



### Θερμοχωρητικότητα

1. Να βρεθεί η ενέργεια που χρειάζεται για να αυξηθεί η θερμοκρασία από  $30^{\circ}\text{C}$  σε  $55^{\circ}\text{C}$  για τα υλικά :α) 1 kg σιδήρου β) 1 kg πυριτίου γ) Ενός μικροτσιπ πυριτίου με διαστάσεις 30 mm x 30 mm x 0,5 mm. Δίνονται: Ειδική θερμότητα Fe  $448\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$ , ειδική θερμότητα Si  $700\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$ , πυκνότητα πυριτίου  $d_{\text{Si}} 2330\text{ kg m}^{-3}$ .

Λύση: Η ειδική θερμότητα,  $c$ , είναι το ποσό της θερμότητας  $Q$  ανά μονάδα μάζας που απαιτείται για να ανυψωθεί η θερμοκρασία μάζας  $m$  κατά ένα βαθμό  $K$  (ή  $^{\circ}\text{C}$ ):

$$c (\text{J} / \text{kg} \cdot \text{K}) = \frac{Q (\text{J})}{m (\text{kg}) \Delta T (\text{K})}$$

α) 1 kg σιδήρου

$$c (\text{J} / \text{kg} \cdot \text{K}) = \frac{Q (\text{J})}{m (\text{kg}) \Delta T (\text{K})} \Rightarrow Q (\text{J}) = c (\text{J} / \text{kg} \cdot \text{K}) \cdot m (\text{kg}) \cdot \Delta T (\text{K}) =$$

$$= 448 (\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}) \cdot 1 (\text{kg}) \cdot 25 (\text{K}) = 11.200 \text{ J}$$

β) 1 kg πυριτίου

$$Q (\text{J}) = c (\text{J} / \text{kg} \cdot \text{K}) \cdot m (\text{kg}) \cdot \Delta T (\text{K}) = 700 (\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}) \cdot 1 (\text{kg}) \cdot 25 (\text{K}) = 17.500 \text{ J}$$

γ) Ενός μικροτσιπ πυριτίου με διαστάσεις 30 mm x 30 mm x 0,5 mm.

Ο όγκος του τσιπ είναι  $V = 450 \text{ mm}^3 = 450 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$ . Η μάζα του τσιπ θα είναι  $m = d \cdot V = 2330 \text{ kg m}^{-3} \cdot 450 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ . Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη θερμική ενέργεια που χρειάζεται:

$$Q (\text{J}) = c (\text{J} / \text{kg} \cdot \text{K}) \cdot m (\text{kg}) \cdot \Delta T (\text{K}) = 700 (\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}) \cdot 1,05 \cdot 10^{-3} (\text{kg}) \cdot 25 (\text{K}) = 18,375 \text{ J}$$

2. Να υπολογίσετε πόσο χρόνο θα χρειαστούμε για να θερμάνουμε ένα δείγμα από κρύσταλλο γερμανίου διαστάσεων 20mmx10mmx1mm κατά  $10^{\circ}\text{C}$  αν χρησιμοποιήσουμε θερμαντική αντίσταση ισχύος 2 mW. Δίνονται: ειδική θερμότητα  $c = 0,31 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , πυκνότητα πυριτίου  $d = 5,33 \text{ g cm}^{-3}$ .

Λύση: Η μάζα του δείγματος είναι:  $m = d \cdot V = 5,33 (\text{g cm}^{-3}) \cdot 200 \cdot 10^{-3} (\text{cm}^3) = 1,066 \text{ g}$

Η θερμική ενέργεια που χρειάζεται για να θερμάνουμε το δείγμα γερμανίου είναι:

$$Q (\text{J}) = c (\text{J} / \text{kg} \cdot \text{K}) \cdot m (\text{kg}) \cdot \Delta T (\text{K}) = 0,31 (\text{J g}^{-1} \text{ K}^{-1}) \cdot 1,066 \cdot 10^{-3} (\text{g}) \cdot 10 (\text{K}) = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Ο ελάχιστος χρόνος που θα χρειαστούμε (αν αγνοήσουμε τυχόν θερμικές απώλειες) για να θερμάνουμε το δείγμα θα είναι:

$$t = \frac{Q (\text{J})}{P (\text{J} / \text{s})} = \frac{3,3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ J} / \text{s}} = 1,65 \text{ s}$$



