ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ

Επίκ. Καθ. Δήμητρα Γκιργκινούδη

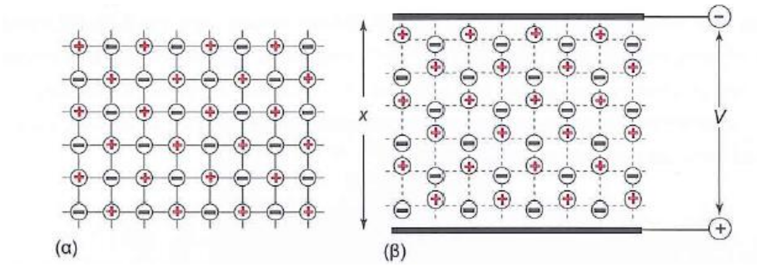
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Φύλλο ασκήσεων 10

Διηλεκτρικές ιδιότητες

Στις ασκήσεις δίνονται σύντομοι ορισμοί για την καλύτερη κατανόηση δεδομένου ότι η/ο φοιτήτρια/τής έρχεται σε επαφή με καινούργιες έννοιες.

<u>Ορισμοί.</u> Διηλεκτρικό-Πόλωση. *Διηλεκτρικό* ονομάζεται ένα υλικό το οποίο μπορεί να αποθηκεύσει ενέργεια μέσω της πόλωσης των μορίων του. Τα υλικά αυτά αυξάνουν τη χωρητικότητα ή την ικανότητα αποθήκευσης φορτίου των πυκνωτών.Τα διηλεκτρικά είναι σε ιδανικές συνθήκες μονωτές του ηλεκτρικού φορτίου και έτσι όταν εφαρμόζεται ηλεκτρικό πεδίο δεν προκαλείται ροή φορτίου (όπως στους αγωγούς) αλλά στοιχειώδεις μετατοπίσεις των αντιθέτων φορτίων οι οποίες δημιουργούν αλυσίδες ηλεκτρικών διπόλων, που προσανατολίζονται προς τη διεύθυνση του πεδίου και επομένως πόλωση του υλικού. Ένα πεδίο ασκεί δύναμη σε ένα ηλεκτρικό φορτίο, ωθώντας τα θετικά φορτία στην κατεύθυνση του πεδίου και τα αρνητικά στην αντίθετη κατεύθυνση, μέχρι ότου η δύναμη επαναφοράς των διατομικών δεσμών να εξισορροπήσει τη δύναμη λόγω πεδίου για μία μετατόπιση Δx. Δύο φορία ±q που απέχουν απόσταση Δx δημιουργούν ένα δίπολο με διπολική ροπή **p**=q.Δ**x**.Το φαινόμενο αυτό φαίνεται καλύτερα στα ιοντικά υλικά.



<u>Ιοντική πόλωση</u>: Ένας ιοντικός κρύσταλλος α) σε μηδενικό πεδίο, και β) μετά από την εφαρμογή ενός πεδίου V/x. Το πεδίο μετατοπίζει τα αντίθετα φορτισμένα ιόντα προκαλώντας την πόλωση P του υλικού (είναι σημαντική σε μήκη κάτω του υπέρυθρου μήκους κύματος).

Η πόλωση P είναι ο μέσος όρος όλων των διπολικών ροπών που περιέχει ο όγκος του υλικού

$$\boldsymbol{P} = \frac{\Sigma p_i}{V}$$

Τα μόρια (ή συγκροτήματα ατόμων) είναι δυνατόν να έχουν λόγω δομής ασύμμετρη κατανομή φορτίων, οπότε αποτελούν ηλεκτρικά δίπολα και ονομάζονται ***πολικά μόρια*** είτε να έχουν συμμετρική κατανομή φορτίων οπότε ονομάζονται ***μη πολικά*** (δηλ. σε μηδενικό πεδίο, τα ηλεκτρόνια και πρωτόνια είναι συμμετρικά κατανενημένα, ώστε το υλικό να μη φέρει συνολική διπολική ροπή). Στην κατηγορία των διηλεκτρικών ανήκουν (εκτός των υλικών βαμβάκι, μετάξι, χαρτί, νερό, αέρας, κ.α.) τα κεραμικά υλικά (μίκα, αμίαντος, αλουμίνα, πορσελάνη, γιαλιά, σιλικόνες, χαλαζίας, περοβσκίτες κ.α.) και πολυμερή υλικά (πολυμερή υγρά, ναύλον, πολυαιθυλένιο PE, πολυπροπυλένιο PP, πολυτετραφθοροαιθυλένιο PTFE, πολυβινυλοχλωρίδιο PVC, PET, κ.α.). Τα υλικά αυτά έχουν τις μεγαλύτερες τιμές ειδικής αντίστασης (από 10^8 Ωm και καλύπτει μία περιοχή τιμών μέχρι 10^{17} Ωm**). *Τα περισσότερα διηλεκτρικά χαρακτηρίζονται με βάση τους τρεις διαφορετικούς συντελεστές: Διηλεκτρική σταθερά, Συντελεστής απώλειας και Διηλεκτρική αντοχή.***

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
Επίκ. Καθ. Δήμητρα Γκιργκινούδη

Άσκηση 1.Ένα διηλεκτρικό φιλμ από πολυαιθυλένιο (PE) μήκους 0,01cm και διατομής 1cm^2 χρησιμοποιείται σαν διηλεκτρικό ανάμεσα σε δύο ηλεκτρόδια στα 110V. Η ειδική αντίστασή του είναι 10^{16} ohm.cm Ποιά θα είναι η ροή ηλεκτρονίων δια μέσου του φιλμ;

