10.1s) = 55\,\mathbf{i} - 99.1\,\mathbf{j}$

$|v| = (55^2 + 99.1^2)^{0.5} = 113 m/s$

$\tan\phi = 99.1/55 \rightarrow \phi = 61^o$

Ομαλή κυκλική κίνηση (Διδιάστατη κίνηση)



Κίνηση επί κυκλικής τροχιάς με ***γραμμική*** ταχύτητα εφαπτομενική της τροχιάς σταθερού μέτρου $v=v_o$

Γωνιακή θέση: $\theta=S/R$

Γωνιακή μετατόπιση: $d\theta=\theta_2-\theta_1$ (>0 εάν $\theta_2>\theta_1$)

Γωνιακή ταχύτητα $\omega=d\theta/dt$ (rad/s)

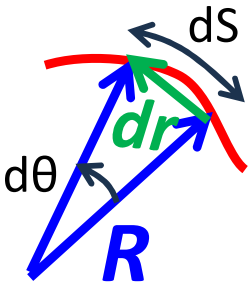
Με ω=σταθερό: $\theta=\omega t$

Για μια πλήρη περιστροφή $\theta=2\pi \rightarrow 2\pi=\omega T \rightarrow \omega=2\pi/T$

Γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_\omega=d\omega/dt$ (rad/s^2)(αν ω=σταθ., $\alpha_\omega=0$)

διάνυσμα θέσης: $\boldsymbol{R}_i = x_i\boldsymbol{i} + y_i\boldsymbol{j} = R\cdot\underbrace{(\cos\theta\,\boldsymbol{i} + \sin\theta\,\boldsymbol{j})}_{\text{Μοναδιαίο διάνυσμα θέσης: } \vec{r}}$

εξίσωση της τροχιάς:
$y^2+x^2=R^2$



$$\left.\begin{aligned} &d\theta=dS/R\approx dr/R \\ &\omega=d\theta/dt \end{aligned}\right\} \quad \omega\cdot dt=dr/R \rightarrow \omega\cdot R=dr/dt \rightarrow \omega\cdot R = v$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(R\cos\theta\boldsymbol{i} + R\sin\theta\boldsymbol{j}\right)\right) \overset{\theta=\omega t}{=} \frac{d}{dt}\left(-R\omega\sin\omega t\,\boldsymbol{i} + R\omega\cos\omega t\,\boldsymbol{j}\right)$$

$\boldsymbol{\alpha}= -\omega^2R\,(\cos\omega t\,\boldsymbol{i} + \sin\omega t\,\boldsymbol{j}) = -\omega^2\boldsymbol{R}$: κεντρομόλος επιτάχυνση

$|\alpha|=[(-\omega^2R\cos\omega t)^2+(-\omega^2R\sin\omega t)^2]^{0.5}= \omega^2R = (v/R)^2R=v^2/R$

Μέτρο κεντρομόλου επιτάχυνσης: $\alpha= \omega^2R = v^2/R$

Εναλλακτικά:

$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} = (-v\sin\theta)\hat{\mathrm{i}} + (v\cos\theta)\hat{\mathrm{j}}.$$

$$\vec{v} = \left(-\frac{v y_p}{r}\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(\frac{v x_p}{r}\right)\hat{\mathrm{j}}.$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(-\frac{v}{r}\frac{dy_p}{dt}\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(\frac{v}{r}\frac{dx_p}{dt}\right)\hat{\mathrm{j}}.$$

