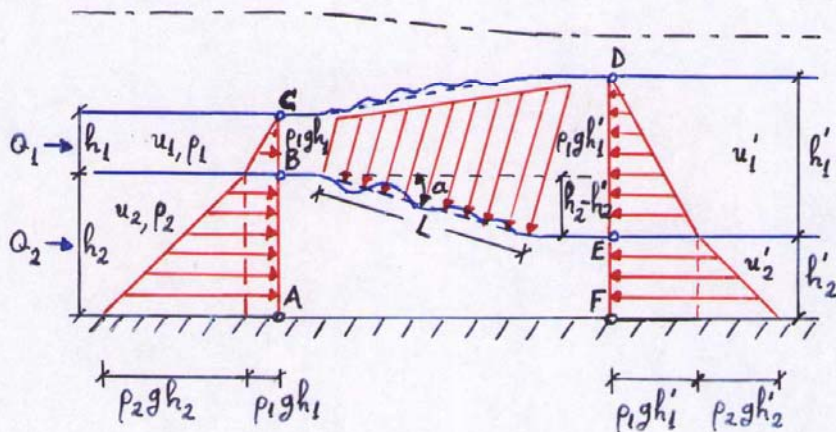


### 3. ΥΔΡΑΥΛΙΚΟ ΑΛΜΑ ΣΕ ΣΤΡΩΜΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΡΟΕΣ

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ του υδραυλικού άλματος



$$P_d = \frac{1}{2} \rho_1 g (h_1 + h_1') L$$

$$P_{dx} = -\frac{1}{2} \rho_1 g (h_1 + h_1') L \sin \alpha = -\frac{1}{2} \rho_1 g (h_1 + h_1') (h_2 - h_2')$$

Νόμος Διατήρησης της ορμής για τον όγκο ABED

$$\begin{aligned} & -\rho_2 u_2 Q_2 + \rho_2 u_2' Q_2 = \\ & = \frac{1}{2} h_2 (2\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2) - \frac{1}{2} \rho_1 g (h_1 + h_1') (h_2 - h_2') - \frac{1}{2} (2\rho_1 g h_1' + \rho_2 g h_2') h_2' \end{aligned}$$

Εξίσωση συνέχειας :  $Q_2 = u_2 h_2 = u_2' h_2'$

$$\frac{2Q_2^2}{gh_2^3} \left(1 - \frac{h_2'}{h_2}\right) = \left(1 + \frac{h_2'}{h_2}\right) \frac{h_2'}{h_2} \left[ \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{h_1}{h_2} \left(1 - \frac{h_1'}{h_1}\right) + \left(1 - \frac{h_2'}{h_2}\right) \right] \quad (1)$$

Εξίσωση διατήρησης της ορμής για τον όγκο CDEB

$$-\rho_1 u_1 Q_1 + \rho_1 u'_1 Q_1 = \frac{1}{2} \rho_1 g h_1^2 - \frac{1}{2} \rho_1 g h_1'^2 + \frac{1}{2} \rho_1 g (h_1 + h_1') (h_2 - h_2')$$

Εξίσωση συνέχειας :  $Q_1 = u_1 h_1 = u'_1 h_1'$

$$\frac{2Q_1^2}{gh_1^3} \left(1 - \frac{h_1'}{h_1}\right) = \frac{h_1'}{h_1} \left(1 + \frac{h_1'}{h_1}\right) \left[\left(1 - \frac{h_1'}{h_1}\right) + \frac{h_2}{h_1} \left(1 - \frac{h_2'}{h_2}\right)\right] \quad (2)$$

