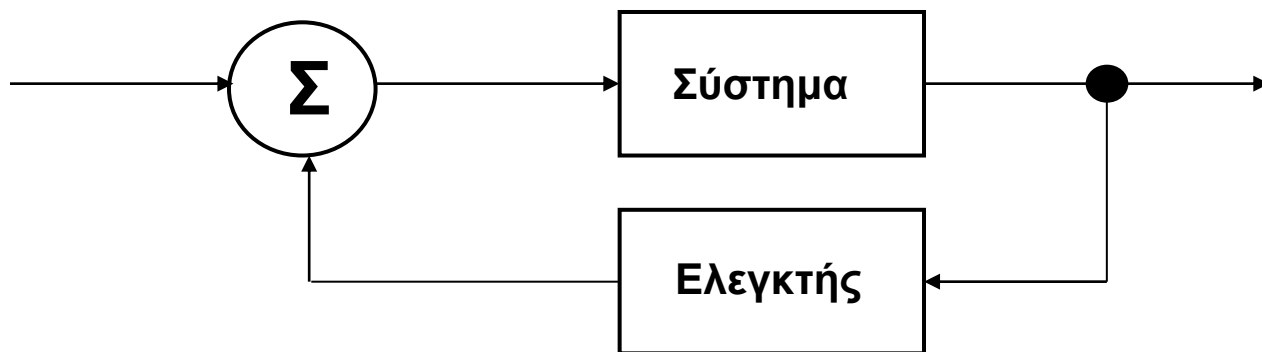


Ανάλυση και σύνθεση Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

(Συνοπτικές σημειώσεις με παραδείγματα)

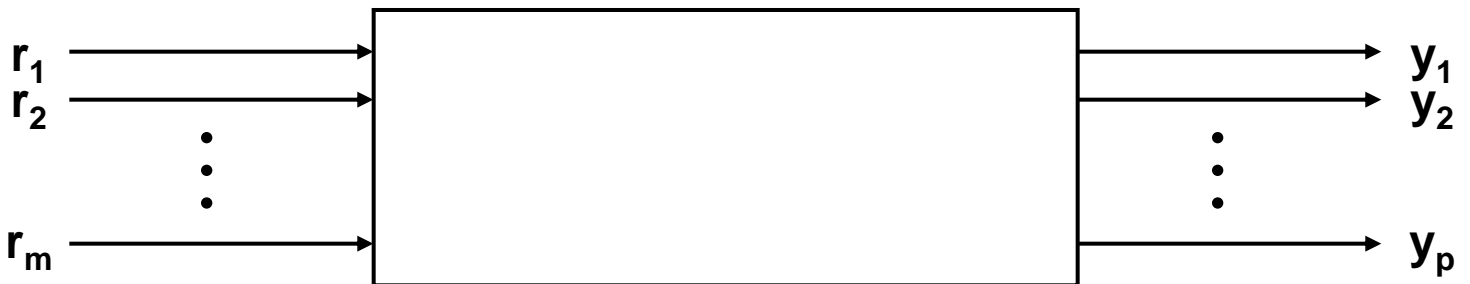


Διδάσκων : Όλγα Κοσμίδου
Επίκ. Καθηγήτρια
Εργαστήριο Σ.Α.Ε. – Δ.Π.Θ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΟΡΙΣΜΟΣ: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΔΟΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ



ΕΙΔΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Γραμμικά – Μη γραμμικά (ως προς τις εισόδους – εξόδους)

Συνεχούς – διακριτού χρόνου (ως προς τις μεταβλητές)

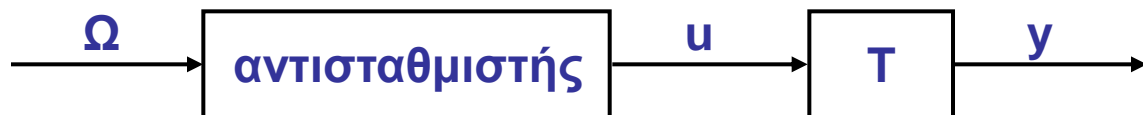
Χρονικά αμετάβλητα – μεταβαλλόμενα (ως προς τις παραμέτρους)

Προσδιοριστικά – Στοχαστικά (ως προς τις εισόδους)

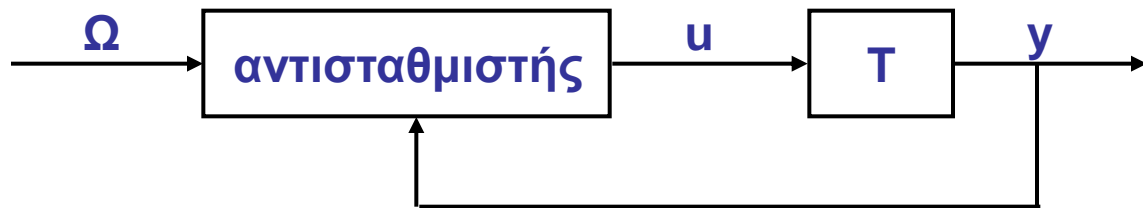
ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

- ΑΝΑΛΥΣΗ:**
- Καθορισμός εισόδων – εξόδων
 - Εύρεση μαθηματικού προτύπου (μοντέλο)
 - Χρονική απόκριση, απόκριση συχνότητας
 - Ευστάθεια, σχετική ευστάθεια

- ΣΥΝΘΕΣΗ:**
- Εύρεση αντισταθμιστή



Ανοικτό σύστημα



Σύστημα με ανάδραση

ΣΗΜΑΣΙΑ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΥΘΜΙΣΗΣ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ ΤΡΟΧΙΑΣ

ΣΥΣΤΗΜΑ: Πλήθος πραγμάτων συνδεδεμένων (από τη φύση ή τον άνθρωπο), ώστε να αποτελούν ένα ολοκληρωμένο και σύνθετο σύνολο.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ: Μελέτη των αλληλεπιδράσεων και της συμπεριφοράς ενός συνόλου στοιχείων, όταν υπόκεινται σε κάποιες συνθήκες - εισόδους. Μαθηματικές ιδιότητες.

ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ: Φυσικές εφαρμογές.

ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ: Ρύθμιση ή έλεγχος κάποιων ποσοτήτων με επιθυμητό τρόπο.
Σύνδεση πολλών στοιχείων ή διατάξεων ώστε να παράγουν ένα επιθυμητό αποτέλεσμα.



ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

$$\text{έξοδος} = K \times \text{είσοδος}$$



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΒΑΘΜΙΔΑΣ

ΒΕΛΗ = ΦΥΣΙΚΕΣ ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ

ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΟ = ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ

Έλεγχος χωρίς ενίσχυση ισχύος:

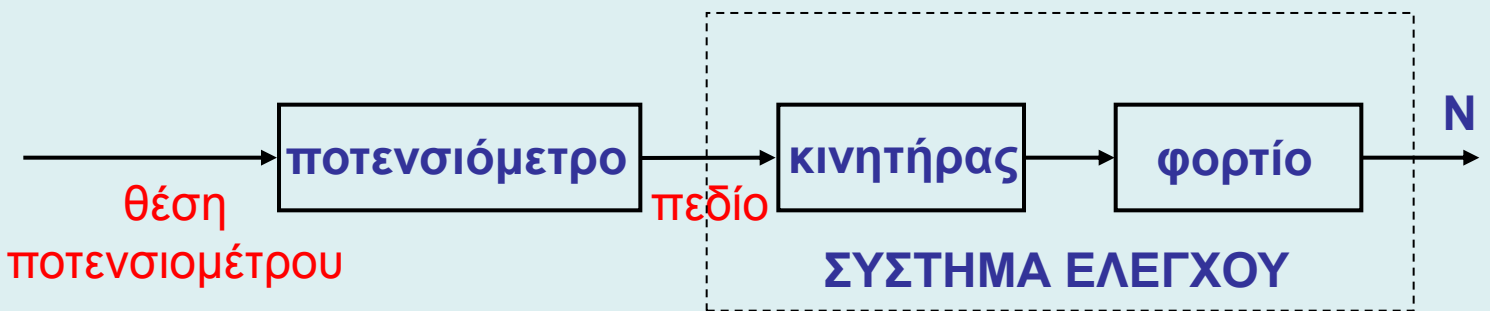
Αεροπλάνο: θέση μοχλού $\xrightarrow{\text{ή}}$ θέση πηδαλίου \longrightarrow κατεύθυνση πορείας

Αυτοκίνητο: στροφή τιμονιού \longrightarrow στροφή τροχών

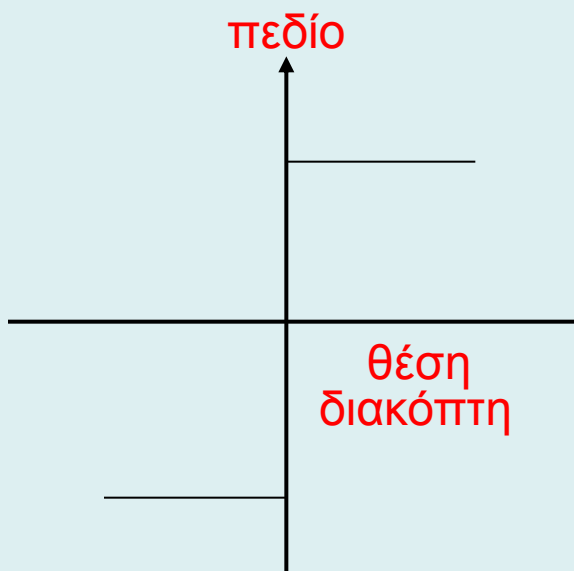
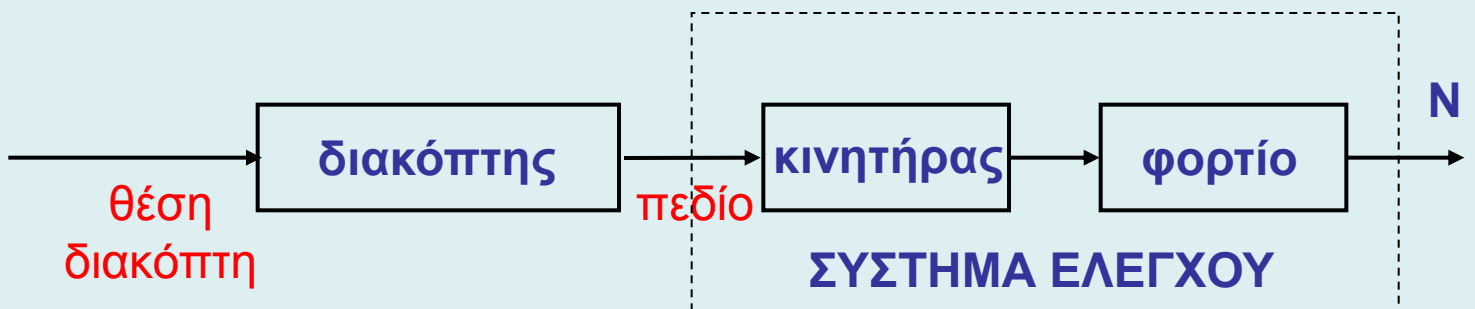
Η είσοδος «ελέγχει» - (οδηγεί) - την έξοδο



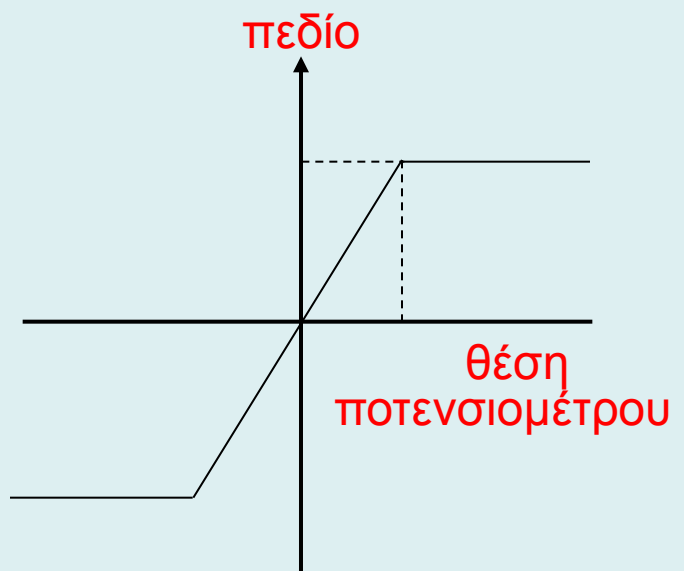
Έλεγχος με ενίσχυση ισχύος:



