

ΕΜΒΙΟΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

ΑΣΚΗΣΗ 2011

Βήμα 2ο

ΘΕΩΡΙΑ

Το φάσμα ισχύος μιας διακριτής χρονοσειράς x_t , δίνεται από τον τύπο

$$f_{xx}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \gamma_{xx}(k) e^{-i\lambda k} \quad (1)$$

Το φάσμα ισχύος υπάρχει αν $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\gamma_{xx}(k)| < +\infty$.

Επειδή η $\gamma_{xx}(k)$ είναι μια άρτια συνάρτηση, η σχέση (1) μπορεί να γραφτεί στην εξής μορφή,

$$f_{xx}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \left[\gamma(0) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} \gamma_{xx}(k) \cos(\lambda k) \right]$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Για περισσότερες λεπτομέρειες βλ. ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ

- **Υπολογίστε** το φάσμα ισχύος και για τα δύο σύνολα δεδομένων.
- **Κατασκευάστε** τις γραφικές παραστάσεις των δύο φασμάτων ισχύος για $\lambda \in [0, \pi]$.

Βήμα 3ο

ΘΕΩΡΙΑ

Έστω x_t , $t=0,1,\dots,T-1$ οι παρατηρήσεις μιας διακριτής χρονοσειράς. Ένας εκτιμητής του φάσματος ισχύος $f_{xx}(\lambda)$, είναι το περιοδόγραμμα $I_{xx}^{(T)}(\lambda_j)$

$$I_{xx}^{(T)}(\lambda_j) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=0}^{T-1} x_t e^{-i\lambda_j t} \right|^2, \text{ όπου } \lambda_j = \frac{2\pi \cdot j}{T} \text{ και } j=1,2,\dots,T-1$$

-
- **Υπολογίστε** το περιοδόγραμμα $I_{XX}^{(T)}(\lambda_j)$ και για τα δύο σύνολα δεδομένων.

Βήμα 4ο

ΘΕΩΡΙΑ

Το περιοδόγραμμα $I_{XX}^{(T)}(\lambda_j)$ δεν είναι συνεπής εκτιμητής του φάσματος ισχύος $f_{XX}(\lambda)$. Ένας ασυμπτωτικά συνεπής εκτιμητής δίνεται μέσω του τύπου

$$f_{XX}^{(LR)}(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{j=0}^{L-1} I_{XX}^{(R)}(\lambda, j)$$

- **Υπολογίστε** τον εκτιμητή του φάσματος ισχύος και για τα δύο σύνολα δεδομένων.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Διαδικασία Υπολογισμού του Εκτιμητή Φάσματος

Έστω N το σύνολο των δεδομένων. Χωρίζουμε το N σε L τμήματα μεγέθους R ($N=LR$). Υπολογίζουμε το περιοδόγραμμα για κάθε L διάστημα $I_{XX}^{(R)}(\lambda, j)$. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το φάσμα ισχύος με βάση τη σχέση:

$$f_{XX}^{(LR)}(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{j=0}^{L-1} I_{XX}^{(R)}(\lambda, j)$$

Για τυχόν απορίες επικοινωνήστε με e-mail: ispanou@ee.duth.gr (Σπανού Ειρήνη)