

ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΗΜΙΑΓΩΓΩΝ-ΠΡΩΤΗ ΕΝΟΤΗΤΑ ΟΜΟΓΕΝΕΙΣ ΗΜΙΑΓΩΓΟΙ

ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΕΣ ΤΑΙΝΙΕΣ : Ηλεκτρονική δομή των ενεργειακών_ταινιών
 $E(k)$ διαφόρων ημιαγωγών
Άμεσο και έμμεσο ενεργειακό χάσμα
Ταινία αγωγιμότητας και ηλεκτρόνια-
ταινία σθένους και οπές

ΟΜΟΓΕΝΕΙΣ ΗΜΙΑΓΩΓΟΙ (ομοιόμορφη συγκέντρωση προσμίξεων)

ΕΝΔΟΓΕΝΕΙΣ: Συγκεντρώσεις φορέων
Στάθμη Fermi

ΕΞΩΓΕΝΕΙΣ: Δότες-Αποδέκτες
Ενδοχασματικές καταστάσεις
Συγκεντρώσεις φορέων
Στάθμη Fermi

1. Οι συνηθέστερες κρυσταλλικές δομές των ημιαγωγών

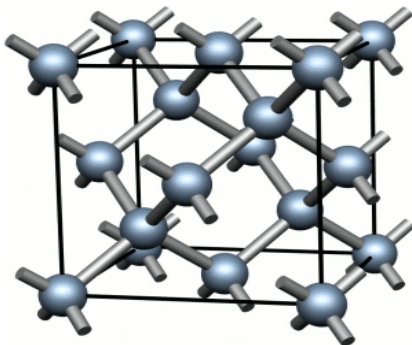
- i. Το πυρίτιο Si, το γερμάνιο Ge, ο άνθρακας C, είναι ημιαγωγοί ενός στοιχείου της στήλης IV του περιοδικού πίνακα (ο ημιαγωγός SiGe είναι κράμα Si και Ge)
- ii. Υπάρχει πληθώρα ημιαγωγικών ενώσεων III-V που αποτελείται από τα στοιχεία της στήλης III και V του περιοδικού πίνακα, π.χ. GaAs, InP, InGaAs, InGaAsP. Σημαντικότερη θέση κατέχει το αρσενικούχο γάλλιο GaAs.
- iii. Υπάρχουν και οι ημιαγωγικές ενώσεις II-VI, π.χ. : CdS, ZnS, CdSe κλπ (βλέπε παρακάτω πίνακα)

	III A	IV A	V A	VI A
	B ⁵	C ⁶	N ⁷	O ⁸
	Al ¹³	Si ¹⁴	P ¹⁵	S ¹⁶
II B	Zn ³⁰	Ga ³¹	Ge ³²	As ³³
	Cd ⁴⁸	In ⁴⁹	Sn ⁵⁰	Sb ⁵¹
				Te ⁵²

Τα ολοκληρωμένα κυκλώματα (ICs) κατασκευάζονται κατά 98% από το μονοκρυσταλλικό πυρίτιο Si και 2% από το GaAs.

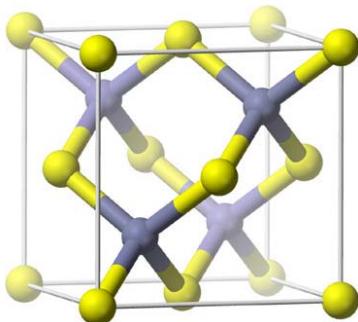
Οι συνηθέστερες κρυσταλλικές δομές για τα περισσότερα ημιαγωγικά υλικά είναι:

1. Κρυσταλλική δομή Si, Ge: έχουν την κυβική δομή του διαμαντιού



Μοναδιαία κυψελίδα Si, Ge : περιέχει 8 άτομα, δηλ. υπάρχουν άτομα σε κάθε γωνία και στο κέντρο της κάθε πλευράς του κύβου όπως και στην δομή FCC, υπάρχουν εντούτοις τέσσερα επιπλέον άτομα μέσα στην κυψελίδα

2. Κρυσταλλική δομή GaAs: έχει την κυβική δομή του θειούχου ψευδαργύρου

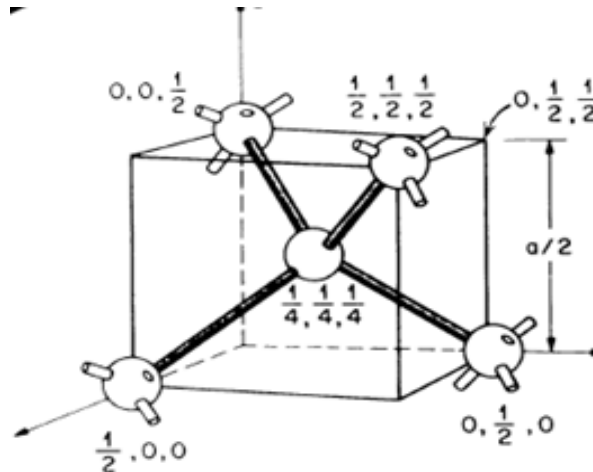


Κρυσταλλική δομή GaAs : Η μοναδιαία κυψελίδα είναι κυβική, με κρυσταλλική δομή όμοια μ' αυτήν του διαμαντιού, αλλά τα άτομα Ga και As καταλαμβάνουν εναλλάξ τις θέσεις του πλέγματος (περιέχει 8 άτομα). Η δομή αυτή ονομάζεται Δομή θειούχου ψευδαργύρου.

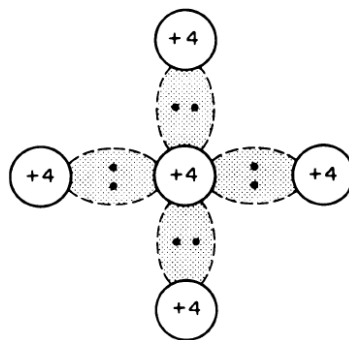
Ημιαγωγός πυριτίου (ή γερμανίου)

Ηλεκτρονική δομή ατόμου Si: $[1s^2 2s^2 2p^6] 3s^2 3p^2$

Στο στερεό Si κάθε άτομο έχει 4 τροχιακά, υβριδικά του τύπου sp^3 , μ' ένα ηλεκτρόνιο ανά τροχιακό. Κάθε άτομο συνδέεται με τα τέσσερα πλησιέστερα γειτονικά άτομα στις κορυφές ενός τετραέδρου που έχει ως κέντρο το εξεταζόμενο άτομο (με ομοιοπολικούς δεσμούς). Παρακάτω φαίνεται η τετραεδρική διάταξη των ατόμων Si



Το βασικό τετράεδρο Si
κάθε άτομο και τα 4 πλησιέστερα άτομα
(με τις ατομικές συντεταγμένες)

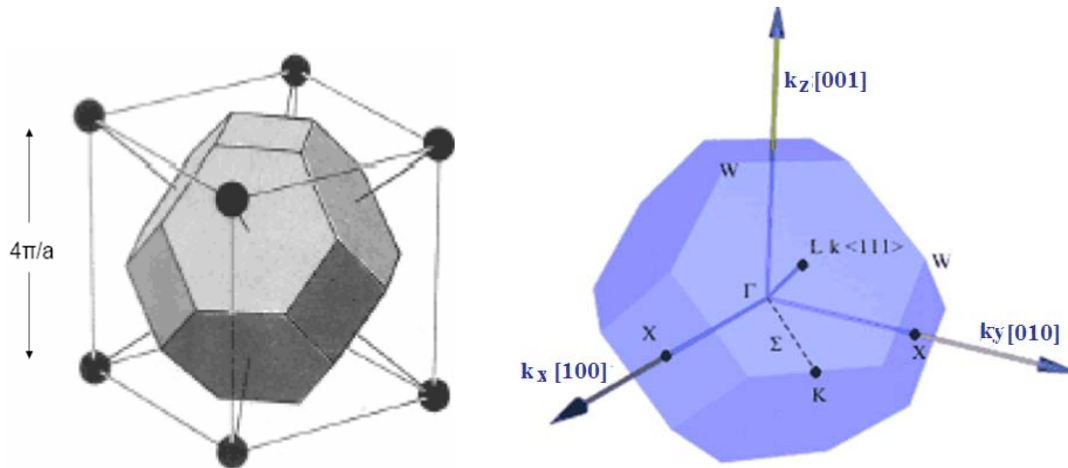


Σχηματική αναπαράσταση αυτού στο επίπεδο

Ατομική πυκνότητα Si : 5×10^{22} άτομα cm^{-3}

Συνέπειες της κρυσταλλικής περιοδικότητας στην κίνηση των ηλεκτρονίων:

Εξάρτηση της ενέργειας των ηλεκτρονίων σθένους (δεσμικά ηλεκτρόνια) και των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας (ελεύθερα), δηλαδή των σχέσεων διασποράς $E_C=E_C(\mathbf{k})$ και $E_V=E_V(\mathbf{k})$, από τον προσανατολισμό της κρυσταλλικής ορμής \mathbf{k} κατά μήκος χαρακτηριστικών αξόνων του αντίστροφου χώρου, μέσα στη πρώτη ζώνη Brillouin



Πρώτη ζώνη Brillouin του FCC πλέγματος: Σημείο Γ αντιστοιχεί στο κέντρο της ζώνης Brillouin ($\mathbf{k}=0$), και τα σημεία X και L αντιστοιχούν στο τέλος της ζώνης κατά μήκος των διευθύνσεων $[100]$ και $[111]$. Η διεύθυνση π.χ. η $[111]$ συμβολίζεται και ως $\langle 111 \rangle$.

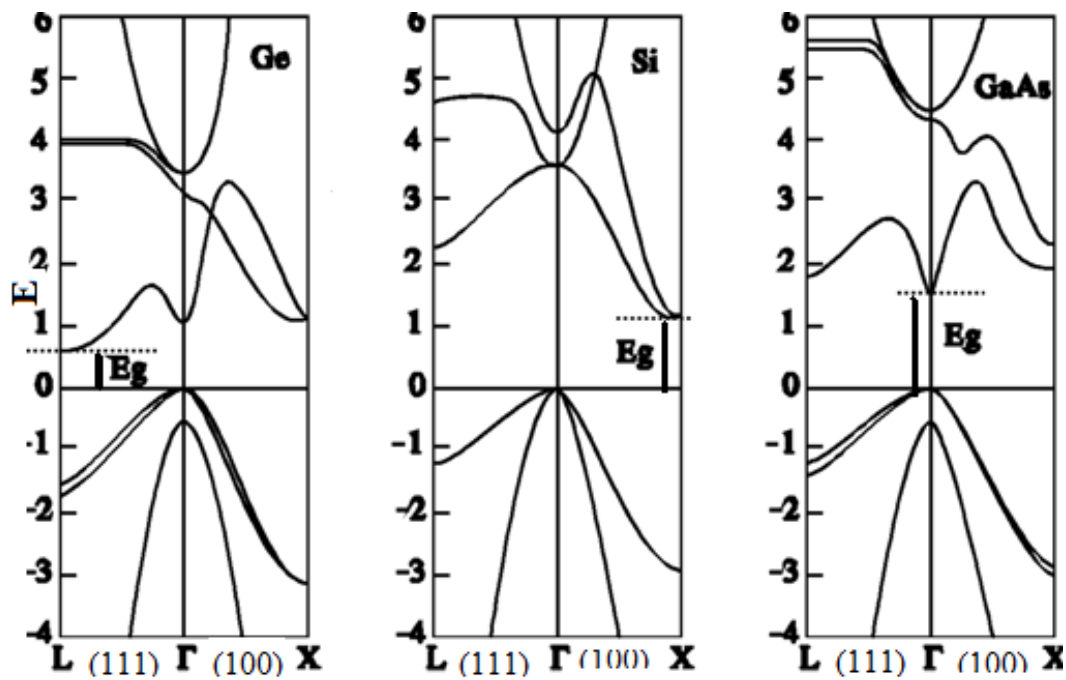
2.Γενικά χαρακτηριστικά των σχέσεων διασποράς* της ταινίας

αγωγιμότητας και της ταινίας σθένους, $E_C=E_C(\mathbf{k})$ και $E_V=E_V(\mathbf{k})$, αντίστοιχα, και τα ενεργειακά χάσματα E_g των ημιαγωγών ($T=0K$):

- Οι σχέσεις $E_C=E_C(\mathbf{k})$ και $E_V=E_V(\mathbf{k})$ παρουσιάζουν ακρότατα σε σημεία ή κατά μήκος διευθύνσεων υψηλής συμμετρίας
- Η υψηλότερη πλήρως κατειλημμένη ταινία σθένους T. Σ. παρουσιάζει ακρότατο για $\mathbf{k}=0$, δηλαδή $E_{Vmax}=E_V(\mathbf{k}=0)$
- Η αμέσως επόμενη ενεργειακά, η ταινία αγωγιμότητας T. Α. μπορεί να έχει ελάχιστο είτε για $\mathbf{k}=0$, είτε για $\mathbf{k}\neq 0$, δηλαδή
 1. $E_{Cmin}= E_C(\mathbf{k}=0)$ άμεσο ενεργειακό χάσμα*
 2. $E_{Cmin}= E_C(\mathbf{k}\neq 0)$ έμμεσο ενεργειακό χάσμα*

3. Ηλεκτρονική δομή των ενεργειακών ταινιών (απεικόνιση E(k)) για διάφορους ημιαγωγούς

Λεπτομερής δομή των ενεργειακών ταινιών (ή ζωνών) των κυριότερων ημιαγωγών: Si, και Ge (έμμεσο ενεργ. χάσμα), GaAs (άμεσο ενεργ. χάσμα). Οι οριζόντιοι ημιάξονες δίνουν το κυματοδιάνυσμα k (θετικό) σε διαφορετικές διευθύνσεις στην Πρώτη Ζώνη Brillouin : συγκεκριμένα στις διεθύνσεις (100) και (111)



Διάνυσμα κύματος k

Διαγράμματα E-k κατά μήκος των διευθύνσεων $\langle 100 \rangle$ και $\langle 111 \rangle$ για τους ημιαγωγούς Ge, Si, GaAs. Η Ενέργεια μετράται ως προς την κορυφή της Τ.Σ.