3. Να υπολογίσετε την ηλεκτρονική ειδική θερμότητα,  $C_e$ , στους 750K για το αλουμίνιο, γνωρίζοντας ότι η ενέργεια Fermi  $1,86 \times 10^{-18} \text{ eV}$ . Σε ποιές θερμοκρασίες η ηλεκτρονική συνιστώσα της ειδικής θερμότητας,  $C_e$ , και η πλεγματική συνιστώσα,  $C_l$ , γίνονται ίσες; Δίνονται σταθερή του Boltzmann  $k=1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ , θερμοκρασία Debye για το Al είναι 423K. (Η συγκέντρωση των ελεύθερων ηλεκτρονίων που είναι  $18 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$  προσδιορίζει μόνο την Ενέργεια Fermi, η οποία με τη σειρά της προσδιορίζει την  $C_e$ ).

Λύση: Η ηλεκτρονική ειδική θερμότητα  $C_e$  δίνεται από τη σχέση:

$$C_e = \left( \frac{\pi^2 n k^2}{2E_F} \right) T$$

Για να βρούμε την ηλεκτρονική ειδική θερμότητα σε J/mol.K, στην παραπάνω σχέση όπου  $n$  θα βάλουμε τον αριθμό του Avogadro  $N_A = 6,22 \times 10^{23} / \text{mol}$  και με αντικατάσταση έχουμε:  $C_e = 4,25 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{1}{1,84 \cdot 10^{-18}} = 0,23 \text{ J/mol.K}$

β) Εφόσον η ηλεκτρονική συνιστώσα της ειδικής θερμότητας (σε J/mol.K) και η πλεγματική συνιστώσα (σε J/mol.K) είναι ίσες θα ισχύει:

$$C_e = C_l = \frac{12 \pi^4 N_A k T^3}{5 \theta_D^3} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{5K}{24\pi^2} \frac{\theta_D^3}{E_F}} = \sqrt{2,91 \cdot 10^{-25} \cdot \frac{\theta_D^3}{E_F}} = 5,4 \cdot 10^{-13} \sqrt{\frac{\theta_D^3}{E_F}}$$

και με αντικατάσταση:  $T = 5,4 \cdot 10^{-13} \sqrt{\frac{423^3}{1,84 \cdot 10^{-18}}} = 3,46 \text{ K}$ .

Για θερμοκρασίες  $T \gg 3,64 \text{ K}$  η πλεγματική συνιστώσα είναι πολύ μεγαλύτερη της ηλεκτρονικής συνιστώσας.

4. Υποθέστε ότι η θερμοκρασία 50g Νιοβίου όταν θερμαίνεται αυξάνει κατά 75 °C. Να υπολογίσετε την ειδική θερμότητα καθώς και τη θερμότητα Q σε θερμίδες. (1J=0,24cal, ατομικό βάρος Νιοβίου 92,91(σε g)).

Λύση: Η θερμοχωρητικότητα C σε θερμοκρασίες δωματίου και πάνω δίνεται από τη σχέση:  $C=3N_A k=3R=24,9 \text{ J/mol.K}$  όπου  $N_A$  ο αριθμός του Avogadro και  $k$  η σταθερή του Boltzmann  $k=1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ . Η C σε cal/ mol.K θα είναι:

$$C=24,9 \times 0,24 \text{ cal/ mol.K} = 5,98 \text{ cal/ mol.K}$$

Προσοχή. Η μεταβολή στη θερμοκρασία  $\Delta T$  είναι ίδια είτε σε βαθμούς K είτε σε °C:

$$\Delta T(\text{σε } ^\circ\text{C}) = T_1(\text{σε } ^\circ\text{C}) - T_2(\text{σε } ^\circ\text{C}) \text{ και } \Delta T(\text{σε K}) = (T_1(\text{σε } ^\circ\text{C}) + 273) - (T_2(\text{σε } ^\circ\text{C}) + 273) =$$

$$T_1(\text{σε } ^\circ\text{C}) - T_2(\text{σε } ^\circ\text{C}) \text{ για } T_1 > T_2$$

Η ειδική θερμότητα  $c=Q/m\Delta T$ ,  $C=Q/\Delta T$  άρα  $c=C(\text{cal/mol.K})/AB(\text{g/mol})$



