

# Στόχοι της διάλεξης

- Τι είναι γράφος;
- Ποιοι είναι οι διάφοροι τύποι γράφων;
- Τι είναι το πρόβλημα ισομορφισμού των γράφων;

# Γράφοι

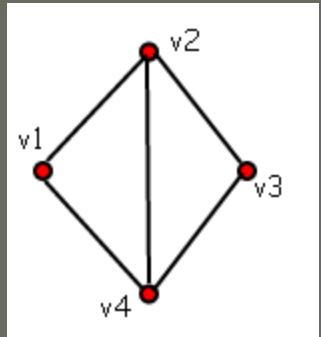
- Τι είναι γράφοι; 
- Τι είναι ψευδογράφοι;
- Τι είναι διαδρομή;
- Τι είναι μήκος διαδρομής;
- Απόσταση δυο κορυφών
- Τι είναι συνεκτικός γράφος;
- Τι είναι προσαρτημένος πίνακας
  - Ψευδογράφου
  - Γράφου

# Γράφοι

- Τι είναι προσκείμενος πίνακας; (ή πίνακας γειτνίασης)
- Πότε δυο γράφοι είναι ισόμορφοι;
- Πλήρης γράφος
- Διμερής γράφος
- Κλειστή διαδρομή
  - Κύκλωμα
  - Απλό κύκλωμα ή κύκλος

# Υπολογισμός πλήθους διαδρομών μήκους $n$

- Ο Προσκείμενος πίνακας του γραφήματος



- Είναι

$$A =$$

0	1	0	1
1	0	1	1
0	1	0	1
1	1	1	0

# Υπολογισμός διαδρομών μήκους $n$

Το πλήθος των διαδρομών μήκους 3  
από μια κορυφή σε μία άλλη,  
εμφανίζεται στον πίνακα  $A^3$