Λύση

$$R = \frac{(10^{16}\,ohm.cm)(0,01cm)}{(1cm^2)} = 10^{14}\,Ohm$$

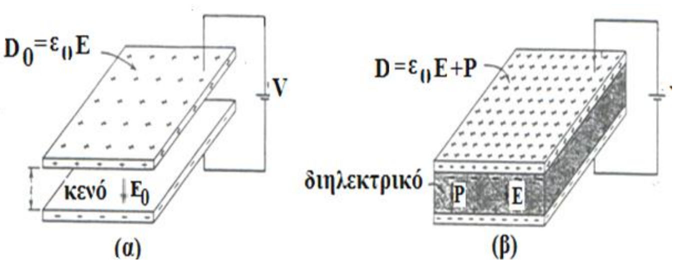
$$I = \frac{110V}{10^{14}\,ohm} = 1,1x10^{-12}\,A$$

$$\frac{(1,1x10^{-12}\,\text{A})}{(1,6x10^{-19}\,A.1\text{sec}/\,\eta\lambda\epsilon\kappa\tau.)} = 7x10^{6} \text{ ηλεκτρόνια/sec}$$

Το ρεύμα που διαρρέει το μονωτικό είναι πολύ μικρό της τάξης των picroampere, αλλά μετρήσιμο. Ωστόσο αν υπάρχουν προσμίξεις, τρύπες (πόροι), επιφανειακές διαρροές, θα αυξηθεί η ροή ηλεκτρονίων διαμέσου του φιλμ και γι' αυτό θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι παράγοντες αυτοί.

Άσκηση 2. Πυκνωτής με παράλληλες πλάκες φέρει πλαστικό ανάμεσά τους με διηλεκτρική σταθερά (ή σχετική διαπερατότητα) ε_r =2,1 και πάχος 0,42cm. Οι πλάκες είναι συνδεμένες με μία σταθερή παροχή των 210V. Αν χρησιμοποιήσετε πυκνωτή με παράλληλες πλάκες και με διηλεκτρικό από γυαλί διηλεκτρικής σταθεράς ε_r =3,9 και πάχους 0,13cm, να βρείτε την τάση που απαιτείται για να έχουμε την ίδια πυκνότητα επιφανειακού φορτίου στις πλάκες και στους δύο πυκνωτές. Ηλεκτρική διαπερατότητα του κενού ε_0=8,85x10^{-14} C/Vcm.

Ορισμοί: *Διηλεκτρική σταθερά (ή σχετική διαπερατότητα) ε_r, επιφανειακή πυκνότητα σ, διάνυσμα πόλωσης **P**, διάνυσμα διηλεκτρικής μετατόπισης **D***



Πυκνωτής με παράλληλες πλάκες α) με κενό μεταξύ των πλακών β) με την εισαγωγή του διηλεκτρικού μεταξύ των πλακών δημιουργείται μία εξωτερική ροή ρεύματος που δείχνει ότι αποθηκεύεται περισσότερο φορτίο στις πλάκες. Δηλαδή τα ελεύθερα φορτία που εμφανίζονται πάνω στις πλάκες έχουν αυξηθεί από Q_0 (δίχως διηλεκτρικό) σε Q=Q_0 + Qp με το διηλεκτρικό, οπότε αυξάνει η χωρητικότητα του πυκνωτή. Τα επαγόμενα δεσμευμένα φορτία Qp που οφείλονται στην πόλωση του διηλεκτρικού (μη πολικό υλικό) εμφανίζονται στις επιφάνειες του διηλεκτρικού .

Ερμηνεύουμε την αύξηση της χωρητικότητας του πυκνωτή με πολωμένο διηλεκτρικό (εντός ηλεκτρικού πεδίου) με τη βοήθεια των διανυσμάτων πεδίου. Η πυκνότητα του επιφανειακού φορτίου σ (ποσότητα των φορτίων ανά μονάδα επιφάνειας Cb/m^2) της πλάκας του πυκνωτή συμπίπτει με τη διηλεκτρική μετατόπιση D, δηλαδή *D=σ πλάκας* (προκύπτει από το θεώρημα του Gauss, βλέπε *https://physicsgg.me/2011/04/17/οι-εξισώσεις-maxwell*).**Η διηλεκτρική μετατόπιση D είναι ένα διάνυσμα** που ξεκινά από τα αρνητικά ελεύθερα φορτία και καταλήγει στα θετικά ελεύθερα φορτία και *εκφράζει την πυκνότητα φορτίου Q/A* (στη βιβλιογραφία αναφέρεται και ως πυκνότητα ηλεκτρικής ροής (electric flux density).Ορίζουμε την **D** ως συνάρτηση των διανυσματικών μεγεθών **E** και **P** από τη σχέση:

$$\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}$$

*όπου **P είναι το διάνυσμα της πόλωσης*** και το μέτρο του είναι ίσο με το λόγο του επιφανειακού φορτίου Q_p προς το εμβαδόν της πλάκας A, $P=Q_p/A=\sigma_p$. Οι μονάδες του **P** είναι ίδιες με του **D**, δηλαδή (Cb/m^2) και δίνεται ως συνάρτηση της διηλεκτρικής σταθεράς ε_r από τη σχέση:

$$\mathbf{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\mathbf{E}$$

Αντικαθιστώντας την **P** στην παραπάνω εξίσωση βρίσκουμε τη σχέση :

$$\mathbf{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r \boldsymbol{E}$$

