

Δ.6.1_ΔΕΜΠ_Ορισμοί-Βασικές_έννοιες

Οι Διαφορικές Εξισώσεις (ΔΕ)

είναι εξισώσεις οι οποίες περιέχουν
μία άγνωστη συνάρτηση μίας ανεξάρτητης μεταβλητής
και παραγώγους αυτής.

Οι Διαφορικές Εξισώσεις με Μερικές Παραγώγους (ΔΕΜΠ)

είναι εξισώσεις οι οποίες περιέχουν
μία άγνωστη συνάρτηση δύο ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών
και μερικές παραγώγους αυτής.

Ένα φυσικό μέγεθος που εξαρτάται κατά συνεχή τρόπο από τις
μεταβλητές $x, y, z, \dots$ και το χρόνο t , συνήθως διέπεται από μία ΔΕΜΠ.
Υπό αυτή την έννοια, μία ΔΕΜΠ είναι η μαθηματική διατύπωση των
νόμων που περιγράφουν ένα φυσικό φαινόμενο.

Δ.6.1_ΔΕΜΠ_Ορισμοί-Βασικές_έννοιες

Η γενική μορφή μιας ΔΕΜΠ είναι

$$F(x, y, z, u, u_x, u_y, u_z, u_{xx}, u_{xy}, u_{xz}, u_{yy}, u_{yz}, u_{zz}, u_{xxx}, u_{xxy}, \dots) = 0. \quad (1)$$

Η ΔΕΜΠ (1) ονομάζεται **γραμμική ΔΕΜΠ**

αν η F είναι γραμμικός συνδυασμός της άγνωστης συνάρτησης u και των μερικών της παραγώγων με συντελεστές συναρτήσεις των x, y, z .

Η ΔΕΜΠ (1) ονομάζεται **ημιγραμμική ΔΕΜΠ**

αν η F είναι γραμμικός συνδυασμός των μερικών παραγώγων της u με συντελεστές την άγνωστη συνάρτηση u και συναρτήσεις των x, y, z .

Δ.6.1_ΔΕΜΠ_Ορισμοί-Βασικές_έννοιες

Τάξη της ΔΕΜΠ (1) ονομάζεται η τάξη της ανώτερης μερικής παραγώγου που εμφανίζεται σε αυτή.

Η γενική μορφή μιας γραμμικής ΔΕΜΠ 2^{ης} τάξης είναι

$$a_1 u_{xx} + a_2 u_{xy} + a_3 u_{xz} + a_4 u_{yy} + a_5 u_{yz} + a_6 u_{zz} + a_7 u_x + a_8 u_y + a_9 u_z + a_{10} u = f(x, y, z). \quad (2)$$

όπου οι συντελεστές $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ και η f είναι συναρτήσεις των x, y, z .

Π.χ. η

$$yzu_{xx} + 3x^2 u_{xy} - 4e^{xy} u_{xz} + u_{yz} - 11u_{zz} + 7u_x - xyzu_z + 10yz^2 u = xze^y.$$

είναι μία γραμμική ΔΕΜΠ 2^{ης} τάξης.