$$A^3 =$$

2	5	2	5
5	4	5	5
2	5	2	5
5	5	5	4

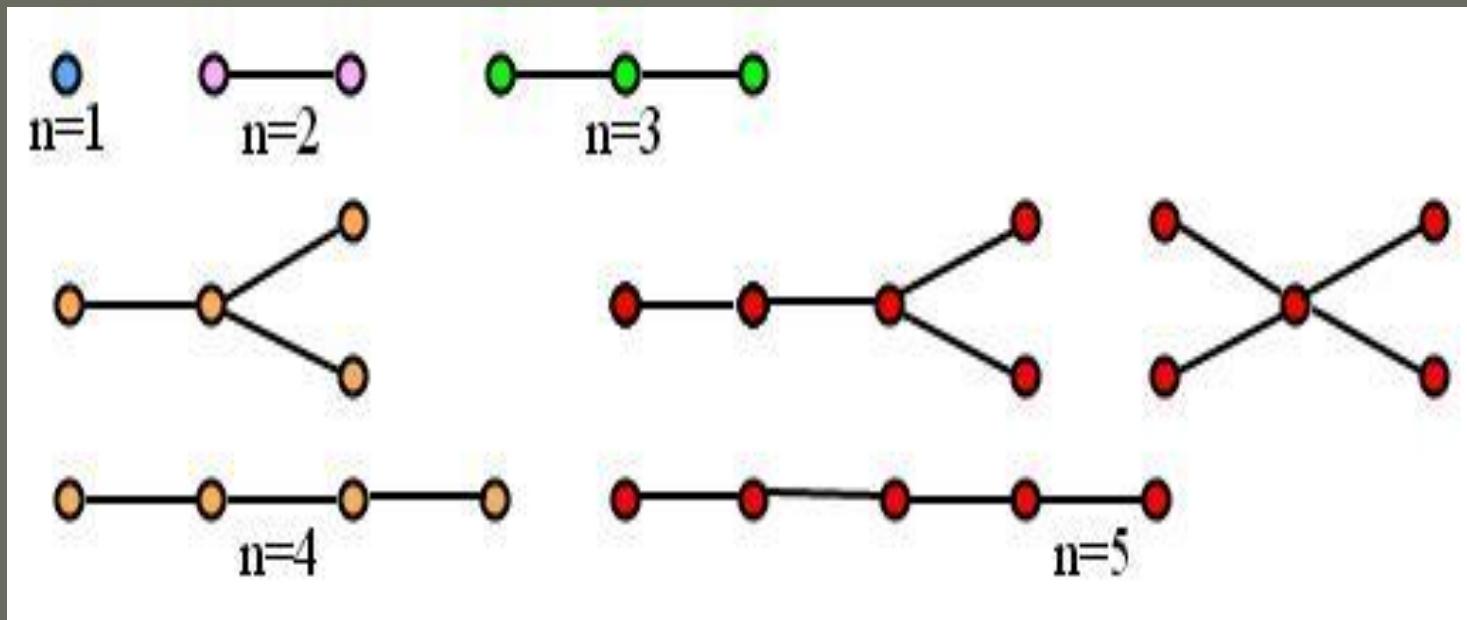
# Γράφοι

- Βαθμός κορυφής
- Μη κατευθυνόμενος γράφος
- Ένας μη κατευθυνόμενος γράφος (undirected graph), είναι ένας γράφος για τον οποίο ισχύει  $(u,v)$  αν και μόνο αν  $(v,u)$
- Οι κορυφές  $u$  και  $v$  λέγονται άκρα της  $(u,v)$
- Οι κορυφές  $u$  και  $v$  λέγονται προσκείμενες αν υπάρχει η  $(u,v)$ .
- Αν η  $u$  έχει  $d$  προσκείμενες τότε ο βαθμός της είναι  $d$ .

# Δένδρα

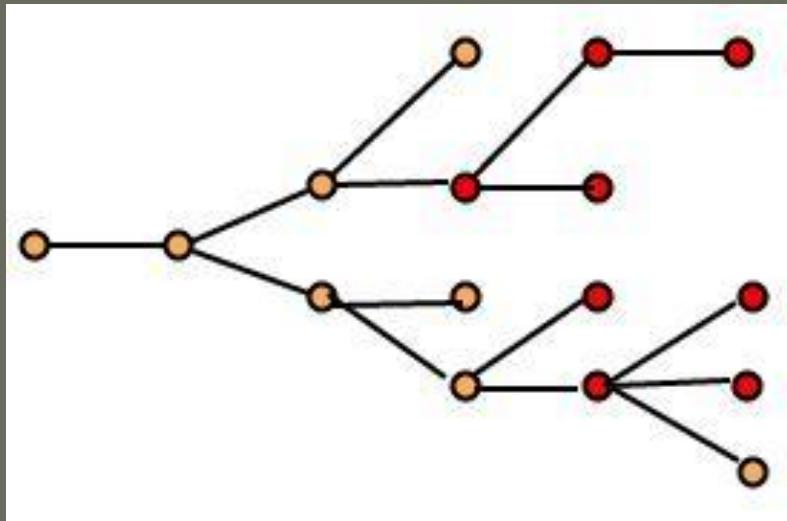
- Τι είναι δένδρο
- $2^{60} = 1.15 \times 10^{18}$
- $20.0507 \times 10^{18}$
- Δένδρο (tree) είναι ένα συνεκτικό γράφημα, στο οποίο δεν υπάρχουν απλά κυκλώματα. Στην επιστήμη των υπολογιστών δένδρα καλούνται οι δομές δεδομένων που έχουν διάταξη δένδρου (ή δενδροειδή μορφή).