<u>*Ορισμός διηλεκτρικής σταθεράς (στατική, δηλ. σε συνθήκες dc)*</u> *:είναι η ποσοστιαία αύξηση του αποθηκευμένου φορτίου στις πλάκες του πυκνωτή ανά μονάδα τάσης ανάμεσα στις πλάκες του, που οφείλεται στην πόλωση του διηλεκτρικού ανάμεσα στις πλάκες του πυκνωτή. Εναλλακτικά την ορίζουμε ως την ποσοστιαία αύξηση της χωρητικότητας του πυκνωτή όταν το μονωτικό ανάμεσα στις πλάκες του είναι ένα διηλεκτρικό υλικό αντί του κενού*

$$\varepsilon_r=\frac{Q}{Q_0}=\frac{C}{C_0}=\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_0}$$

Λύση

Με το διηλεκτρικό από πλαστικό ή γυαλί εντός ηλεκτρικού πεδίου η πυκνότητα επιφανειακού φορτίου στις πλάκες είναι:

$$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E=(8{,}85\text{x}10^{-14}.\varepsilon_r)(V/d),$$

όπου ε_r η διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού και d το πάχος του

Για να έχουμε την ίδια πυκνότητα επιφανειακού φορτίου στις πλάκες και στους δύο πυκνωτές θα ισχύει:

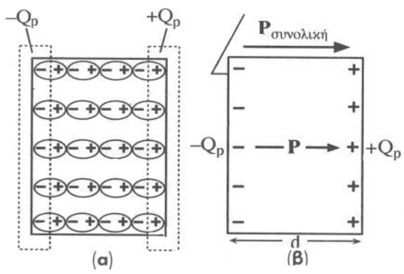
$$(8{,}85\text{x}10^{-14}.\varepsilon_r)(V/d)_{\text{γυαλί}}=(8{,}85\text{x}10^{-14}.\varepsilon_r)(V/d)_{\text{πλαστικό}}$$

$$(3{,}9\ .\ V/0{,}13cm)_{\text{γυαλί}}=2{,}1(210Volts/0{,}42cm)_{\text{πλαστικό}}$$

$$V=35Volts$$

Άσκηση 3.Το πυρίτιο έχει διηλεκτρική σταθερά 11,9, το γερμάνιο 16 και το διοξείδιο του πυριτίου 3,9. Να βρεθεί η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου που δημιουργείται στην επιφάνεια των παραπάνω υλικών όταν εφαρμόζεται ηλεκτρικό πεδίο 10 V/m (το πεδίο εφαρμόζεται κάθετα στις επιφάνειες). Η ηλεκτρική διαπερατότητα του κενού είναι 8,85 10^{-14} F/cm**.**

Λύση



α) Απεικόνιση των δεσμευμένων φορτίων πόλωσης Q_p στις επιφάνειες του διηλεκτρικού β) Μπορούμε να απαραστήσουμε ολόκληρο το διηλεκτρικό συναρτήσει των επιφανειακών φορτίων πόλωσης Q_p και $-Q_p$

Η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σε ένα διηλεκτρικό σ_p (Cb/m^2)=Qp/A, είναι ισοδύναμη με την πόλωση του διηλεκτρικού $P=Q_p/A=\sigma_p$, επειδή ένα πολωμένο υλικό θα έχει επιφανειακό φορτίο στα δύο άκρα. Συνεπώς μπορεί να γραφεί ως συνάρτηση της διηλεκτρικής σταθεράς ε_r από τη σχέση:

$$\sigma_p(\mathrm{Cb}/m^2)=P=\varepsilon_0\,(\varepsilon_r-1)E$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα προκύπτει ότι η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ_p για το πυρίτιο, το γερμάνιο και το διοξείδιο του πυριτίου είναι: $9{,}65\times10^{-12}\,\mathrm{Cb/m^2}$, $1{,}33\times10^{-11}\,\mathrm{Cb/m^2}$, $2{,}57\times10^{-12}\,\mathrm{Cb/m^2}$, αντίστοιχα.

Άσκηση 4. Παράδειγμα σχεδιασμού υπερπυκνωτή με βάση τη διηλεκτρική σταθερά ε_r και το δυναμικό ηλεκτρικής διάσπασης V_b. Απαιτείται ένας υπερπυκνωτής με δυνατότητα να αποθηκεύσει ενέργεια 1kJ όταν στις πλάκες του εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού 100V. Η διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού υλικού είναι 10000 και η διηλεκτρική αντοχή E_b είναι 2×10^7V/m. Πόσο θα είναι το ελάχιστο εμβαδό πλακών;

Λύση

*<u>Ορισμοί</u> Μία σημαντική αύξηση της έντασης του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να διαταράξει τη διηλεκτρική συμπεριφορά ενός διηλεκτρικού υλικού και να έχουμε **εμφάνιση αγωγιμότητας η οποία δεν εμφανίζεται κατ' ανάγκη σε όλη τη μάζα του αλλά τοπικά. Η δημιουργία διόδων αγωγής ηλεκτρικών φορτίων σε ένα διηλεκτρικό (δημιουργία μεγάλου ηλεκτρικού ρεύματος), υπό την επίδραση ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται ηλεκτρική διάσπαση ή κατάρρευση (electric breakdown).** Η ηλεκτρική διάσπαση διαρκεί πολύ λίγο, συνήθως 10^{-8}s για ένα στερεό διηλεκτρικό. **Διηλεκτρική αντοχή E_b** είναι το μέγιστο πεδίο που μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς να προκληθεί διάσπαση, δηλ. χωρίς να δημιουργηθεί ένα μεγάλο ηλεκτρικό ρεύμα μέσω του διηλεκτρικού, που θα είχε ως αποτέλεσμα τη βραχυκύκλωση των οπλισμών του πυκνωτή. Το διηλεκτρικό εμφανίζει ηλεκτρική διάσπαση όταν ο λόγος της τάσης διάσπασης V_b προς το πάχος του d, είναι : $\frac{V_b}{d}\geq \boldsymbol{E_b}$.*