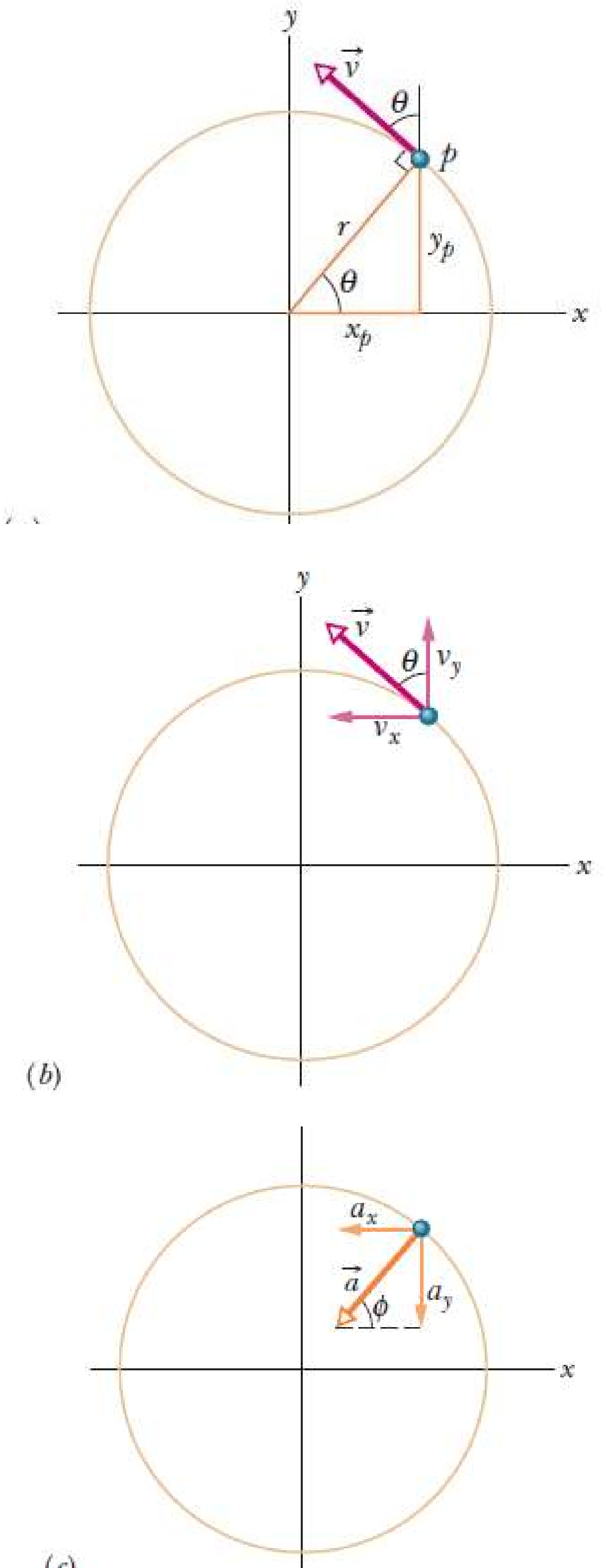
Σημείωση: $\dfrac{dy_P}{dt} = v_y$, $\quad \dfrac{dx_P}{dt} = v_x$

$v_x = -v\sin\theta, \quad v_y = v\cos\theta$

$$\vec{a} = \left(-\frac{v^2}{r}\cos\theta\right)\hat{\mathrm{i}} + \left(-\frac{v^2}{r}\sin\theta\right)\hat{\mathrm{j}}.$$