# $\Delta \epsilon v \delta \rho \alpha$



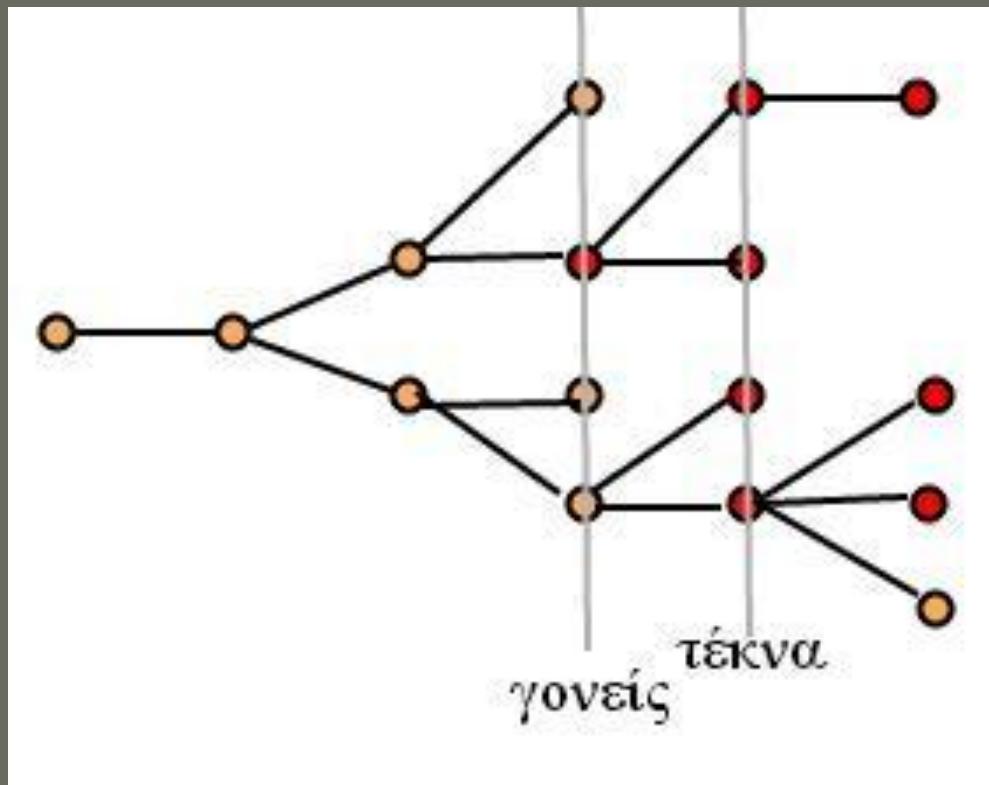
## Δένδρα & ανίχνευση

Ένα δένδρο με αφετηρία είναι ένα δένδρο του οποίου μια κορυφή έχει ονομαστεί αφετηρία, ή ρίζα.



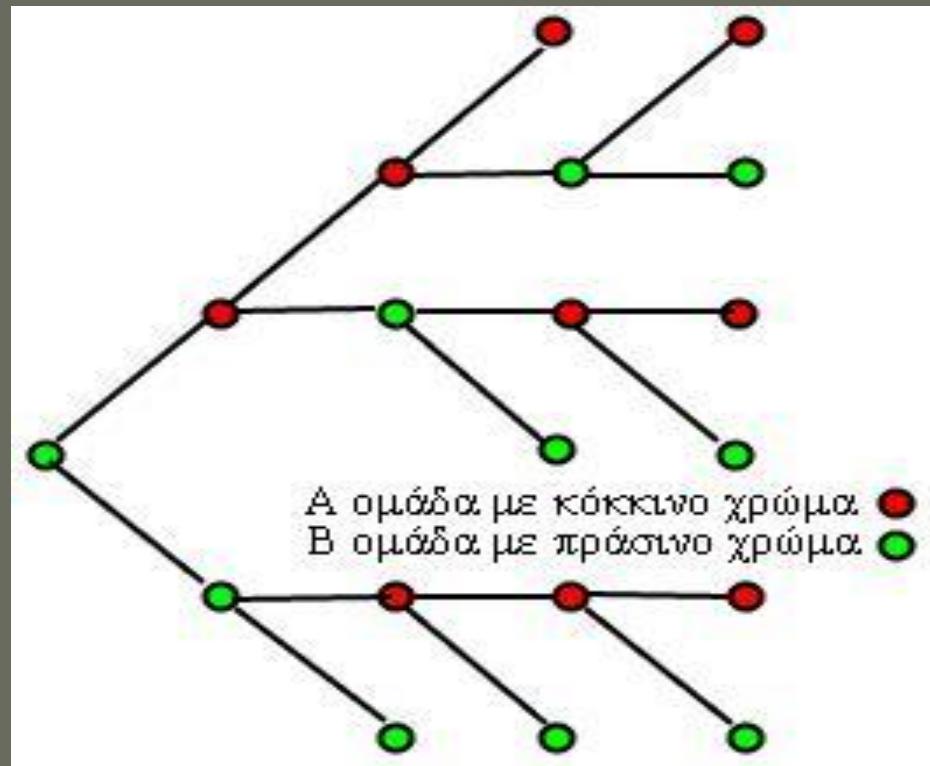
Σε κάθε ακμή ενός δένδρου διακρίνουμε την κορυφή που βρίσκεται πλησιέστερα προς τη ρίζα και την κορυφή που βρίσκεται μακρύτερα. Η πρώτη καλείται γονέας και η δεύτερη τέκνο.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.10α, οι νοητές γραμμές στις οποίες βρίσκονται οι κορυφές ενός δένδρου θα καλούνται επίπεδα, ή στοιβάδες.