Επομένως απαιτείται πάχος διηλεκτρικού d≥ $\dfrac{100\mathrm{V}}{2\times10^7\,\mathrm{V/m}}\geq 5x10^{-6}\,m = 5\mu m$

Η αποθηκευμένη στον πυκνωτή ενέργεια δίνεται από τη σχέση $E=\dfrac{1}{2}CV^2$

οπότε απαιτείται χωρητικότητα $C=\dfrac{2x1000}{100^2}=0{,}2F$

Για να επιτευχθεί αυτή η χωρητικότητα μ' ένα διηλεκτρικό πάχους 5μm και με διηλεκτρική σταθερά 10000 χρειαζόμαστε εμβαδόν πλακών σύμφωνα με τη σχέση:

$$C=\varepsilon_0.\varepsilon_r\frac{A}{d} \text{ και επομένως } A=\frac{C.d}{\varepsilon_r.\varepsilon_0}=11{,}3\mathrm{m}^2$$

Άσκηση 5. Τύποι πόλωσης, πολωσιμότητα, εξάρτηση από τη συχνότητα, τοπικό πεδίο. Το άμορφο (μη κρυσταλλικό) σελήνιο (a-Se) είναι ένα ημιαγωγικό υλικό με μεγάλη ειδική αντίσταση, έχει πυκνότητα 4,3 g $\mathrm{cm^{-3}}$. Η διηλεκτρική σταθερά στα 1 kHz μετρήθηκε ότι είναι 6,7. Το χημικό στοιχείο Se με ατομικό αριθμό 34 έχει ατομικό βάρος 78,96. α)Τι τύπου πολωσιμότητα υπάρχει στο a-Se; Να υπολογίσετε την πολωσιμότητα, α_e, ανά άτομο Se στο a-Se. Τι εξάρτηση θα έχει από τη συχνότητα; Να υπολογίσετε την πολωσιμότητα, α_e' ενός απομονωμένου ατόμου Se, γνωρίζοντας ότι η ατομική ακτίνα του είναι r_0 = 0,12 nm και να τη συγκρίνετε με την πολωσιμότητα ενός ατόμου στο υλικό a-Se. β)Να αποδείξετε ότι το **τοπικό πεδίο $\mathbf{E_{\tau o\pi}}$.** μπορεί να δίνεται από τη σχέση:$\boldsymbol{E_{\tau o\pi.}}=\boldsymbol{E}(\frac{\varepsilon_r+2}{3})$

Λύση

Η πολωσιμότητα, α, ανά μόριο/ή άτομο (μικροσκοπικό μέγεθος) ορίζεται από τη σχέση: $P_{\varepsilon\pi\alpha\gamma\acute{o}\mu\varepsilon\nu\eta}=\alpha.E$. Για πλήθος N μορίων (ή ατόμων) ανά μονάδα όγκου $P=N.P_{\varepsilon\pi\alpha\gamma\acute{o}\mu\varepsilon\nu\eta}=N.\alpha.E$

Η σχέση Clausius-Mossotti συνδέει τη διηλεκτρική σταθερά ε_r (μακροσκοπικό μέγεθος, μετριέται στο εργαστήριο) με την πολωσιμότητα α_e (μικροσκοπικό μέγεθος) και είναι:

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{N}{3\varepsilon_o}\alpha_e$$

Για να υπολογίσουμε την ατομική πυκνότητα N= πλήθος ατόμων /όγκος, χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$\rho\ (g/m^3) = \frac{\text{μάζα ατόμων μοναδιαίας κυψελίδας}}{\text{όγκος μοναδιαίας κυψελίδας}} = \text{N (ατομική πυκνότητα)} \cdot \frac{\text{AB (g/mol)}}{\text{N}_A\text{(άτομα/mol)}} \Rightarrow$$

$$\text{N (ατομική πυκνότητα)} = \frac{(4.3\times10^3\ \text{kg/m}^3)(6.022\times10^{23}\ \text{mol}^{-1})}{(78.96\times10^{-3}\ \text{kg/mol})}$$

$$= 3.279 \times 10^{28}\ \text{άτομα/ m}^3$$

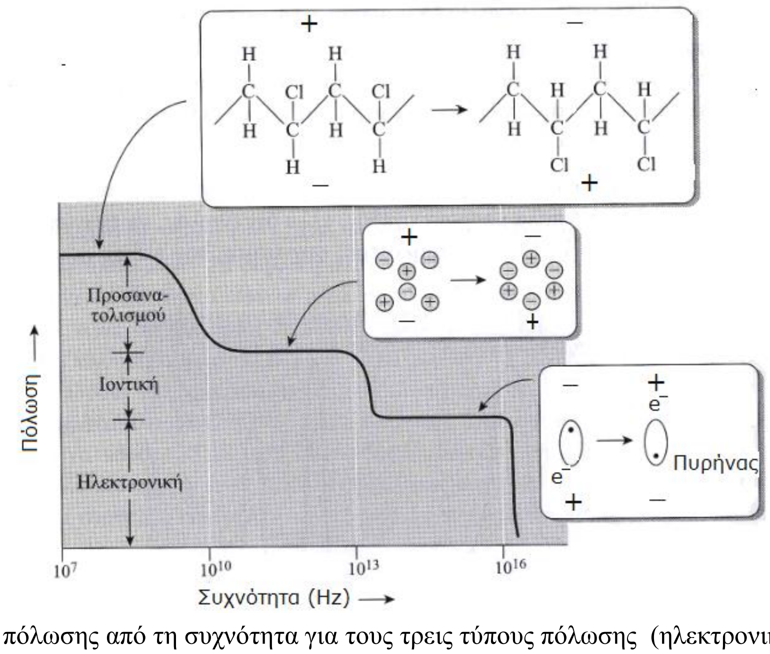
Αντικαθιστώντας, προκύπτει ότι η πολωσιμότητα είναι :

$$\alpha_e = \frac{3\varepsilon_o(\varepsilon_r - 1)}{N(\varepsilon_r + 2)} = \frac{3(8.854\times10^{-12}\ \text{F/m})(6.7-1)}{(3.279\times10^{28}\ \text{m}^{-3})(6.7+2)}$$

$$\boldsymbol{\alpha_e = 5.31 \times 10^{-40}\ \text{F m}^2}$$

Αντιστοιχεί στην ηλεκτρονική πολωσιμότητα καθώς στο στερεό Se οι δεσμοί είναι ομοιοπολικοί και η διηλεκτρική σταθερά θα παραμένει σταθερή μέχρι τις οπτικές συχνότητες.