- 2 εξισώσεις με 2 αγνώστους :  $\frac{h_1}{h_1'}$  και  $\frac{h_2}{h_2'}$

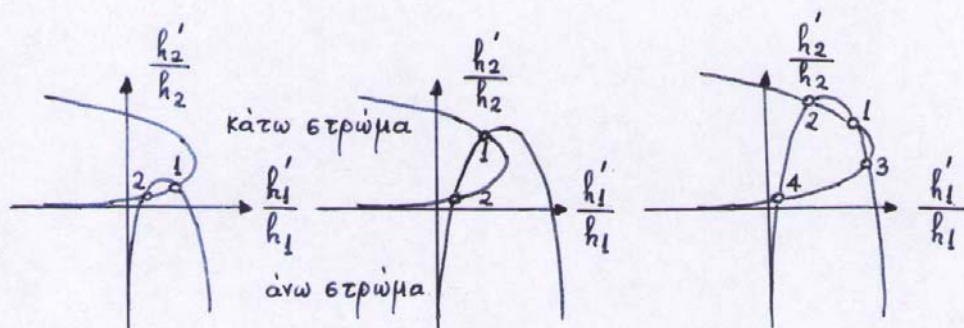
4 παράμετροι :  $F_{r1}, F_{r2}, \kappa = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}, \frac{h_2}{h_1}$

$$F_{r1} = \frac{Q_1}{\sqrt{gh_1^3}}$$

$$F_{r2} = \frac{Q_2}{\sqrt{gh_2^3}}$$

- 9 δυνατές λύσεις

4 πραγματικές και θετικές



Το πάχος και των δύο στρωμάτων αυξάνει μετά το άλμα

Δυνατότητα υδραυλικού άλματος προς μικρότερα βάθη

## Κρίσιμοι αριθμοί Froude και κρίσιμα βάθη.

Κρίσιμη κατάσταση: Οι Εξισ. (1) και (2) έχουν μόνο μία πραγματική και θετική λύση.

Οι αντίστοιχες καμπύλες εφάπτονται σ' ένα μόνο σημείο.

Συντεταγμένες του σημείου επαφής:

$$\frac{h'_1}{h_1} = 1 \quad \text{και} \quad \frac{h'_2}{h_2} = 1$$

$$h_1 + h'_1 = 2h_1$$

$$h'_1 = h_1 + dh_1$$

$$h_2 + h'_2 = 2h_2$$

$$h'_2 = h_2 + dh_2$$

$$\text{Εξισ. (2)} \Rightarrow \frac{dh_2}{dh_1} = \frac{Q_1^2}{gh_1^3} - 1$$

$$\text{Εξισ. (1)} \Rightarrow \frac{dh_1}{dh_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \left( \frac{Q_2^2}{gh_2^3} - 1 \right)$$

$$\left( \kappa F_{T1c}'^2 - 1 \right) \left( \kappa F_{T2c}'^2 - 1 \right) = 1 - \kappa$$

$$\kappa = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$$

$$F_{T1}' = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} F_{T1}$$

$$F_{T2}' = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} F_{T2}$$

$F_{T1}'$  και  $F_{T2}'$ : πυκνομετρικοί αριθμοί Froude



Ελεύθερη επιφάνεια του άνω στρώματος: οριζόντια

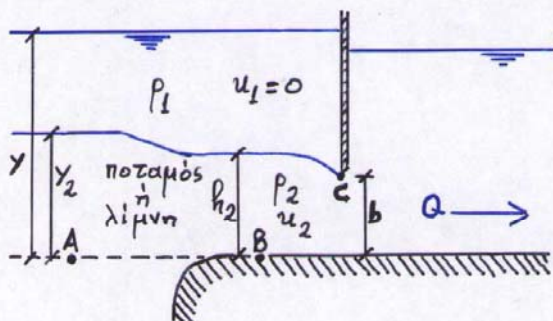
$$h_1 + h_2 = h \quad h_1' + h_2' = h$$

Εξισ. (2)  $\Rightarrow Q_1 = 0$  ή  $u_1 = 0$

Εξισ. (1)  $\Rightarrow \frac{h_2'}{h_2} = \frac{1}{2} [\sqrt{1 + 8F_{T_2}'^2} - 1] \Rightarrow$

- Όταν  $F_{T_2}' = 1$ , τότε  $h_2 = h_2' \Rightarrow$  κρίσιμες συνθήκες
- $F_{T_{2c}}' = 1 \Rightarrow h_{2c} = \sqrt[3]{\frac{Q_2^2}{kg}}$   $h_{2c}$ : κρίσιμο βάθος
- για  $\kappa = 1$  ( $\rho_1 \approx 0$ )  $\Rightarrow$  γνωστός τύπος της υδραυλικής