το σημείο $\frac{2\pi}{a}(001)$ λέγεται **σημείο X**, το σημείο $\frac{2\pi}{a}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ λέγεται **σημείο L**

Ενεργειακή συμπεριφορά των ηλεκτρονίων στην Ταινία αγωγιμότητας-Ενεργός μάζα

Στο Si, οι ακμές E_C (ισοδύναμα ελάχιστα που είναι σε αριθμό έξι) της ταινίας αγωγιμότητας αντιστοιχούν στο κυματοδιάνυσμα $k_0=0,85X$ (βλέπε παραπάνω σχήμα), έχουν ισοενεργειακές επιφάνειες που είναι ελλειψοειδή από περιστροφή, με το μεγάλο άξονα παράλληλα προς τους κρυσταλλικούς άξονες $\langle 100 \rangle$ στην

πρώτη ζώνη του Brillouin (βλέπε παρακάτω σχήματα). Επομένως, για την ενεργό μάζα των ηλεκτρονίων στο Si θα έχουμε $m_x^* = m_y^* = m_z^* = 0,89m_0$, $m_L^* = m_T^* = 0,19m_0$, όπου m_L^* και m_T^* είναι η διαμήκης και η εγκάρσια ενεργός μάζα, αντίστοιχα και $m_0 = 9,1 \times 10^{-31} \text{Kg}$. Η σχέση που δίνει τη μέση ενεργό μάζα είναι:

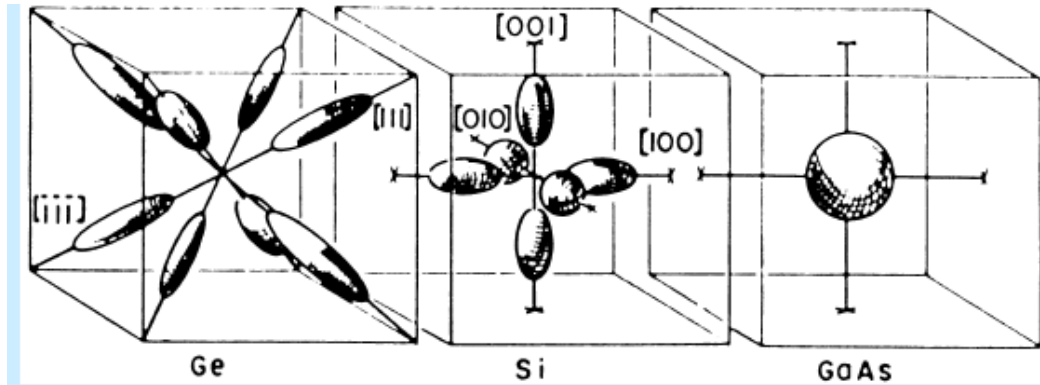
Μέση ενεργός μάζα του ηλεκτρονίου στην Γ . Α.: $m_{e,dos}^* = M^{\frac{2}{3}} (m_L^* m_T^* m_T^*)^{\frac{1}{3}}$ όπου M είναι ο αριθμός των ισοδυνάμων ελαχίστων της ταινίας αγωγιμότητας.

Η $m_{e,dos}^*$ χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πυκνότητας των καταστάσεων στην ταινία αγωγιμότητας. Η παραπάνω σχέση ισχύει και για το Ge με $M=8$.

Παράδειγμα υπολογισμού για το Si:

$$m_{e,dos}^* = M_c^{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{m_l m_t m_t} = 6^{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{0,89 \times 0,19 \times 0,19} m_0 = 1,08 m_0$$

Στο GaAs οι ακμές της ταινίας αγωγιμότητας έχουν σφαιρικές ισοενεργειακές επιφάνειες, οπότε η ενεργός m_e^* είναι ισοτροπική (ίδια για όλες τις διευθύνσεις), διαφορετική όμως από τη μάζα του ελεύθερου ηλεκτρονίου m_0 στον κενό χώρο.



Ισοενεργειακές επιφάνειες των ακμών της ταινίας αγωγιμότητας των ημιαγωγών Si, Ge, GaAs στον αντίστροφο χώρο.

Τιμές των (m_L^*/m_0) και (m_T^*/m_0) για τον υπολογισμό της ενεργού μάζας του ηλεκτρονίου $m_{e,dos}^*$ για τους ημιαγωγούς Si, Ge, GaAs

Υλικό	K_0	(m_L^*/m_0)	(m_T^*/m_0)
Si	0,85X	0,89	0,19
Ge	1,00L	1,58	0,081
GaAs	$\Gamma(k=0)$	0,067	0,067
GaP	0,92X	7,25	0,21

(Άσκηση: Να υπολογίσετε την μέση ενεργό μάζα του ηλεκτρονίου στο γερμάνιο)

Ενεργειακή συμπεριφορά των οπών στην Ταινία σθένους-Ενεργός μάζα οπής

Και στους τρεις παραπάνω ημιαγωγούς έχουμε :

- $E_{V_{max}}=E_V(\mathbf{k}=0)$
- οι ακμές αντιστοιχούν σε ισοενεργειακές επιφάνειες που είναι σφαίρες, η ενεργός μάζα των οπών m_{h}^* είναι αρνητική όπως προκύπτει από την παράγωγο της σχέσης διασποράς

Δηλαδή τα θετικά φορτία που απομένουν στην ταινία σθένους μετά τη διέγερση ηλεκτρονίου, συμπεριφέρονται ως «ελεύθερες» οπές ($E=p^2/2 m_{h}^*$), αλλά με αρνητική ενεργό μάζα $m_{h}^* \neq$ μάζας ελεύθερου ηλεκτρονίου

- Υπάρχουν δύο διαφορετικοί κλάδοι $E_V(k)$ στις υψηλότερες ενέργειες της ταινίας σθένους. Η ενεργός μάζα που υπολογίζεται είναι διαφορετική για κάθε κλάδο. Έτσι έχουμε **βαριές οπές** και **ελαφρές οπές** με **ενεργές μάζες** m_{hh}^* και m_{lh}^*

- Ένας επιπλέον κλάδος $E_V(k)$ εξαιτίας της αλληλεπίδρασης σπιν και τροχιάς
- Η μέση ενεργός μάζα της οπής στην Τ.Σ. είναι : $m_{v,dos}^* = (m_{lh}^{*\frac{3}{2}} + m_{hh}^{*\frac{3}{2}})^{\frac{2}{3}}$

Τιμές των (m_{hh}^*/m_0) και (m_{lh}^*/m_0) για τον υπολογισμό της ενεργού μάζας της οπής, m_{h}^*,dos για τους ημιαγωγούς Si, Ge, GaAs.

Υλικό	(m_{hh}^*/m_0)	(m_{lh}^*/m_0)
Si	0,54	0,15
Ge	0,28	0,04
GaAs	0,45	0,082
GaP	0,67	0,17

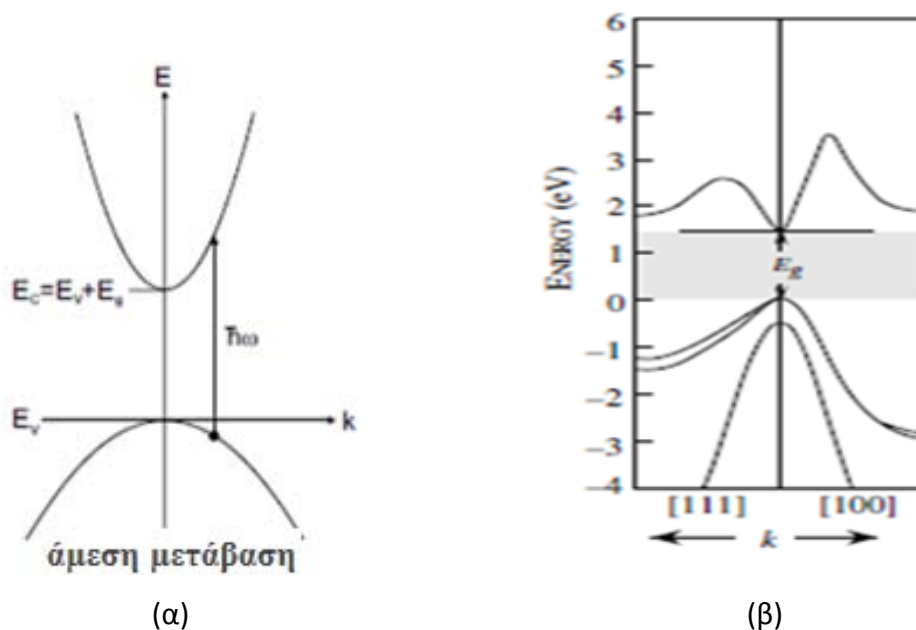
Τιμές ενεργού μάζας των ηλεκτρονίων m_{e}^*,dos και των οπών m_{h}^*,dos για τον υπολογισμό της πυκνότητας καταστάσεων στις ταινίες αγωγιμότητας και σθένους

Υλικό	$(m_{e}^*,dos/m_0)$	$(m_{h}^*,dos/m_0)$
Si	1,08	0,56
Ge	0,56	0,29
GaAs	0,067	0,047

4. Οπτικές διαταίριακές μεταβάσεις

1. Άμεσο ενεργειακό χάσμα – άμεση μετάβαση

Σε ημιαγωγούς με άμεσο χάσμα π.χ. GaAs (το $E_{Vmax}=E_V(\mathbf{k}=0)$ και $E_{Cmin}=E_C(\mathbf{k}=0)$), δηλ. βρίσκονται στο $\mathbf{k}=0$) είναι δυνατή η διέγερση ηλεκτρονίων από την Ταινία σθένους στην Ταινία αγωγιμότητας, δηλαδή η δημιουργία ζεύγους ηλεκτρονίου-οπής με απορρόφηση φωτονίων που έχουν ενέργεια ίση ή μεγαλύτερη από το ενεργειακό χάσμα E_g . Δεν αλλάζει η ορμή ($\hbar\mathbf{k}$) του συστήματος ηλεκτρονίου –οπής (κατακόρυφη μετάπτωση).



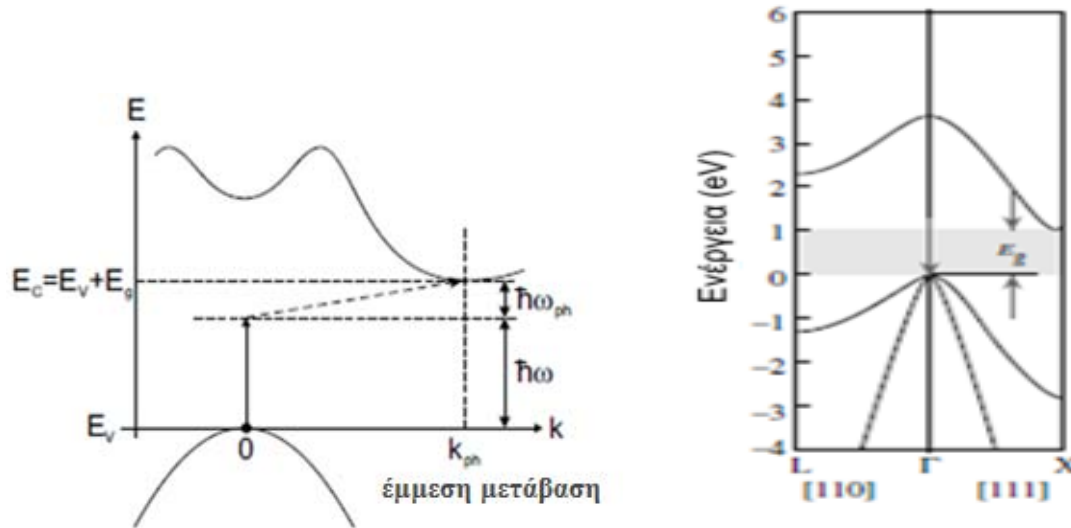
α) Άμεση μετάβαση β) Ενεργειακές ταινίες στο GaAs (άμεσο ενεργειακό χάσμα)

2. Έμμεσο χάσμα – έμμεση μετάβαση

Σε ημιαγωγό με έμμεσο ενεργειακό χάσμα, π.χ. Si (το $E_{Vmax}=E_V(\mathbf{k}=0)$ και $E_{Cmin}=E_C(\mathbf{k}\neq 0)$), βρίσκονται σε διαφορετικά \mathbf{k}), η διέγερση ηλεκτρονίου από το μέγιστο της ταινίας σθένους στο ελάχιστο της ταινίας αγωγιμότητας απαιτεί αλλαγή στο \mathbf{k} που επιτυγχάνεται με τη συμμετοχή ενός φωνονίου. Αυτό γιατί η ορμή του φωτονίου είναι πολύ μικρότερη απ' αυτή του ηλεκτρονίου (φωτόνιο $\lambda^{-1} \cong 10^{-4} \text{\AA}^{-1}$, ηλεκτρόνιο $k \cong \pi/a \cong 1 \text{\AA}^{-1}$ και $p=E/c=h/\lambda$)

Ισχύει : $\hbar\omega = E_g + \hbar\Omega$, ένα φωτόνιο ενέργειας $\hbar\omega$ απορροφάται με τη δημιουργία τριών σωματιδίων: ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο στην Τ.Α, μία ελεύθερη οπή στην Τ.Σ. και ένα φωνόνιο ενέργειας $\hbar\Omega$.