Ορισμός :Ηλεκτρονική πόλωση είναι η μετατόπιση του ηλεκτρονικού νέφους ενός ατόμου σε σχέση με το θετικό πυρήνα. Η συνεισφορά της στην διηλεκτρική σταθερά ενός στερεού είναι συνήθως πολύ μικρή.



Εξάρτηση της πόλωσης από τη συχνότητα για τους τρεις τύπους πόλωσης (ηλεκτρονική, ιοντική και πόλωση προσανατολισμού (ή διπολική πόλωση) σε συνάρτηση της συχνότητας.

Η ηλεκτρονική πολωσιμότητα ενός απομονωμένου ατόμου Se με ακτίνα r_0 = 0,12 nm είναι σύμφωνα με τη σχέση :

$$\alpha_e' \approx 4\pi\varepsilon_o r_o^3 = 4\pi(8.854 \times 10^{-9}\ \text{F/m})(0.12 \times 10^{-9}\ \text{m})^3$$

$$\alpha_e' \approx \mathbf{1.92 \times 10^{-40}\ F\ m^2}$$

Αν συγκρίνουμε τις δύο τιμές έχουμε:

$$\frac{\alpha_e}{\alpha_e'} = \frac{5.30 \times 10^{-40}\ \text{F m}^2}{1.92 \times 10^{-40}\ \text{F m}^2} = 2.76$$

Η ηλεκτρονική πολωσιμότητα ανά άτομο Se στο στερεό είναι 2,8 φορές μεγαλύτερη από την ηλεκτρονική πολωσιμότητα στο απομονωμένο άτομο Se. Στο στερεό, τα ηλεκτρόνια σθένους συμμετέχουν στους ομοιοπολικούς δεσμούς και αυτά τα ηλεκτρόνια συνεισφέρουν στην πολωσιμότητα (το ηλεκτρικό πεδίο μετατοπίζει αυτά τα ηλεκτρόνια).

<u>Υπενθύμιση:</u> Ηλεκτρονική πόλωση ενός στερεού υλικού είναι η μετατόπιση των ηλεκτρονίων σθένους στους ομοιοπολικούς δεσμούς των ομοιοπολικών στερεών (π.χ. σελλήνιο, πυρίτιο, γερμάνιο). Πρόκειται για μία συνολική μετατόπιση των ηλεκτρονίων στους δεσμούς σε σχέση με τους θετικούς πυρήνες.

β)Το πραγματικό πεδίο που ενεργεί πάνω στο μόριο /ή άτομο του διηλεκτρικού εντός πεδίου ***E*** ονομάζεται **τοπικό πεδίο $\mathbf{E}_{\tau o\pi}$.** και υπολογίζεται συναρτήσει των μακροσκοπικών μεγεθών **P** και **E** για υλικό με κυβική κρυσταλλική δομή ή άμορφη δομή σύμφωνα με τη σχέση :

$$\mathbf{E}_{\tau o\pi.} = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{3\varepsilon_0} \quad (1)$$

Η πόλωση **P δ**ίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}$$

Αντικαθιστώντας την P στην παραπάνω εξίσωση έχουμε:

$$E_{loc} = E + \frac{(\varepsilon_o[\varepsilon_r - 1])E}{3\varepsilon_o} = \left(1 + \frac{(\varepsilon_r - 1)}{3}\right)E = \left(\frac{3 + \varepsilon_r - 1}{3}\right)E = \left(\frac{\varepsilon_r + 2}{3}\right)E$$

Το σχετικό μέγεθος του τοπικού πεδίου ορίζεται από το λόγο του τοπικού πεδίου προς το ηλεκτρικό πεδίο. Έτσι αντικαθιστώντας τη διηλεκτρική σταθερά ε_r=6,7 έχουμε:

$$\frac{E_{loc}}{E} = \left(\frac{\varepsilon_r + 2}{3}\right) = \left(\frac{6.7 + 2}{3}\right) = \mathbf{2.9}$$

<u>Άσκηση 6.</u> Τύποι πόλωσης, πολωσιμότητα, διηλεκτρική σταθερά.Το διαμάντι, πυρίτιο και γερμάνιο είναι ομοιοπολικοί κρύσταλλοι και έχουν την ίδια κρυσταλλική δομή. Να εξηγήσετε γιατί η διηλεκτρική σταθερά και η ηλεκτρονική πολωσιμότητα αυξάνουν από το διαμάντι, στο πυρίτιο, στο γερμάνιο.

