ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

Σχεδιασμός Μικροκυματικών Φίλτρων

Σελίδα

1. Μικροκυματικά Φίλτρα – Περιοδικές Δομές (Εισαγωγή) 8-1
2. Ανάλυση Περιοδικών Δομών 8-2
   - Καθορισμός ζώνης διέλευσης 8-3
   - Ζώνη διέλευσης-αποκοπής περιοδικής δομής 8-4
3. Τερματιζόμενες περιοδικές διατάξεις 8-5
4. Σχεδιασμός φίλτρων με τη μέθοδο "Απώλειας Εισαγωγής" 8-8
   - Φίλτρα μέγιστης επιπεδότητας – Διωνυμικά ή Butterworth 8-9
   - Φίλτρα ίσης κυμάτωσης ή Chebyshev 8-9
   - Φίλτρο ελλειπτικής συνάρτησης 8-11
   - Φίλτρο γραμμικής φάσης 8-12
   - Χαρακτηριστικά φίλτρων Butterworth και Chebyshev 8-13
5. Πρωτότυπα κυκλώματα χαμηλοπερατών φίλτρων 8-15
   - Προσδιορισμός παραμέτρων g_i και της τάξης χαμηλοπερατού φίλτρου Butterworth 8-17
   - Προσδιορισμός παραμέτρων g_i και της τάξης χαμηλοπερατού φίλτρου Chebyshev 8-18
6. Μετασχηματισμοί Φίλτρων 8-22
   - Πρωτότυπο χαμηλοπερατό → Χαμηλοπερατό 8-22
   - Πρωτότυπο χαμηλοπερατό → Υψηπερατό 8-22
   - Πρωτότυπο χαμηλοπερατό → Ζωνοπερατό 8-23
   - Πρωτότυπο χαμηλοπερατό → Αποκοπής-Ζώνης 8-24

ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ - ΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΔΟΜΕΣ

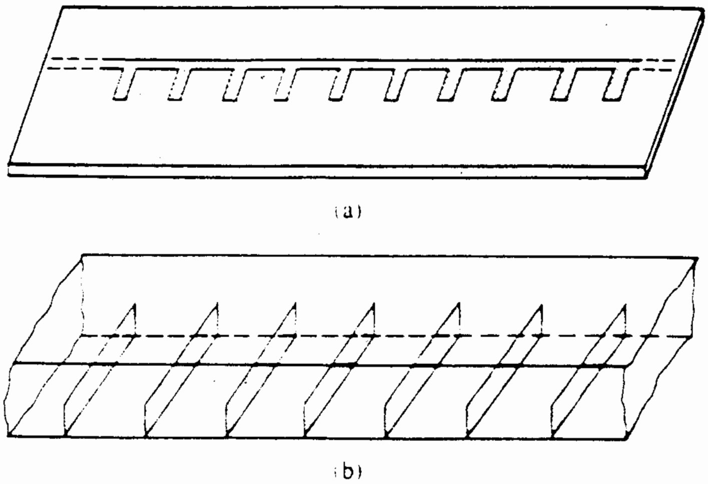


FIGURE 9.1 Examples of periodic structures. (a) Periodic stubs on a microstrip line. (b) Periodic diaphragms in a waveguide.

Pozar, σελ. 422

> Περιοδικές Δομές: Αποτελούνται από γραμμές μεταφοράς ή κυματοδηγούς περιοδικά "φορτωμένους" με αντιδρώντα (επαγωγικά - χωρητικά) στοιχεία: Stub, διαφράγματα με ίριδες, στυλίσκους, ασυνέχειες

- Υποστηρίζουν διάδοση αργού κύματος ($v_p < c/\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$)
- Έχουν χαρακτηριστικά ζωνοδιαβατού ή ζωνοαπερατού φίλτρου.
- Εφαρμογές σε κεραίες, μετατοπιστές φάσης, masers, λυχνίες TWT.

> Ισοδύναμο κύκλωμα περιοδικά φορτωμένης γραμμής μεταφοράς

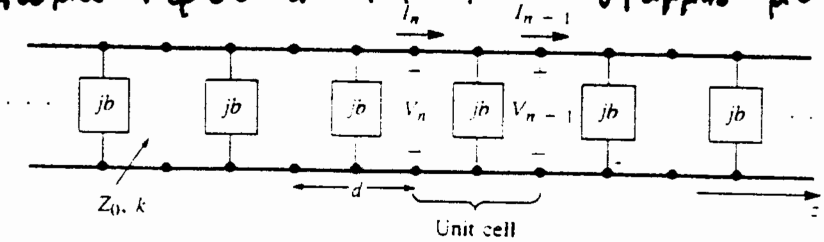


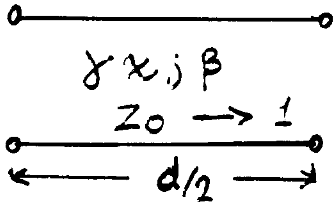
FIGURE 9.2 Equivalent circuit of a periodically loaded transmission line. The unloaded line has characteristic impedance Z_0 and propagation constant k.

- Κάθε μοναδιαία κυψελίδα (unit cell) αποτελείται από ένα τμήμα γραμμής μεταφοράς και ένα συγκεντρωμένο αντιδρών στοιχείο (jb) που αντιπροσωπεύει την ασυνέχεια.
- Κανονικοποίηση: Τα συγκεντρωμένα στοιχεία κανονικοποιούνται ως προς τη Z_0 της γραμμής: $b = \frac{B}{Y_0} = B \cdot Z_0$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΡΙΟΔΙΚΩΝ ΔΟΜΩΝ

> Τμήμα γραμμής μεταφοράς

(Pozar, σελ. 424)



- Παραλείποντας τις απώλειες $\alpha <<$
  $\alpha \to 0 \to \gamma = \alpha + j\beta \approx j\beta$
- Παράμετροι διάδοσης – Κανονικοποιημένες

Pozar, σελ. 208

$A = D = \cos(\beta \ell)$

$C = jY_0 \sin(\beta \ell)$, $B = jZ_0 \sin(\beta \ell)$

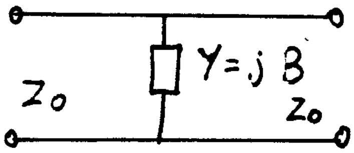
$\ell = d/2$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{γραμμής } d/2} = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & j\sin(\theta/2) \\ j\sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{bmatrix}$$

Κανονικοποίηση $Z_0 \to 1$ ή $Y_0 \to 1$

Ηλεκτρικό μήκος $\theta = \beta \ell = \beta d$

> Παράλληλη Αντίδραση

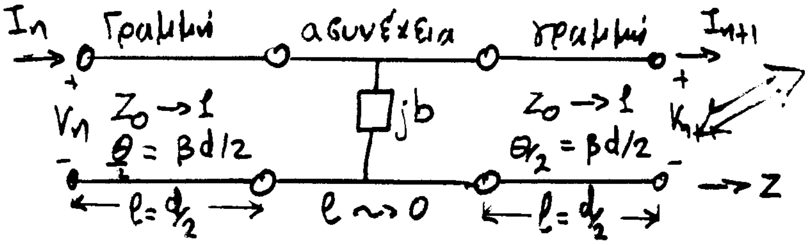


Pozar, σελ. 208: Παράμετροι διάδοσης: $A = 1$, $B = 0$, $C = Y$, $D = 1$

Κανονικοποίηση: $Y \to \frac{Y}{Y_0} = Y \cdot Z_0$ ή $jb = jB \cdot Z_0$

Κανονικοποιημένες Παράμετροι διάδοσης: $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{\text{ασυνέχειας}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jb & 1 \end{bmatrix}$

> Μοναδιαία Κυψελίδα της Περιοδικής δομής:



Γραμμή μήκους $\ell = d$ με ασυνέχεια στο μέσον της.

$$\begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & j\sin(\theta/2) \\ j\sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ jb & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & j\sin(\theta/2) \\ j\sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \left(\cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta\right) & j\left(\sin\theta + \frac{b}{2}\cos\theta - \frac{b}{2}\right) \\ j\left(\sin\theta + \frac{b}{2}\cos\theta + \frac{b}{2}\right) & \left(\cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta\right) \end{bmatrix}$$

Η Κυψελίδα διατηρεί την ιδιότητα $AD - BC = 1$ των αντίστροφων δικτύων.

> Ζώνη διέλευσης → Διάδοση χωρίς ανακλάσεις

- Διαδιδόμενο στη διεύθυνση $-z$: $V(z) = V(0)e^{-\gamma z}$, $I(z) = I(0)e^{-\gamma z}$
- Απουσία ανακλωμένα: $V_{n+1} = V_n e^{-\gamma d} \cong V_n e^{-j\beta z}$

  $I_{n+1} = I_n e^{-\gamma d} \approx I_n e^{-j\beta z}$

> Καθορισμός της Ζώνης Διέλευσης

- Στη ζώνη διέλευσης θα έχουμε μόνο διαδιδόμενο κύμα (αμελητέο ανακλώμενο), ενώ έξω από αυτή ένα μέρος του σήματος ανακλάται.
  - Αυτή η συνθήκη καθορίζει και τη ζώνη διέλευσης (και Αποκοπής)

> Διάδοση από την είσοδο → έξοδο της κυψελίδας:

$$V_{n+1} = V_n e^{-\gamma d} \qquad \Rightarrow \qquad V_n = V_{n+1} e^{+\gamma d}$$
$$I_{n+1} = I_n e^{-\gamma d} \qquad \qquad I_n = I_{n+1} e^{+\gamma d}$$

$\gamma = a_\pi + j\beta_\pi$ = σταθερά διάδοσης περιοδικής δομής

- Αλλά, από τις κανονικοποιημένες παραμέτρους ABCD:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{n+1} e^{\gamma d} \\ I_{n+1} e^{\gamma d} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} A - e^{\gamma d} & B \\ C & D - e^{\gamma d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = 0 \quad (a)$$

- Μη-μηδενική λύση προκύπτει όταν μηδενίζεται η ορίζουσα:

$$\Rightarrow AD + e^{2\gamma d} - (A+D)e^{\gamma d} - BC = 0$$

- Επειδή όμως η κυψελίδα είναι αντίστροφο δίθυρο:

$$AD - BC = 1 \Rightarrow 1 + e^{2\gamma d} - (A+D)e^{\gamma d} = 0 \quad \xrightarrow{\text{πολ/σμος } e^{-\gamma d}}$$

$$\times e^{-\gamma d} \Rightarrow e^{-\gamma d} + e^{\gamma d} = A + D \Rightarrow \boxed{\cosh(\gamma d) = \frac{A+D}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\cosh(\gamma d) = \cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta} \quad \text{όπου} \quad \theta = \beta d = 2\pi \frac{d}{\lambda_g}$$

$\gamma = a_\pi + j\beta_\pi$ = σταθερά διάδοσης της περιοδικής δομής και είναι διαφορετική από αυτή της κάθε γραμμής.