Το ποτενσιόμετρο «ελέγχει» - (οδηγεί) – τον κινητήρα

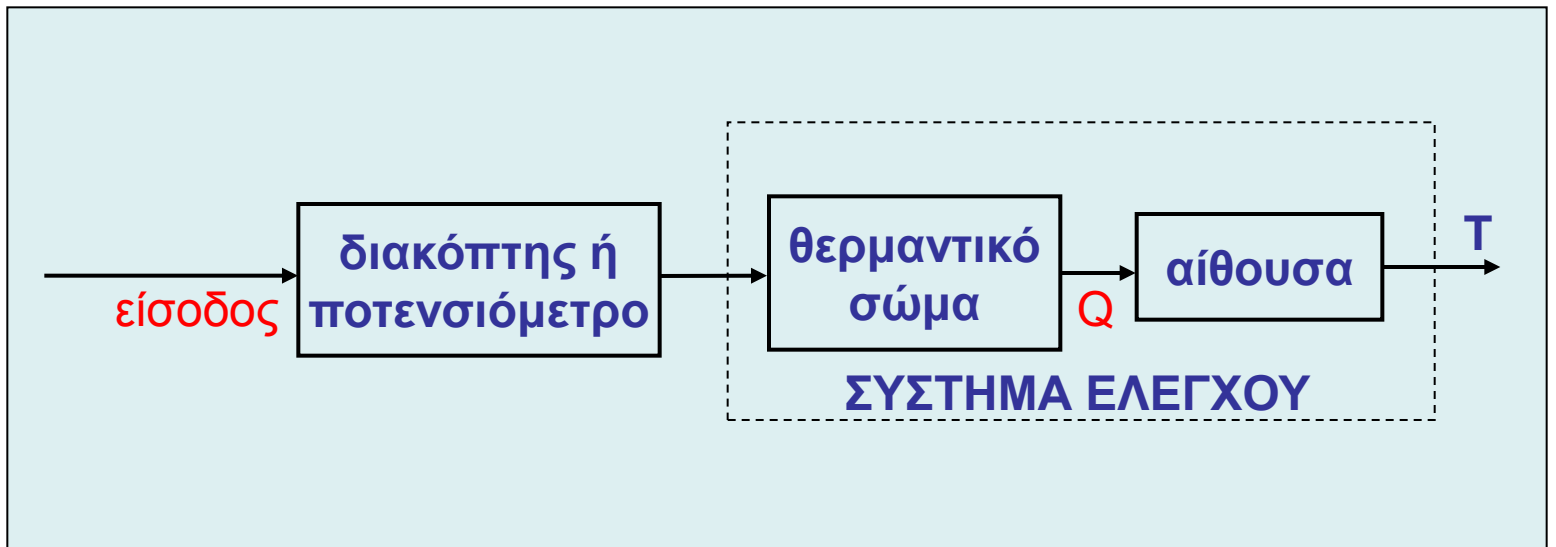


ασυνεχής



συνεχής





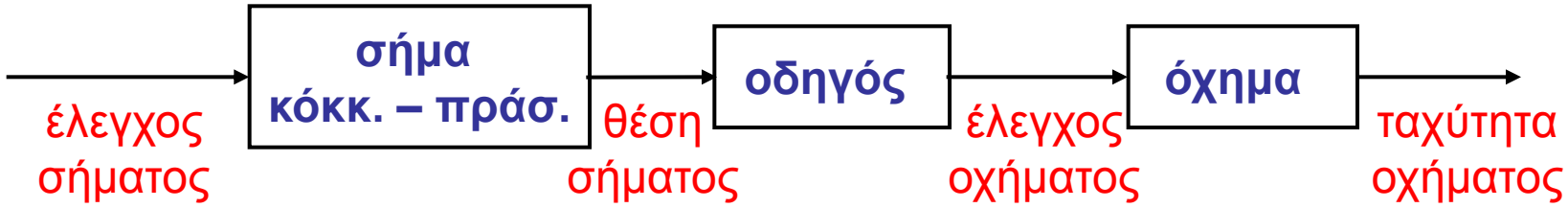
ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ



ΤΕΛΕΣΤΗΣ

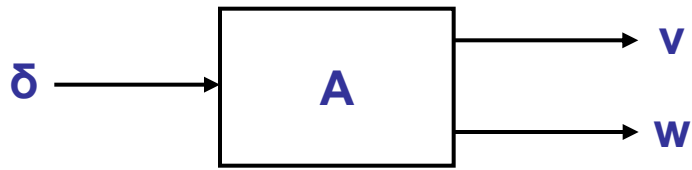
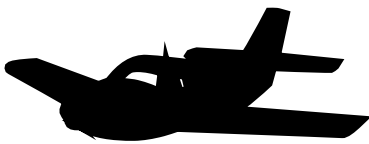


Ο ΑΝΘΡΩΠΙΝΟΣ ΠΑΡΑΓΩΝ



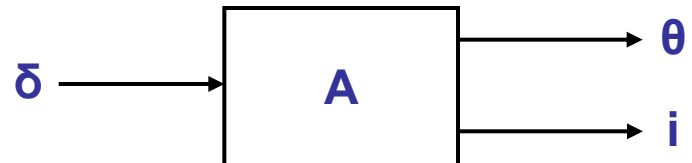
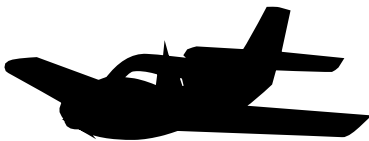
ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΥΣΕΣ ΕΙΣΟΔΟΙ = ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ

ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΞΟΔΩΝ



(α) ενδιαφερόμαστε για τη μετατόπιση του Κέντρου Βάρους:

v, w = συνιστώσες της ταχύτητας



(β) ενδιαφερόμαστε για την κίνηση του A γύρω από το κέντρο βάρους:

θ = γωνία με τον οριζόντιο άξονα

i = γωνία με την ταχύτητα

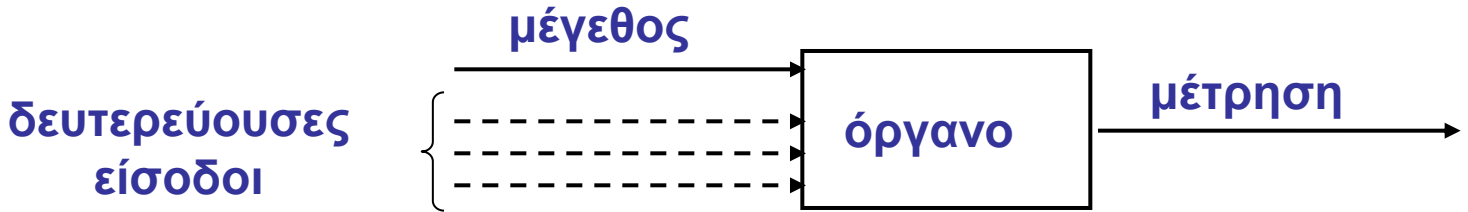
ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΙΣΟΔΩΝ

Κύριες (έλεγχος)

Δευτερεύουσες (διαταραχές)