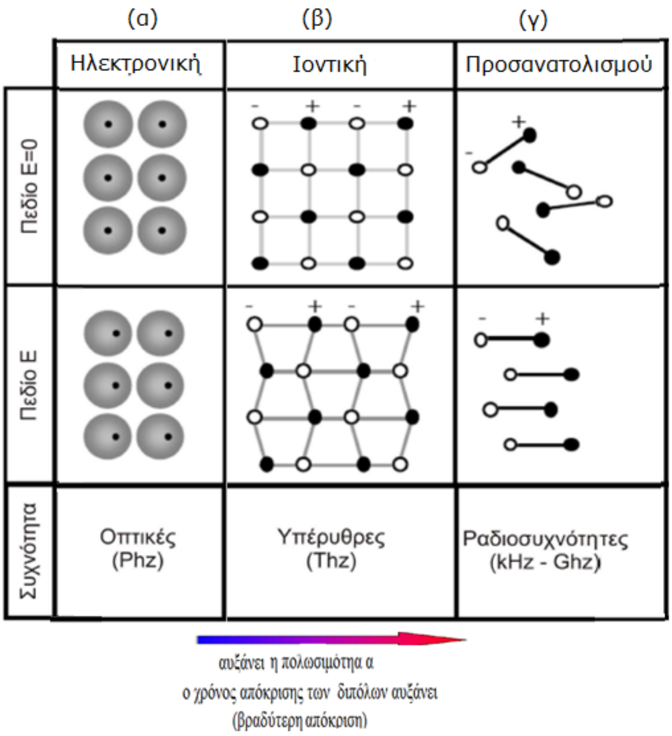
Λύση

Στα υλικά αυτά η πόλωση είναι ηλεκτρονική. Δύο παράγοντες αυξάνουν την πόλωση: Ο αριθμός των διαθέσιμων ηλεκτρονίων των ομοιοπολικών δεσμών για μετατόπιση και η ευκολία με την οποία ένα ηλεκτρικό πεδίο μετατοπίζει τα ηλεκτρόνια που εξαρτάται από τη δύναμη του δεσμού. Στα υλικά αυτά η δύναμη δεσμού ανά άτομο ελαττώνεται σε μεγάλο βαθμό από το διαμάντι στο γερμάνιο, με αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνια σθένους να μετατοπίζονται πιο εύκολα στο γερμάνιο και να παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ηλεκτρονική πολωσιμότητα καθώς και μεγαλύτερη διηλεκτρική σταθερά.

	N (m^{-3})	α_e (F m^2)	ε_r
Διαμάντι	1.766×10^{29} m^{-3}	**9.256×10^{-41} F m^2**	5,8
Si	4.995×10^{28} m^{-3}	**4.170×10^{-40} F m^2**	11,9
Ge	4.412×10^{28} m^{-3}	**5.017×10^{-40} F m^2**	16

Άσκηση 7. ***Πόλωση προσανατολισμού ή διπολική πόλωση***

Ορισμοί. *Πόλωση προσανατολισμού ή διπολική πόλωση είναι ένας τύπος πόλωσης που δημιουργείται όταν τα πολικά μόρια (δίπολα) του διηλεκτρικού με τυχαίους προσανατολισμούς, παρουσία πεδίου περιστρέφονται άλλα εν μέρει και άλλα πλήρως και ευθυγραμμίζονται με το πεδίο, δημιουργώντας έτσι μια συνολική διπολική ροπή ανά μόριο. Απουσία πεδίου δεν υπάρχει διπολική ροπή ανά μόριο λόγω της τυχαίας θερμικής κίνησής τους. Τα υλικά αυτά παρουσιάζουν εκτός από την διπολική πόλωση και ηλεκτρονική πόλωση η οποία υπάρχει σε όλα τα υλικά. (Διπολικά υλικά, π.χ νερό, πολυβινυλοχλωρίδιο, κ.α.) Στο παρακάτω σχήμα δίνονται συγκεντρωτικά οι 3 τύποι πόλωσης και οι περιοχές συχνότητας όπου εμφανίζονται.*



Άσκηση 7. Το νερό έχει στατική διηλεκτρική σταθερά ε_r=80, η οποία οφείλεται στην ηλεκτρονική πόλωση (είναι πολύ μικρή) και στην πόλωση προσανατολισμού. Η διηλεκτρική σταθερά που μετρήθηκε σε υψηλές συχνότητες (η οποία οφείλεται μόνο στην ηλεκτρονική πόλωση) είναι 4. Να υπολογίσετε τη μόνιμη διπολική ροπή p_0 ανά μόριο νερού. Η πυκνότητα του νερού είναι 1g cm^{-3}. Να συγκρίνετε το αποτέλεσμα αυτό με την πειραματική p_0 ανά μόριο νερού που είναι 6,1x 10^{-30} Cb m.

Λύση

Αρχικά υπολογίζουμε τον αριθμό μορίων νερού στη μονάδα όγκου N.

$$N = \frac{d\,N_A}{M_{mol}} = \frac{\left(10^3\ \text{kg m}^{-3}\right)\left(6.022\times10^{23}\ \text{mol}^{-1}\right)}{\left(18\times10^{-3}\ \text{kg mol}^{-1}\right)} = \mathbf{3.35 \times 10^{28}\ m^{-3}}$$

Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση Clausius-Mossotti που συνδέει τη διηλεκτρική σταθερά υψηλής συχνότητας ε_{rHF}, η οποία οφείλεται μόνο στην ηλεκτρονική πόλωση, με την ηλεκτρονική πολωσιμότητα α_{eHF}, βρίσκουμε :

$$\alpha_e = \frac{3\varepsilon_0\left(\varepsilon_{r\,HF}-1\right)}{\left(\varepsilon_{r\,HF}+2\right)N} = \frac{3\left(8.85\times10^{-12}\ \text{F m}^{-1}\right)(4-1)}{(4+2)\left(3.35\times10^{28}\ \text{m}^{-3}\right)} = \mathbf{3.964 \times 10^{-40}\ F\ m^2}$$