ΖΩΝΗ ΔΙΕΛΕΥΣΗΣ: $a_\pi = 0$, $\gamma = j\beta_\pi$

$$\cosh(\gamma d)\Big|_{a_\pi = 0} = \cos(\beta_\pi d) \rightarrow \text{Συνθήκη: } \boxed{\cos(\beta_\pi d) = \cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta}$$

ΖΩΝΗ ΑΠΟΚΟΠΗΣ: $a_\pi \neq 0$, $\beta_\pi d = 0, \pi \rightarrow \gamma \approx a_\pi$

Συνθήκη: $\cosh(a_\pi d) = \left|\cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta\right| \geq 1$ } Επίλυση των μέτρων.

Επειδή θεωρούμε γραμμές με αμελητέες απώλειες, η ισχύς του σήματος δεν καταναλίσκεται στη γραμμή, αλλά ανακλάται προς την είσοδο.

Ζώνη Διέλευσης - Αποκοπής περιοδικής δομής.

$$\cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta = \cosh(\gamma d) = \cosh(a_\pi d)\cos(\beta_\pi d) + j\sinh(a_\pi d)\sin(\beta_\pi d)$$

$$\gamma = a_\pi + j\beta_\pi$$

Ζώνη διέλευσης: $a_\pi = 0 \to$ Διάδοση χωρίς ανακλώμενο

Ζώνη Αποκοπής: $\beta_\pi = 0$ $\quad \beta_\pi d = \pi$: Ισχυρό ανακλώμενο $a_\pi \neq 0$

$\to$ περίπτωση : $\beta_\pi \cdot d = \pi \leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda_\pi} d = \pi \Leftrightarrow d = \frac{\lambda_\pi}{2}$

$d = \lambda_\pi/2$: απόσταση ασυνεχειών $= \lambda_\pi/2$.

$\beta_\pi = 0 \to$ μετάδοση · επανάληψη προς $+z$ } Παρουσιάζουν ίδια
$\beta_\pi d = \pi \to$ -"- -" προς $-z$ } σύνθετη αντίσταση εισόδου.

Bloch - Κύματα: $\propto e^{\gamma z} = e^{-a_\pi z} e^{-j\beta_\pi z}$

$\to$ • Τα διαδιδόμενα στην περιοδική δομή. -

• Παρουσιάζουν ομοιότητες με τα "Ελαστικά" κύματα των κρυσταλλικών δομών

• Τα αντίστοιχα ρεύματα και τάσεις (V_n, I_n) ορίζονται μόνο στους κόμβους της δομής και όχι στο εσωτερικό των κυψελίδων.

$\to$ Συμφωνούν με τις μετρήσεις μόνο στους κόμβους.

> Χαρακτηριστική Αντίσταση κυμάτων Bloch (Z_B).

$$Z_B = Z_0 \frac{V_{n+1}}{I_{n+1}} = \pm \frac{BZ_0}{\sqrt{A^2-1}}$$

Το (-) οφείλεται στον ορισμό του I_n σαν θετικού

<u>Απόδειξη</u>:

Περιλαμβάνεται επειδή τα V_{n+1}, I_{n+1} είναι κανονικοποιημένες ποσότητες

(α)- εξίσωση:

$$\begin{cases} (A - e^{\gamma d}) \cdot V_{n+1} + B \cdot I_{n+1} = 0 \\ C \cdot V_{n+1} + (D - e^{\gamma d}) \cdot I_{n+1} = 0 \end{cases} \Bigg\} Z_B = Z_0 \cdot \left(\frac{-B}{A - e^{\gamma d}} \right)$$

$$\to 1 + e^{2\gamma d} - (A+D) \cdot e^{\gamma d} = 0, \quad x = e^{\gamma d} \quad \Big\} \to x^2 - (A+D) \cdot x + 1 = 0$$

$$x = e^{\gamma d} = \frac{1}{2} \left\{ (A+D) \pm \sqrt{(A+D)^2 - 4} \right\}$$

• Συμμετρικές κυψελίδες $\leftrightarrow A = D \to e^{\gamma d} = A \pm \sqrt{A^2-1}$

$\to A - e^{\gamma d} = \cancel{A} - \cancel{A} \mp \sqrt{A^2-1} = \mp \sqrt{A^2-1}$

$$\Rightarrow \boxed{Z_B^{\pm} = \pm B \cdot Z_0 / \sqrt{A^2-1}}$$

(+) $\to$ Διάδοση προς $+z$

(-) $\to$ -"- προς $-z$

Ζώνες Αποκοπής και Διέλευσης Συμμετρικές Κυψελίδες.

- Συμμετρική κυψελίδα: $A = D = \cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta$ και $B = j\left(\sin\theta + \frac{b}{2}\cos\theta - \frac{b}{2}\right)$
- Ζώνη διέλευσης: $\alpha_\pi = 0$, $\beta_\pi \neq 0$

  ↳ Όρια ~~εύρας~~ ζώνης: $\cos(\beta_\pi d) = A \leq 1$

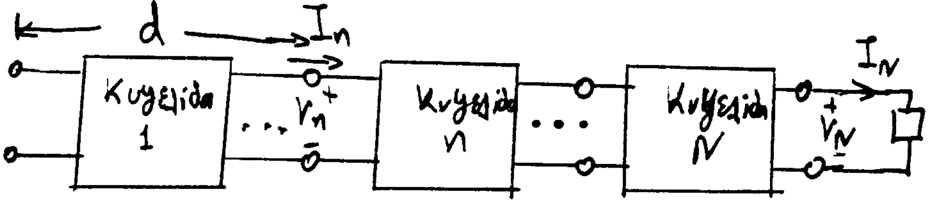
  Αντίσταση Bloch: $Z_B^{\pm} = \dfrac{\pm B Z_0}{\sqrt{A^2-1}} = \text{Real} \longleftrightarrow \left.\dfrac{\pm Z_0 j(\cdot\,\cdot)}{j\sqrt{1-A^2}}\right|_{A<1}$
- Ζώνη Αποκοπής: $\alpha_\pi \neq 0$, $\beta_\pi = 0$

  ↳ Όρια εύρους ζώνης: $\cosh(\alpha_\pi d) = A \geq 1$

  Αντίσταση Bloch: $Z_B^{\pm} = \dfrac{\pm B Z_0}{\sqrt{A^2-1}} = \text{Imaginary}$

→ Οι ιδιότητες της Z_B είναι παρόμοιες μ' αυτές της χαρακτηριστικής αντίστασης στους κυματοδηγούς, για τη ζώνη αποκοπής και διάδοσης.

ΤΕΡΜΑΤΙΖΟΜΕΝΕΣ ΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ



- Όταν η περιοδική δομή τερματίζει σε μη προσαρμοσμένο φορτίο $Z_L \neq Z_B$, τότε δημιουργείται και ανακλώμενο κύμα.
- Η τάση και το ρεύμα στα κομβικά σημεία $z = d, 2d, \dots, Nd$

$$V_n = V_0^+ e^{-j\beta_\pi \cdot (nd)} + V_0^- e^{+j\beta_\pi \cdot (nd)} = V_n^+ + V_n^-$$

$$I_n = I_0^+ e^{-j\beta_\pi \cdot (nd)} + I_0^- e^{+j\beta_\pi \cdot (nd)} = \frac{V_0^+}{Z_B^+} e^{-j\beta_\pi \cdot nd} + \frac{V_0^-}{Z_B^-} e^{+j\beta_\pi \cdot nd}$$

$$\left.\begin{aligned} V_n^+ &= V_0^+ e^{-j\beta_\pi \cdot nd} \\ V_n^- &= V_0^- e^{+j\beta_\pi \cdot nd} \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} V_n &= V_n^+ + V_n^- \\ I_n &= \frac{V_n^+}{Z_B^+} + \frac{V_n^-}{Z_B^-} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\text{Φορτίο:} \\ &V_N = V_N^+ + V_N^- = Z_L I_N = Z_L\left\{\frac{V_N^+}{Z_B^+} + \frac{V_N^-}{Z_B^-}\right\} \end{aligned}$$

- Συντελεστής ανάκλασης φορτίου: $\Gamma_L = \dfrac{V_N^-}{V_N^+} = -\dfrac{Z_L/Z_B^+ - 1}{Z_L/Z_B^- - 1} = \dfrac{Z_L - Z_B}{Z_L + Z_B}$

  ⟹ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ $\Longleftrightarrow Z_L = Z_B$
- Συμμετρικά δίκτυα $A = D \Rightarrow Z_B^+ = -Z_B^- = \dfrac{BZ_0}{\sqrt{A^2-1}} = Z_B$

Ζωνες Αποκοπής και Διέλευσης Κυματοδηγοί.