Παράδειγμα 1

ΟΡΓΑΝΟ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

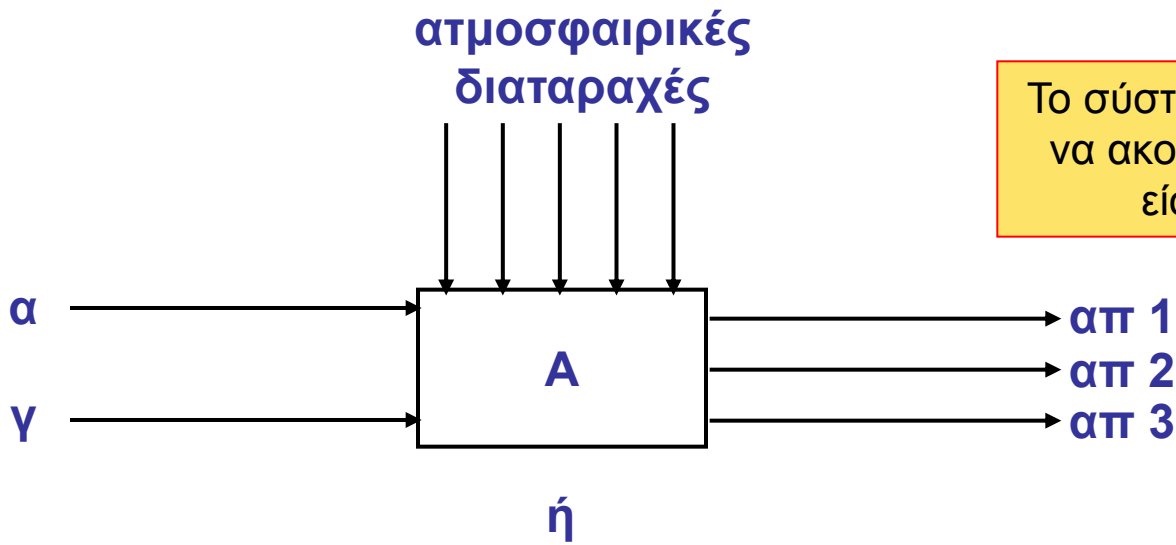


Παράδειγμα 2

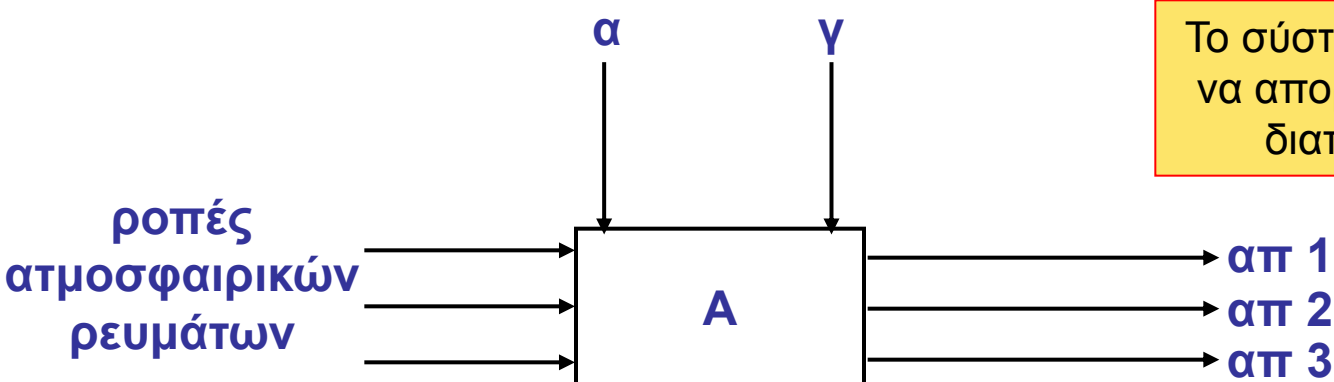
ΑΕΡΟΠΛΑΝΟ

α: κατεύθυνση πτερυγίου
γ: κατεύθυνση ουράς

απ 1: πλευρικές ταλαντώσεις
απ 2: ταλαντώσεις σε σχέση με την πορεία
απ 3: απόκλιση από την πορεία



Το σύστημα πρέπει να ακολουθεί την είσοδο.



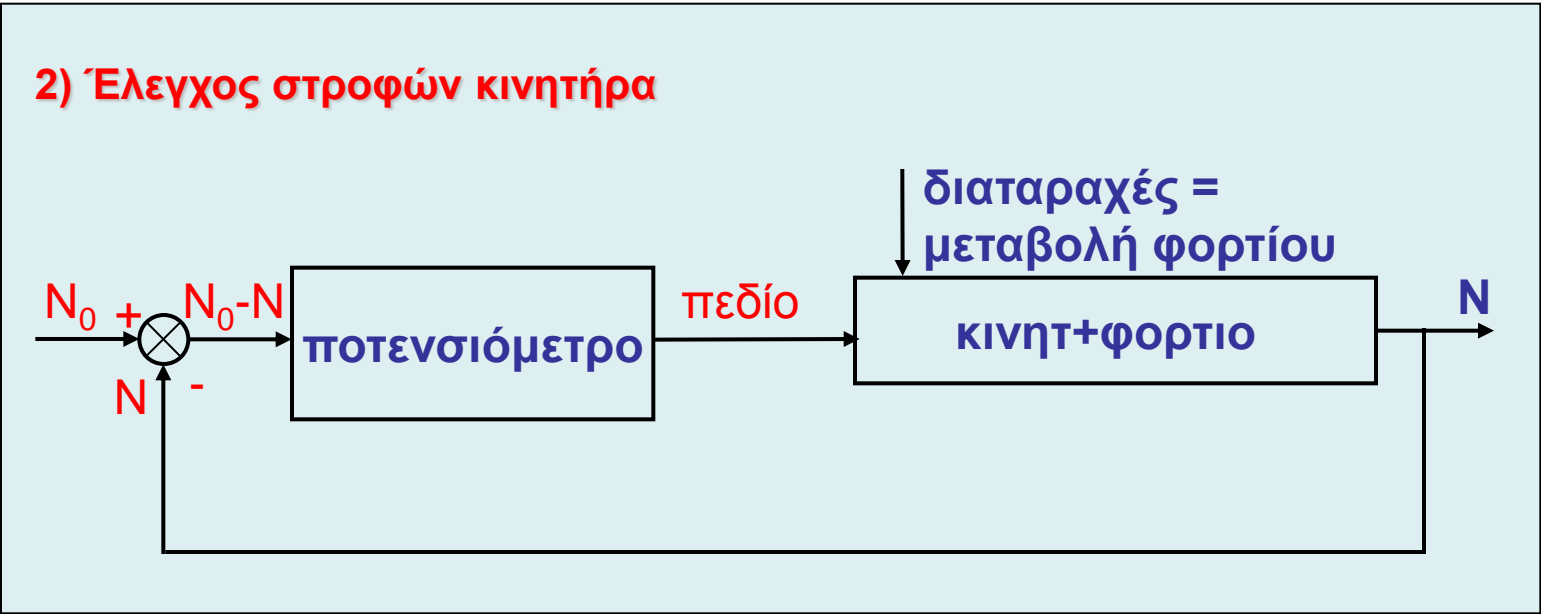
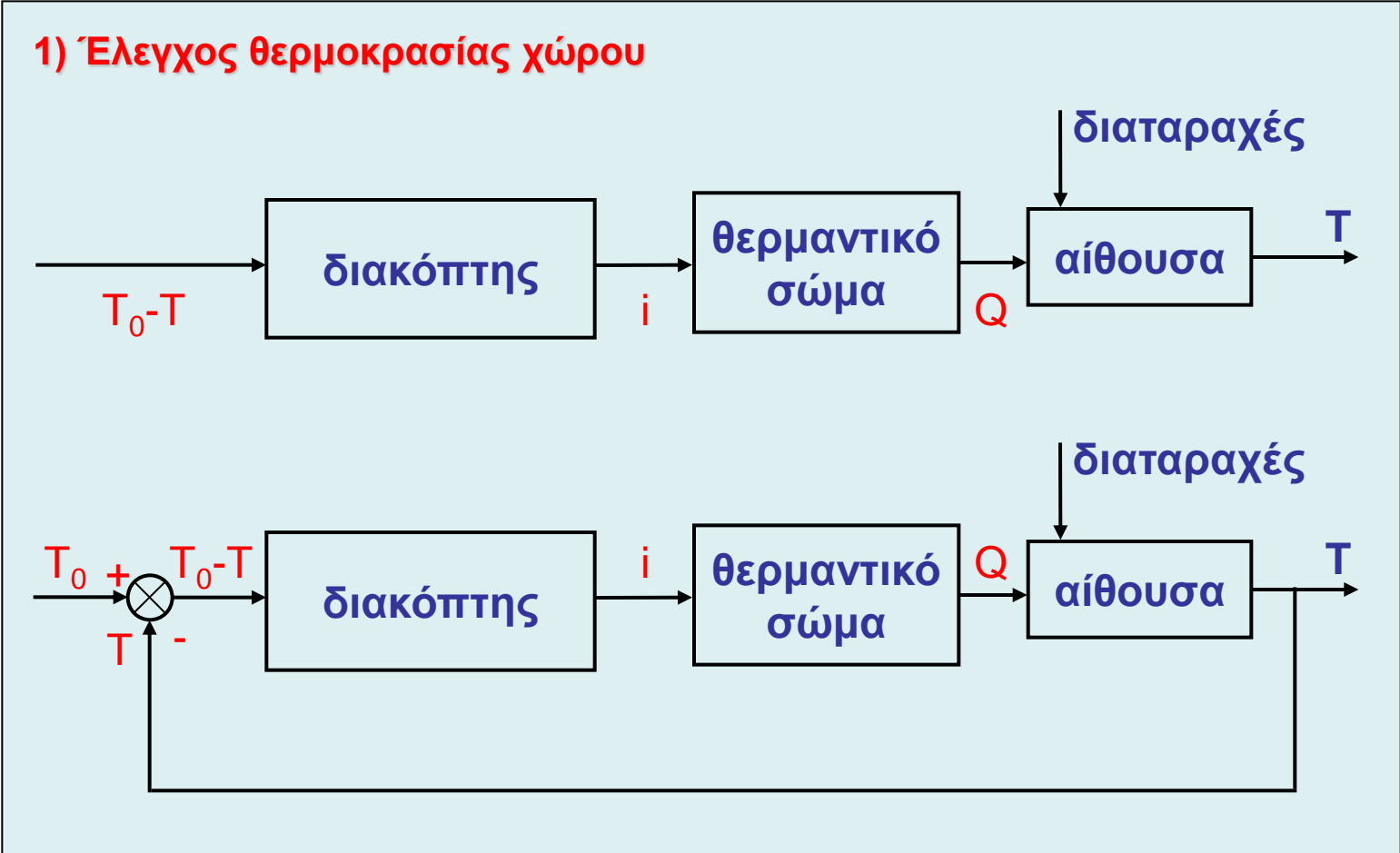
Το σύστημα πρέπει να απορρίπτει την διαταραχή.



