Θεωρία Γράφων

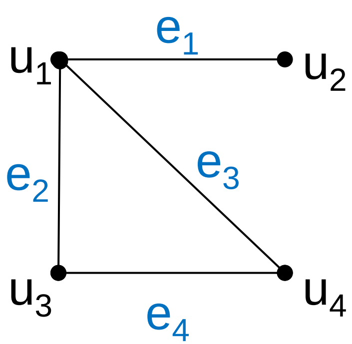
Ρίζου Ζωή
email: zrizou@ee.duth.gr

Άσκηση 1

Να σχεδιάσετε τον γράφο του οποίου ο προσαρτημένος πίνακας είναι ο

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Λύση



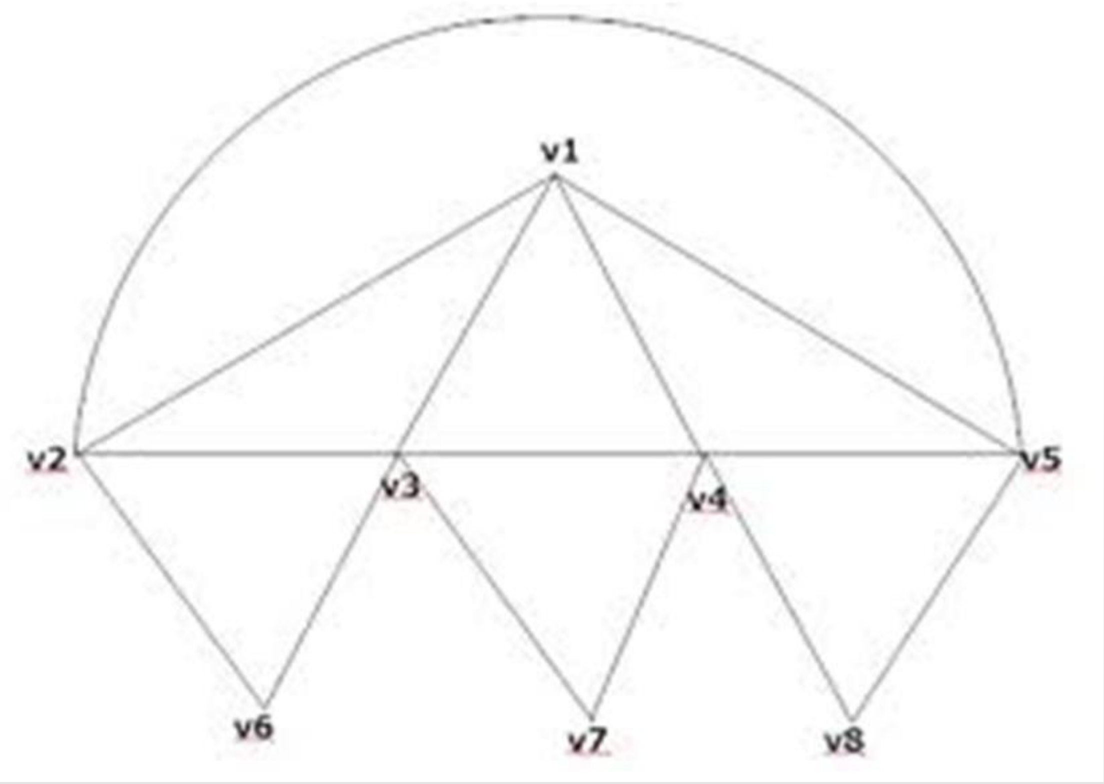
ακμές

κορυφές

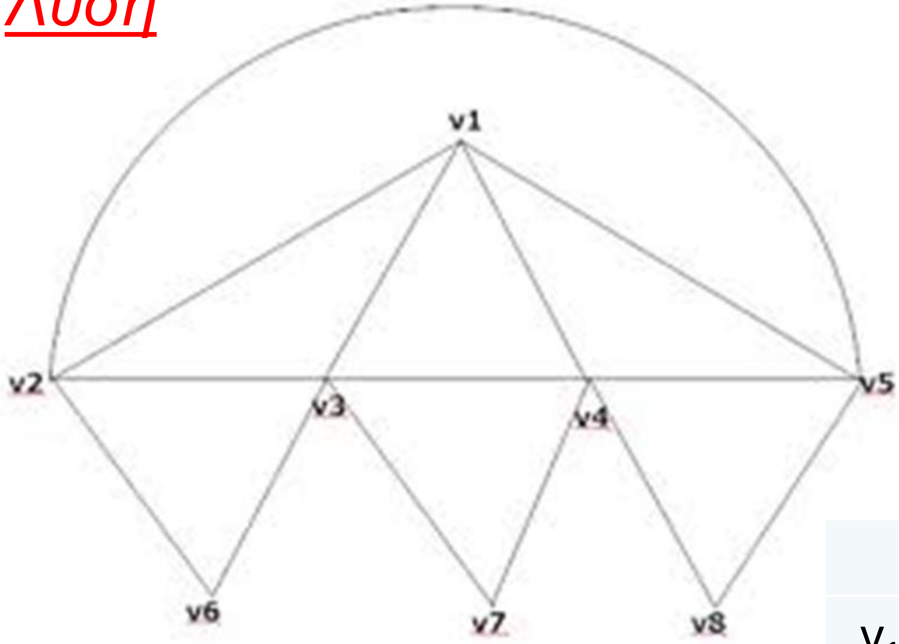
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{array} \\ \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Άσκηση 2

Να υπολογίσετε το πλήθος των διαδρομών μήκους 6 στο γράφο



Λύση



Ο προσκείμενος πίνακας είναι:

A= from (rows), to (columns)

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
v_1	0	1	1	1	1	0	0	0
v_2	1	0	1	0	1	1	0	0
v_3	1	1	0	1	0	1	1	0
v_4	1	0	1	0	1	0	1	1
v_5	1	1	0	1	0	0	0	1
v_6	0	1	1	0	0	0	0	0
v_7	0	0	1	1	0	0	0	0
v_8	0	0	0	1	1	0	0	0

Το πλήθος των διαδρομών μήκους 6, δίνεται από τον πίνακα A^6.

Για ευκολία πράξεων μπορώ να υπολογίσω το γινόμενο: $A^2 \times A^2 \times A^2$.