Χρησιμοποιώντας την τιμή της ηλεκτρονικής πολωσιμότητας 3,35x10^{-40} F m^2 και τη στατική διηλεκτρική σταθερά 80, που οφείλεται στη συνεισφορά της ηλεκτρονική πόλωσης και της πόλωσης προσανατολισμού, βρίσκουμε για την πολωσιμότητα προσανατολισμού α_d:

$$\alpha_d = \frac{\left[3\varepsilon_0\left(\varepsilon_{r\,Stat}-1\right) - N\alpha_e\left(\varepsilon_{r\,Sat}+2\right)\right]}{\left(\varepsilon_{r\,Sat}+2\right)N} =$$

$$= \frac{3\left(8.85\times10^{-12}\ \text{F m}^{-1}\right)(80-1) - \left(3.35\times10^{28}\ \text{m}^{-3}\right)\left(3.96\times10^{-40}\ \text{F m}^2\right)(80+2)}{(80+2)\left(3.35\times10^{28}\ \text{m}^{-3}\right)} = \mathbf{3.674 \times 10^{-40}\ F\ m^2}$$

Η μόνιμη διπολική ροπή ανά μόριο νερού p_0 δίνεται από τη σχέση και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$p_0 = \sqrt{3kT\alpha_d} = \sqrt{3\left(1.38\times10^{-23}\ \text{J K}^{-1}\right)(300\ \text{K})\left(3.964\times10^{-40}\ \text{F m}^2\right)} = \mathbf{2.137\times10^{-30}\ C\,m}$$

Η τιμή αυτή είναι 3 φορές μεγαλύτερη από την πειραματική και δεν είναι ικανοποιητική. Αυτό οφείλεται σε 2 λόγους. Τα μόρια του νερού σχηματίζουν συσσωματώματα αφού δεσμεύονται μεταξύ τους με δεσμούς υδρογόνου (διαφάνειες $2^{ης}$ διάλεξης), έτσι ώστε η περιστροφή των μορίων του νερού παρουσία πεδίου να περιορίζεται. Δεύτερον, δεν μπορούμε να παραλείψουμε το τοπικό πεδίο ούτε να το θεωρήσουμε σαν ένα Lorentz πεδίο. Στα υλικά αυτά ισχύει μια άλλη θεωρία (του Onsager) που είναι έξω από τα πλαίσια του μαθήματος. Αν αντικαταστήσουμε την πειραματική τιμή ανά μόριο νερού p_0= 6,1x 10^{-30} Cb m στη σχέση Clausius-Mossotti, θα βρούμε ότι η ε_r είναι αρνητική, γεγονός που δεν έχει έννοια.

Άσκηση 8.*__Ορισμοί__*. *Σε συνθήκες ac πεδίου η ac πόλωση οδηγεί στην* ***ac διηλεκτρική σταθερά*** *που είναι ένας μιγαδικός αριθμός* $\varepsilon^*=\varepsilon_{real} - j\varepsilon_{imag}$. *Το πραγματικό μέρος* ($\varepsilon_{real}=\varepsilon_r$) *καθορίζει την ικανότητα αποθήκευσης φορτίου, δηλ. καθορίζει την χωρητικότητα μέσω του τύπου* $C=\varepsilon_0 . \varepsilon_r . A/d$ *και το φανταστικό μέρος καθορίζει τις ενεργειακές απώλειες του υλικού λόγω του μηχανισμού της πόλωσης. Με άλλα λόγια καθορίζει την κατανάλωση ηλεκτρικού ισχύος ανά μονάδα όγκου μέσω της έκφρασης* $P=E^2.\omega.\varepsilon_0.\varepsilon_{imag}$..

Διηλεκτρικές απώλειες *είναι η ηλεκτρική ενέργεια που χάνεται με τη μορφή της θερμότητας κατά τη διαδικασία της πόλωσης του διηλεκτρικού παρουσία* *__ενός ac πεδίου.__* *Η ενέργεια απορροφάται από την ac τάση και στη συνέχεια μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την πόλωση των μορίων/ή ατόμων του υλικού.Το μέγεθος αυτό δεν πρέπει να συγχέεται με τις (ωμικές) απώλειες αγωγιμότητας (απώλειες Joule)* σE^2 *ή V/R*

Απώλειες διηλεκτρικού (στη μονάδα χρόνου) ανά μονάδα όγκου:$P=E^2.\omega.\varepsilon_0.\varepsilon_r.\varepsilon\varphi\delta$

Το γινόμενο ε_{real}*__.εφδ λέγεται συντελεστής απωλειών__* *και χαρακτηρίζει τη χρησιμότητα του υλικού.* *__Η εφαπτόμενη απωλειών εφδ__* *είναι ο λόγος του φανταστικού μέρους της διηλεκτρικής σταθεράς προς το πραγματικό μέρος* $\varepsilon\varphi\delta=\varepsilon_{imag}/\varepsilon_{real}$. *Η γωνία δ είναι η γωνία φάσης ανάμεσα* *στο ρεύμα του πυκνωτή και το συνολικό ρεύμα (για μηδενικές απώλειες δ=0). Είναι επιθυμητή πάντοτε η εφδ να είναι μικρή.*

Να υπολογίσετε τη θερμότητα που παράγεται ανά sec και ανά cm^3 λόγω διηλεκτρικών απωλειών στο πολυαιθυλένιο, PE, και στην αλουμίνα Al_2O_3, στα 60Hz και 1 M Hz παρουσία ηλεκτρικού πεδίου 100KV/cm. Η εφαπτομένη δ των απωλειών στο PE είναι $3x10^{-4}$ και $4x10^{-4}$ αντίστοιχα, και στην αλουμίνα$1x10^{-3}$ και για τις 2 συχνότητες. Η διηλεκτρική σταθερά του PE είναι 2,3 και της αλουμίνας 8,5. Το PE συχνά χρησιμοποιείται για την κατασκευή μονωτικών περιβλημάτων σε καλώδια ισχύος. Η αλουμίνα χρησιμοποιείται ως υπόστρωμα σε ηλεκτρονικές διατάξεις από λεπτά ή παχιά στρώματα.