για 1 mol η μάζα  $m =$  ατομικό βάρος AB σε g

$$c = \frac{C(\text{cal/mol}\cdot\text{K})}{AB(\text{g/mol})} = \frac{5,98 \text{ cal/mol}\cdot\text{K}}{92,91 \text{ g/mol}} = 0,06 \text{ cal/g}\cdot\text{K} = 0,06 \text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 0,06 \left( \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}} \right) \cdot 50 \text{ g} \cdot 75^{\circ}\text{C} = 225 \text{ cal}$$

5. Σε κύκλωμα πυριτίου οι γραμμές αγωγής είναι από αλουμίνιο πάχους  $5 \times 10^{-3} \text{ mm}$  και εύρους  $0,25 \text{ mm}$ . Οι αγωγοί διαρρέονται από ρεύμα πυκνότητας  $10^4 \text{ A/cm}^2$ . Να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για να θερμανθούν οι αγωγοί μέχρι τη θερμοκρασία τήξης τους ( $933 \text{ K}$ ) αν η θερμότητα που εκλύεται στους αγωγούς δεν απάγεται στο υπόστρωμα και τον αέρα. Δίνονται: ειδική θερμότητα  $c = 0,25 \text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ , πυκνότητα  $d = 2,69 \text{ g/cm}^3$ , ειδική αντίσταση  $\rho = 2,8 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$ , θερμοκρασία περιβάλλοντος  $= 300 \text{ K}$ ,  $1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$ .

Λύση: Η θερμότητα  $Q$  που εκλύεται από τους αγωγούς αλουμινίου:

$$Q \text{ (σε cal)} = 0,24 \cdot w \cdot t = 0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t \text{ (σε cal)}, \text{ όπου } w = I^2 \cdot R \text{ είναι η ισχύς (σε Watt} = \text{J/sec)}$$

$$\text{Από τη σχέση } Q = m \cdot c \cdot \Delta T, \text{ όπου } m = d \cdot V \text{ έχουμε: } 0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t = d \cdot V \cdot c \cdot \Delta T$$

όπου ο όγκος  $V = l \cdot s$  (δεν δίνεται στην άσκηση)

$$0,24 \cdot (I^2 \cdot R / V) \cdot t = d \cdot c \cdot \Delta T, \text{ όπου } w' = w / V \text{ και έτσι έχουμε τη σχέση:}$$

$$0,24 \cdot w' \cdot t \text{ (σε cal)} = d \cdot c \cdot \Delta T \text{ (σε cal)} \quad (1)$$

Στην παραπάνω σχέση (δεν δίνεται στο τυπολόγιο) ο χρόνος  $t$  είναι σε δευτερόλεπτα. Πρέπει να βρούμε μια σχέση για το  $w'$  σε συνάρτηση με τα δεδομένα του προβλήματος, δηλ. την πυκνότητα ρεύματος  $J$  και την ειδική αντίσταση  $\rho$ :

$$\text{Από τη σχέση για την αντίσταση } R = \rho \cdot l / s$$

όπου  $l$  και  $s$  είναι αντίστοιχα το μήκος και η επιφάνεια της διατομής δια μέσου της οποίας διαρρέει ρεύμα έντασης  $I$  και γνωρίζοντας ότι η πυκνότητα ρεύματος  $J$  ( $\text{A/cm}^2$ ) είναι ο λόγος της έντασης ρεύματος  $I$  (A) διαιρούμενη με το εμβαδόν της επιφάνειας  $s$  ( $\text{cm}^2$ ) της διατομής δια μέσου της οποίας διαρρέει το ρεύμα

$$J = I / s \text{ (A/cm}^2\text{)}, \text{ οπότε θα έχουμε για το } w' :$$

$$w' = \frac{w}{l \cdot s} = \frac{I^2 R}{l \cdot s} = I^2 \rho \frac{l}{l \cdot s^2} = J^2 \rho = 10^8 \times 2,8 \times 10^{-8} \times 10^2 = 2,8 \times 10^2 \text{ W cm}^{-3}$$

$$\text{ή } w' = 4 \times 10^3 \text{ cal cm}^{-3} \text{ min}^{-1}$$

Δηλαδή μετατρέψαμε τις μονάδες του  $w'$  από  $\text{Watt/cm}^3$ , δηλ.  $\text{J/sec}\cdot\text{cm}^3$  σε μονάδες  $\text{cal/cm}^3 \text{ min}$ , πολλαπλασιάζοντας το  $2,8 \times 10^2 \text{ Watt/cm}^3$  με  $0,24 \times 60$ , οπότε προκύπτουν  $4 \times 10^3 \text{ cal/cm}^3 \text{ min}$ . Επομένως ο χρόνος που απαιτείται για να θερμανθούν οι αγωγοί