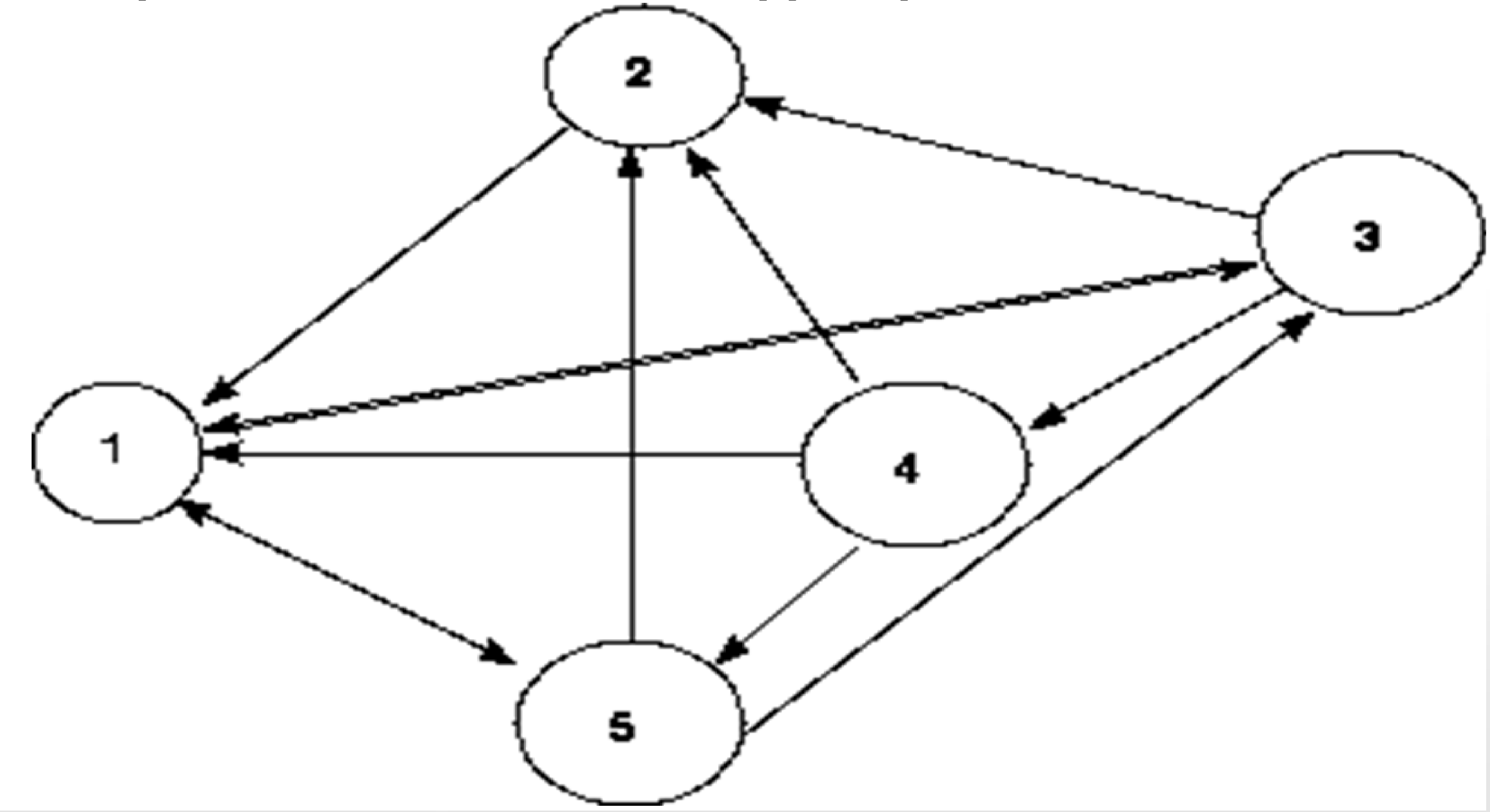
$A^6=$

8680	7664	8848	8848	7664	4340	4664	4340
7664	6912	7862	7982	6776	3832	4108	3832
8848	7862	9244	9108	7982	4424	4740	4424
8848	7982	9108	9244	7862	4424	4740	4424
7664	6776	7982	7862	6912	3832	4108	3832