Λύση

Η ισχύς που καταναλώνεται ανά μονάδα όγκου είναι:$P=\omega.E^2.\varepsilon_0.\varepsilon_r.\varepsilon\varphi\delta=(2\pi f).\ E^2.\varepsilon_0.\varepsilon_r.\varepsilon\varphi\delta$

Με αντικατάσταση των δεδομένων βρίσκουμε τις τιμής του πίνακα. Για παράδειγμα για το PE στα 60Hz έχουμε:

$$P = (2\pi 60\text{Hz})(100x10^3 x10^2 Vm^{-1})(8,85x10^{-12} Fm^{-1})(2,3)(3x10^{-4}) = 230Wm^{-3}$$

=0,230mW cm^{-3}

Σε 1Mz έχουμε:

$$P = (2\pi 10^6 \text{Hz})(100x10^3 x10^2 Vm^{-1})(8,85x10^{-12} Fm^{-1}).(2,3).(4x10^{-4}) = 512x10^3 Wm^{-3}$$

=5,12 W cm^{-3}

Παρόμοια υπολογίζουμε την ισχύ που καταναλώνεται ανά μονάδα όγκου για την αλουμίνα. Τα αποτελέσματα δίνονται συγκεντρωτικά για τα 2 υλικά και τις 2 συχνότητες στον παρακάτω πίνακα.

	60 Hz			1 Mz			
Υλικό	ε_r	εφδ	Απώλειες ($mWcm^{-3}$)	ε_r	εφδ	Απώλειες (W cm^{-3})	συντ. θερμ. αγωγιμ. k (W $cm^{-1}K^{-1}$)
PE	2,3	$3x10^{-4}$	0,230	2,3	$4x10^{-4}$	5,12	0,005
Al_2O_3	8,5	$1x10^{-3}$	2,84	8,5	$1x10^{-3}$	47,3	0,33

Η θερμότητα που παράγεται στα 60Hz είναι μικρή και η θερμική αγωγιμότητα του μονωτικού και των ηλεκτροδίων μπορεί να την απομακρύνει και να αποτρέψει την αύξηση της θερμοκρασίας και των 2 υλικών. Ωστόσο στα 1MHz η θερμότητα που παράγεται δεν είναι αμελητέα. Πρέπει να απομακρυνθούν 5,12W ανά cm^3 PE και 47,3 W ανά cm^3 αλουμίνας.

Το PE έχει μικρή θερμική αγωγιμότητα 0,005W$cm^{-3}K^{-1}$, γι' αυτό η θερμότητα δεν μπορεί να απομακρυνθεί εύκολα. Έτσι θα αυξηθεί η θερμοκρασία του διηλεκτρικού και κάποια στιγμή θα επέλθει η διάτρηση (κατάρρευση). Στην περίπτωση της αλουμίνας τα 47,3W ανά cm^3 θα προκαλέσουν σημαντική αύξηση της θερμοκρασίας στην οποία αντέχει δίχως να επέλθει η κατάρρευσή της. Η διηλεκτρική θέρμανση σε υψηλές συχνότητες χρησιμοποιείται και σε βιομηχανικές εφαρμογές, όπως στη θέρμανση πλαστικών και στην αποξήρανση της ξυλείας.

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
Επίκ. Καθ. Δήμητρα Γκιργκινούδη

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
Φύλλο ασκήσεων 10
Διηλεκτρικές ιδιότητες

Ασκήσεις για λύση

1. Να υπολογίσετε τη γραμμομοριακή ιοντική πολωσιμότητα ανά μονάδα όγκου και την ηλεκτρονική πολωσιμότητα κρυστάλλου LiF που έχει δείκτη διάθλασης 1,4 και πυκνότητα $2{,}6\text{x}10^3$Kg/m^3 (κυψελίδα: 8 άτομα ανά κυψελίδα και σταθερά πλέγματος 4,03x 10^{-10} m).

2. Να υπολογίσετε τη γραμμομοριακή ιοντική πολωσιμότητα και την ηλεκτρονική πολωσιμότητα κρυστάλλου NaCl που έχει δείκτη διάθλασης 1,54 και διηλεκτρική σταθερά 5,90 σε συχνότητα 10^3Hz. Η πυκνότητα είναι $2{,}6\text{x}10^3$Kg/m^{3}και έχει 8 άτομα ανά κυψελίδα με σταθερά πλέγματος 4,03x 10^{-10} m.

3. Να υπολογίσετε τους αντίστοιχους συντελεστές διάθλασης από τις διηλεκτρικές σταθερές για μη πολικά διηλεκτρικά: υγρή παραφίνη ε_r=2,20, γυαλί ε_r=3,9, κρυσταλλικό πυρίτιο ε_r=3,20, διαμάντι (είναι κρυσταλλικό) ε_r=5,68.

4. Ένα διηλεκτρικό υποβάλλεται σε ένα εναλλασσόμενο πεδίο συχνότητας 4GHz. Το πραγματικό μέρος της μιγαδικής διηλεκτρικής σταθεράς είναι 2,57, η εφαπτομένη απωλειών είναι 0,0032 όπως προκύπτει από μετρήσεις. Να υπολογίσετε α) το φανταστικό μέρος της μιγαδικής διηλεκτρικής σταθεράς και β) την απώλεια ισχύος στο διηλεκτρικό ανά μονάδα όγκου όταν εφαρμόζεται ηλεκτρικό πεδίο των $100\cos 2\pi f\, t$ V/m.