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \leftrightarrow k = \sqrt{\beta^2 + k_c^2}$$

Ταχύτητα Φάσης

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = c\,\frac{k_0}{\beta}$$

Ταχύτητα Ομάδας

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = c\,\frac{dk_0}{d\beta}$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}\,, \quad k_0 = \omega/c$$

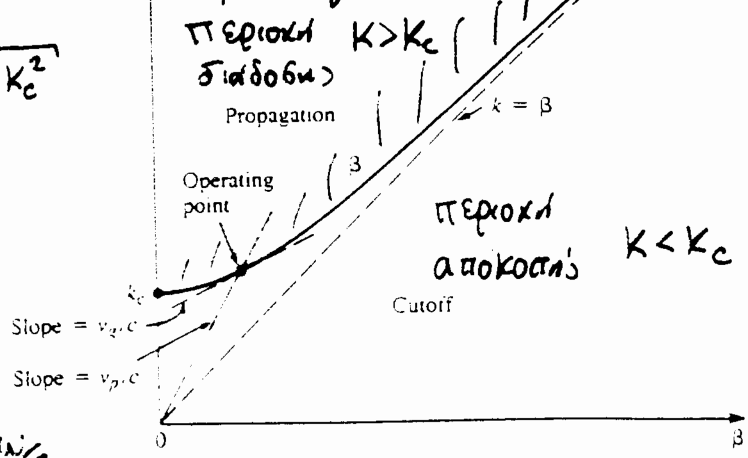


FIGURE 9.4 k-β diagram for a waveguide mode.

Γραμμή Μεταφοράς Περιοδικά φορτωμένη με χωρητικότητα. (π.χ. ανοιχτοκ. stub)

$$B = j\omega C_0 \longrightarrow \frac{b}{2} = \frac{B\cdot Z_0}{2} = \frac{\omega C_0\cdot Z_0}{2} = \frac{C_0\cdot Z_0}{2}\cdot c\,k_0 \qquad k_0 = \frac{\omega}{c} \rightarrow \omega = c\cdot k_0$$

- Ρυθμός TEM
- Διηλεκτρικό = αέρας → $\varepsilon_r = 1$ } → $\theta = \beta d = k_0 d$

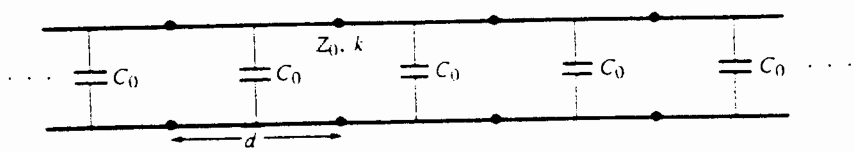


FIGURE 9.5 A capacitively loaded line.

$$\cos(\beta_\pi d) = \cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta$$

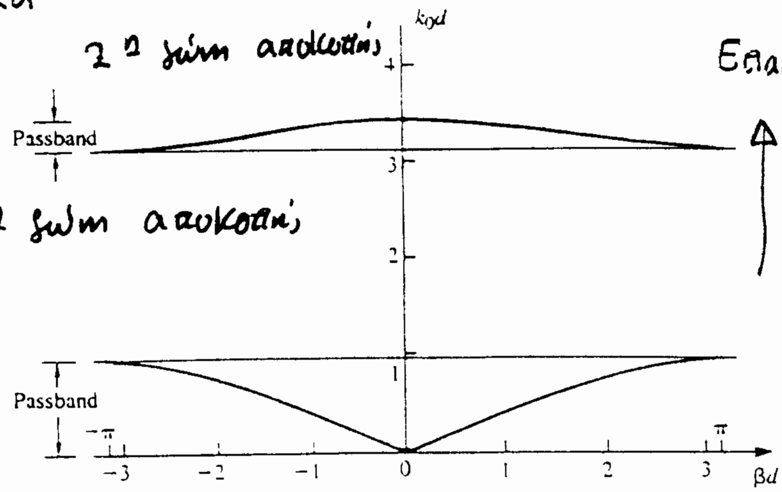
$$\cos(\beta_\pi d) = \cos(k_0 d) - \left(\frac{C_0\cdot Z_0\cdot c}{2d}\right)k_0 d\cdot \sin(k_0 d)$$

Περιοχή Διάδοσης ή χαρακτηριστική διασποράς } → $\boxed{\cos(\beta_\pi d) = \cos(k_0 d) - 2k_0 d\,\sin(k_0 d)}$

Έστω $f = 3GHz$ → $\frac{C_0 Z_0\cdot c}{2d} = 2.0$ → για το συγκεκριμένο παράδειγμα.
$d = 1cm$, $Z_0 = 50\Omega$

2η ζώνη διέλευσης
$\pi \le k_0 d \le ..$

1η ζώνη διέλευσης
$0 \le k_0 d \le 0.96$



Επαναλαμβανόμενες ζώνες Διέλευσης-Αποκοπής

FIGURE 9.6 k-β diagram for Example 9.1.

π.χ. $f = 3GHz \rightarrow k_0 d = 0.6283\ rad = 36^\circ \longrightarrow \beta_\pi d = 1.5 \rightarrow \beta_\pi = 150\ rad/m$

$d = 1cm = 0.01m \qquad v_p = c\,\frac{k_0}{\beta_\pi} = 0.42c < c$ ← slow wave

$\frac{b}{2} = 1.256$, $\theta = k_0 d = 36^\circ$, $A = \cos\theta - \frac{b}{2}\sin\theta = 0.0707$, $B = j0.3479$, $Z_B = 17.4\ \Omega$

Ένα μικροκυματικό φίλτρο είναι ένα δίθυρο κύκλωμα που χρησιμοποιείται για να ελέγχει την απόκριση συχνότητας σε ένα μικροκυματικό σύστημα.

Εφαρμογές: σε κάθε τύπο μικροκυματικής ζεύξης, στα συστήματα ραντάρ και σε διατάξεις μικροκυματικών μετρήσεων.

Στη μέθοδο των εικονικών παραμέτρων τα φίλτρα αποτελούνται από απλούστερα διαδοχικά συζευγμένα δίθυρα φίλτρα. Δεν μπορούν να βελτιστοποιηθούν.

Η μέθοδος της απώλειας εισαγωγής χρησιμοποιεί τεχνικές σύνθεσης για τον σχεδιασμό φίλτρων καθορισμένης απόκρισης συχνότητας.

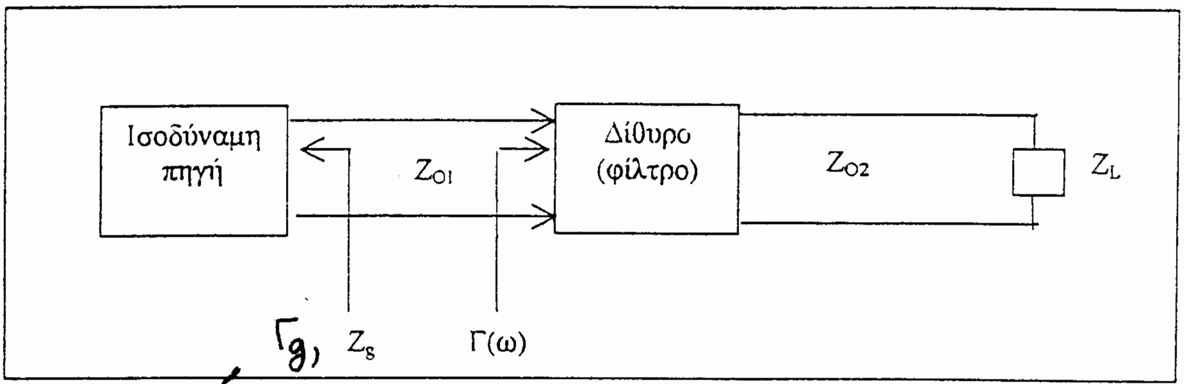
Σχεδιασμός Φίλτρων με την μέθοδο "Απώλειας Εισαγωγής"

Απώλεια εισαγωγής.

$$P_{LR} = \frac{\text{Ισχύς διαθέσιμη από την πηγή}}{\text{Ισχύς αποδιδομένη στο φορτίο}} = \frac{P_{inc}}{P_{load}} = \frac{1}{1-\Gamma(\omega)\Gamma^{*}(\omega)} = \frac{1}{1-|\Gamma(\omega)|^{2}}$$

- Αποδεικνύεται ότι ο $|\Gamma(\omega)|$ είναι άρτια συνάρτηση του ω

$$|\Gamma(\omega)| = f(\omega^2) \longleftrightarrow |\Gamma(\omega)|^2 = \frac{M(\omega^2)}{M(\omega^2)+N(\omega^2)}$$



Μέγιστη διαθέσιμη ισχύς $\longleftrightarrow \Gamma_g = \Gamma(\omega)^{*}$

Σχήμα 2.1. Ορισμός απώλειας εισαγωγής.

$$IL(db) = 10 Log P_{LR}$$

Αποδεικνύετε ότι ένα φίλτρο για να είναι πρακτικά υλοποιήσιμο.

$$P_{LR} = \frac{1}{1-|\Gamma(\omega)|^2} = \frac{M(\omega^2)+N(\omega^2)}{\cancel{M(\omega^2)}+N(\omega^2)-\cancel{M(\omega^2)}}$$

$$P_{LR} = 1 + \frac{M(\omega^2)}{N(\omega^2)}$$

Όπου $N(\omega^2)$ και $M(\omega^2)$ να είναι άρτια συνάρτηση ως προς το ω.

Φίλτρα Μέγιστης Επιπεδότητας – Διωνυμικά ή Butterworth

Butterworth .