4340	3832	4424	4424	3832	2178	2332	2162
4664	4108	4740	4740	4108	2332	2508	2332
4340	3832	4424	4424	3832	2162	2332	2178

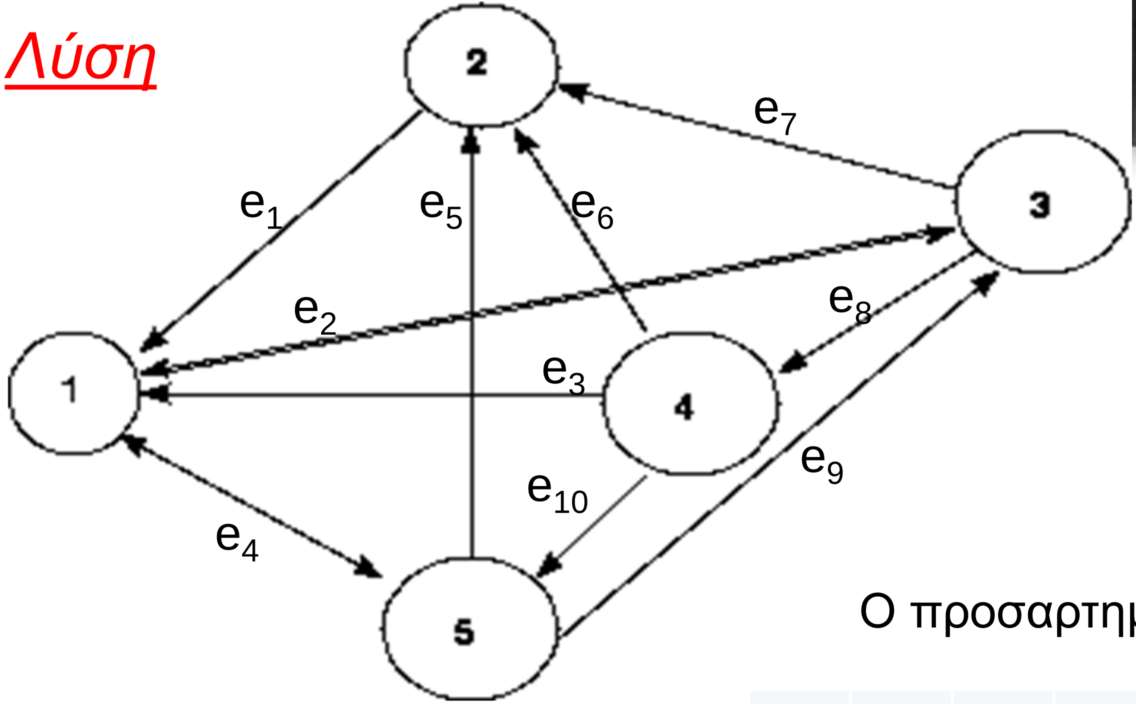
Το πλήθος των διαδρομών μήκους 6 είναι: 380828 διαδρομές.