μέχρι το σημείο τήξης υπολογίζεται από τη σχέση 1 (δίχως το 0,24). Γνωρίζουμε ότι η  $c=0,25\text{cal/g}^{\circ}\text{C}$  μπορεί να γραφτεί και ως  $c=0,25\text{cal/g K}$  γιατί το  $\Delta T$  είναι το ίδιο σε  $^{\circ}\text{C}$  και σε  $\text{K}$ , οπότε θα έχουμε:

$$t = \frac{d \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \cdot c \left( \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{K}} \right) \cdot (933\text{K} - 300\text{K})}{4 \times 10^3 \left( \frac{\text{cal}}{\text{cm}^3 \cdot \text{min}} \right)}$$

$$= \frac{2,69 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \cdot 0,25 \left( \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{K}} \right) \cdot (933\text{K} - 300\text{K})}{4 \times 10^3 \left( \frac{\text{cal}}{\text{cm}^3 \cdot \text{min}} \right)} = 0,106 \text{ min}$$

Δηλαδή οι αγωγοί αλουμινίου θα τηθούν αμέσως αν η θερμότητα που εκλύεται δεν απάγεται από τους αγωγούς.

Εναλλακτικά για να λύσουμε την άσκηση μπορούμε να μετατρέψουμε την ειδική θερμότητα  $c$  από  $\text{cal/g}^{\circ}\text{C}$  σε  $\text{J/g}^{\circ}\text{C}$  και την  $\Delta T$  σε  $^{\circ}\text{C}$ , δηλ  $\Delta T = 633^{\circ}\text{C}$  οπότε θα βρούμε το χρόνο σε  $\text{sec}$  από τη σχέση :

$$w \cdot t \text{ (σε J)} = d \cdot c \cdot \Delta T \text{ (σε J)}$$

$$t \text{ (σε sec)} = \frac{2,69 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \cdot 1,05 \left( \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right) \cdot (933^{\circ}\text{C} - 300^{\circ}\text{C})}{2,8 \times 10^2 \left( \frac{\text{J}}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec}} \right)} = 6,38 \text{ sec} = 0,106 \text{ min}$$

### Θερμική αγωγιμότητα

**Εισαγωγή** Εδώ αρχικά θα αναφέρουμε την έννοια της θερμικής αντίστασης  $R_{\theta}$ , μία έννοια που θα συναντήσετε συχνά σε εφαρμογές υλικών. Θερμική αντίσταση  $R_{\theta}$ , ενός υλικού (ή στρώσης) ονομάζουμε την αντίστασή του (της) στη διέλευση της θερμότητας. Στα υλικά κατασκευής για μονώσεις θέλουμε μεγάλη  $R_{\theta}$ , ενώ όταν θέλουμε να ψύξουμε γρήγορα ένα υλικό ή εξάρτημα θέλουμε μικρή  $R_{\theta}$ . Υπολογίζουμε τη θερμική αντίσταση διαιρώντας το πάχος του υλικού δια μέσου του οποίου διαδίδεται η θερμότητα με τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας του υλικού  $k$  και το εμβαδόν της επιφάνειας διάδοσης:  $R_{\theta} = \frac{l}{k \cdot A}$ . Στις ηλεκτρονικές διατάξεις θέλουμε μικρή θερμική αντίσταση. Είναι γνωστό ότι η κατανάλωση ισχύος σε ένα ηλεκτρονικό εξάρτημα αυξάνει καθώς το μέγεθός του τείνει ολοένα να γίνεται μικρότερο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να θερμαίνεται, ιδιαίτερα σε συνθήκες λειτουργίας στις χειρότερες (μέγιστες) απώλειες ισχύος, και να υποβαθμίζεται ή να καταστρέφεται η ηλεκτρονική διάταξη. Συνεπώς η θερμική αντίσταση μιας ηλεκτρονικής διάταξης είναι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό και πρέπει να παρουσιάζει όσο το δυνατόν μικρότερη τιμή, έτσι ώστε να απάγεται πιο εύκολα η θερμότητα. Στις ηλεκτρονικές διατάξεις  $R_{\theta}$  ορίζεται ως  $R_{\theta} = \Delta T / P_{\text{dissipated}}$  (εξαρτάται από τον συντελεστή  $k$ ) και αποτελεί σημαντικό πεδίο στο σχεδιασμό της διάταξης και την επιλογή της κατάλληλης ψύκτρας (Εδώ δεν θα δώσουμε προβλήματα γιατί είναι πέρα από τις βασικές γνώσεις του πρωτοετούς φοιτητή)