(Λόγω της μεγάλης μάζας των ατόμων, φωνόνια με μικρές ενέργειες $\hbar\omega$ έχουν μεγάλη ορμή)



α) Έμμεση μετάβαση β) Ενεργειακές ταινίες σε έμμεσο ημιαγωγό

Οπτικές Διατανιακές μεταβάσεις: Απορρόφηση φωτονίων \Rightarrow Διέγερση
Αποδιέγερση \Rightarrow Εκπομπή

Στα φωτοβολταϊκά στοιχεία η παραγωγή ηλεκτρονίων και οπών από την απορρόφηση φωτονίων είναι η πιο σημαντική διαδικασία. Η πιθανότητα απορρόφησης ενός φωτονίου με ενέργεια $\hbar\omega$ καθορίζεται από το συντελεστή απορρόφησης $\alpha(\hbar\omega)$, που είναι ξεχωριστή ιδιότητα κάθε υλικού ανεξάρτητα από τη γεωμετρία του.

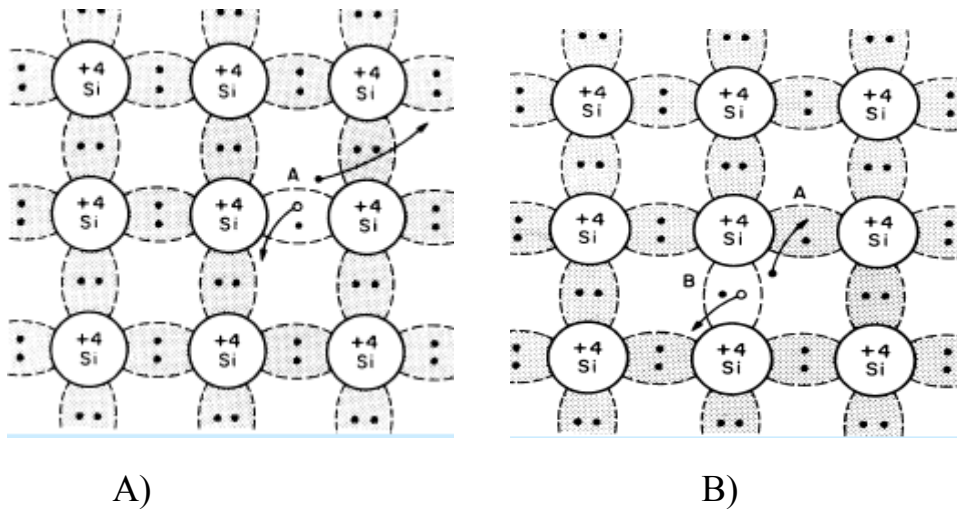
Στις οπτοηλεκτρονικές εφαρμογές σημαντικότερη είναι η αποδιέγερση ή επανασύνδεση που γίνεται πάντα με ηλεκτρόνια και οπές που βρίσκονται σε ενέργειες κοντά στα όρια της αντίστοιχης ταινίας. Η πιθανότητα μία επανασύνδεση να γίνει με εκπομπή φωτονίου με ενέργεια ίση με το εύρος του ενεργειακού χάσματος του ημιαγωγού, είναι πολύ μεγαλύτερη για άμεσο ενεργειακό χάσμα. Η εκπομπή φωτονίου στην επανασύνδεση είναι απαραίτητη σε εφαρμογές όπως οι δίοδοι ηλεκτροφωταύγειας (Light Emitting Diodes, LEDs) και οι δίοδοι laser.

5.Σχηματική παράσταση ενδογενούς ημιαγωγού και ενδογενούς αγωγιμότητας

Στην ενότητα αυτή θα εξετάσουμε την ηλεκτρική αγωγιμότητα ενός καθαρού ημιαγωγικού κρυστάλλου (για $T \gg 0K$) σύμφωνα με το μοντέλο του ομοιοπολικού δεσμού ή ατομιστικού μοντέλου, καθώς και στο μοντέλο των ενεργειακών ταινιών.

Ενδογενείς ($i = \text{intrinsic}$) Ημιαγωγοί : Δίχως προσμίξεις και πλεγματικές ατέλειες.

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων: $n_i = p_i$:συγκέντρωση οπών

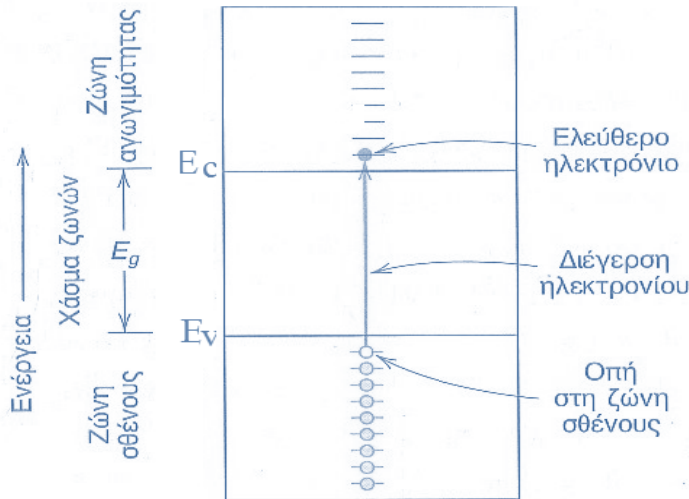


Σχηματική αναπαράσταση του ατομιστικού μοντέλου

Σχήμα A) i.Σπάσιμο του δεσμού A και δημιουργία ελεύθερου ηλεκτρονίου με ενεργό μάζα m_e^* , ii. έλλειψη ενός ηλεκτρονίου , δηλαδή εμφάνιση οπής και θετικό φορτίο παραμένει στο δεσμό A.

Σχήμα B) iii. «Ελεύθερο» ηλεκτρόνιο εξουδετερώνει την οπή του δεσμού A
iv. Νέα οπή δημιουργείται στο δεσμό B με τη διέγερση ηλεκτρονίου, v. Έτσι και η οπή «κυκλοφορεί ελεύθερα» αλλά με διαφορετική ενεργό μάζα m_h^*

Στο μοντέλο των Ε.Τ.

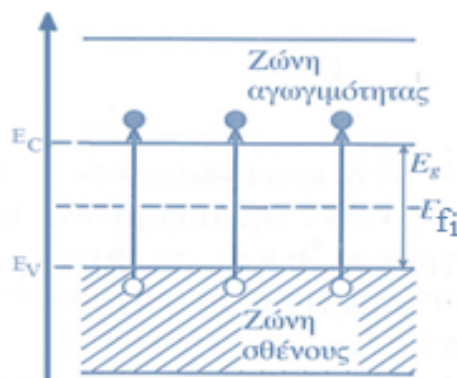


Σχηματική αναπαράσταση του μοντέλου των ενεργειακών ζωνών ή ταινιών

Ηλεκτρόνιο διεγείρεται από την Τ. Σθένους (δεσμός Α) στην Τ. Αγωγιμότητας («κυκλοφορώντας ελεύθερο»), με ενεργό μάζα διαφορετική από τη ενεργό μάζα της οπής που δημιουργήθηκε στην ταινία σθένους (δεσμός Α).

6.Συγκέντρωση φορέων στους ενδογενείς ημιαγωγούς : n_0, p_0 και θέση της στάθμης Fermi E_F (E_{Fi})

Ενδογενείς (i = intrinsic) ημιαγωγοί : Δίχως προσμίξεις και πλεγματικές ατέλειες. Συγκέντρωση ηλεκτρονίων: $n_i = p_i$:συγκέντρωση οπών



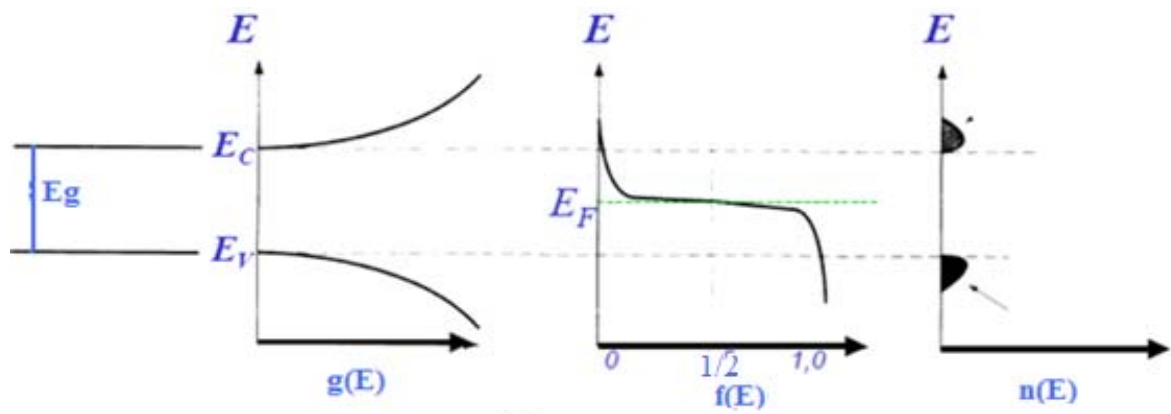
Δημιουργία ζευγών ηλεκτρονίων-οπών λόγω θερμικής διέγερσης των ηλεκτρονίων από την ταινία σθένους στην ταινία αγωγιμότητας (συνήθως λαμβάνεται $E_v=0$)

Πυκνότητα φορέων = πυκνότητα καταστάσεων x πιθανότητα κατάληψης

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων στην ταινία αγωγιμότητας:

$$n_i = n_o = \int_{E_c}^{\infty} g(E) \cdot f(E) \cdot d(E)$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι όλες οι ενεργειακές καταστάσεις της Τ.Α. έχουν ενέργεια E_c και αυτές της Τ.Σ. ενέργεια E_v . Οι συγκεντρώσεις φορέων υπολογίζονται τότε, αν είναι γνωστή η θέση της στάθμης Fermi με την βοήθεια ισοδύναμων πυκνοτήτων καταστάσεων N_c , N_v για την Τ.Α. και την Τ.Σ. αντίστοιχα και της στατιστικής Fermi ή της προσέγγισης Boltzmann.



Ενεργειακό διάγραμμα, πυκνότητα καταστάσεων, κατανομή Fermi και συγκέντρωση φορέων (δεξιά) για ενδογενή ημιαγωγό σε θερμική ισορροπία

$$n_i = p_i \Rightarrow E_F \approx \frac{E_c + E_v}{2} \Rightarrow E - E_F \gg kT \Rightarrow f(E) = \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right)$$

Η πιθανότητα κατάληψης μειώνεται εκθετικά (ουσιαστικά μας ενδιαφέρει ο πυθμένας της ταινίας αγωγιμότητας)

$$n_i = n_o = N_c f(E_c) \Rightarrow$$

$$n_i = n_o = N_c \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_c}{kT}\right) \text{ για } E_c \gg E_F \text{ και } \frac{n_o}{N_c} < 0,15$$

$$\text{όπου } N_c = 2 \cdot \left(\frac{m_e^* \cdot kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} = 4,83 \times 10^{21} \cdot \left(\frac{T \cdot m_e^*}{m_o} \right)^{3/2} \text{ cm}^{-3}$$

είναι η ενεργός πυκνότητα των καταστάσεων της ταινίας αγωγιμότητας

Παρόμοια για τη συγκέντρωση των οπών στην ταινία σθένους

$$p_i = p_o = \int_{-\infty}^{E_v} g(E) \cdot [1 - f(E)] \cdot d(E)$$

$$p_i = p_o = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_F}{kT}\right) \text{ για } E_F \gg E_v, \frac{p_o}{N_v} < 0,15$$

$$\text{όπου } N_v = 2 \cdot \left(\frac{m_h^* \cdot kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} = 4,83 \times 10^{21} \cdot \left(\frac{T \cdot m_h^*}{m_o} \right)^{3/2} \text{ cm}^{-3}$$

είναι η ενεργός πυκνότητα των ενεργειακών καταστάσεων της ταινίας σθένους

«νόμος δράσης των μαζών»

$$n_i^2 = p_o \cdot n_o = N_c N_v \exp\left(\frac{E_v - E_c}{kT}\right) = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \text{ cm}^{-6}$$

το γινόμενο της συγκέντρωσης των φορέων είναι ανεξάρτητο από τη θέση της στάθμης Fermi.