$N(\omega^2) = 1$ και $M(\omega^2) = \kappa^2(\omega/\omega_c)^{2N}$:

$$P_{LR} = 1 + k^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}$$

$\omega = \omega_c \rightarrow P_{LR} = 1 + K^2$

Εαν $P_{LR} = 2$ για $\omega = \omega_c$

Δηλαδη σημείο $-3dB$

$\rightarrow K = 1$

N είναι η τάξη του φίλτρου

ω_c η συχνότητα αποκοπής του, για $\omega=\omega_c$ $P_{LR}=1+k^2$. Για $\omega>>\omega_c$

> Περιοχή αποκοπής

$$\omega >> \omega_c \longrightarrow P_{LR} \cong k^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}$$

$P_{LR}(dB) = 10\log P_{LR} = 20N\cdot\log\left(k^2\cdot\frac{\omega}{\omega_c}\right)$

Αύξηση $(20N)$ dB/δεκάδα

Άρα η απώλεια εισαγωγής αυξάνει με ρυθμό 20NdB /δεκάδα. (ή 6N dB/οκτάβα)

Φίλτρα Ίσης Κυμάτωσης (equal ripple) ή Chebyshev

Chebyshev : Δίνει πιο απότομη χαρακτηριστική αποκοπής

$$P_{LR} = 1 + k^2 T_N^2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

Όπου $T_N(\omega/\omega_c)$ είναι τα πολυώνυμα του Chebyshev βαθμού N.

$$T_N\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) = \cos\left(N\cos^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)\right)$$

Το πολυώνυμο αυτό ταλαντώνει μεταξύ ±1 στην ζώνη $|\omega/\omega_c|<1$ ενώ αυξάνει μονότονα για $\omega/\omega_c>1$

$\left|\frac{\omega}{\omega_c}\right| < 1 \longleftrightarrow T_N\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$ κυμαίνεται μεταξύ ± 1

ζώνη διέλευσης $\longleftrightarrow$ Κυμάτωση $\leq 1 + K^2$

Πλάτος Κυμάτωσης $= 1 + K^2$

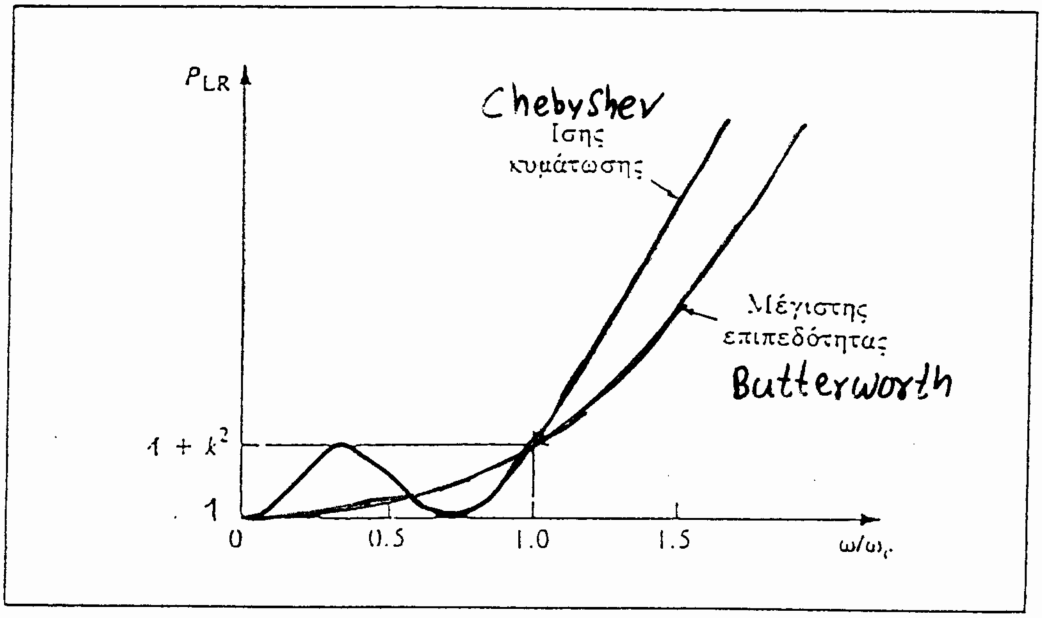
> Ζώνη αποκοπής : $\omega >> \omega_c \rightarrow T_N\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \approx \frac{1}{2}\left(2\frac{\omega}{\omega_c}\right)^N$
ή $x = \frac{\omega}{\omega_c} >> 1$

Για μεγάλα $x=\omega/\omega_c$ προκύπτει ότι $T_N(x) \approx \frac{1}{2}(2x)^{2N}$, έτσι για $\omega>>\omega_c$ η απώλεια εισαγωγής γίνεται:

$$P_{LR} \approx \frac{k^2}{4}\left(\frac{2\omega}{\omega_c}\right)^{2N}$$

Δηλαδή, η απώλεια εισαγωγής αυξάνει περίπου με ρυθμό ίσο με ου αυξάνει 20N σε dB/ δεκάδα.

Για $\omega \sim \omega_c$ το Chebyshev παρουσιάζει μεγαλύτερη κλίση.
Ρυθμός αποκοπής Chebyshev $>\left(\frac{2^{2N}}{4}\right)$. Ρυθμό αποκοπής Butterworth.



Σχήμα 2.2 Μέγιστης επιπεδότητας φίλτρο και ίσης κυμάτωσης φίλτρο για ένα χαμηλοπερατό φίλτρο με n=3(P_{LR} σε απόλυτες τιμές).

Χαρακτηριστική χαμηλοπερατών φίλτρων Chebyshev και Butterworth 3ης τάξης (N=3).

→ Έχουν μονότονα αυξανόμενη εξασθένηση, με ρυθμό 20N dB/δεκάδα στην περιοχή αποκοπής.

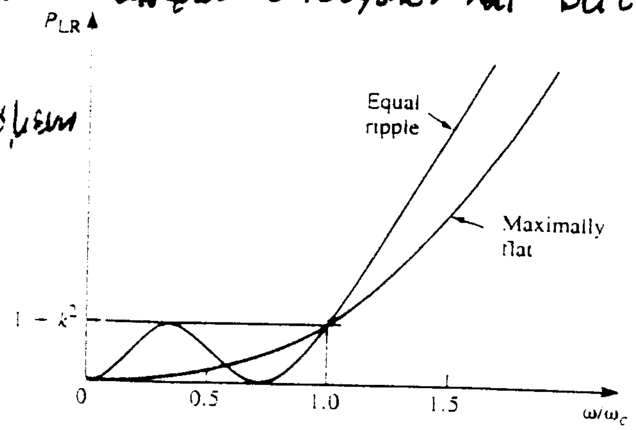


FIGURE 9.21 Maximally flat and equal-ripple low-pass filter responses ($N = 3$).

> Φίλτρο Ελλειπτικής Συνάρτησης.

→ Σε μερικές εφαρμογές η εξασθένηση στην περιοχή αποκοπής αρκεί να είναι μεγαλύτερη από μια οριακή τιμή, αντί να αυξάνεται μονότονα.

↓

Επιτυγχάνεται τότε υψηλότερος ρυθμός αποκοπής

? Η σύνθεση τους είναι όμως δύσκολη.

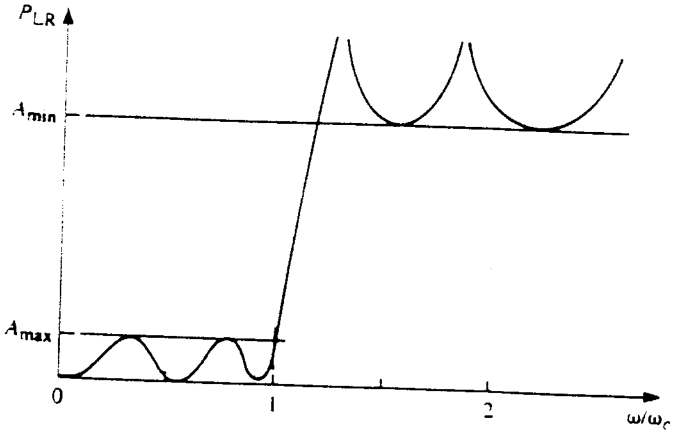


FIGURE 9.22 Elliptic function low-pass filter response.

→ Έχουν απόκριση ίσης κυμάτωσης και στις δύο ζώνες: αποκοπής και διέλευσης.

Ζώνη διέλευσης: Ορίζεται η μέγιστη επιτρεπτή-ανεκτή εξασθένηση A_{max}

Ζώνη Αποκοπής: Ορίζεται η ελάχιστη απαιτούμενη εξασθένηση: A_{min}.

> Διαδικασία Σχεδιασμού Φίλτρων.

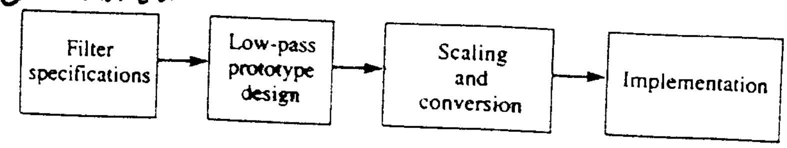


FIGURE 9.23 The process of filter design by the insertion loss method.

Φίλτρα Γραμμικής Φάσης.

> Σε πολλές εφαρμογές και ιδιαίτερα στα φίλτρα πολυπλεξίας των Τηλεπικοινωνιακών Συστημάτων είναι πολύ σημαντική η επίτευξη απόκρισης Γραμμικής Φάσης (π.χ. Διαμορφώσεις QAM).

> Η επίτευξη απότομης χαρακτηριστικής αποκοπής - πλάτους δεν είναι συμβιβαστή με την απόκριση Γραμμικής Φάσης

↳ Προτιμάται σε μερικές περιπτώσεις να θυσιαστεί απόκριση πλάτους (μικρότερη κλίση) για την επίτευξη Γραμμικής Φάσης.

⟹ Χαρακτηριστική που δίνει απόκριση Γραμμικής Φάσης:

$$\Phi(\omega) = A\omega \cdot \left[1 + p\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}\right]$$

$p =$ σταθερά

Συνάρτηση μεταφοράς της φάσης (της τάσης) του φίλτρου.

- Καθυστέρηση Ομάδος τ_d

$$\begin{cases} \text{Μήκος διάδοσης } \ell = v_g \cdot \tau_d \rightarrow \tau_d = \dfrac{\ell}{v_g} \xrightarrow{\ell = \text{μοναδιαίο}} \tau_d = \dfrac{1}{v_g} \\ v_g = \dfrac{d\omega}{d\beta}, \quad \Phi = \beta \cdot \ell \rightarrow \tau_d = \dfrac{d\Phi}{d\omega} \end{cases}$$

$$\tau_d = \frac{d\Phi}{d\omega} = A \cdot \left\{1 + p \cdot (2N+1)\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}\right\}$$

- Ουσιαστικά είναι μια χαρακτηριστική μέγιστης επιπεδότητας (όπως το Butterworth).