6 Μεταλλική κυκλική πλάκα από χαλκό διαμέτρου 40mm και πάχους 5mm χρησιμοποιείται για την απαγωγή θερμότητας από ένα θερμαινόμενο στρώμα γραφίτη που είναι σε επαφή με αυτήν. Να υπολογίσετε την πτώση θερμοκρασίας ανάμεσα στις δύο πλευρές της πλάκας χαλκού όταν ο ρυθμός απαγωγής θερμότητας είναι 100W και ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας  $k=109,8 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

Λύση

Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας  $k$  δίνεται από τη σχέση

$$k \left( \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right) = \frac{\frac{dQ}{dt} (\text{W})}{A (\text{m}^2) \frac{\Delta T (\text{K})}{\Delta x (\text{m})}}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \left( \frac{kA}{\Delta x} \right) \cdot \Delta T = \left( \frac{1}{R_{\theta}} \right) \cdot \Delta T \quad \text{οπότε}$$

$$\Delta T = \frac{dQ}{dt} \cdot R_{\theta} = \left( \frac{dQ}{dt} \right) \cdot \left( \frac{\Delta x}{k \cdot A} \right)$$

με  $\Delta x = l = 5\text{mm} = 5 \times 10^{-3}\text{m}$  και  $dQ/dt=100\text{W}$ , έχουμε:

$$\Delta T = 100\text{W} \cdot \left( \frac{5 \times 10^{-3}(\text{m})}{109,8 \left( \frac{\text{W}}{\text{mK}} \right) 3,14 \times (2 \times 10^{-2}\text{m})^2} \right) = 3,62\text{K}$$

Για να αυξήσουμε το ρυθμό απαγωγής θερμότητας θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε υλικά με μικρή θερμική αντίσταση  $R_{\theta}$  και άρα μεγάλο συντελεστή  $k$ .

7. Απώλειες θερμότητας από απλό τζάμι και διπλό τζάμι: Να υπολογίσετε το ρυθμό με τον οποίο χάνεται η θερμική ενέργεια από ένα σπίτι διά μέσου ενός παραθύρου όταν η θερμοκρασία έξω από το σπίτι είναι  $0^{\circ} \text{C}$  ενώ στο εσωτερικό του διατηρείται σταθερή στους  $21^{\circ} \text{C}$ . Το παράθυρο έχει εμβαδόν  $A=0,5 \text{ m}^2$  και αποτελείται από: α) ένα τζάμι (glass) πάχους 0,5cm, β) δύο τζάμια πάχους 0,5cm που απέχουν μεταξύ τους 0,5cm και στο ενδιάμεσο κενό υπάρχει αέρας. Ο αέρας έχει  $k=0,24\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  και το τζάμι έχει  $k=0,24\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Να συγκρίνετε τις απώλειες για τις δύο περιπτώσεις.

Λύση :Ας δούμε τις θερμικές απώλειες από απλό τζάμι: η θερμική αντίσταση είναι

$$R_{g,\theta} = \frac{l}{k \cdot A} = \frac{0,005\text{m}}{\left( \frac{0,96\text{W}}{\text{mK}} \right) \cdot (0,5\text{m}^2)} = 0,01\text{K/W}$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{(21 - 0)\text{K}}{0,01\text{K/W}} = 2100\text{W}$$

Ας δούμε τις θερμικές απώλειες από διπλό τζάμι με αέρα: η θερμική αντίσταση του παραθύρου είναι το άθροισμα της θερμικής αντίστασης των 2 τζαμιών συν τη θερμική αντίσταση του στρώματος αέρα μεταξύ τους, πάχους =0,5 cm, δηλ.