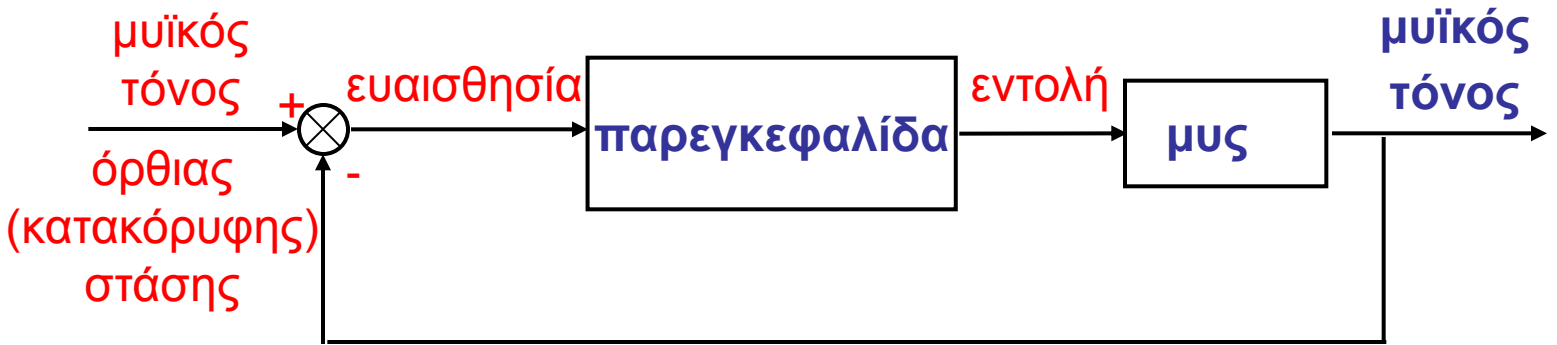
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

ΑΝΕΠΑΡΚΕΙΑ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ



ΒΙΟΛΟΓΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ: ΟΡΘΙΑ ΣΤΑΣΗ



ΑΛΛΑ ΒΙΟΛΟΓΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΟΡΙΣΜΟΙ

- ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
- ΣΥΣΤΗΜΑ ΜΕ ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗ ή ΑΝΑΔΡΑΣΗ / FEEDBACK
- ΚΛΑΔΟΣ ΑΝΑΤΡΟΦΟΔΟΤΗΣΗΣ
- ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΡΥΘΜΙΣΗΣ

έξοδος = είσοδος = σταθερή

- ❑ Σταθερή θερμοκρασία χώρου
- ❑ Σταθερή ταχύτητα οχήματος
- ❑ Σταθερή ταχύτητα περιστροφής τουρμπίνας
- ❑ ... κλπ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΟΔΗΓΗΣΗΣ

έξοδος (t)

ακολουθεί

είσοδος (t)



ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ:

□ Ήρων ο Αλεξανδρεύς

18ος ΑΙΩΝΑΣ:

□ James Watt φυγοκεντρικός ρυθμιστής ταχύτητας

ΜΕΧΡΙ ΤΟΝ 19ο ΑΙΩΝΑ:

□ Εμπειρική ανάπτυξη

19ος ΑΙΩΝΑΣ:

□ Maxwell-Vyshnegradskii.

Πρώτες μαθηματικές θεωρίες με εφαρμογές στο ρυθμιστή Watt.