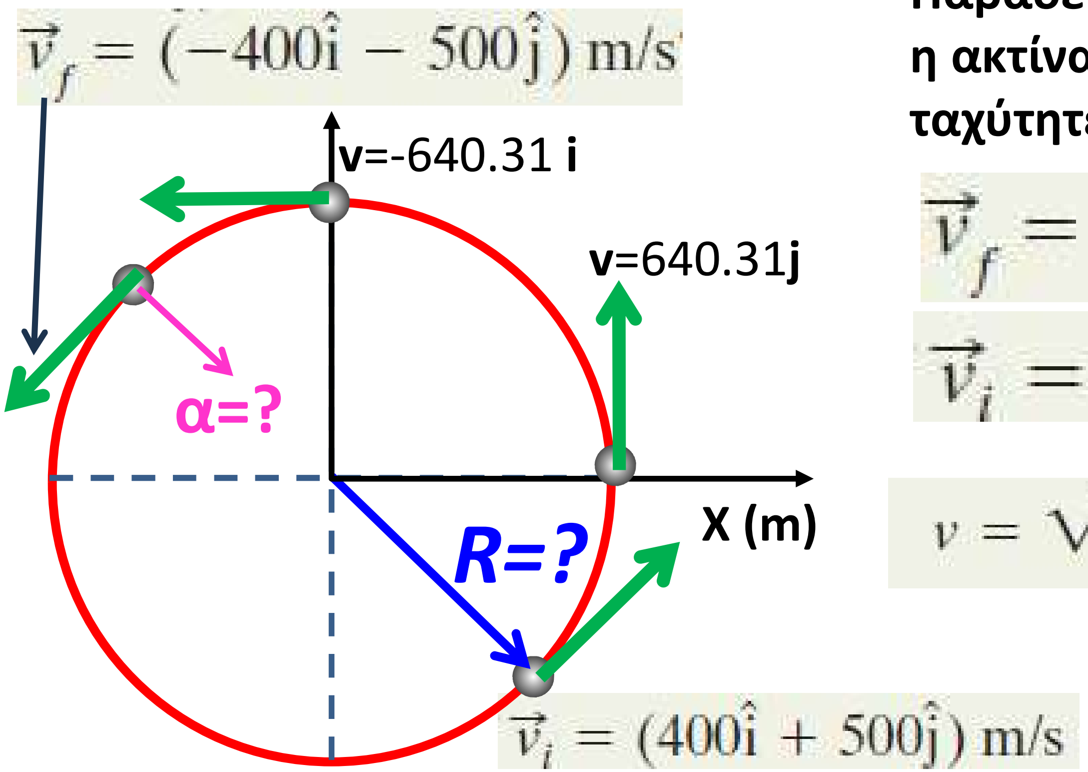
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{v^2}{r}\sqrt{(\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2} = \frac{v^2}{r}\sqrt{1} = \frac{v^2}{r},$$

$$\tan\phi = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-(v^2/r)\sin\theta}{-(v^2/r)\cos\theta} = \tan\theta.$$



Ομαλή κυκλική κίνηση (Διδιάστατη κίνηση)

Παράδειγμα: Ποια η κεντρομόλος επιτάχυνση και η ακτίνα αν είναι γνωστές οι γραμμικές ταχύτητες δύο θέσεων;



$$\vec{v}_f = (-400\hat{i} - 500\hat{j})\ \mathrm{m/s}$$

$$\vec{v}_i = (400\hat{i} + 500\hat{j})\ \mathrm{m/s}$$

$$v = \sqrt{(400\ \mathrm{m/s})^2 + (500\ \mathrm{m/s})^2} = 640.31\ \mathrm{m/s}.$$