$$R_{\text{ολ.}\theta} = 2R_{g,\theta} + R_{\text{air.}\theta} = 2(0,01\text{K/W}) + R_{\text{air.}\theta}$$

$$\text{όπου } R_{\text{air.}\theta} = \frac{l}{k \cdot A} = \frac{0,005\text{m}}{\left( \frac{0,24\text{W}}{\text{mK}} \right) \cdot (0,5\text{m}^2)} = 0,042\text{K/W}$$



Η συνολική θερμική αντίσταση του παραθύρου είναι:

$$R_{\text{ολ.}\theta.} = 2R_{g,\theta.} + R_{\text{air.}\theta.} = 2(0,001\text{K/W}) + 0,042\text{K/W} = 0,044\text{K/W}$$

Ο ρυθμός θερμικών απωλειών του παραθύρου με το διπλό τζάμι είναι:

$$\frac{Q}{t} = \frac{(21 - 0)\text{K}}{0,044\text{K/W}} = 477\text{W}$$

Για να μειώσουμε το ρυθμό απωλειών θερμότητας σε εφαρμογές μόνωσης θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε υλικά με μεγάλη θερμική αντίσταση  $R_{\theta}$  και άρα μικρό συντελεστή  $k$ .

8. Ο ημιαγωγός GaAs έχει  $k_1 = 200 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  στους 100 K και  $k_2 = 80 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  στους 200 K. Να υπολογίσετε το συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας στους 25 °C και να τον συγκρίνετε με την πειραματική τιμή  $44 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

Λύση Η σχέση που δίνει το συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας είναι:

$$k = \frac{1}{3} c_1 \cdot v_s \cdot \Lambda_m$$

όπου  $k$  ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας των ταλαντώσεων του πλέγματος. Η ειδική θερμότητα πλέγματος  $c_1$  μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι σταθερή στις θερμοκρασίες των 100-200K. Η ταχύτητα ήχου  $v_s$  είναι και αυτή σχεδόν ανεξάρτητη της θερμοκρασίας. Συνεπώς, ο συντελεστής  $k$  είναι ανάλογος με τη μέση ελεύθερη διαδρομή των φωνονίων  $\Lambda_m$  σύμφωνα με την παραπάνω σχέση. Η μέση συγκέντρωση των φωνονίων  $\langle n \rangle$  αυξάνει ανάλογα με τη θερμοκρασία:  $\langle n \rangle \propto T$ , οπότε μειώνεται η μέση ελεύθερη διαδρομή, δηλ.  $\Lambda_m \propto 1/T$  και επομένως μειώνεται η θερμική αγωγιμότητα κατά τον ίδιο τρόπο. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η θερμοκρασιακή εξάρτηση των  $k_1$  και  $k_2$  δίνονται από τις δύο παρακάτω εξισώσεις με δύο αγνώστους:

$$200 \left( \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right) = \frac{A}{100\text{K}} + B \quad \text{και} \quad 80 \left( \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right) = \frac{A}{200\text{K}} + B$$

από τις οποίες προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών  $A = 2,4 \times 10^4 \text{ W m}^{-1}$  και  $B = -40 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . Η τιμή του  $k$  στους 25 °C (298 K) είναι:

$$k = \frac{2,4 \times 10^4 \text{ W/m}}{298 \text{ K}} - 40 \text{ W/m} \cdot \text{K} = 40,5 \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

που είναι πολύ κοντά στην πειραματική τιμή.

### Ασκήσεις για λύση

1. α) Να υπολογίσετε τη θερμοχωρητικότητα ανά μονάδα μήκους ενός χάλκινου αγωγού με διάμετρο 1.5 mm σε θερμοκρασία 300 K. β) Αν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα 10 A και η απαγωγή θερμότητας είναι αμελητέα, να βρεθεί η θερμοκρασία του αγωγού μετά από 10 λεπτά. γ) Αν η απαγωγή θερμότητας από τον αγωγό είναι  $0,5 \text{ J s}^{-1}$  ανά μέτρο, να υπολογίσετε το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να περάσει από τον αγωγό



χωρίς αυτός να οδηγηθεί σε τήξη. (Αρχική θερμοκρασία 300K, ειδική θερμότητα χαλκού  $386 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , πυκνότητα  $d=8920 \text{ kg m}^{-3}$ , ειδική αντίσταση  $\rho=1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ , σημείο τήξης  $T_m=1357,77 \text{ K}$ ).