Η θέση της στάθμης Fermi προσδιορίζεται από τη συνθήκη ηλεκτρικής ουδετερότητας

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \cdot \ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right) = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} \cdot kT \cdot \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \equiv E_{Fi} \text{ (όταν } n_i \ll N_c, N_v)$$

$$\text{Συνήθως ο λόγος } N_v/N_c \sim 1 \rightarrow E_F \approx \frac{E_c + E_v}{2} \approx \frac{E_g}{2}$$

και η στάθμη Fermi βρίσκεται κοντά στο μέσον του ενεργειακού χάσματος

Η ενδογενής συγκέντρωση σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία

$$n_i (m^{-3}) = p_i (m^{-3}) = 2 \cdot \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot (m_h^* \cdot m_e^*)^{3/4} \cdot \exp(-E_g / 2kT)$$

$$= 4,83 \times 10^{21} \cdot T^{3/2} \cdot \left(\frac{m_h^* m_e^*}{m^2} \right)^{3/4} \cdot \exp(-E_g / kT) \text{ cm}^{-3}$$

Όπου m_e^* και m_h^* είναι οι τιμές της ενεργού μάζας των ηλεκτρονίων και των οπών, αντίστοιχα.

Τιμές των N_c , N_v , n_i , E_g για τους ημιαγωγούς Si, Ge, GaAs.

T= 300K	Si	Ge	GaAs
N_c (cm^{-3})	$2,80 \times 10^{19}$	$1,04 \times 10^{19}$	$4,7 \times 10^{17}$
N_v (cm^{-3})	$1,04 \times 10^{19}$	$6,0 \times 10^{18}$	$7,0 \times 10^{18}$
n_i (cm^{-3})	$1,02 \times 10^{10}$	$2,4 \times 10^{13}$	$1,8 \times 10^6$
E_g (eV)	1,12	0,67	1,42

Παράδειγμα : Να υπολογίσετε την ενδογενή συγκέντρωση n_i στο Si στους 300K. Οι τιμές της ενεργού μάζας των ηλεκτρονίων m_e^* , dos και των οπών m_h^* , dos είναι $1,08m_0$ και $0,56m_0$, αντίστοιχα.

Λύση

Με αντικατάσταση έχουμε:

$$N_c = 2 \cdot \left(\frac{2\pi m_e^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} = 2 \cdot \left(\frac{2\pi \times (1,08 \times 9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}) (1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} (300 \text{ K}))}{(6,63 \times 10^{-34} \text{ Js})^2} \right)^{3/2}$$

$$= 2,8 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} = 2,8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_v = 2 \cdot \left(\frac{2\pi m_h^* \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} = 2 \cdot \left(\frac{2\pi \times (0,56 \times 9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}) (1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} (300 \text{ K}))}{(6,63 \times 10^{-34} \text{ Js})^2} \right)^{3/2}$$

$$= 1,05 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} = 1,05 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_i = (N_c N_v)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) = [(2,8 \times 10^{19})(1,05 \times 10^{19})]^{1/2} \exp\left(\frac{-1,10}{2 \times 0,0259}\right) = 1,02 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Παράδειγμα : Να υπολογίσετε το n_i στους 450K για το GaAs με βάση τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα.

Λύση

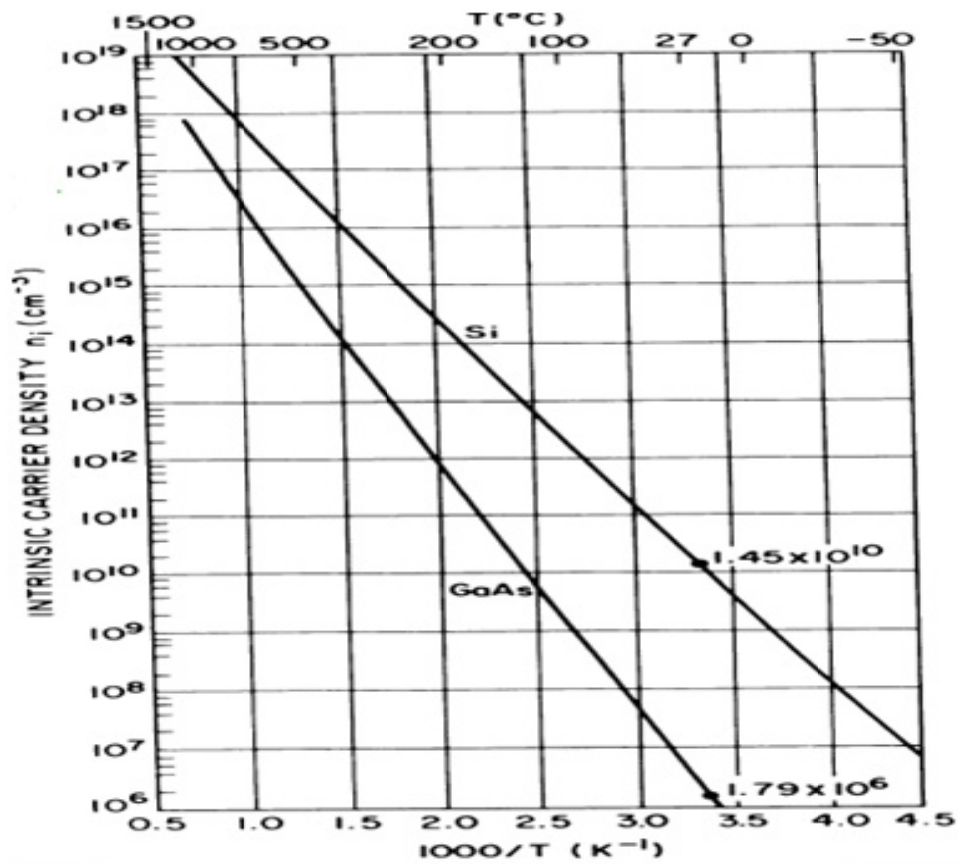
Οι τιμές του kT και του γινομένου ($N_c \cdot N_v$) στους 450K είναι:

$$kT = 450 \times 8,62 \times 10^{-5} = 0,03879 \text{ eV}, \text{ και } N_c \cdot N_v = (4,7 \times 10^{17})(7,0 \times 10^{18}) \left(\frac{450}{300}\right)^3$$

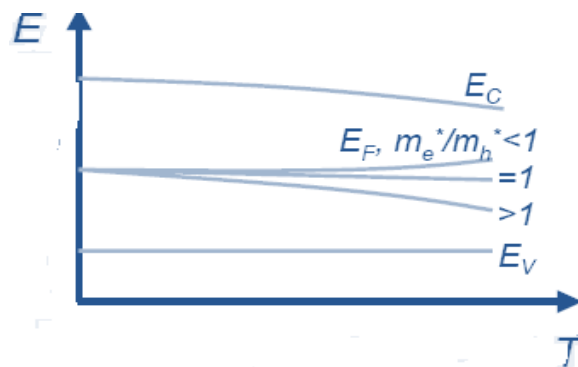
$$n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = (4,7 \times 10^{17})(7,0 \times 10^{18}) \left(\frac{450}{300}\right)^3 \exp\left(\frac{-1,42}{0,03879}\right) = 1,40 \times 10^{21} \text{ cm}^{-6}$$

$$n_i = 3,74 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

το n_i αυξήθηκε πάνω από 4 τάξεις μεγέθους για μία αύξηση της θερμοκρασίας των 150K



Εξάρτηση της ενδογενούς συγκέντρωσης φορέων από τη θερμοκρασία για το Si και το GaAs

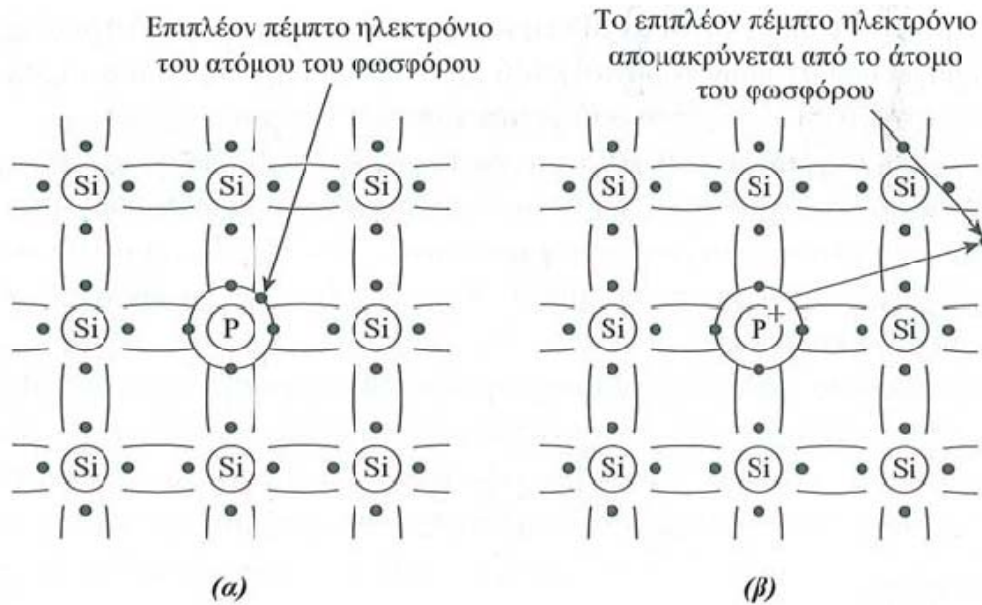


Εξάρτηση του E_g και E_F από τη θερμοκρασία σε ενδογενή ημιαγωγό

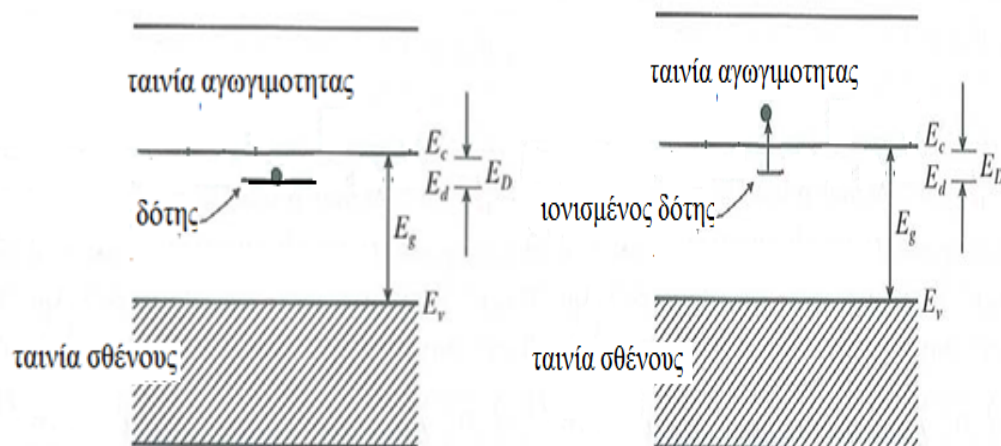
7.Εξωγενείς Ημιαγωγοί – Προσμίξεις

Ανάλογα με τον τύπο πρόσμιξης μπορούμε να έχουμε **ημιαγωγό τύπου n** με αγωγιμότητα που οφείλεται σχεδόν αποκλειστικά σε ηλεκτρόνια ή **ημιαγωγό τύπου p** με αγωγιμότητα που οφείλεται σχεδόν αποκλειστικά στις οπές.

ημιαγωγός τύπου n



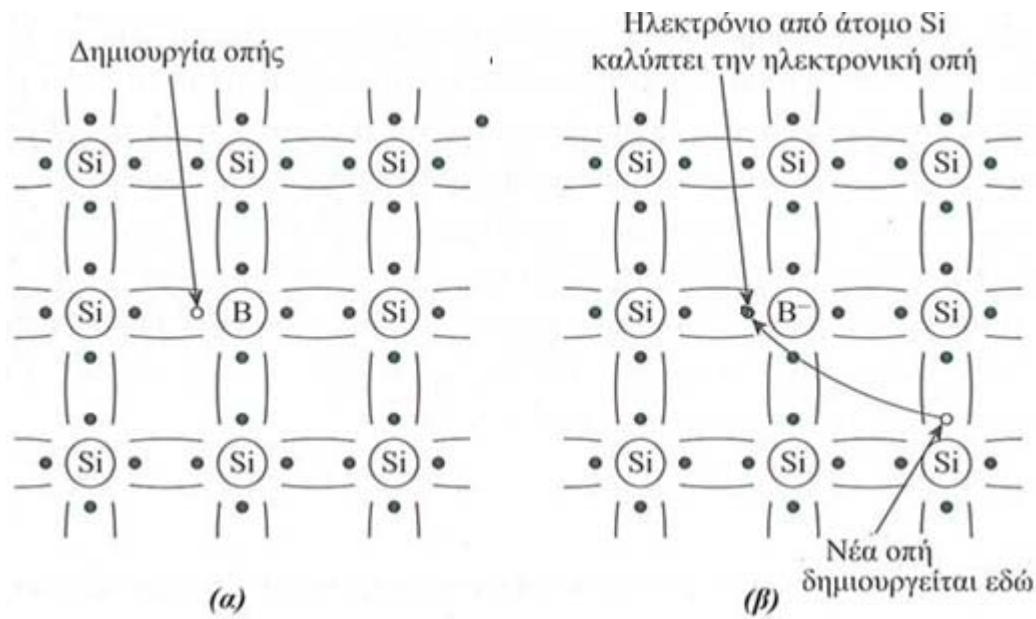
Σχηματική αναπαράσταση ενός ημιαγωγού πυριτίου (Si) τύπου-n όπου ένα άτομο Si έχει αντικατασταθεί από ένα άτομο πρόσμιξης φωσφόρου (P): α) Σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες και β) Σε σχετικά υψηλές θερμοκρασίες ($T \gg 0K$), όπου το άτομο P είναι ιονισμένο (θετικό ιόν).