Άσκηση 3

Να αποτυπώσετε τον προσαρτημένο και τον προσκείμενο πίνακα του γράφου

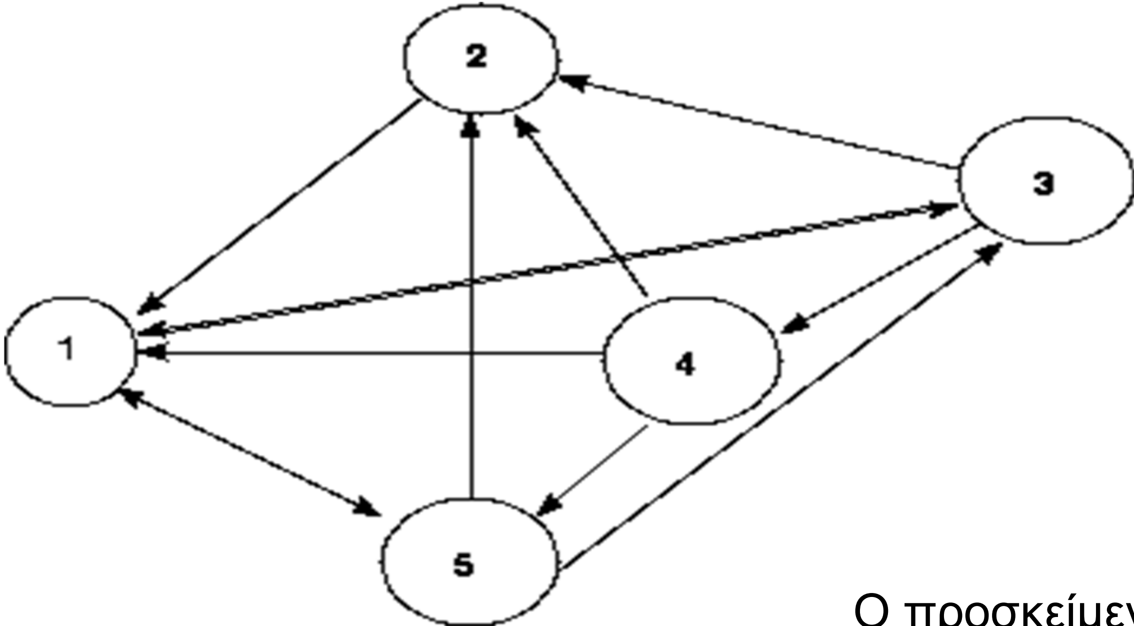


Λύση



Ο προσαρτημένος πίνακας είναι:

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}
v_1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
v_2	-1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
v_3	0	1	0	0	0	0	-1	-1	1	0
v_4	0	0	-1	0	0	-1	0	1	0	-1
v_5	0	0	0	1	-1	0	0	0	-1	1



Ο προσκείμενος πίνακας είναι:

to

from

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
v_1	0	0	1	0	1
v_2	1	0	0	0	0
v_3	1	1	0	1	0
v_4	1	1	0	0	1
v_5	1	1	1	0	0