Χαρακτηριστικές Φίλτρων Butterworth και Chebyshev

→ Butterworth:

Η χαρακτηριστική του φίλτρου Butterworth ορίζεται μαθηματικά από την σχέση (2.5) η οποία για $\varepsilon=\kappa^2$ μπορεί να γραφτεί ως:

Λογαριθμική Απόκριση (dB) : $$L_a(\omega)=\mathrm{Log}_{10}\left[1+\varepsilon\left(\frac{\omega'}{\omega_1'}\right)\right]^{2n}$$

Όπου: $$\varepsilon=\left[\mathrm{antiLog}_{10}\frac{L_{Ar}}{10}\right]-1$$

Όπου n η τάξη του φίλτρου.

→ Chebyshev:

Η χαρακτηριστική του Chebyshev περιγράφεται μαθηματικά από τις εξής σχέσεις, που για $\varepsilon=\kappa^2$ γράφονται:

Ζώνη διέλευσης:

Λογαριθμική Απόκριση (dB) $$L_A(\omega')=10\mathrm{Log}_{10}\left[1+\varepsilon\cos^2\left[n\cos^{-1}\left(\frac{\omega'}{\omega_1'}\right)\right]\right] \quad \text{για } \omega'>\omega_1'$$

Ζώνη αποκοπής:

$$L_A(\omega')=10\mathrm{Log}_{10}\left[1+\varepsilon\cosh^2\left[n\cosh^{-1}\left(\frac{\omega'}{\omega_1'}\right)\right]\right] \quad \text{για } \omega'<\omega_1'$$

Όπου: $$\varepsilon=\left[\mathrm{antiLog}_{10}\frac{L_{Ar}}{10}\right]-1$$

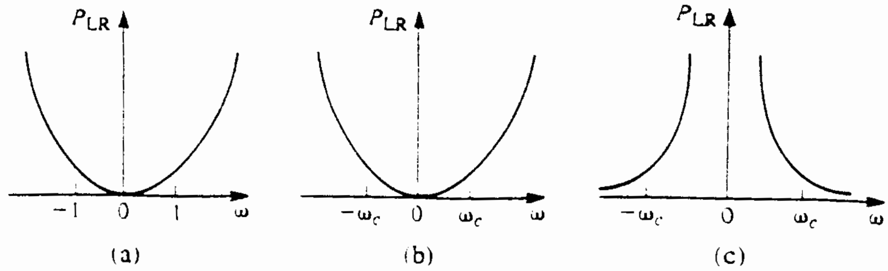


FIGURE 9.28 Frequency scaling for low-pass filters and transformation to a high-pass response. (a) Low pass filter prototype response for $\omega_c = 1$. (b) Frequency scaling for low-pass response. (c) Transformation to high-pass response.

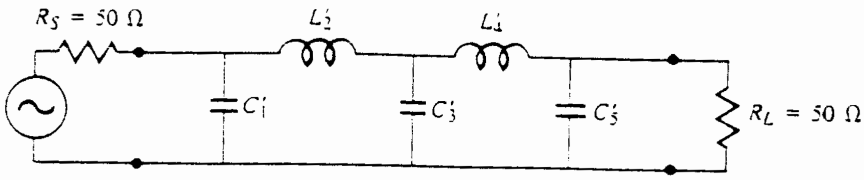


FIGURE 9.29 Low-pass maximally flat filter circuit for Example 9.4.

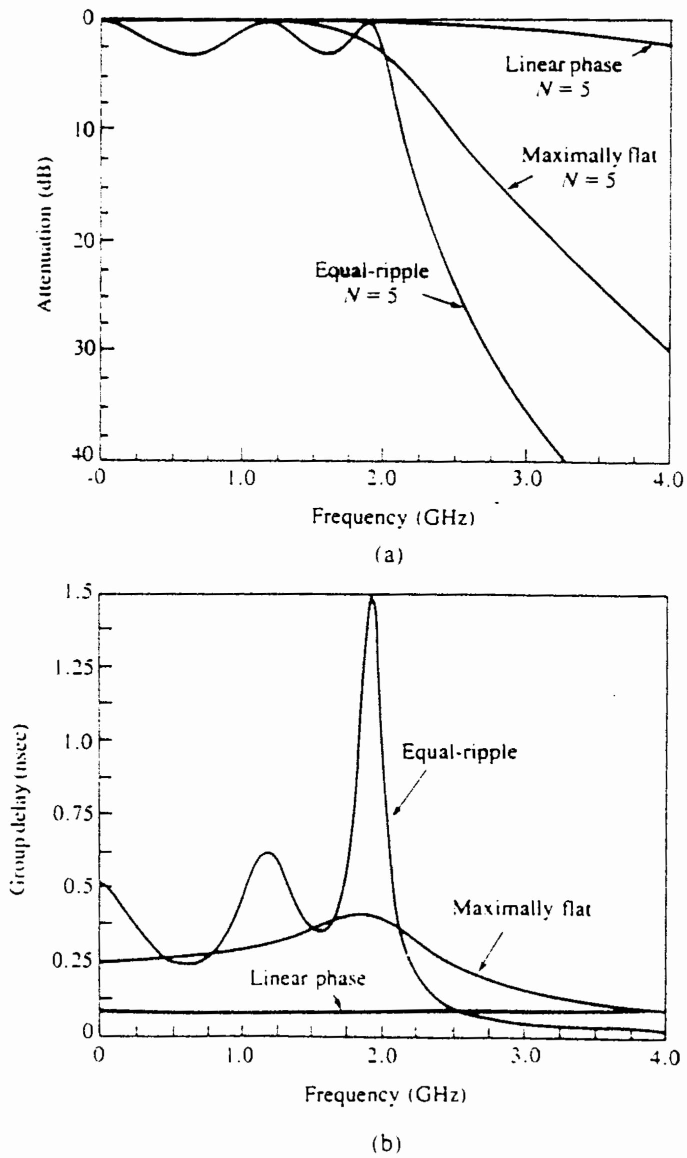


FIGURE 9.30 Frequency response of the filter design of Example 9.4. (a) Amplitude response. (b) Group delay response.

Πρωτότυπα Κυκλώματα Χαμηλοπερατών Φίλτρων.

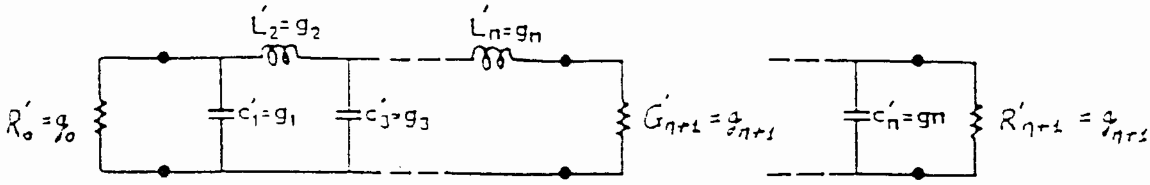
(G. L. Matthaei, L. Young and E.M.T. Jones)

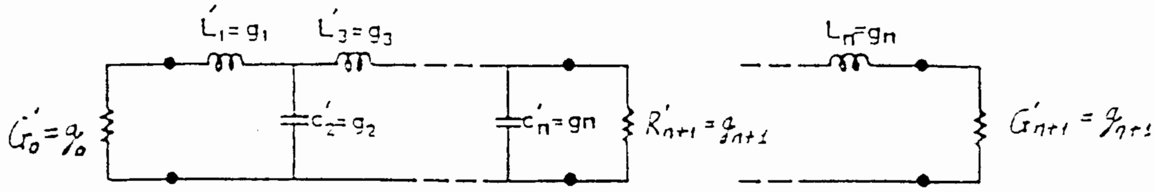
→ Κανονικοποίηση ως προς τη Z_0 και την ω_c

– Μοναδιαία αντίσταση πηγής $R_0 = g_0 = 1$

και φορτίου $g_{N+1} = R_L / R_0$

– Μοναδιαία συχνότητα αποκοπής $\omega_c = 1$





Σχήμα. *Πρωτότυπα κυκλώματα χαμηλοπερατών φίλτρων.*

> Κλίμακα Σύνθετης Αντίστασης

- Για τον υπολογισμό των στοιχείων του φίλτρου στην επιθυμητή αντίσταση $Z_0 = R_0$ (π.χ. $Z_0 = R_0 = 50\Omega$)
- Στοιχεία σειράς : $L_i = R_0 \cdot L_i'$
- Παράλληλα στοιχεία : $C_i = C_i' / R_0$
- Αντίσταση πηγής : $R_s = R_0$
- Αντίσταση φορτίου : $R_L = R_L' \cdot R_0$

L_i', C_i', R_L' τα κανονικοποιημένα στοιχεία του πρωτοτύπου

> Κλίμακα συχνότητας : Αλλαγή από μοναδιαία συχνότητα αποκοπής σε ω_c : $\omega \leftarrow \frac{\omega}{\omega_c} \longleftrightarrow \underbrace{P_{LR}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}_{\text{Ζητούμενη}} = \underbrace{P_{LR}'(\omega)}_{\text{κανονικοπ.}}$

> Χαμηλοπερατό φίλτρο 2ης τάξης

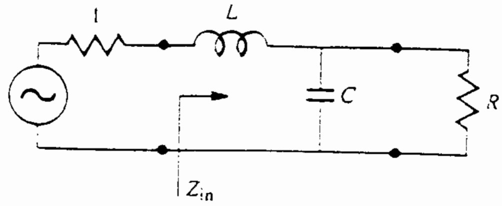


FIGURE 9.24 Low-pass filter prototype, $N = 2$.

> Πρωτότυπα χαμηλοπερατά φίλτρα.