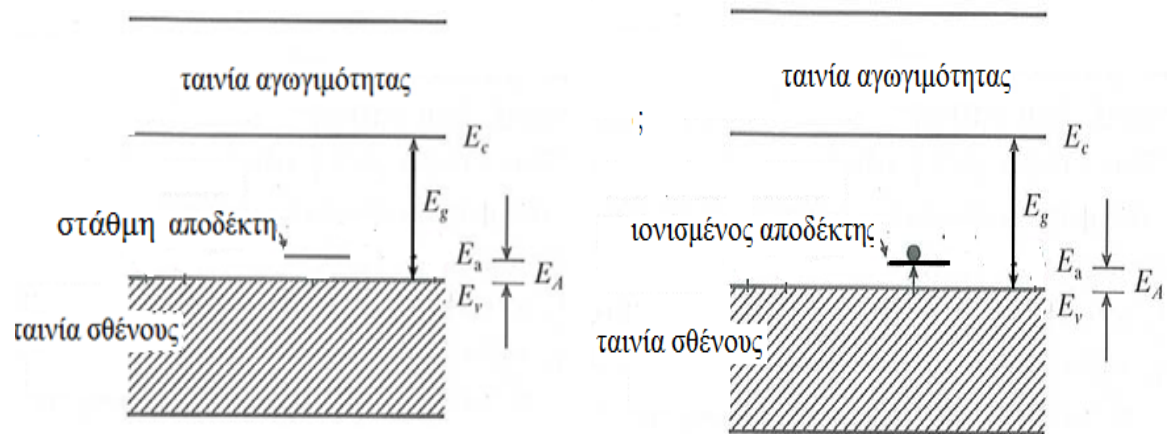
Διάγραμμα ενεργειακών ταινιών ($E_D \sim 0,045-0,05eV$)

Προσμίξεις τύπου δότη π.χ. P, As, Sb, περίσσεια ηλεκτρονίων; προσφορά αγωγίμων ηλεκτρονίων (E_g του Si=1,1eV)

ημιαγωγός τύπου p



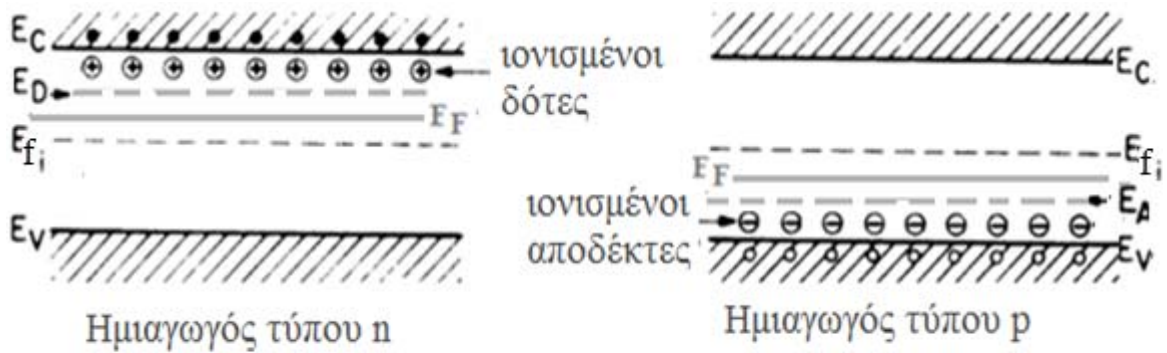
Αναπαράσταση ενός ημιαγωγού Si τύπου-p όπου ένα άτομο Si έχει αντικατασταθεί από ένα άτομο πρόσμιξης βορίου (B): α) Σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες. β) Σε σχετικά υψηλές θερμοκρασίες ($T \gg 0K$), όπου το άτομο της πρόσμιξης είναι ιονισμένο (αρνητικό ιόν).



Διάγραμμα ενεργειακών ταινιών ($E_A \sim 0,045eV$)

Προσμίξεις τύπου αποδέκτη π.χ. B, In, Ga (έλλειμμα ηλεκτρονίων)
περίσσεια οπών; προσφορά αγωγίμων οπών

Σχηματική απεικόνιση ενδοχασματικών καταστάσεων δοτών (E_D) και αποδεκτών (E_A) στα ενεργειακά διαγράμματα ημιαγωγών τύπου n και τύπου p



Ημιαγωγός τύπου n. Όταν οι δότες ιονίζονται χάνουν ένα ηλεκτρόνιο το οποίο διεγείρεται σε κάποια ενεργειακή κατάσταση της Τ.Α. Οι μη ιονισμένοι δότες είναι ουδέτεροι στην θεμελιώδη κατάσταση (δηλ. $T=0K$). Οι ιονισμένοι είναι θετικά φορτισμένοι. Οι στάθμες προσμίξεων σχεδιάζονται στα ενεργειακά διαγράμματα με παύλες, όλες σε ενέργεια E_D , και όχι με συνεχόμενη γραμμή για να υπενθυμίζεται ο εντοπισμένος χαρακτήρας των κυματοσυναρτήσεων των καταστάσεων αυτών (η διαφορά $E_c - E_D$ είναι η ενέργεια ιονισμού του δότη, η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε στο ηλεκτρόνιο αυτό για να διεγερθεί στην Τ.Α. του ημιαγωγού). Ηλεκτρόνια δεν μπορούν να κινηθούν από ένα άτομο πρόσμιξης σε άλλο χωρίς να διεγερθούν στην Τ.Α

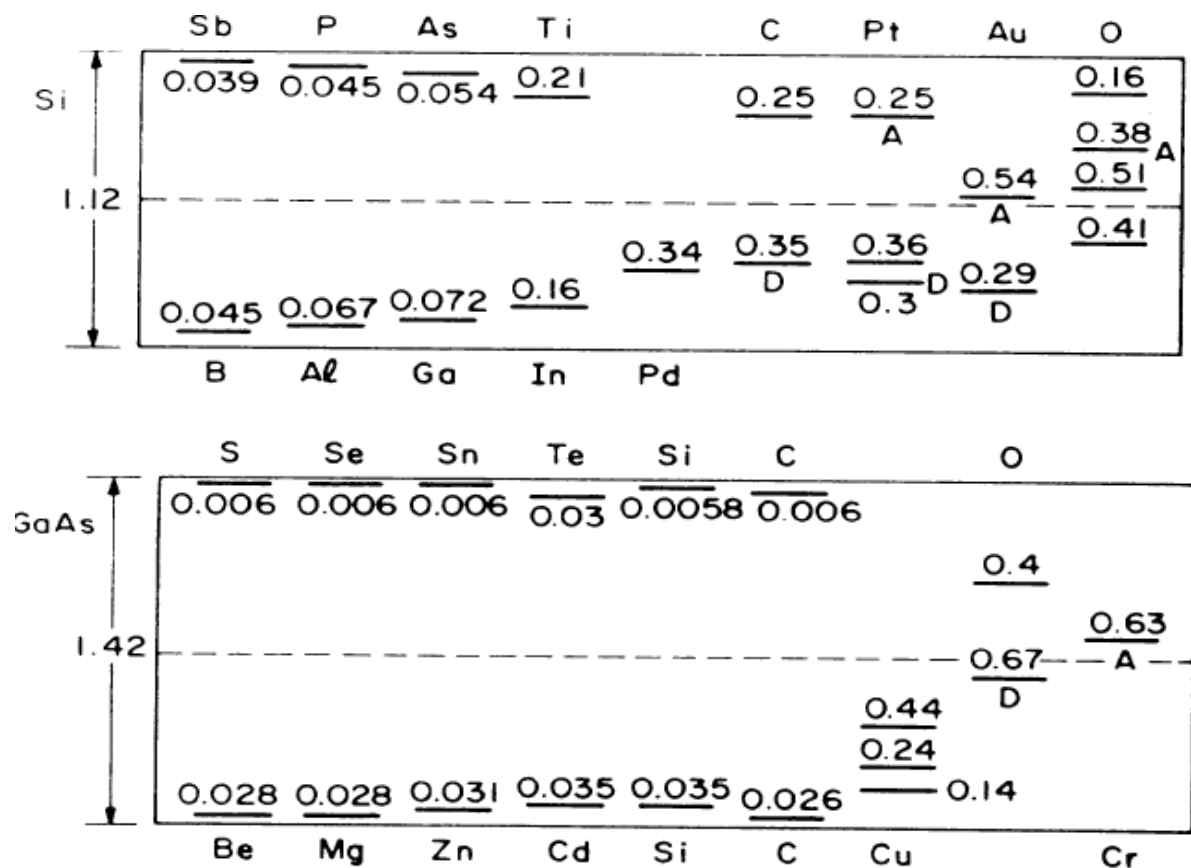
Ημιαγωγός τύπου p. Τα άτομα αποδεκτών σε ενέργεια E_A είναι ουδέτερα στην θεμελιώδη κατάσταση ($T=0K$). Φορτίζονται αρνητικά όταν κάποιο από τα ηλεκτρόνια της Τ.Σ. διεγερθεί και καταλάβει τη διαθέσιμη κατάσταση του αποδέκτη αφήνοντας μία ευκίνητη οπή στην Τ.Σ. Μπορούμε να σκεφτούμε ισοδύναμα την διέγερση αυτή σαν τη διέγερση οπής από το άτομο αποδέκτη προς την Τ.Σ. Υπενθυμίζουμε ότι το ενεργειακό διάγραμμα για τις οπές είναι ανάποδο από αυτό του σχήματος άρα πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια για να διεγείρουμε οπή από εντοπισμένη κατάσταση αποδέκτη σε ενέργεια E_A προς κάποια κατάσταση της Τ.Σ. Ο ιονισμός του αποδέκτη είναι λοιπόν η

απελευθέρωση μιας οπής που είναι λογικό, σε θετικό σωματίδιο που είναι, να αφήνει πίσω ένα αρνητικό ιόν.

Ατομικές συγκεντρώσεις προσμίξεων της τάξεως του 10^{-6} , δηλαδή ένα άτομο δότη ή αποδέκτη για ένα εκατομμύριο άτομα Si, είναι αρκετές για να αλλάξουν σημαντικά τις ηλεκτρικές ιδιότητες του ημιαγωγού. Η μέση απόσταση μεταξύ ατόμων πρόσμιξης είναι τότε της τάξης των 100 σταθερών πλέγματος.

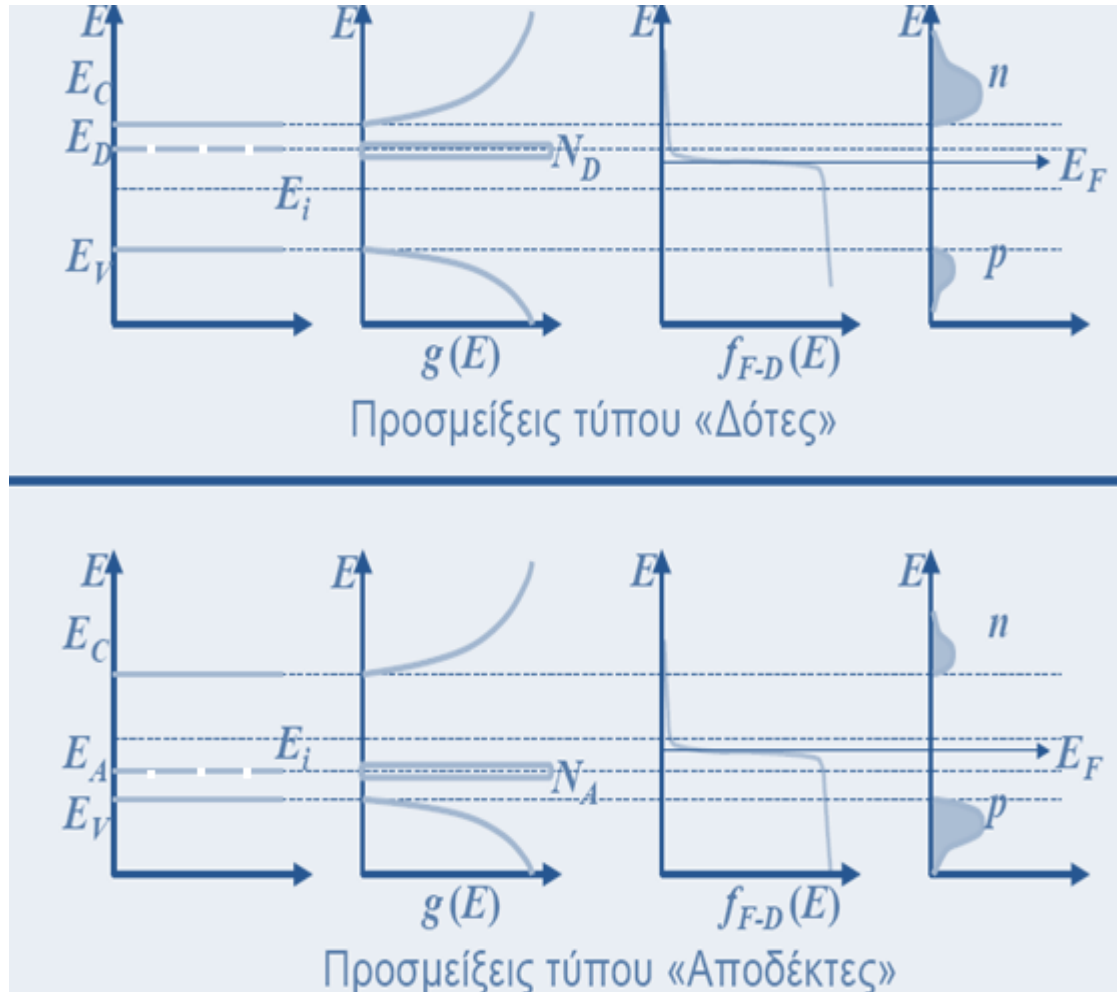
Οι φορείς πλειονότητας καθορίζουν την αγωγιμότητα του ημιαγωγού στην οποία ελάχιστα συμβάλουν οι **φορείς μειονότητας** χωρίς αυτό να σημαίνει ότι πρέπει να τους αγνοούμε πάντα.