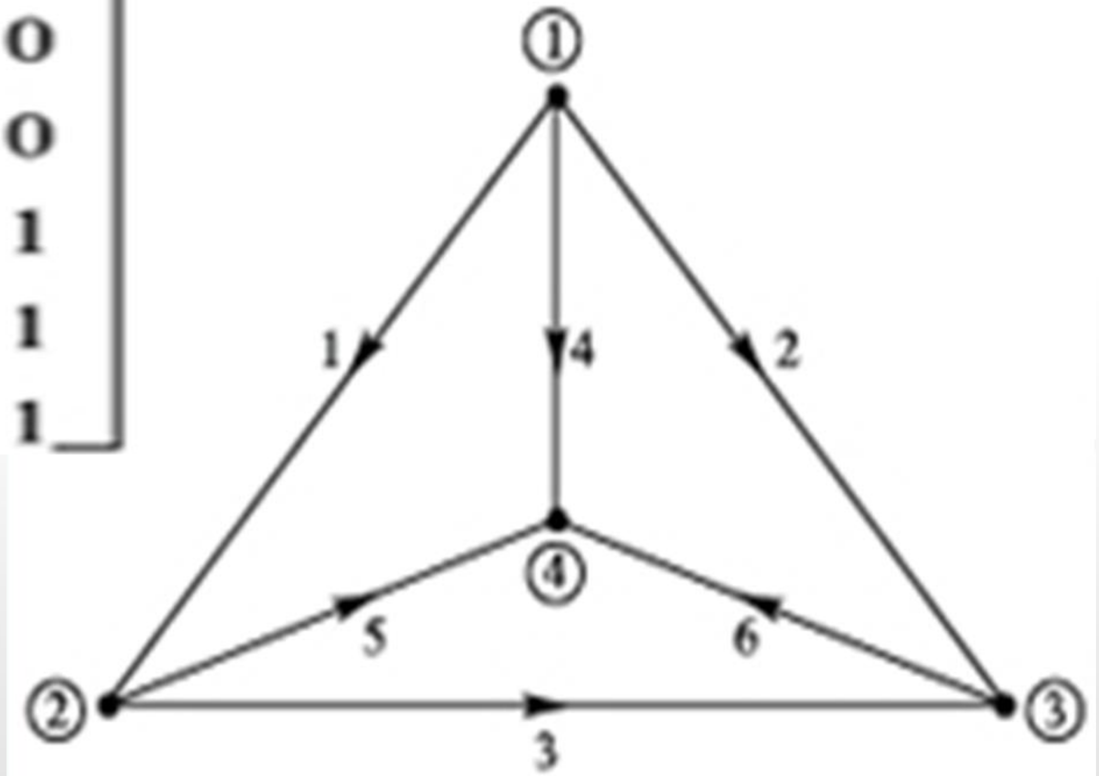
Άσκηση 4

Να αποτυπωθεί ο προσανατολισμένος γράφος με τον προσαρτημένο πίνακα

$$\begin{array}{rc} & \text{node} \\ & \begin{array}{cccc} 1 & \;\;2 & \;\;3 & \;\;4 \end{array} \\ A = & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Λύση

$$
\begin{array}{cc}
 & \text{node} \\
 & \begin{array}{cccc} ① & ② & ③ & ④ \end{array} \\
A = & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$



Άσκηση 5

Να εξετάσετε αν οι γράφοι που έχουν προσαρτημένους πίνακες τον

0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0

και

1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1

είναι ισόμορφοι.

Ισόμορφοι γράφοι

- G=(V, E)

σύνολο κόμβων **V** και

σύνολο πλευρών **E** που συνδέουν ζευγάρια κόμβων

$G_1=(V_1, E_1)$ ισόμορφος του $G_2=(V_2, E_2)$ αν υπάρχει μια αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία $f:V_1 \rightarrow V_2$ έτσι ώστε:
$[f(v_1),f(v_2)] \in E_2 \Leftrightarrow [v_1, v_2] \in E_1$.

❖ *Δηλαδή ισό**μ**ορφοι είναι οι γράφοι **π**ου δίνουν*

«Ίδια πληροφορία»

- Οι παραπάνω γράφοι δεν είναι ισόμορφοι, καθώς αν (για παράδειγμα) σχεδιασθούν δεν δίνουν την ίδια πληροφορία (δεν συνδέονται με τον ίδιο τρόπο οι κορυφές μεταξύ τους).