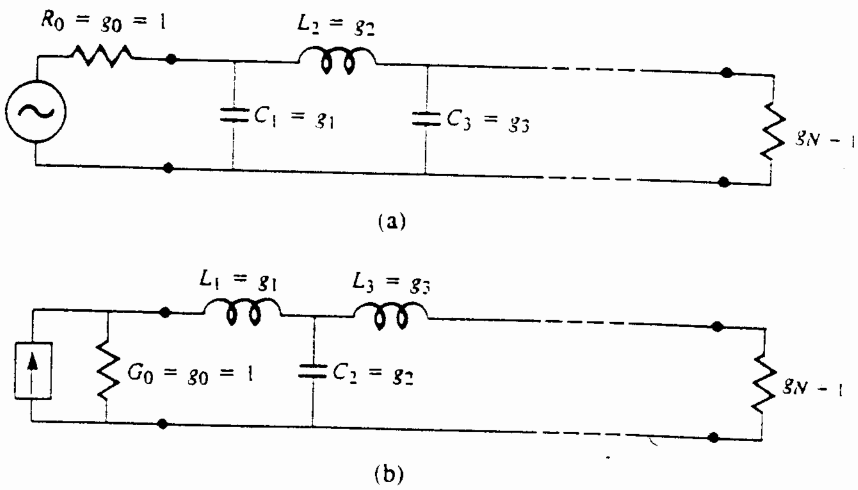


FIGURE 9.25 Ladder circuits for low-pass filter prototypes and their element definitions. (a) Prototype beginning with a shunt element. (b) Prototype beginning with a series element.

Προσδιορισμός Παραμέτρων g_i Χαμηλοπερατά Φίλτρα Butterworth.

TABLE 9.3 Element Values for Maximally Flat Low-Pass Filter Prototypes ($g_0 = 1$, $\omega_c = 1$, $N = 1$ to 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.4142	1.4142	1.0000								
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000							
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000						
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000					
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0000				
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000			
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9615	1.9615	1.6629	1.1111	0.3902	1.0000		
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1.0000	
10	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129	1.0000

Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980) with permission.

> Προσδιορισμός της Τάξης Χαμηλοπερατού Φίλτρου Butterworth.

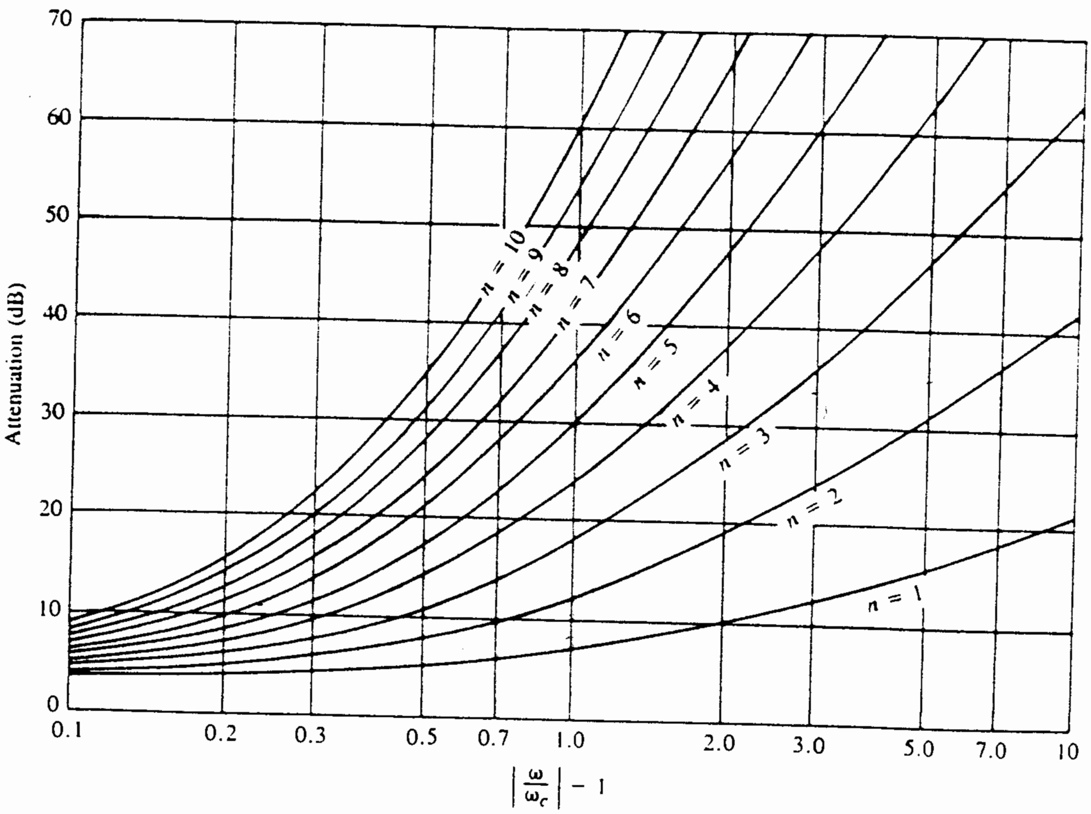


FIGURE 9.26 Attenuation versus normalized frequency for maximally flat filter prototypes. Adapted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980) with permission.

Παράμετροι χαμηλοπερατού φίλτρου Chebyshev

TABLE 9.4 Element Values for Equal-Ripple Low-Pass Filter Prototypes ($g_0 = 1$, $\omega_c = 1$, N = 1 to 10, 0.5 dB and 3.0 dB ripple)

0.5 dB Ripple

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.000			
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841

3.0 dB Ripple

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	1.9953	1.0000									
2	3.1013	0.5339	5.8095								
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000							
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095						
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.0000					
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8095				
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	3.5182	1.0000			
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095		
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.0000	
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091	5.8095

Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980) with permission.

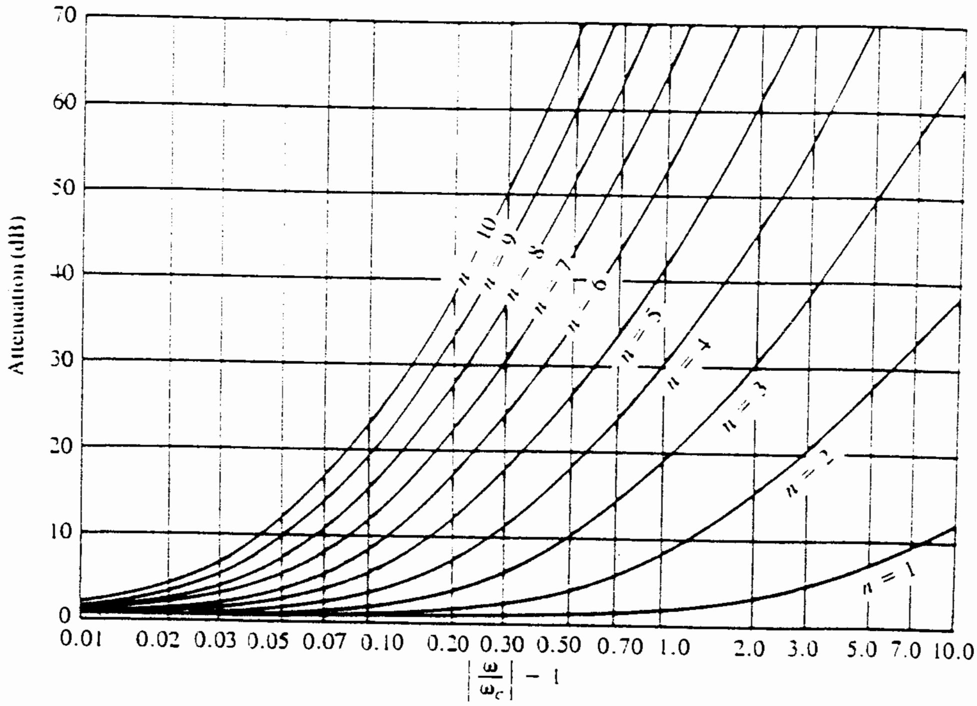
TABLE 9.5 Element Values for Maximally Flat Time Delay Low-Pass Filter Prototypes ($g_0 = 1$, $\omega_c = 1$, N = 1 to 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.5774	0.4226	1.0000								
3	1.2550	0.5528	0.1922	1.0000							
4	1.0598	0.5116	0.3181	0.1104	1.0000						
5	0.9303	0.4577	0.3312	0.2090	0.0718	1.0000					
6	0.8377	0.4116	0.3158	0.2364	0.1480	0.0505	1.0000				
7	0.7677	0.3744	0.2944	0.2378	0.1778	0.1104	0.0375	1.0000			
8	0.7125	0.3446	0.2735	0.2297	0.1867	0.1387	0.0855	0.0289	1.0000		
9	0.6678	0.3203	0.2547	0.2184	0.1859	0.1506	0.1111	0.0682	0.0230	1.0000	
10	0.6305	0.3002	0.2384	0.2066	0.1808	0.1539	0.1240	0.0911	0.0557	0.0187	1.0000

Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980) with permission.