Πραγματικές ενδοχασματικές καταστάσεις διαφόρων προσμίξεων ντοπαρίσματος σε Si και GaAs



8. Συγκέντρωση φορέων στους εξωγενείς ημιαγωγούς και Στάθμη Fermi

Η προσθήκη προσμίξεων μετατοπίζει την θέση της στάθμης Fermi πρακτικά σ' όλο το εύρος του ενεργειακού χάσματος. Αν είναι γνωστή η θέση της στάθμης E_F μπορούμε να υπολογίσουμε τις συγκεντρώσεις των φορέων και το ποσοστό κατάληψης κάθε ενεργειακής στάθμης με γνωστή ενέργεια.



Ενεργειακό διάγραμμα, πυκνότητα καταστάσεων, κατανομή Fermi και συγκέντρωση φορέων (δεξιά) για ημιαγωγό τύπου n και ημιαγωγό τύπου p σε θερμική ισορροπία.

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων και οπών στους εξωγενείς ημιαγωγούς

Εξακολουθούν να ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις

$$n_0 = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_c}{kT}\right)$$

πλην όμως η θέση της στάθμης του Fermi E_F τώρα δε δίνεται από τη σχέση που ισχύει για τον ενδογενή ημιαγωγό, αλλά η θέση της εξαρτάται από τη συγκέντρωση των προσμίξεων στον ημιαγωγό, όπως θα δούμε.

Παρόμοια για τη συγκέντρωση οπών

$$p_o = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_F}{kT}\right)$$

ενώ εξακολουθεί να ισχύει ο «νόμος δράσης των μαζών

$$n_o p_o = N_c N_v \exp(-E_g / kT) = n_i^2$$

ανεξάρτητα από την προέλευση των φορέων και από τη θέση της στάθμης E_F

Μπορούμε να πάρουμε μια άλλη έκφραση για τις εξισώσεις που δίνουν τη συγκέντρωση των ηλεκτρονίων και οπών ως εξής:

$$n_o = N_c \exp\left(\frac{-(E_C - E_{Fi}) + (E_F - E_{Fi})}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{-(E_C - E_{Fi})}{kT}\right) \exp\left(\frac{(E_F - E_{Fi})}{kT}\right)$$

Όπου E_{Fi} (ή E_i) είναι η ενδογενής στάθμη Fermi. Η ενδογενής συγκέντρωση n_i είναι:

$$n_i = N_c \exp\left(\frac{-(E_C - E_{Fi})}{kT}\right) \Rightarrow$$

$$n_o = n_i \exp\left(\frac{(E_F - E_{Fi})}{kT}\right)$$

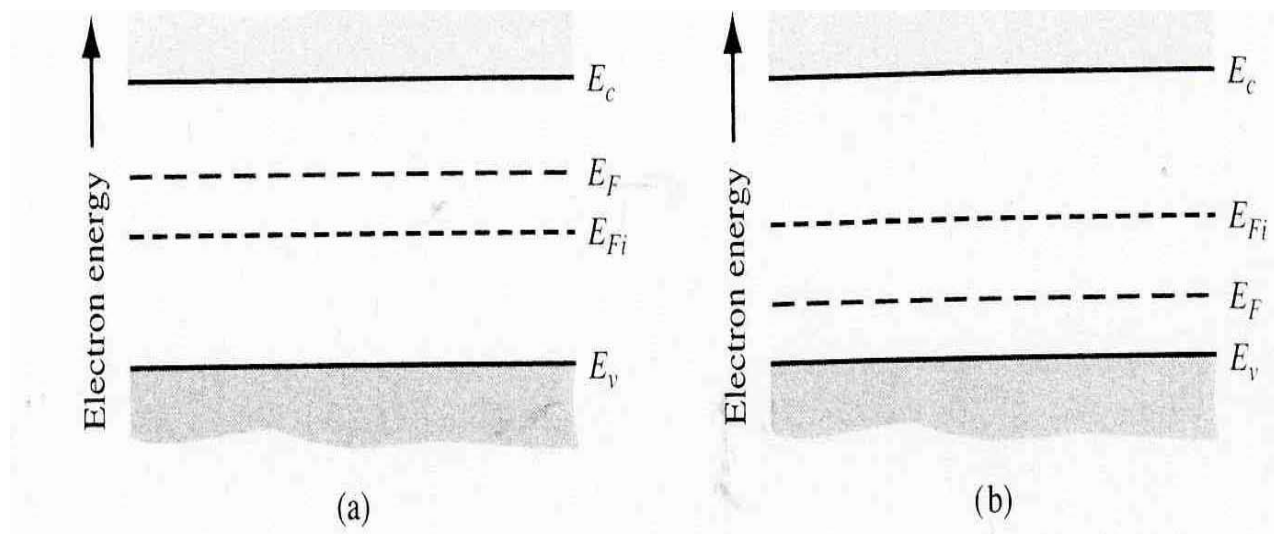
Παρόμοια για τη συγκέντρωση των οπών

$$p_o = n_i \exp\left(\frac{-(E_F - E_{Fi})}{kT}\right)$$

Η θέση της στάθμης Fermi με αναφορά την ενδογενή στάθμη Fermi για ημιαγωγό τύπου n και τύπου p:

$$E_F - E_{Fi} = kT \ln\left(\frac{n_o}{n_i}\right)$$

$$E_{Fi} - E_F = kT \ln \left(\frac{p_0}{n_i} \right)$$



Θέση της στάθμης Fermi α) σε ημιαγωγό τύπου n ($N_D > N_A$), $E_F > E_{Fi}$ και β) σε ημιαγωγό τύπου p ($N_A > N_D$), $E_F < E_{Fi}$

Υπολογισμός της συγκέντρωσης των φορέων για δεδομένη συγκέντρωση δοτών ή αποδεκτών σε ημιαγωγό

A) Ημιαγωγός τύπου n, η συγκέντρωση των δοτών είναι $N_D \gg n_i$ και $E_D \ll E_G$
 μπορούμε να παραλείψουμε τα «ενδογενή» ηλεκτρόνια (αυτά δηλαδή που διεγείρονται θερμικά από την T.Σθένους στην T. Αγωγιμότητας), οπότε έχουμε για τους φορείς πλειονότητας $n_n = N_D$.

Η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων στην ταινία αγωγιμότητας (n_n) δεν μεταβάλλεται σημαντικά με τη θερμοκρασία, έχουμε τη λεγόμενη **εξωγενή συνθήκη κορεσμού**.

Επιπλέον, υποθέτουμε ότι η θέση της στάθμης Fermi βρίσκεται αρκετά κάτω από το άκρο της ταινίας αγωγιμότητας ώστε να ισχύει η συνθήκη $(E_c - E_F) \gg kT$, αν δηλαδή η συγκέντρωση των δοτών $N_D < N_c/2$.

Η συγκέντρωση των φορέων πλειονότητας n_n προκύπτει από τη σχέση

$$n_n = N_D = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_c}{kT}\right)$$

Και η συγκέντρωση των φορέων μειονότητας p_n

$$n_n p_n = n_i^2 \Rightarrow p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

Η θέση της στάθμης E_F :

$$E_F - E_c = kT \ln(N_D / N_c) \quad \text{ή}$$

$$E_F - E_{Fi} = kT \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)$$

Στο Ge π.χ. (για $T=300\text{K}$) πρέπει να ισχύει η συνθήκη $10^{20}\text{m}^{-3} < N_D < 10^{25}\text{m}^{-3}$, γιατί όταν $N_D < 10^{20}\text{m}^{-3}$ δεν μπορούμε να παραλείψουμε τα «ενδογενή» ηλεκτρόνια.

Παράδειγμα : Υπολογισμός της συγκέντρωσης φορέων και της στάθμης Fermi για δεδομένη συγκέντρωση προσμίξεων

Θεωρείστε δισκίδιο από ημιαγωγό πυριτίου τύπου n στους 300K με $N_D=10^{16}\text{cm}^{-3}$ και $N_A=0$. Η ενδογενής συγκέντρωση φορέων είναι $n_i=1,5 \times 10^{10}\text{cm}^{-3}$.

Λύση:

$$n_n = N_D = 10^{16}\text{cm}^{-3}$$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{n_i^2}{N_D} = \frac{(1,5 \times 10^{10})^2}{10^{16}} = 2,25 \times 10^4\text{cm}^{-3}$$

$$E_F - E_{Fi} = kT \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right) = 0,0259 \ln\left(\frac{10^{16}}{1,5 \times 10^{10}}\right) = 0,347\text{eV}$$

$$\Rightarrow E_c - E_F = E_g / 2 - 0,347 = 0,553 - 0,347 = 0,206\text{eV}$$

$$\text{ή αν δίνεται το } N_c, E_F - E_c = kT \ln\left(\frac{N_D}{N_c}\right) = 0,0259 \ln\left(\frac{10^{16}}{2,8 \times 10^{19}}\right) = -0,206\text{eV}$$

B) Ημιαγωγός τύπου n, το N_D είναι της τάξης μεγέθους του n_i και ταυτόχρονα ισχύει $N_D \ll N_C$.

Η θέση της στάθμης Fermi θα είναι σαφώς απομακρυσμένη από την ακμή της ταινίας αγωγιμότητας (αν το ενεργειακό χάσμα $E_G \gg kT$), οπότε είναι εύλογο να υποθέσουμε ότι όλες οι προσμίξεις θα είναι ιονισμένες.

εξίσ. ηλεκτρικής ουδετερότητας

$$n_n - p_n = N_D$$

εξίσ. νόμου δράσης μαζών

$$n_n p_n = n_i^2$$

Από το παραπάνω σύστημα δύο εξισώσεων έχουμε:

$$n_n = \frac{N_D}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D}{2}\right)^2 + (n_i)^2} \quad \text{και} \quad p_n = \frac{n_i^2}{n_n}$$

Για $N_D > n_i$ και ταυτόχρονα $N_D < N_C$ έχουμε:

$$n_n \approx N_D + \frac{n_i^2}{N_D} \quad \text{και} \quad p_n \approx \frac{n_i^2}{N_D}$$

Παρόμοιες σχέσεις ισχύουν για τις συγκεντρώσεις των φορέων πλειονότητας p_p και μειονότητας n_p σε ημιαγωγό τύπου p.

Παράδειγμα: Υπολογισμός της συγκέντρωσης φορέων και στάθμης Fermi για δεδομένη συγκέντρωση προσμίξεων

Θεωρείστε ημιαγωγό γερμανίου τύπου n στους 300K με $N_D = 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ και $N_A = 0$. Η ενδογενής συγκέντρωση φορέων είναι $n_i = 2,4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

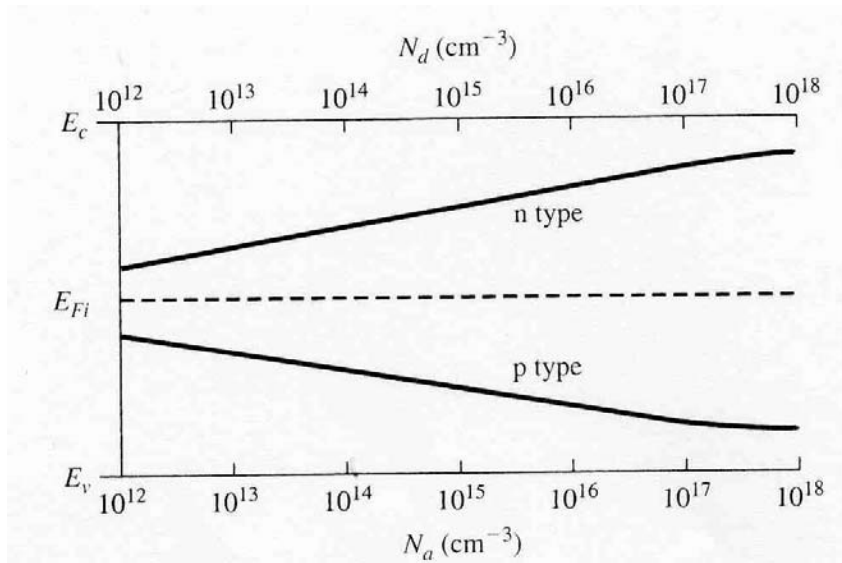
Λύση:

$$n_n = \frac{N_D}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D}{2}\right)^2 + (n_i)^2} = \frac{5 \times 10^{13}}{2} + \sqrt{\left(\frac{5 \times 10^{13}}{2}\right)^2 + (2,4 \times 10^{13})^2} = 5,97 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{(2,4 \times 10^{13})^2}{5,97 \times 10^{13}} = 9,65 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$E_F - E_{Fi} = kT \ln\left(\frac{n_n}{n_i}\right) = 0,0259 \ln\left(\frac{5,97 \times 10^{13}}{2,4 \times 10^{13}}\right) = 0,024 \text{ eV}$$