Χρόνος από θέση i σε θέση f = 24 s

Αντιδιαμετρικές θέσεις: T/2=24 s ➔ T= 48 s

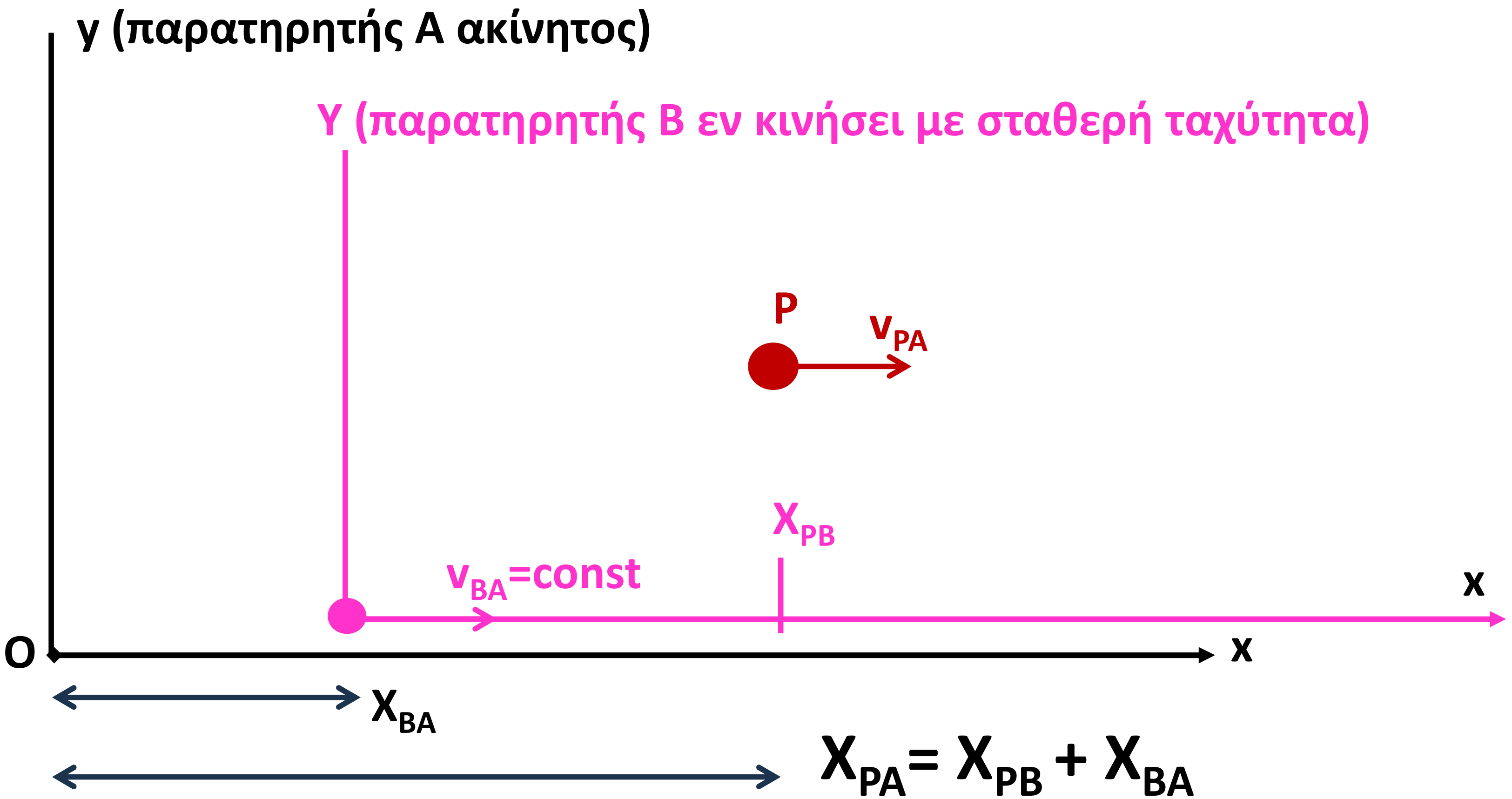
ω=2π/T

ω·R = v ➔ R=v T/ 2π ➔ R=640.31×48/(2×3.14)= 4891.6 m

$\alpha = v^2/R = 640.31^2/4891.6 = 83.8\ \mathrm{m/s^2}$

Σχετική κίνηση σωματιδίου

σε μία Διάσταση



$$X_{PA} = X_{PB} + X_{BA}$$

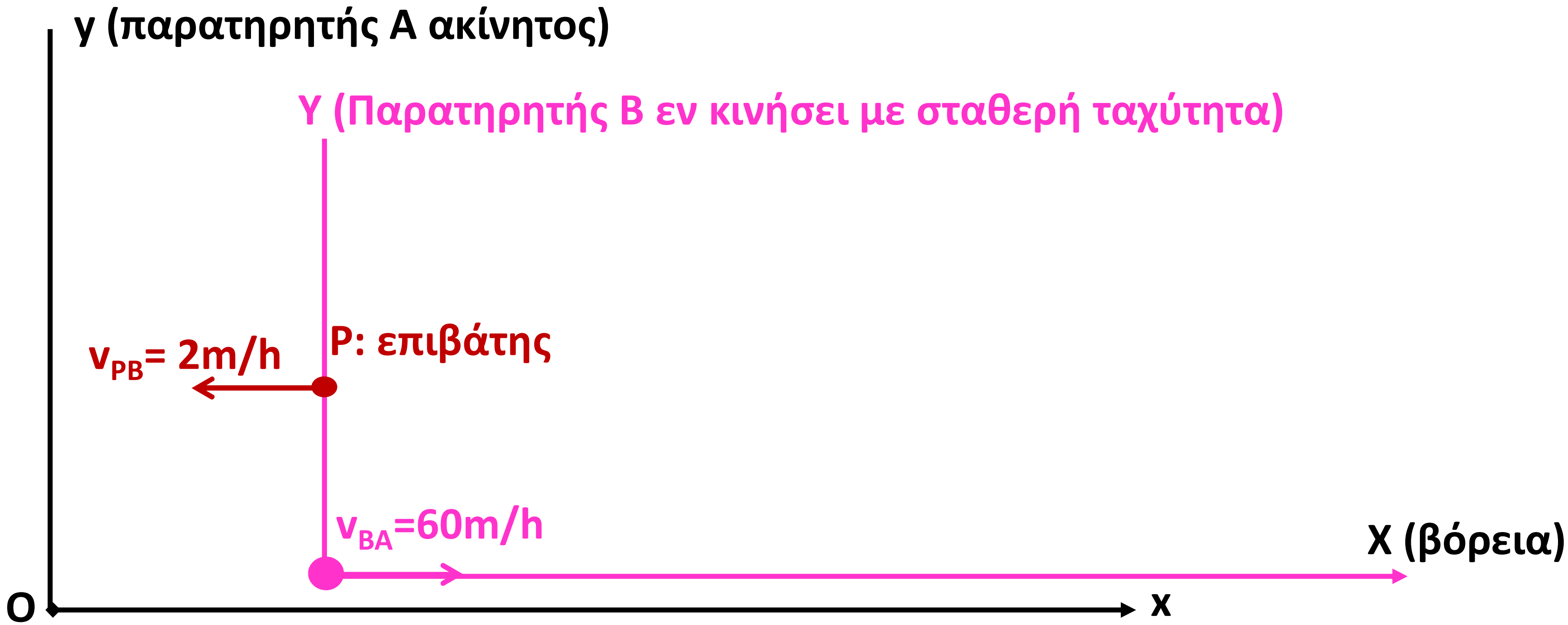
Ταχύτητα: $\frac{d}{dt}(x_{PA}) = \frac{d}{dt}(x_{PB}) + \frac{d}{dt}(x_{BA})$

Ταχύτητα: $v_{PA} = v_{PB} + v_{BA} \Rightarrow v_{PB} = v_{PA} - v_{BA}$

Επιτάχυνση: $\frac{d}{dt}(v_{PA}) = \frac{d}{dt}(v_{PB}) + \frac{d}{dt}(\cancel{v_{BA}}) \Rightarrow \alpha_{PA} = \alpha_{PB}$

Παράδειγμα: Λεωφορείο (B) κινείται βόρεια με 60m/h και ένας επιβάτης (P) κινείται στον διάδρομο προς τα πίσω με 2m/h ως προς το λεωφορείο. Πόσο γρήγορα κινείται ο επιβάτης ως προς ακίνητο παρατηρητή (A) στον δρόμο;