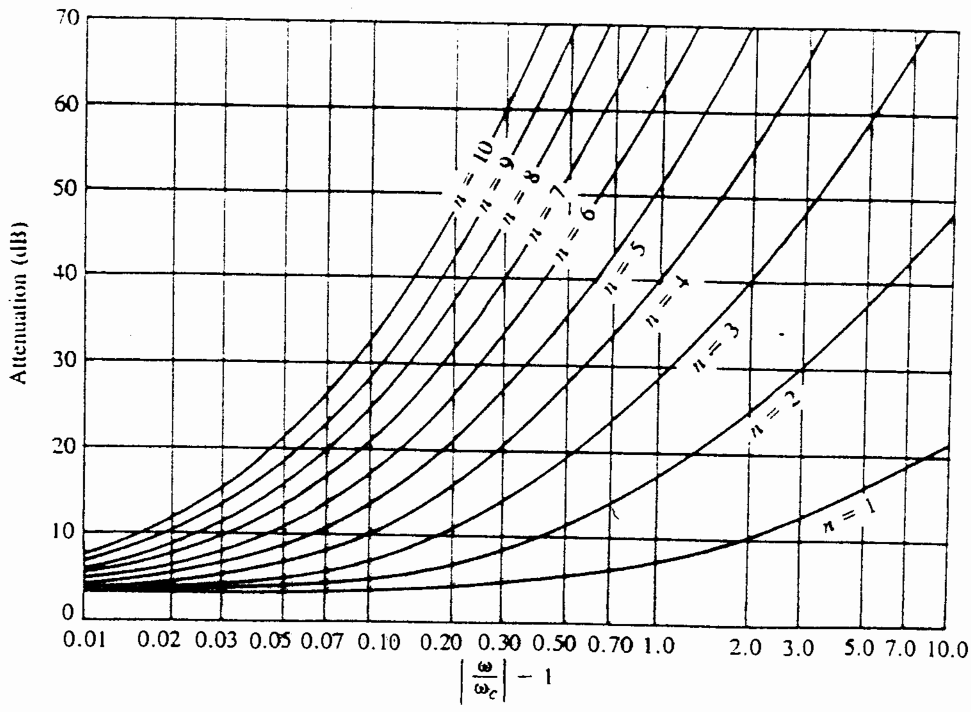
Προσδιορισμός της τάξης χαμηλοπερατών φίλτρων Chebyshev

Κυμάτωση
0.5 dB



(a)

Κυμάτωση
3.0 dB

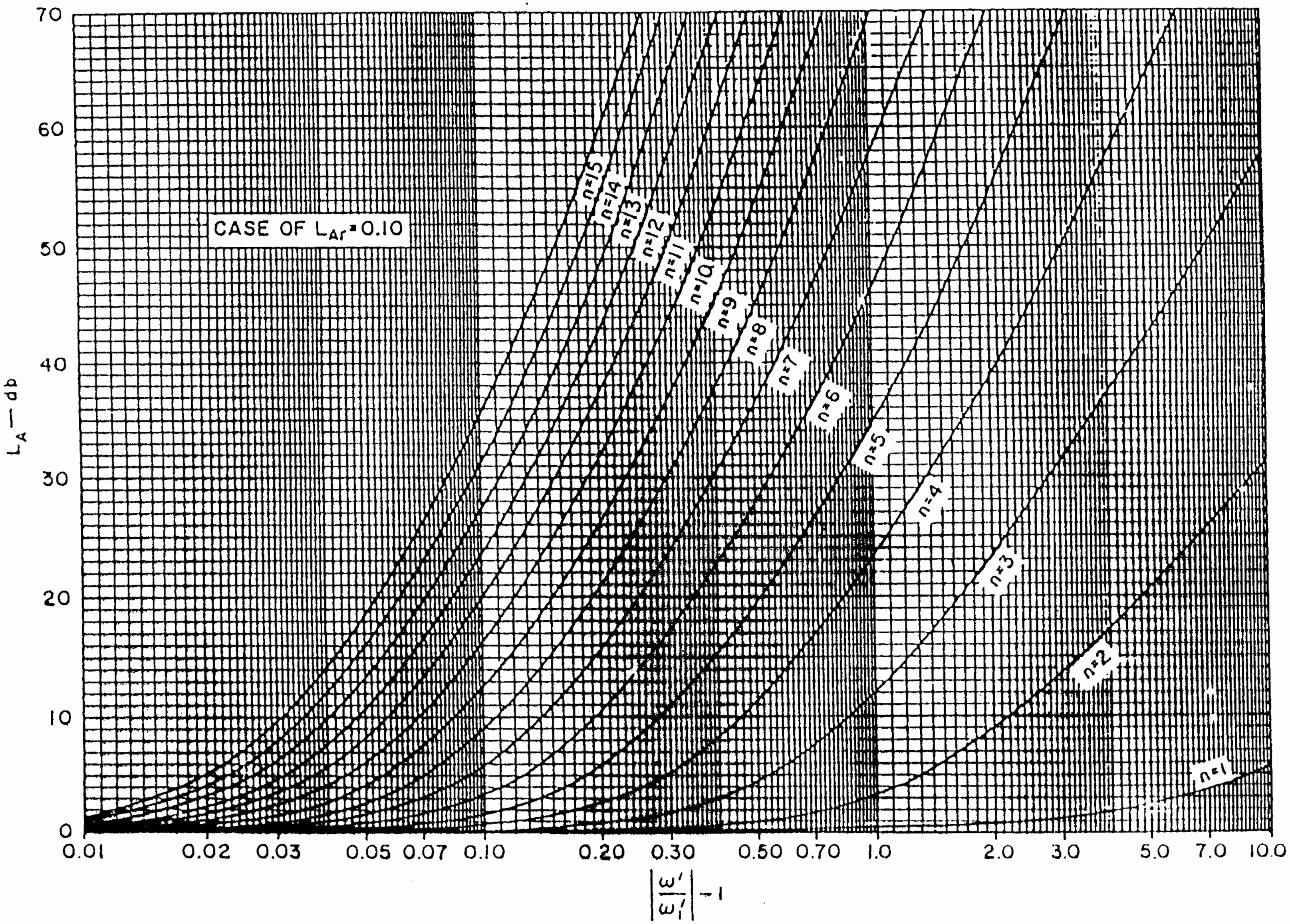


(b)

FIGURE 9.27 Attenuation versus normalized frequency for equal-ripple filter prototypes. (a) 0.5 dB ripple level. (b) 3.0 dB ripple level.

Adapted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980) with permission.

CHEBYSHEV - Κυμάτωση 0.1dB



Σχήμα 2.9 Καμπύλες εξασθένησης του φίλτρου Chebyshev για διαφορετικές τιμές του n(τάξη του φίλτρου) με μέγιστη εξασθένηση στη ζώνη διέλευσης ίση με Lar=0.1, [3,σελ.89].

Πίνακας 2.3 Στοιχεία των παραμέτρων για φίλτρα τύπου Chebyshev για n=1-10 , [3,σελ.100]

VALUE OF n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
0.01 db ripple											
1	0.0960	1.0000									
2	0.4488	0.4077	1.1007								
3	0.6291	0.9702	0.6291	1.0000							
4	0.7128	1.2003	1.3212	0.6476	1.1007						
5	0.7563	1.3049	1.5773	1.3049	0.7563	1.0000					
6	0.7813	1.3600	1.6896	1.5350	1.4970	0.7098	1.1007				
7	0.7969	1.3924	1.7481	1.6331	1.7481	1.3924	0.7969	1.0000			
8	0.8072	1.4130	1.7824	1.6833	1.8529	1.6193	1.5554	0.7333	1.1007		
9	0.8144	1.4270	1.8043	1.7125	1.9057	1.7125	1.8043	1.4270	0.8144	1.0000	
10	0.8196	1.4369	1.8192	1.7311	1.9362	1.7590	1.9055	1.6527	1.5817	0.7446	1.1007
0.1 db ripple											
1	0.3052	1.0000									
2	0.8430	0.6220	1.3554								
3	1.0315	1.1474	1.0315	1.0000							
4	1.1088	1.3061	1.7703	0.8180	1.3554						
5	1.1468	1.3712	1.9750	1.3712	1.1468	1.0000					
6	1.1681	1.4039	2.0562	1.5170	1.9029	0.8618	1.3554				
7	1.1811	1.4228	2.0966	1.5733	2.0966	1.4228	1.1811	1.0000			
8	1.1897	1.4346	2.1199	1.6010	2.1699	1.5640	1.9444	0.8778	1.3554		
9	1.1956	1.4425	2.1345	1.6167	2.2053	1.6167	2.1345	1.4425	1.1956	1.0000	
10	1.1999	1.4481	2.1444	1.6265	2.2253	1.6418	2.2046	1.5821	1.9628	0.8853	1.3554
0.2 db ripple											
1	0.4342	1.0000									
2	1.0378	0.6745	1.5386								
3	1.2275	1.1525	1.2275	1.0000							
4	1.3028	1.2844	1.9761	0.8468	1.5386						
5	1.3394	1.3370	2.1660	1.3370	1.3394	1.0000					
6	1.3598	1.3632	2.2394	1.4555	2.0974	0.8838	1.5386				
7	1.3722	1.3781	2.2756	1.5001	2.2756	1.3781	1.3722	1.0000			
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		

Μετασχηματισμοί Φίλτρων

$$\left.\begin{array}{l}\text{Πρωτότυπο χαμηλοπερατό}\\ \text{Αντίσταση πηγής } R_s = 1\\ \text{Συχνότητα αποκοπής } \omega_c = 1\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{Χαμηλοπερατό φίλτρο}\\ \text{Αντίσταση πηγής } R_s = R_0\\ \text{Συχνότητα αποκοπής } \omega_c\end{array}\right.$$

Κλίμακα αντίστασης

Στοιχεία σειράς $L' \rightarrow L = R_0 L'$

Παράλληλα στοιχεία $C' \rightarrow C = C'/R_0$

Αντίσταση πηγής $R_s' = 1 \rightarrow R_s = R_0$

Αντίσταση φορτίου $R_L' \rightarrow R_L = R_0 \cdot R_L$

Κλίμακα συχνότητας

$$\frac{\omega}{\omega_c} \longrightarrow \omega$$

Απώλεια εισαγωγής $P'_{LR}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \longrightarrow P_{LR}(\omega)$

Στοιχεία σειράς $L'_k \longrightarrow L_k = L'_k/\omega_c$

Παράλληλα στοιχεία $C'_k \longrightarrow C_k = C'_k/\omega_c$

Κλίμακες αντίστασης πηγής και συχνότητας: $\Longleftarrow$ τελικές

Στοιχεία σειράς $L'_k \longrightarrow L_k = \dfrac{R_0 L'_k}{\omega_c}$

Παράλληλα στοιχεία $C'_k \longrightarrow C_k = \dfrac{C'_k}{R_0 \omega_c}$

Μετασχηματισμός πρωτότυπου χαμηλοπερατού $\longrightarrow$ υψιπερατό

Απεικόνιση συχνότητας $\omega \leftarrow -\dfrac{\omega_c}{\omega}$ $\quad \begin{cases} \omega = 0 \longrightarrow \omega = \pm\infty \\ \omega = \pm\infty \longrightarrow \omega = 0 \end{cases}$

Πηνία σειράς $\longrightarrow$ Πυκνωτές εν σειρά

$$L'_k \longrightarrow C_k = \frac{1}{R_0 \omega_c \cdot L'_k}$$

Παράλληλοι πυκνωτές $\longrightarrow$ Παράλληλα πηνία.

$$C'_k \longrightarrow L_k = \frac{R_0}{\omega_c \cdot C'_k}$$

Μετασχηματισμός Πρωτοτύπου Χαμηλοπερατού → Ζωνοπερατό

Απεικόνιση Συχνοτήτων
$$\omega \leftarrow \frac{\omega_0}{\omega_2-\omega_1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)=\frac{1}{\Delta}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

όπου: $\Delta = \frac{\omega_2-\omega_1}{\omega_0}$ = ποσοστιαίο εύρος ζώνης.