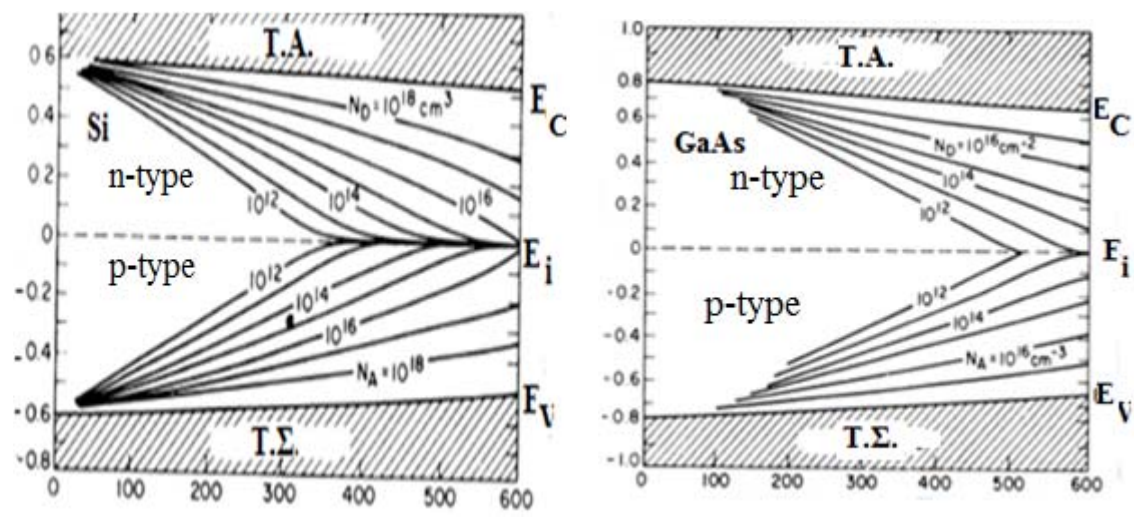
$$\Rightarrow E_c - E_F = E_g / 2 - 0,024 = 0,335 - 0,024 = 0,311 \text{ eV}$$



Μεταβολή της θέσης της στάθμης Fermi ως προς τις ακμές των ταινιών (E_C , E_V) σε συνάρτηση με τη συγκέντρωση προσμίξεων N_d σε ημιαγωγό τύπου n και N_a σε ημιαγωγό τύπου p.

Προσοχή!

- Με την προσθήκη επιπλέον προσμίξεων (π.χ. δοτών ή αποδεκτών) στον ημιαγωγό, δηλαδή με εμπλουτισμό του ντοπαρίσματος, η θέση της στάθμης **Fermi** μετακινείται προς τις ακμές των ενεργειακών ταινιών αγωγιμότητας ή σθένους (δηλ. ενισχύεται ο εξωγενής χαρακτήρας του ημιαγωγού)



Μεταβολή της θέσης της στάθμης Fermi σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία για διαφορετική συγκέντρωση προσμίξεων σε ημιαγωγό τύπου n και τύπου p

Προσοχή!

- Με την αύξηση της θερμοκρασίας η θέση της στάθμης **Fermi** μετακινείται προς το κέντρο του ενεργειακού χάσματος (δηλ. ενισχύεται ο ενδογενής χαρακτήρας του ημιαγωγού), και ταυτόχρονα μειώνεται το ενεργειακό χάσμα E_G

9. ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΠΡΟΣΜΙΞΕΩΝ

Συμβαίνει πολύ συχνά στις ημιαγωγικές διατάξεις να έχουμε παρουσία και των δύο τύπων προσμίξεων, δηλαδή δοτών και αποδεκτών. Αν η θέση της στάθμης Fermi, παρουσία και των δύο τύπων προσμίξεων, είναι η ίδια με τον ενδογενή ημιαγωγό, έχουμε **πλήρη αντιστάθμιση** και συμβαίνει όταν $N_D = N_A$. Αν έχουμε παρουσία και των δύο τύπων προσμίξεων σε διαφορετικές συγκεντρώσεις, τότε η αντιστάθμιση δεν είναι πλήρης. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τότε την **ενεργό συγκέντρωση** προσμίξεων που ορίζεται αυστηρά με σαν τη συγκέντρωση ενός μόνο τύπου που δίνει την ίδια στάθμη Fermi, στην πράξη όμως δεν διαφέρει ουσιαστικά από:

$$N_{D, ενεργός} = N_D - N_A \quad \text{άν } N_D > N_A \gg n_i \Rightarrow n_n = N_{D, ενεργός} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_{A, ενεργός} = N_A - N_D \quad \text{άν } N_A > N_D \gg n_i \Rightarrow p_p = N_{A, ενεργός} \text{ cm}^{-3}$$

Μπορούμε να υπολογίσουμε τη θέση της στάθμης Fermi για ημιαγωγό τύπου n με αναφορά την E_C (ή την E_{Fi}) αν $N_D > N_A \gg n_i$ από τις σχέσεις :

$$E_C - E_F = -kT \ln \frac{n_n}{N_C} = -kT \ln \frac{N_{D, ενεργός}}{N_C}$$

$$\text{ή } E_F - E_{Fi} = kT \ln \left(\frac{N_{D, ενεργός}}{n_i} \right)$$

ή παρόμοια τη θέση της στάθμης Fermi για ημιαγωγό τύπου p από τις σχέσεις:

$$E_F - E_V = -kT \ln \frac{p_p}{N_V} = -kT \ln \frac{N_{A, ενεργός}}{N_V}$$

$$\text{ή } E_{Fi} - E_F = kT \ln \left(\frac{N_{A, ενεργός}}{n_i} \right)$$

Παράδειγμα: Θεωρείστε ημιαγωγό πυριτίου τύπου n στους 300K με ομοιόμορφη νόθευση, ο οποίος περιέχει 10^{16} άτομα αντιμονίου ανά cm^3 , δηλαδή η συγκέντρωση των δοτών είναι $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ (η συγκέντρωση των αποδεκτών είναι $N_A = 0$). Ο ημιαγωγός αυτός νοθεύεται με 2×10^{17} άτομα βορίου ανά cm^3 (δηλαδή, η συγκέντρωση των αποδεκτών είναι $N_A = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$). Να υπολογίσετε τη θέση της στάθμης Fermi ως προς την ενδογενή στάθμη Fermi. Η ενδογενής συγκέντρωση φορέων είναι $n_i = 2,4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

Λύση

Η αρχική νόθευση αντισταθμίζεται και μέσω της αντιστάθμισης των προσμίξεων, ο ημιαγωγός μετατρέπεται από τύπου n σε τύπου p (έχει περίσσεια αποδεκτών). Η ενεργός συγκέντρωση αποδεκτών είναι :

$$N_{A, ενεργός} = N_A - N_D = 2 \times 10^{17} - 1 \times 10^{16} = 1,9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

Ισχύει ότι $N_{A, ενεργός} \gg n_i \Rightarrow p_p = 1,9 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

$$E_{Fi} - E_F = kT \ln \left(\frac{p_p}{n_i} \right) = kT \ln \left(\frac{N_{A, ενεργός}}{n_i} \right) =$$

$$(0,0259 \text{ eV}) \ln \left(\frac{1,9 \times 10^{17}}{1,5 \times 10^{10}} \right) = -0,42 \text{ eV}$$

Παράδειγμα: Υπολογισμός της συγκέντρωσης προσμίξεων σε μερικώς αντισταθμισμένο ημιαγωγό για να πάρουμε μια ορισμένη θέση της στάθμης Fermi

Ημιαγωγός πυριτίου περιέχει συγκέντρωση αποδεκτών $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Να υπολογίσετε πόση πρέπει να είναι η συγκέντρωση των δοτών που θα προσθέσουμε έτσι ώστε ο ημιαγωγός να γίνει τύπου n και η θέση της στάθμης να είναι 0,20eV κάτω από την άκρη της ταινίας αγωγιμότητας ($N_C = 2,8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $T = 300 \text{ K}$)

Λύση

$$E_C - E_F = -kT \ln\left(\frac{n_n}{N_C}\right) = -kT \ln\left(\frac{N_{D,ενεργός}}{N_C}\right) = kT \ln\left(\frac{N_C}{N_{D,ενεργός}}\right) = kT \ln\left(\frac{N_C}{N_D - N_A}\right) \Rightarrow$$

$$N_D - N_A = N_C \exp\left(\frac{-(E_C - E_F)}{kT}\right) \Rightarrow$$

$$N_D - N_A = 2,8 \times 10^{19} \exp\left[\frac{-0,20}{0,0259}\right] = 1,24 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_D = 1,24 \times 10^{16} + N_A = 1,24 \times 10^{16} + 10^{16} = 2,24 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

Υπολογισμός της συγκέντρωσης φορέων και στάθμης Fermi στην προσέγγιση του πλήρους ιονισμού σε εξωγενής ημιαγωγό τύπου n με μερικώς αντισταθμισμένες προσμίξεις, $N_D^+ \approx N_D$, $N_A^- \approx N_A$ και λαμβάνοντας τη συνεισφορά της ενδογενούς συγκέντρωσης n_i

Εξωγενής ημιαγωγός τύπου n , $N_D > N_A$, n_n φορείς πλειονότητας
 p_n φορείς μειονότητας

$$\left\{ \begin{array}{l} n_n + N_A = p_n + N_D, \text{ εξίσ. ηλεκτρ. ουδετερότητας} \\ n_n p_n = n_i^2, \text{ εξίσ. νόμου δράσης μαζών} \end{array} \right\}$$

Από το παραπάνω σύστημα δύο εξισώσεων έχουμε:

$$n_n = \frac{N_D - N_A}{2} + \left[(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2 \right]^{1/2} \text{ και } p_n = \frac{n_i^2}{n_n}$$

$$n_n = N_C \exp\left(\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \Rightarrow E_F = E_C - kT \ln \frac{N_C}{n_n}$$

Υπολογισμός συγκέντρωσης φορέων και στάθμης Fermi στην προσέγγιση του πλήρους ιονισμού σε εξωγενή ημιαγωγό τύπου p με μερικές αντισταθμισμένες προσμίξεις , $N_D^+ \approx N_D$, $N_A^- \approx N_A$ και λαμβάνοντας τη συνεισφορά της ενδογενούς συγκέντρωσης n_i

Εξωγενής ημιαγωγός τύπου p , $N_A > N_D$, p_p φορείς πλειονότητας

n_p φορείς μειονότητας

$$\left\{ \begin{array}{l} n_p + N_A = p_p + N_D, \text{ εξίσ. ηλεκτρ. ουδετερότητας} \\ n_p p_p = n_i^2, \text{ εξίσ. νόμου δράσης μαζών} \end{array} \right\}$$

Από το παραπάνω σύστημα δύο εξισώσεων έχουμε:

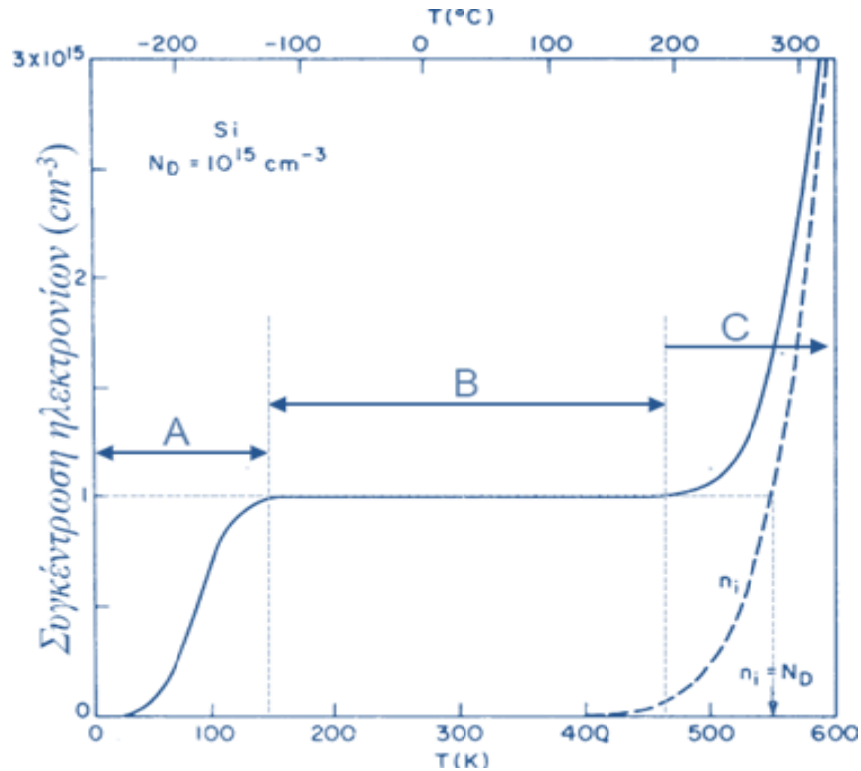
$$p_p = \frac{N_A - N_D}{2} + \left[(N_A - N_D)^2 + 4n_i^2 \right]^{1/2} \quad \text{και} \quad n_p = \frac{n_i^2}{p_p}$$

$$p_p = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right) \Rightarrow E_F = E_V + kT \ln \frac{N_v}{p_p}$$

$$\text{Στην περίπτωση: } N_A \gg N_D + 2n_i \Rightarrow p_p \approx N_A - N_D$$

$$\text{Αν: } N_D = 0 \Rightarrow p_p = \frac{N_A}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_A^2} \right) \right]^{1/2}, \quad \text{Αν: } N_A \gg n_i \Rightarrow p_p = N_A + \frac{n_i^2}{N_A}, \quad n_p = \frac{n_i^2}{N_A}$$

10. Μεταβολή της συγκέντρωσης των φορέων πλειονότητας με τη θερμοκρασία



Συγκέντρωση ηλεκτρονίων σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία σε n-τύπου ημιαγωγό

A: Περιοχή «ψύξης» σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες

Εξάρτηση από τη θερμοκρασία, μέχρι να ιονιστούν όλοι οι Δότες

Ισχύουν οι σχέσεις:

$$N_D^+ \ll N_D \text{ για n-τύπου}$$

$$|N_D^+ - N_A^-| \gg n_i$$

$$n_0 \approx (N_D^+ - N_A^-) \ll (N_D - N_A), \quad p_0 = \frac{n_i^2}{n_0}$$

B Περιοχή «εξωγενούς αγωγιμότητας» γύρω από R.T.