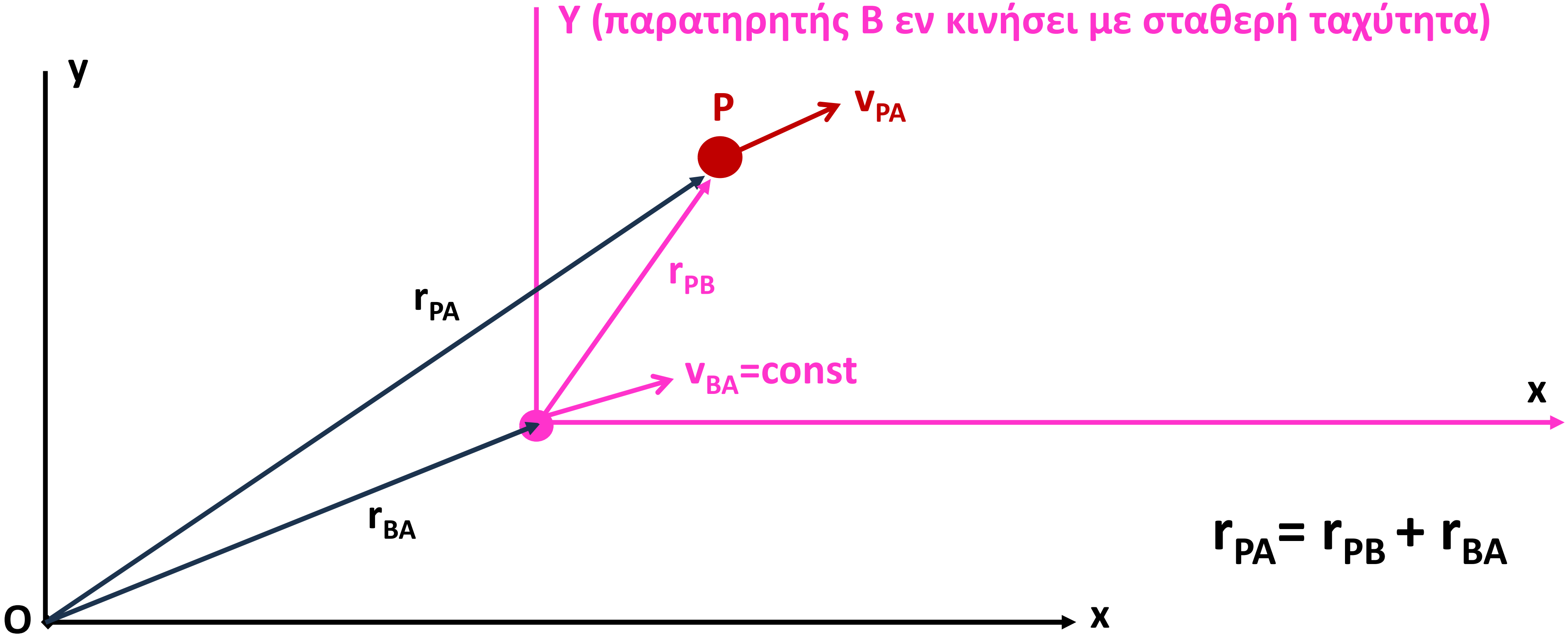
σε μία Διάσταση



Ταχύτητα: $v_{PA} = v_{PB} + v_{BA} \Rightarrow v_{PA} = -2 + 60 = +58\,m/h$

Σχετική κίνηση σωματιδίου ως προς κινούμενο σωματίδιο

σε Δύο Διαστάσεις



O: παρατηρητής Α ακίνητος

$$r_{PA} = r_{PB} + r_{BA}$$

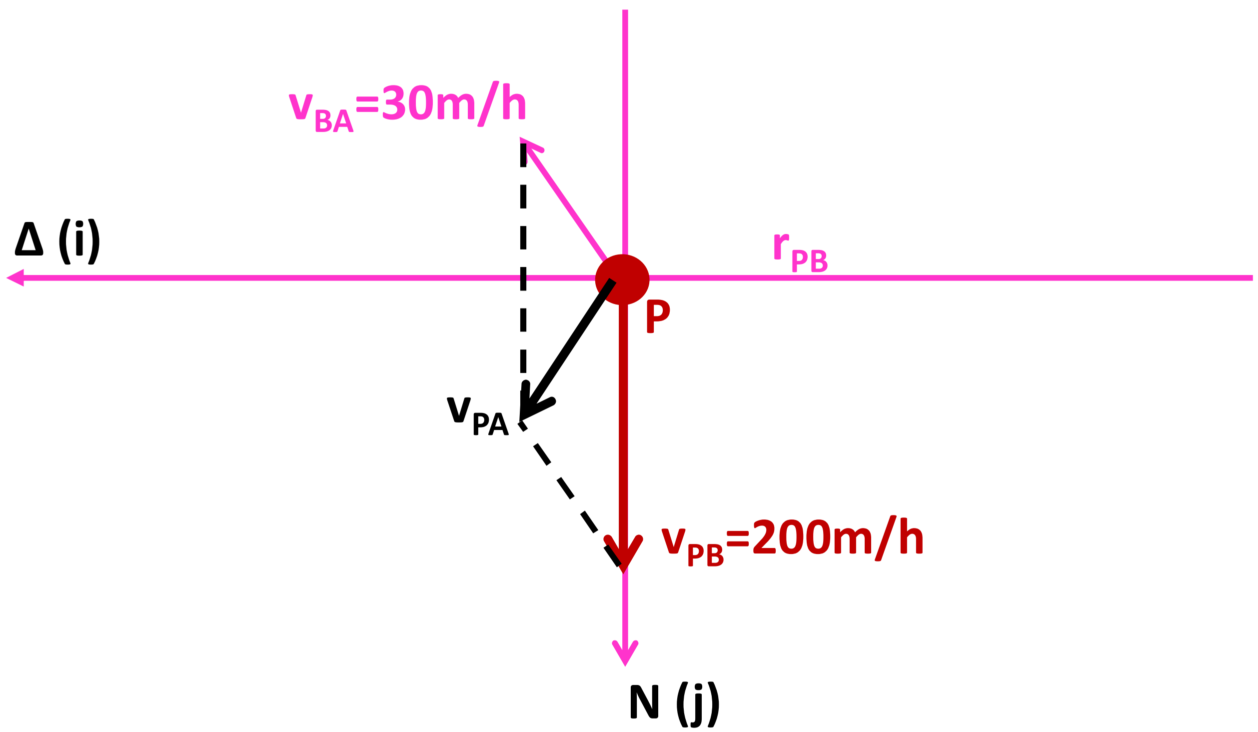
Ταχύτητα: $v_{PA} = v_{PB} + v_{BA}$

Επιτάχυνση: $\frac{d}{dt}(v_{PA}) = \frac{d}{dt}(v_{PB}) + \cancel{\frac{d}{dt}(v_{BA})} = \frac{d}{dt}(v_{PB}) \Rightarrow \alpha_{PA} = \alpha_{PB}$

Παράδειγμα: αεροπλάνο (P) κινείται νότια με 200m/h και ο άνεμος (B) κινείται με ταχύτητα 30m/h με κατεύθυνση βόρειο δυτικά (45ο). Ποια η ταχύτητα του αεροπλάνου ως προς το έδαφος (A);

σε Δύο Διαστάσεις

Y (παρατηρητής B εν κινήσει με σταθερή ταχύτητα)



Ταχύτητα: $\mathbf{v_{PA}} = \mathbf{v_{PB}} + \mathbf{v_{BA}} = 0\mathbf{i} + 200\mathbf{j} + 0.707\times 30\mathbf{i} - 0.707\times 30\mathbf{j}$

$$\mathbf{v_{PA}} = 21.2\ (m/s)\ \mathbf{i} + 178.8\ (m/s)\ \mathbf{j}$$

$$|\mathbf{v_{PA}}| = (21.2^2 + 178.8^2)^{0.5} = 180\ m/s$$

Ασκήσεις το σπίτι:

$2^{η}$: Ένα αγόρι περιστρέφει σωματίδιο δεμένο με σκοινί σε οριζόντιο κύκλο ακτίνας 1.5 m σε ύψος 2 m από το έδαφος. Το σκοινί σπάει και το σωματίδιο εκσφενδονίζεται οριζόντια και χτυπάει στο έδαφος σε απόσταση 10m. Πόση είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση κατά την διάρκεια της ομαλής κυκλικής κίνησης;

$1^{η}$: Κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο
Ποια είναι η θ ώστε να συγκρουσθούν τα δύο σωματίδια;