ΔΕΚΑΕΤΙΑ 1920:

□ Black, Nyquist, Bode (έννοια ανατροφοδότησης)

1934:

□ Hanzen: Θεωρία σερβομηχανισμών

□ Black: Ενισχυτές ανατροφοδότησης

ΔΕΚΑΕΤΙΑ 1940:

□ Κλασική θεωρία Σ.Α.Ε.

ΔΕΚΑΕΤΙΑ 1960
ΕΩΣ ΣΗΜΕΡΑ:

□ Μοντέρνα θεωρία Σ.Α.Ε.

□ Αεροδιαστημική

□ Έλεγχος διαδικασιών παραγωγής

□ Έλεγχος πυρηνικών αντιδραστήρων

□ Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

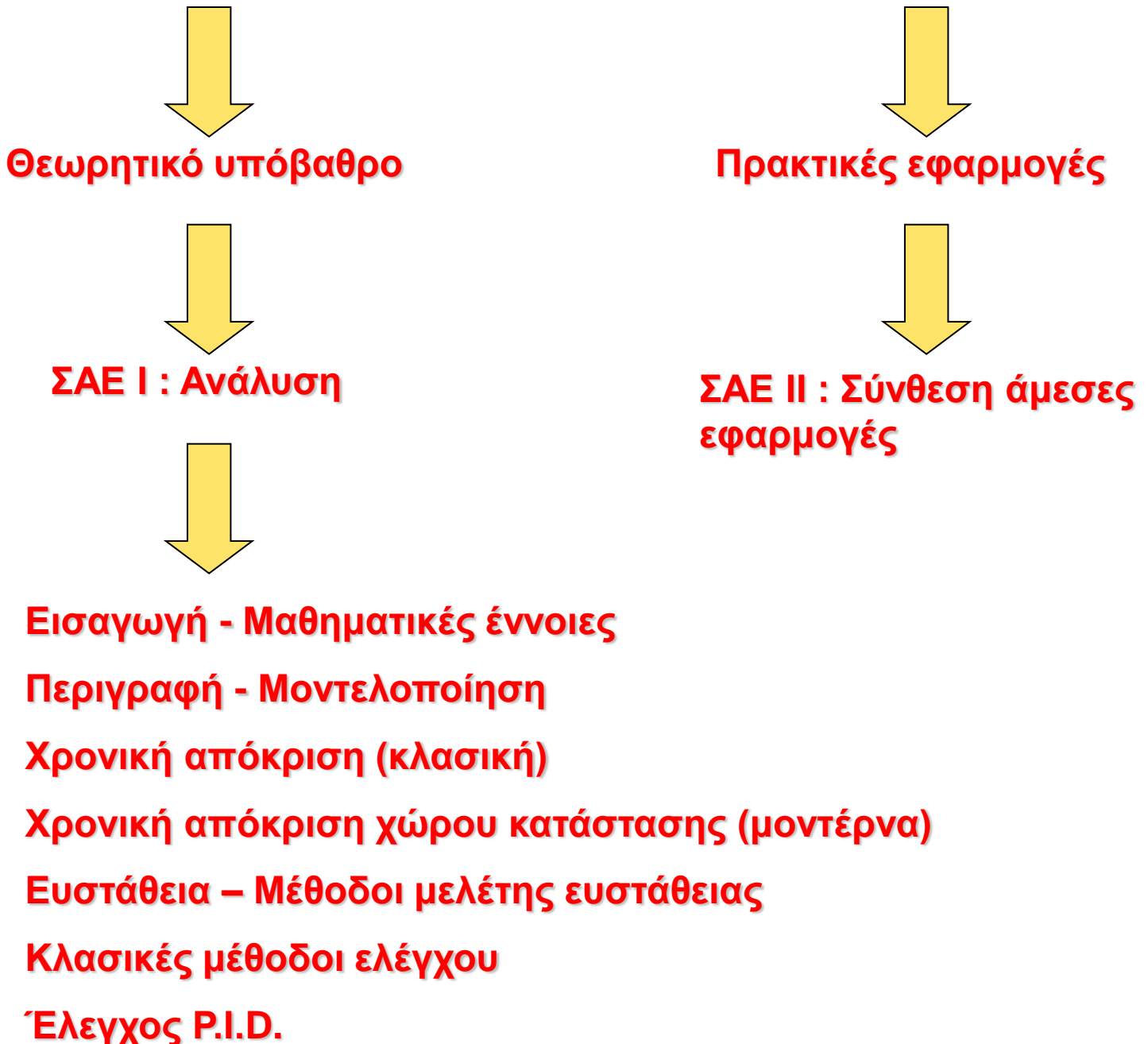


ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ

- ❑ ΑΙΤΙΟΚΡΑΤΙΚΑ
- ❑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ
- ❑ ΣΥΝΕΧΗ
- ❑ ΧΡΟΝΙΚΑ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

ΧΡΟΝΙΚΑ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ



Πολυμεταβλητός έλεγχος

Εύρωστος έλεγχος

Προσαρμοστικός έλεγχος

Ανίχνευση και ανοχή βλαβών - Αξιοπιστία

Στοχαστικός έλεγχος

Μη γραμμικά συστήματα

Συστήματα με κατανεμημένες παραμέτρους

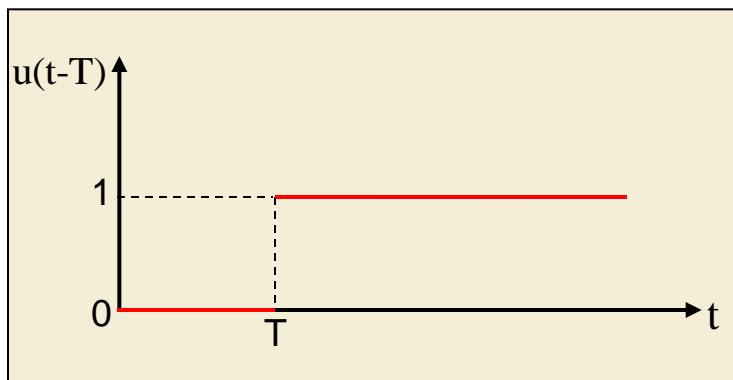
Συστήματα μεγάλης κλίμακας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

ΒΑΣΙΚΑ ΣΗΜΑΤΑ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

Μοναδιαία βηματική συνάρτηση:

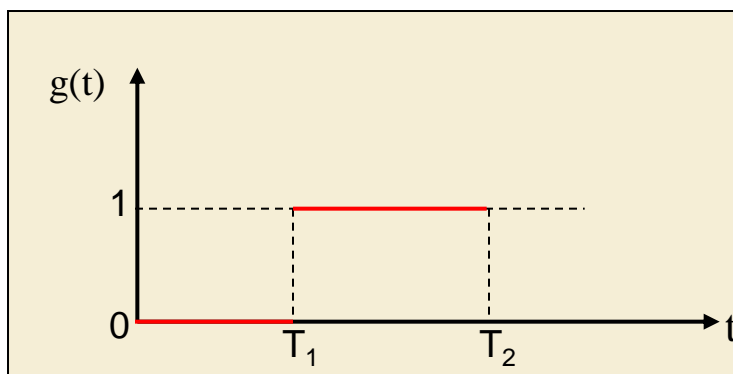
$$u(t-T) = \begin{cases} 1 & , t > T \\ 0 & , t < T \\ \text{απροσδ.} & , t = T \end{cases}$$