## Λήψη κρύου νερού κάτω από ένα θυρόφραγμα



α. Εξίσωση Βερνούλλι για τα σημεία Α και Β

$$\rho_1 g (Y - y_2) + \rho_2 g y_2 = \frac{1}{2} \rho_2 u_2^2 + \rho_1 g (Y - h_2) + \rho_2 g h_2$$

Εξίσωση συνέχειας:  $Q_2 = u_2 h_2$

$$\rho_1 g (Y - y_2) + \rho_2 g y_2 = \frac{1}{2} \rho_2 \frac{Q_2^2}{h_2^2} + \rho_1 g (Y - h_2) + \rho_2 g h_2 \Rightarrow$$

$$Q_2 = h_2 \sqrt{2kg(Y - h_2)}$$

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$$

- Εάν  $h_2 = b \Rightarrow$  παροχή χωρίς ανάμιξη του ζεστού νερού
- Εάν επιπλέον  $y_2 = b \Rightarrow Q_2 = 0$
- Εάν  $y_2 < b$ , δεν υπάρχει εκροή

b. Μέγιστη παροχή κρύου νερού για δεδομένο  $Y_2$

$$\frac{dQ_2}{dh_2} = 0 \Rightarrow h_{2c} = \frac{2}{3} Y_2$$

$h_{2c}$ : κρίσιμο βάθος

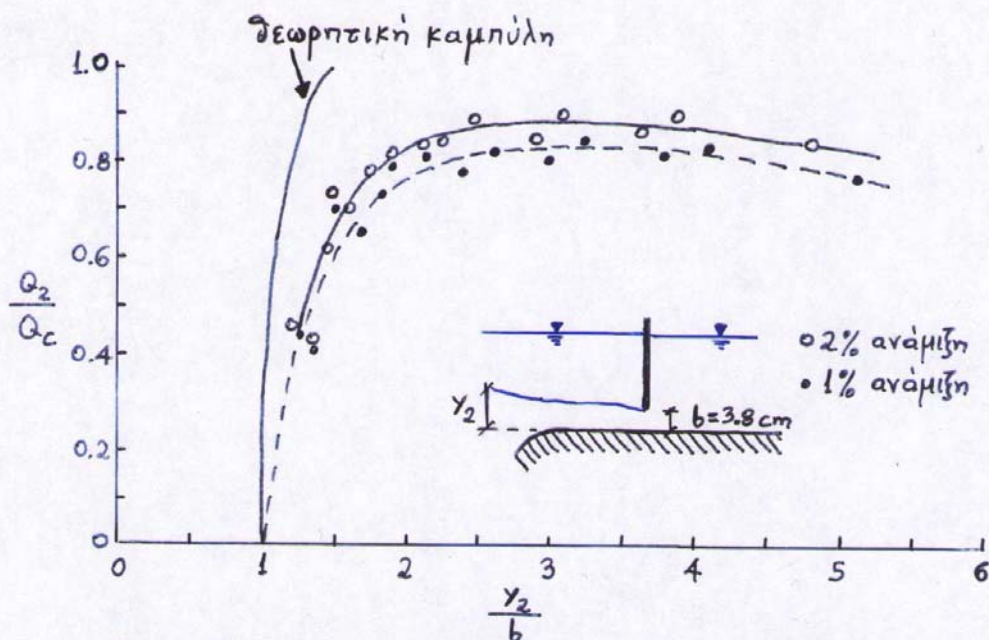
$$Q_{2max} = Q_c = \sqrt{\frac{8}{27} K_g Y_2^3}$$

c. Όταν  $h_2 = b$  και  $Y_2$  δεδομένο, τότε

$$0 \leq Q_2 \leq Q_c$$

$$Q_2 = 0 \text{ για } h_2 = b = Y_2$$

$$Q_2 = Q_c \text{ για } h_2 = b = \frac{2}{3} Y_2$$



Πειραματικά αποτελέσματα των Harteman και Goda (1965)

$$\frac{Q_2}{Q_c} = \sqrt{\frac{27}{4} \cdot \frac{Y_2 - 1}{\left(\frac{Y_2}{b}\right)^3}}$$

για  $1.0 \leq Y_2/b \leq 1.5$