Δυαδικό (binary) καλείται ένα δένδρο του οποίου κάθε κορυφή έχει το πολύ δυο τέκνα.

Θεωρούμε δυο ομάδες A και B. Στο δένδρο που εμφανίζεται στο σχήμα 5.11, A σημαίνει ότι η ομάδα A επικράτησε της B στο set. Το δένδρο ξεκινά με την επικράτηση στο  $1^{\circ}$  se της ομάδας A.



Πόσοι τρόποι υπάρχουν ώστε να νικήσει η ομάδα Β σε τέσσερα set, εφόσον επικρατήσει στο πρώτο από αυτά; (Μετρήστε τις πράσινες κορυφές επιπέδου 2).

Πόσοι τρόποι υπάρχουν ώστε να νικήσει η ομάδα Β σε τέσσερα set, χωρίς συνθήκη για την έκβαση του πρώτου set; (Μετρήστε όλες τις κορυφές επιπέδου 2).

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Τα κοινά γράμματα του ελληνικού και του λατινικού αλφαβήτου, που χρησιμοποιεί το υπουργείο Επικοινωνιών και Μεταφορών στις πινακίδες κυκλοφορίας των αυτοκινήτων είναι 14. Οι πινακίδες αποτελούνται από «λέξεις» τριών γραμμάτων και τετραψήφιους αριθμούς. Θα υπολογίσουμε τον αριθμό των οχημάτων που μπορούν να κυκλοφορήσουν με άδεια από το συγκεκριμένο υπουργείο. Θέτουμε καταχρηστικά μια επιπλέον συνθήκη «Δεν χρησιμοποιούνται γράμματα ή αριθμοί με διαδοχική επανάληψη, Την συνθήκη αυτή χρησιμοποιούμε για να απεικονίσουμε το πρόβλημα με δένδρο.