- Η κεντρική συχνότητα ω_0 ορίζεται για λόγους απλοποίησης των εξισώσεων ως ο γεωμετρικός μέσος όρος $\omega_0=\sqrt{\omega_1\omega_2}$, αντί του αριθμητικού $\omega_0=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$

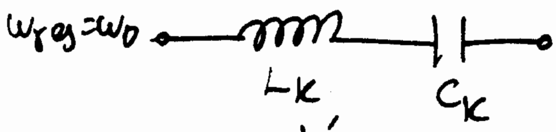
$\Rightarrow \omega=\omega_0$ απεικονίζεται στην $\frac{1}{\Delta}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)=0$

$\omega=\omega_1 \longrightarrow \frac{1}{\Delta}\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)=-1$

και $\omega_0=\sqrt{\omega_1\omega_2}$

$\omega=\omega_2 \longrightarrow \frac{1}{\Delta}\left(\frac{\omega_2}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_2}\right)=+1$

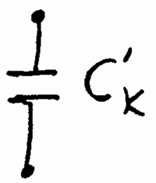
Πηνίο σειράς $\longrightarrow$ Συντονισμένο LC σειράς

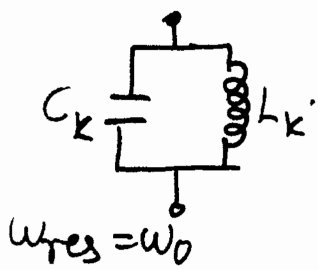


$f_{res}=f_0$

$$L_K=\frac{L'_K}{\Delta\cdot\omega_0}, \quad C_K=\frac{\Delta}{\omega_0\cdot L'_K}$$

Παράλληλος πυκνωτής $\longrightarrow$ Παράλληλα συντονισμένο LC





$$L_K=\frac{\Delta}{\omega_0 C'_K}$$

$$C_K=\frac{C'_K}{\Delta\cdot\omega_0}$$

→ Τα δύο συντονισμένα κυκλώματα συντονίζονται στην κεντρική συχνότητα ω_0. $\omega_{res}=1/\sqrt{L_K C_K}=\omega_0$

→ Προσδιορισμός της τάξης από την Απώλεια Εισαγωγής A

$$\left.\omega=\frac{1}{\Delta}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)\right\} \overset{A}{\updownarrow}\omega \quad \text{και} \quad \left|\frac{\omega}{\omega_c}\right|-1\,\Big|_{\omega_c=1} \Longleftrightarrow A_{\text{διαγράμματα}}$$

Μετασχηματισμός Πρωτοτύπου Χαμηλοπερατού → Ζωνο-περατό

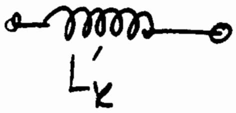
Απεικόνιση Συχνότητας

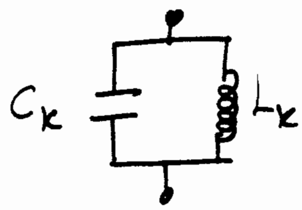
$$\omega \leftarrow \Delta \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{-1}$$

Αντίστροφος από τον μ/σμο χαμηλοπερατού → ζωνοπερατό

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$$

Πηνίο σειράς → Παράλληλα συντονισμένο LC



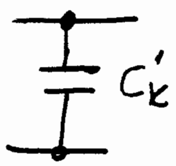


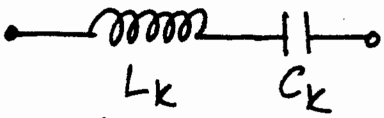
$$L_k = \frac{\Delta \cdot L'_k}{\omega_0}$$

$$C_k = \frac{1}{\omega_0 \cdot \Delta \cdot L'_k}$$

$$\omega_{res} = 1/\sqrt{L_k C_k} = \omega_0$$

Παράλληλος Πυκνωτής → Συντονισμένο Κύκλωμα LC σειράς





$$L_k = \frac{1}{\omega_0 \Delta \cdot C'_k} \quad , \quad C_k = \frac{\Delta \cdot C'_k}{\omega_0}$$

$$\omega_{res} = 1/\sqrt{L_k \cdot C_k} = \omega_0$$

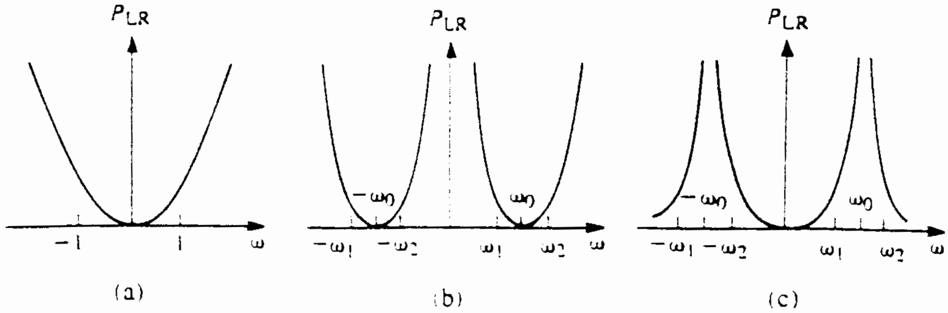
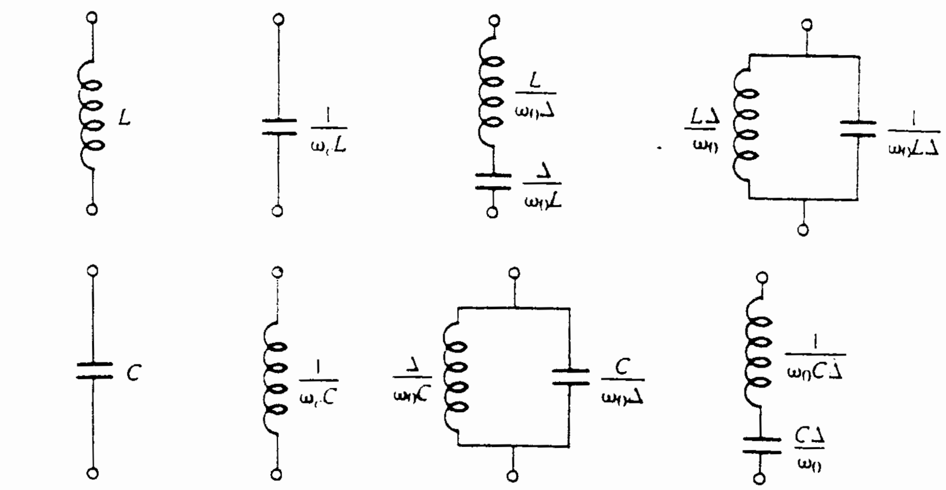


FIGURE 9.31 Bandpass and bandstop frequency transformations. (a) Low-pass filter prototype response for $\omega_c = 1$. (b) Transformation to bandpass response. (c) Transformation to bandstop response.

TABLE 9.6 Summary of Prototype Filter Transformations

Low-pass	High-pass	Bandpass	Bandstop



$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$$

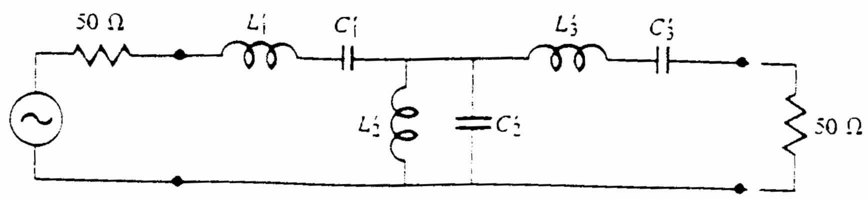


FIGURE 9.32 Bandpass filter circuit for Example 9.5.

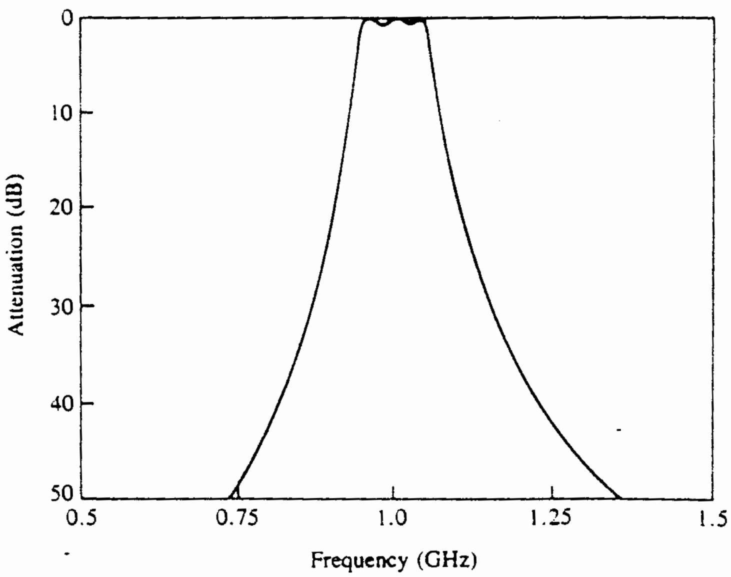


FIGURE 9.33 Amplitude response for the bandpass filter of Example 9.5.