Ανεξάρτητη από τη θερμοκρασία λόγω ιονισμού όλων των Δοτών

Η συνεισφορά των ενδογενών φορέων είναι ασήμαντη

Ισχύουν οι σχέσεις:

$$N_D^+ \approx N_D, \quad N_A^- \approx N_A$$

$$(N_D^+ - N_A^-) \gg n_i$$

$$n_0 \approx (N_D - N_A), \quad p_0 = \frac{n_i^2}{n_0}$$

Επιθυμούμε το εύρος της περιοχής Β να είναι όσο το δυνατόν πιο μεγάλο (είναι ανάλογο του E_G)

Γ: Περιοχή «ενδογενούς αγωγιμότητας» σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες

Εξάρτηση από τη θερμοκρασία λόγω σημαντικής συνεισφοράς των ενδογενών φορέων

Έχουμε ενδογενή συμπεριφορά (και πλήρη ιονισμό των προσμίξεων)

Ισχύουν οι σχέσεις:

$$N_D^+ \approx N_D, \quad N_A^- \approx N_A$$

$$n_i \gg |N_D^+ - N_A^-|$$

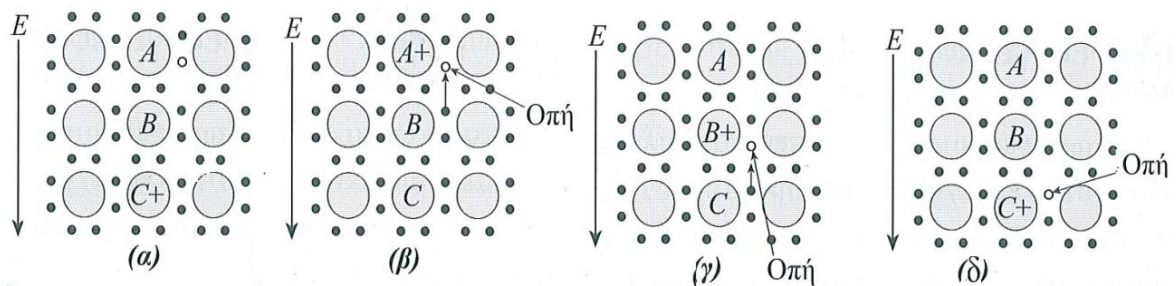
$$n_0 \approx p_0 \approx n_i$$

- Οι ηλεκτρονικές διατάξεις λειτουργούν στην περιοχή εξωγενούς αγωγιμότητας, το θερμοκρασιακό εύρος της οποίας θέλουμε να είναι μεγάλο.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Η έννοια της αγωγιμότητας με το μοντέλο των ενεργειακών ταινιών και το ατομικιστικό μοντέλο

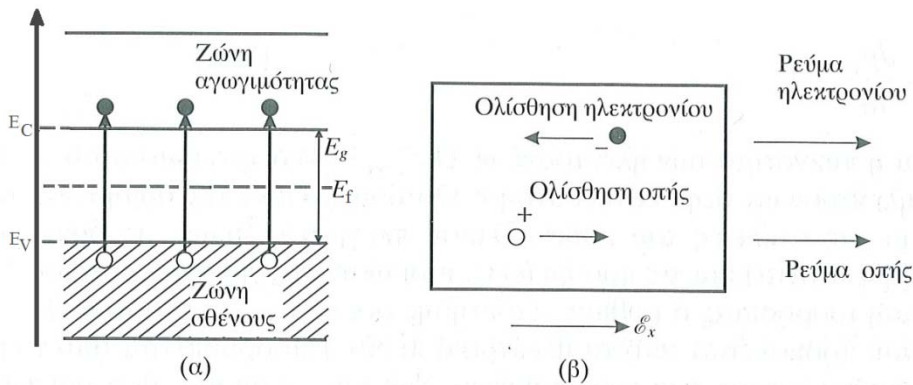
Για κάθε διεγερόμενο ηλεκτρόνιο στην ταινία αγωγιμότητας αφήνεται πίσω ένα έλλειμμα σ' έναν από τους ομοιοπολικούς δεσμούς, ή στις ενεργειακές ταινίες (ζώνες), μία μη κατειλημμένη (κενή) κατάσταση στην ταινία σθένους. Κάτω από την επίδραση ενός ηλεκτρικού πεδίου, η θέση αυτή του απουσιάζοντος ηλεκτρονίου στο εσωτερικό του κρυσταλλικού πλέγματος μπορεί να θεωρηθεί ως μετακινούμενη, λόγω της κίνησης των άλλων ηλεκτρονίων σθένους που επαναλαμβάνονται τοποθετούνται στον ασυμπλήρωτο δεσμό. Αυτή η διαδικασία διευκολύνεται με τη θεώρηση ενός απουσιάζοντος ηλεκτρονίου σθένους, ως ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο που ονομάζεται οπή. Η οπή θεωρείται ότι έχει θετικό φορτίο, ίσο απόλυτα προς το φορτίο του ηλεκτρονίου, δηλαδή $(+1,6 \times 10^{-19} \text{ C})$, και με φαινόμενη μάζα (ενεργός) m_h^* λίγο μικρότερη από τη φαινόμενη μάζα του ηλεκτρονίου m_e^* . Επομένως, με την εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου τα διεγερόμενα ηλεκτρόνια και οι οπές μετακινούνται σε αντίθετες διευθύνσεις (στο σχήμα παριστάνεται σχηματικά η κίνηση αυτή: ένα ηλεκτρόνιο από γειτονικό προς την οπή δεσμό, μετακινείται και εξουδετερώνει την οπή. Τότε όμως ενώ η οπή αυτή θα εξαφανιστεί, στη θέση που έφυγε το ηλεκτρόνιο, θα εμφανιστεί μία άλλη. Έτσι φαίνεται σαν να κινήθηκε η οπή προς αντίθετη κατεύθυνση από αυτή που κινήθηκε το ηλεκτρόνιο). Βέβαια όταν δεν υπάρχει εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο, οι κινήσεις αυτές είναι τυχαίες.



Σχηματική παράσταση της κίνησης των οπών σε ενδογενές πυρίτιο στο μοντέλο του ομοιοπολικού δεσμού : α), β), γ) , δ) μετά τη διέγερση για $T \gg 0\text{K}$, οι επακόλουθες κινήσεις της οπής ως απόκριση σε εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο (δεν παριστάνεται η κίνηση του ελεύθερου ηλεκτρονίου).

Το ενεργειακό διάγραμμα ενδογενούς ημιαγωγού σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες του απόλυτου μηδενός απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Η θερμική ενέργεια διεγείρει ηλεκτρόνια από την ταινία σθένους στην ταινία αγωγιμότητας, οπότε δημιουργούνται ελεύθερα ηλεκτρόνια στην ταινία αγωγιμότητας και ισάριθμες οπές στην ταινία σθένους. Η

ύπαρξη μιας εξωτερικής πηγής τάσης αναγκάζει τα ελεύθερα ηλεκτρόνια να κινούνται στην ταινία αγωγιμότητας σε αντίθετη διεύθυνση μ' αυτή του εξωτερικού πεδίου, και τις οπές να κινούνται στην ταινία σθένους προς τη διεύθυνση του πεδίου. Επειδή η θερμική ροή προκαλεί τη δημιουργία πολλών ζευγών ηλεκτρονίων-οπών, παρατηρούμε μόνιμη ροή ηλεκτρονίων αγωγιμότητας (στην ταινία αγωγιμότητας) και ισάριθμων οπών στην ταινία σθένους.



Δημιουργία ζευγών ηλεκτρονίων-οπών λόγω θερμικής διέγερσης των ηλεκτρονίων από την ταινία σθένους στην ταινία αγωγιμότητας (συνήθως λαμβάνεται $E_V=0$) και β) μετατόπιση ηλεκτρονίων και οπών με την εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου.

Συμπερασματικά στους ημιαγωγούς υπάρχουν δύο δρόμοι κίνησης των ηλεκτρικών φορτίων. Ο συνήθης δρόμος των ελεύθερων ηλεκτρονίων στην ταινία αγωγιμότητας και ο δεύτερος δρόμος στην ταινία σθένους που κινούνται οι οπές.

11.Γενικά για τις ιδιότητες των κρυστάλλων Si, GaAs

Οι κρύσταλλοι Si

1). Είναι τα καθαρότερα και με τις λιγότερες δομικές ατέλειες από τα κρυσταλλικά υλικά που μπορεί να κατασκευάσει ο άνθρωπος. 2). Το $E_g = 1.1\text{eV}$, είναι ικανοποιητικό για διατάξεις που λειτουργούν στην θερμοκρασία περιβάλλοντος 3). Ευκολία κατασκευής δομών κλίμακας μικρόμερου (μm) και ακόμα μικρότερες (nm). 4) Το οξείδιο του πυριτίου, SiO_2 , που αναπτύσσεται στην επιφάνειά του με οξείδωση σε υψηλή θερμοκρασία διαβρώνεται επιλεκτικά με χημική αντίδραση με οξέα, μεταξύ του Si και του

SiO₂. Για αυτούς τους λόγους το Si χρησιμοποιείται κατά κόρον (98%) στα ολοκληρωμένα κυκλώματα, ICs.

5. Το Si απορροφά το μεγαλύτερο μέρος του ηλιακού φάσματος, οπότε χρησιμοποιείται σε όλα τα φωτοβολταϊκά στοιχεία με εξαίρεση τις διαστημικές εφαρμογές

Οι κρύσταλλοι GaAs

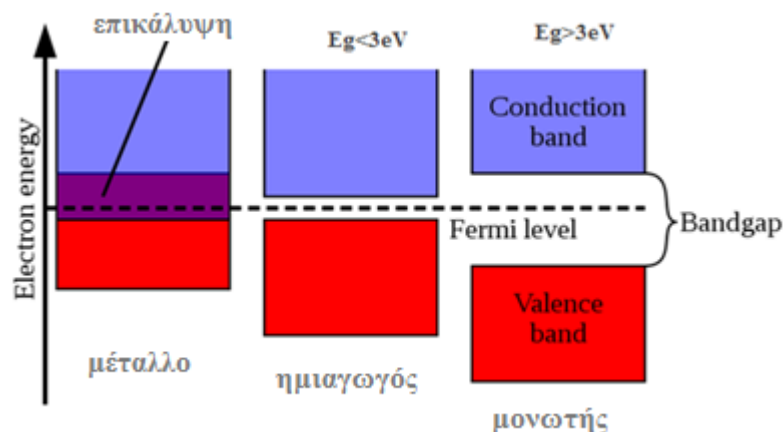
Το ιδανικό χάσμα του GaAs, 1.4eV, και η μεγάλη ευκινησία των φορέων (πολύ μεγαλύτερη του Si) το φέρνουν στην πρώτη θέση των επιλογών για φωτοβολταϊκά στοιχεία, όμως το κόστος κατασκευής είναι πολύ μεγάλο.

Λόγω του άμεσου ενεργειακού χάσματος χρησιμοποιείται στην Οπτοηλεκτρονική.

Υπενθύμιση

Δομή των ενεργειακών ταινιών στα μέταλλα, ημιαγωγούς και μονωτές

Απλοϊκή παράσταση: Δομή ενεργειακών ταινιών και θέση στάθμης Fermi για τις τρεις κατηγορίες υλικών



Στα μέταλλα η στάθμη Fermi βρίσκεται μέσα στην ταινία σθένους που επικαλύπτεται με την ταινία αγωγιμότητας, δηλαδή τα ηλεκτρόνια σθένους είναι και ηλεκτρόνια αγωγιμότητας. Στους ημιαγωγούς και μονωτές η στάθμη Fermi

Δ. ΓΚΙΡΓΚΙΝΟΥΔΗ

βρίσκεται μέσα στο ενεργειακό χάσμα E_G , διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το μέγεθος του E_G

Βιβλιογραφία

1. D. Neamen, Semiconductor physics and devices
2. S.O.Kasap, Αρχές ηλεκτρονικών υλικών και διατάξεων, Δεύτερη έκδοση, Παπασωτηρίου.

Εξετάσεις: Καλή κατανόηση

Ενεργειακό χάσμα (άμεσο και έμμεσο), οπτικές διατακτικές μεταβάσεις

Υπολογιστικά προβλήματα σχετικά με τη συγκέντρωση των φορέων και τη θέση της στάθμης παρόμοια με τα παραδείγματα