Μοναδιαία συνάρτηση πύλης:

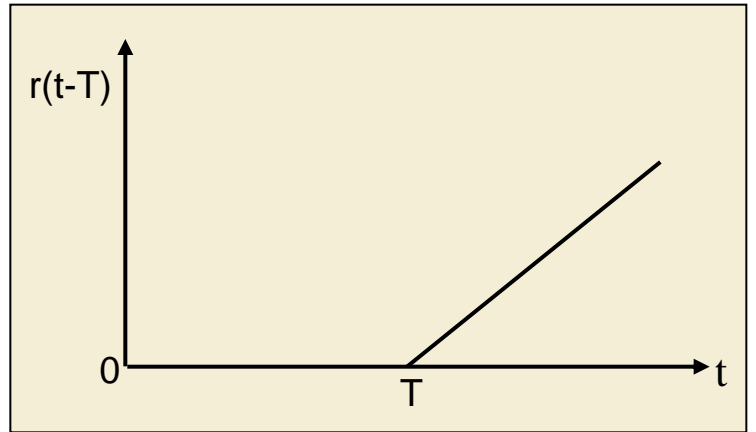
$$g(t) = u(t-T_1) - u(t-T_2), \quad T_1 < T_2$$

$$g(t) = \begin{cases} 1 & , t \in (T_1, T_2) \\ 0 & , t \notin (T_1, T_2) \\ \text{απροσδ.} & , t = T_1, t = T_2 \end{cases}$$



Συνάρτηση αναρριχήσεως:

$$r(t-T) = \begin{cases} t, & t > T \\ 0, & t \leq T \end{cases}$$

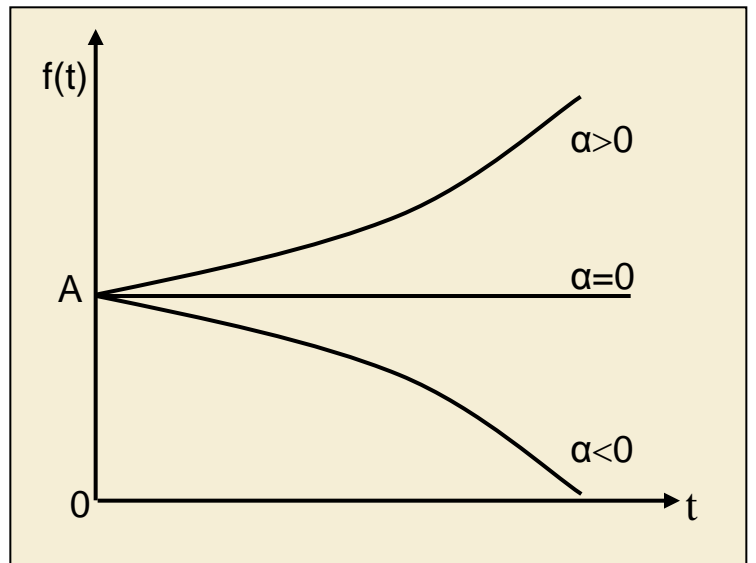


$$u(t-T) = \frac{dr(t-T)}{dt},$$

$$r(t-T) = \int_{-\infty}^t u(t-T) dt$$

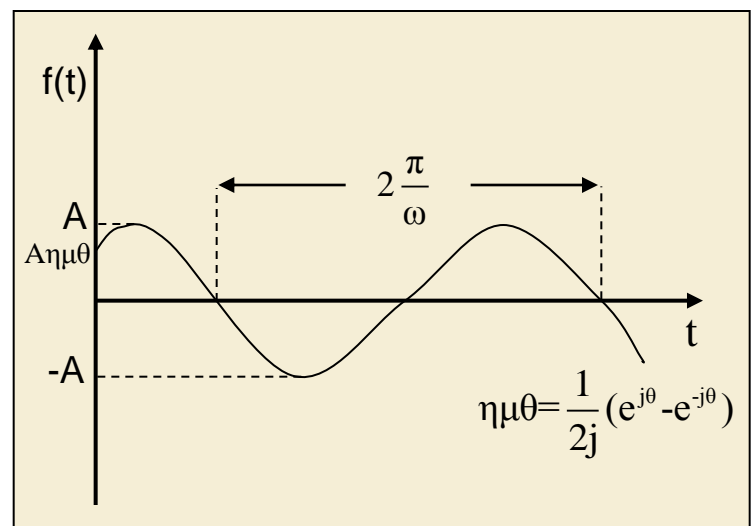
Εκθετική συνάρτηση:

$$f(t) = Ae^{at}$$



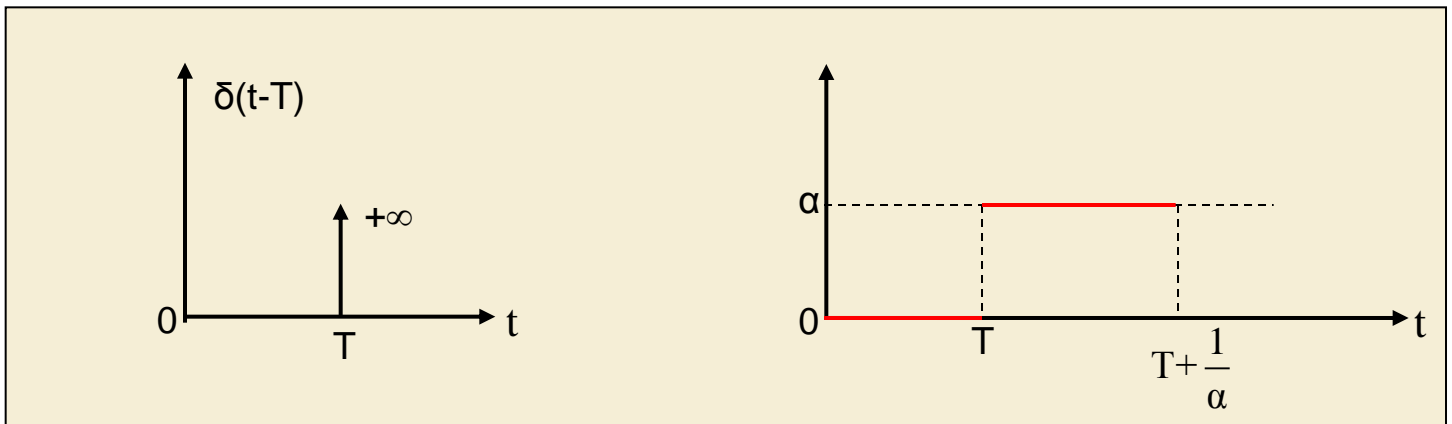
Ημιτονοειδής συνάρτηση:

$$f(t) = A \eta \mu(\omega t + \theta)$$



Μοναδιαία κρουστική συνάρτηση (Dirac):

$$\delta(t-T) = \begin{cases} 0, & \forall t \text{ πλην } t=T \\ \infty, & t=T \end{cases} \quad T + \frac{1}{\alpha}$$