2. Πλακίδιο πυριτίου τύπου n με ορθογώνια διατομή  $0,5 \times 1 \text{ mm}$  έχει θερμοκρασία 300 K. Το πλακίδιο διαρρέεται από ρεύμα 1 A και η απαγωγή θερμότητας είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε τη θερμοκρασία μετά από μία ώρα. Ειδική θερμότητα  $700 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , θερμική αγωγιμότητα  $k=150 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , πυκνότητα  $d=2330 \text{ kg m}^{-3}$ .

3. Στο πολυαιθυλένιο PE καταναλώνεται ισχύς λόγω διηλεκτρικών απωλειών σε μορφή θερμότητας  $512 \times 10^3 \text{ W/m}^3$  παρουσία εναλλασσόμενου ηλεκτρικού πεδίου  $100 \text{ KV/cm}$  συχνότητας 1MHz. Να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για να θερμανθεί το PE μέχρι τη θερμοκρασία τήξης του ( $90^\circ\text{C}$ ) αν η θερμότητα που εκλύεται στο υλικό δεν απάγεται στον αέρα. Δίνονται: ειδική θερμότητα  $c=0,56 \text{ cal/g}^\circ\text{K}$ , πυκνότητα  $d=0,9 \text{ g/cm}^3$ ,  $T_{\text{αρχική}}=300 \text{ K}$ ,  $1 \text{ J}=0,24 \text{ cal}$ . (Το PE συχνά χρησιμοποιείται για την κατασκευή μονωτικών περιβλημάτων σε καλώδια ισχύος).

4. Να υπολογίσετε τις θερμικές απώλειες ενός τοίχου  $5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  που αποτελείται από τούβλα πάχους 12cm και από μόνωση πολουρεθάνης πάχους 5cm και ενός τοίχου μόνο από τούβλα όταν  $\Delta T=25^\circ\text{C}$ . Θερμική αγωγιμότητα του τούβλου  $k=0,02 \text{ W/cm}^\circ\text{C}$  και της πολουρεθάνης  $k=0,0005 \text{ W/cm}^\circ\text{C}$ .

5. Να υπολογίσετε τον συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας ενός τεχνητού κρυστάλλου από ζαφείρι με διάμετρο  $D=3 \text{ mm}$  στους  $T=70 \text{ K}$  (θερμοκρασία υγρού αζώτου,  $-195,8^\circ\text{C}$ ) και  $T=3 \text{ K}$  (θερμοκρασία υγρού ηλίου,  $-268,9^\circ\text{C}$ ). Δίνονται: η θερμοκρασία Debye  $\Theta_D=1000 \text{ K}$ , η ταχύτητα του ήχου  $v_s=10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  και για  $T < 0,1 \Theta_D$ , η ειδική θερμότητα ανά μονάδα όγκου είναι  $c_v=0,1 T^3 \text{ J/m}^3 \cdot \text{K}$ .

6. Σε δίσκο από ανοξείδωτο ατσάλι πάχους 0,4 στη μία επιφάνεια κυκλοφορεί ζεστό νερό ενώ η άλλη ψύχεται με γρήγορη ροή αέρα με αποτέλεσμα οι δύο επιφάνειες να έχουν θερμοκρασία  $90^\circ\text{C}$  και  $20^\circ\text{C}$ . Να υπολογίσετε πόσα joules μεταφέρονται ανά λεπτό ανά μονάδα επιφάνειας διαμέσου του δίσκου. ( $k=0,15 \text{ W/cm}^\circ\text{C}$ ).

7. Μεταλλική κατασκευή αποτελείται από 2 παράλληλες τετράγωνες πλάκες A (χαλκός) και B (χάλυβας) που βρίσκονται σε επαφή οι οποίες έχουν αντίστοιχα πάχος 1 cm και 4,2 cm. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας των πλακών A και B είναι αντίστοιχα  $k=0,955 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{K}$  και  $k=0,125 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{K}$ . Η επιφάνεια της πλάκας A έχει θερμοκρασία  $96^\circ\text{C}$  ενώ η επιφάνεια της πλάκας B έχει  $8^\circ\text{C}$ . Να βρεθεί η θερμοκρασία της επιφάνειας της επαφής και η πτώση της θερμοκρασίας ανά μονάδα μήκους εντός εκάστης πλάκας.