Άλλος ορισμός: εμβαδόν $e(t) = (1/\alpha)\alpha = 1$

$$\delta(t-T) = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} e(t)$$

Ιδιότητες:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-T) dt = 1,$$

$$\delta(t-T) = \frac{du(t-T)}{dt},$$

$$u(t-T) = \int_{-\infty}^t \delta(t-T) dt$$

$$|x(t)| < \infty \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-T) dt = x(T)$$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE

$$(\gamma.\gamma.o.\mu) : F(s) = \int_a^b f(t)k(s,t)dt$$

πυρήνας, διάστημα, συνθήκες σύγκλισης του ολοκληρώματος

$$F(s_1, s_2, \dots, s_n) = \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} \dots \int_{a_n}^{b_n} f(t_1, \dots, t_n) k(s_1, \dots, s_n, t_1, \dots, t_n) dt_1, \dots, dt_n$$

LAPLACE: $k(s,t) = e^{-st}$, $(a,b) = (0, \infty)$

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = F(s), \quad s = \sigma + j\omega$$

ΣΥΝΘΗΚΗ: $\int_0^{\infty} |f(t)| e^{-\sigma t} dt \leq M$

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ LAPLACE:

$$L^{-1}F(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\omega}^{c+j\omega} F(s)e^{st} ds = f(t),$$



ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ:

$$\begin{aligned}L[c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)] &= L[c_1 f_1(t)] + L[c_2 f_2(t)] = \\ &= c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)\end{aligned}$$

$$L[f^{(1)}(t)] = sF(s) - f(0)$$

$$L[f^{(n)}(t)] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - \dots - f(0)$$

$$L\left[\int_{-\gamma}^t f(t) dt\right] = \frac{F(s)}{s} + \frac{f^{(-1)}(0)}{s} \quad f^{(-1)}(0) = \int_{-\gamma}^0 f(t) dt$$

$$L\left[\underbrace{\int_{-\gamma}^t \dots \int_{-\gamma}^t}_{n \text{ - φορές}} f(t) (dt)^n\right] = \frac{F(s)}{s^n} + \frac{f^{(-1)}(0)}{s^{n-1}} + \dots + \frac{f^{(-n)}(0)}{s}$$

$$f^{(-k)}(0) = \underbrace{\int_{-\gamma}^0 \dots \int_{-\gamma}^0}_{k \text{ - φορές}} f(t) (dt)^k$$



αλλαγή κλίμακας χρόνου:

$$L[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$$

μετατόπιση στο πεδίο της συχνότητας:

$$L[e^{-at} f(t)] = F(s + a)$$

μετατόπιση στο πεδίο του χρόνου:

$$\begin{aligned} L[f(t - T)u(t - T)] &= L[f(\tau)u(\tau)] = \\ &= \int_0^{\infty} f(\tau)u(\tau)e^{-s(\tau - T)} d\tau = e^{-sT} F(s) \end{aligned}$$

θεώρημα αρχικής τιμής:


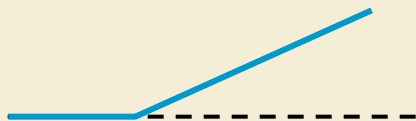
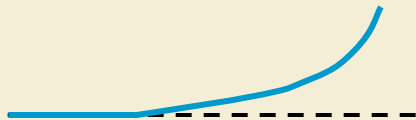

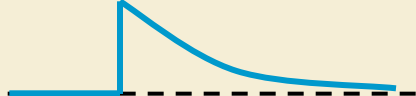
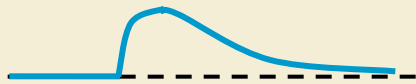
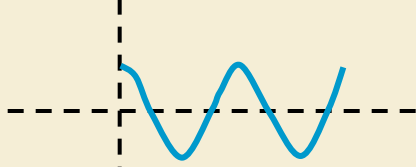
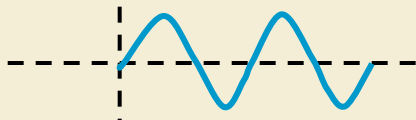
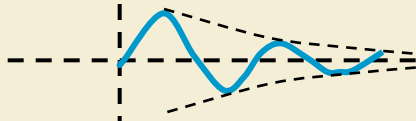
$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} [sF(s)]$$

θεώρημα τελικής τιμής:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [sF(s)]$$



Ζεύγη μετασχηματισμών Laplace γνωστών συναρτήσεων

$F(s)$	$f(t), t > 0$	ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ
$\frac{1}{s}$	1	
$\frac{1}{s^2}$	t	
$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	
1	$\delta(t)$	
$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}	
$\frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}	
$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$	
$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$	
$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$	



● **πολλαπλασιασμός:**

$$L[tf(t)] = -\frac{d}{ds} F(s)$$

● **διαίρεση:**

$$L\left[\frac{f(t)}{t}\right] = \int_s^{\infty} F(s) ds$$

● **περιοδική συνάρτηση:**

$$L[f(t)] = \frac{F_1(s)}{1 - e^{-sT}}$$

$F_1(s) = L[f_1(t)]$, $F_1(t)$ η $f(t)$ στην πρώτη περίοδο

□ **ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Ανάλυση κυκλωμάτων**



ΠΙΝΑΚΕΣ

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n$$

$$\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = [a_{ij}]$$

-
- Διάνυσμα στήλης
 - Διάνυσμα γραμμής
 - Τετραγωνικός πίνακας
 - Διαγώνιος πίνακας
 - Μοναδιαίος πίνακας
 - Μηδενικός πίνακας
 - Ιδιόρρυθμος – ομαλός πίνακας

- Ανάστροφος πίνακας, A^T
- Συμμετρικός πίνακας, $A^T=A$
- Τριγωνικός πίνακας
- Συζυγής πίνακας, \bar{A}
- Ερμιτιανός πίνακας, $A=\bar{A}^T$
- Ορθογώνιος πίνακας, $A^T A = A A^T = I$
- Αντίστροφος πίνακας, $A A^{-1} = I = A^{-1} A$

ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ ΙΔΙΟΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ

$$A, B \quad , \exists T : \quad B = T^{-1} A T$$

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ

$$g(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{A} \underline{x} = \langle \underline{x}, \underline{A} \underline{x} \rangle \quad , A : \text{συμμετρικός}$$

ΘΕΤΙΚΑ – ΑΡΝΗΤΙΚΑ ΟΡΙΣΜΕΝΕΣ (ΗΜΙΟΡΙΣΜΕΝΕΣ)

ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ SYLVESTER