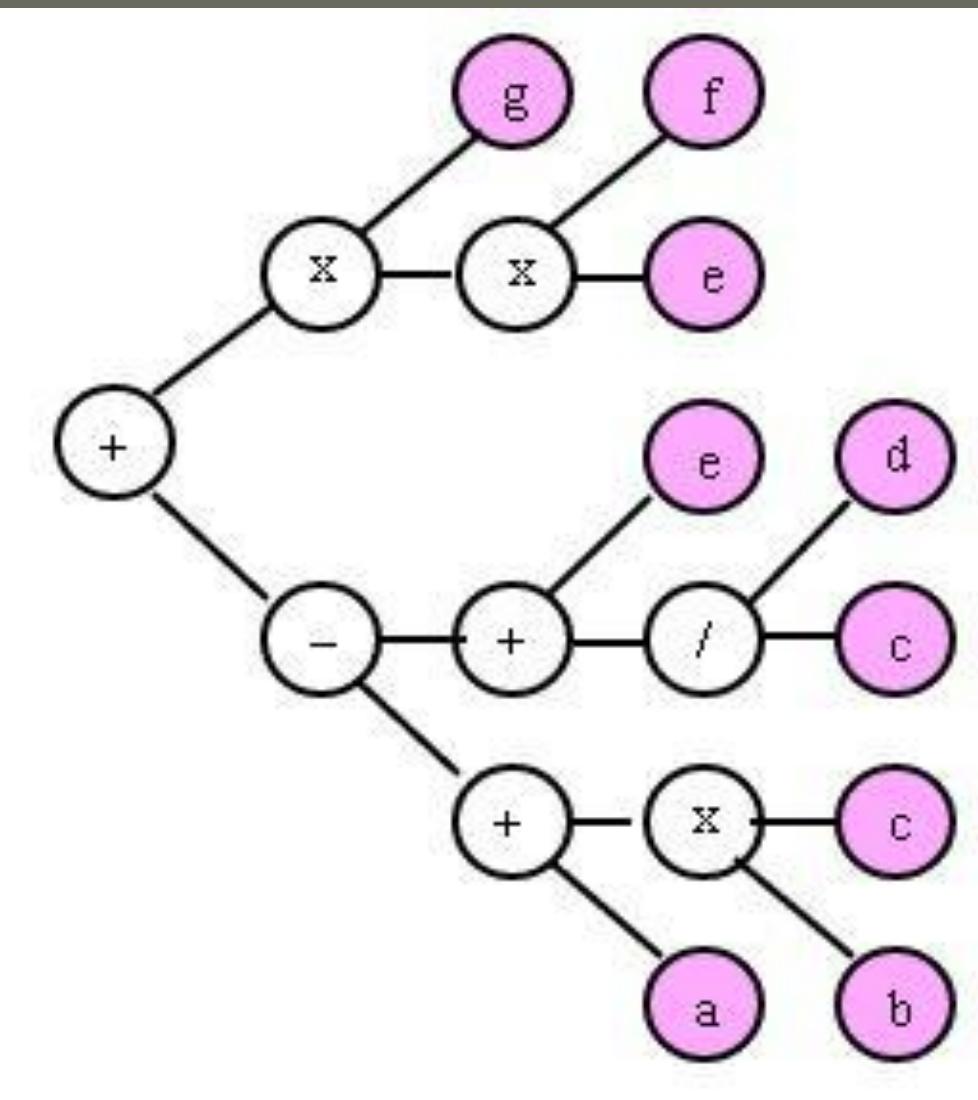
Οι αριθμητικές πράξεις εκτελούνται με προτεραιότητα στους πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις. Μια έκφραση της μορφής

$$\{ [a + (b \times c)] - [(c / d) + e] \} + [(e \times f) \times g]$$

, γίνεται αντιληπτή από τη μηχανή όταν γραφεί

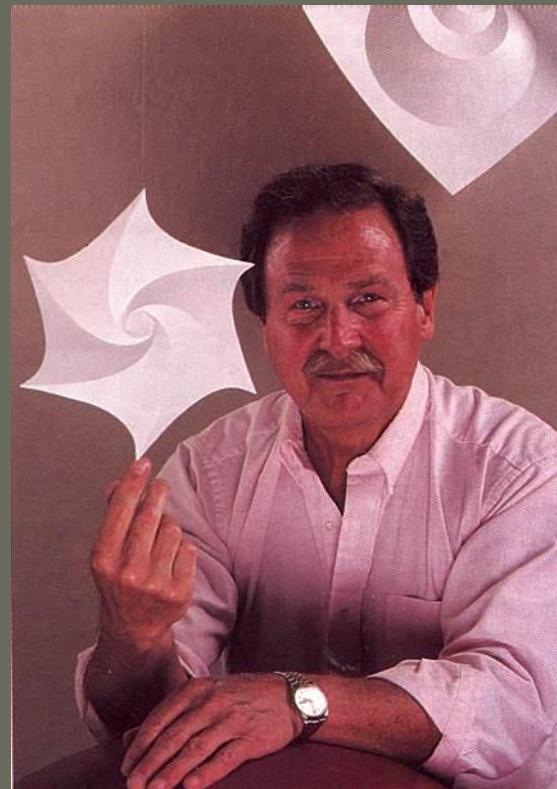
$$a + b \times c - (c / d + e) + e \times f \times g$$

Η μορφή αυτή δημιουργεί ένα γράφημα μεθόδου (process graph)



# Κώδικες Huffman

- Χάρη στους κώδικες Huffman εξοικονομείται τεράστιος αριθμός bytes στις μνήμες αποθήκευσης των ΗΥ.

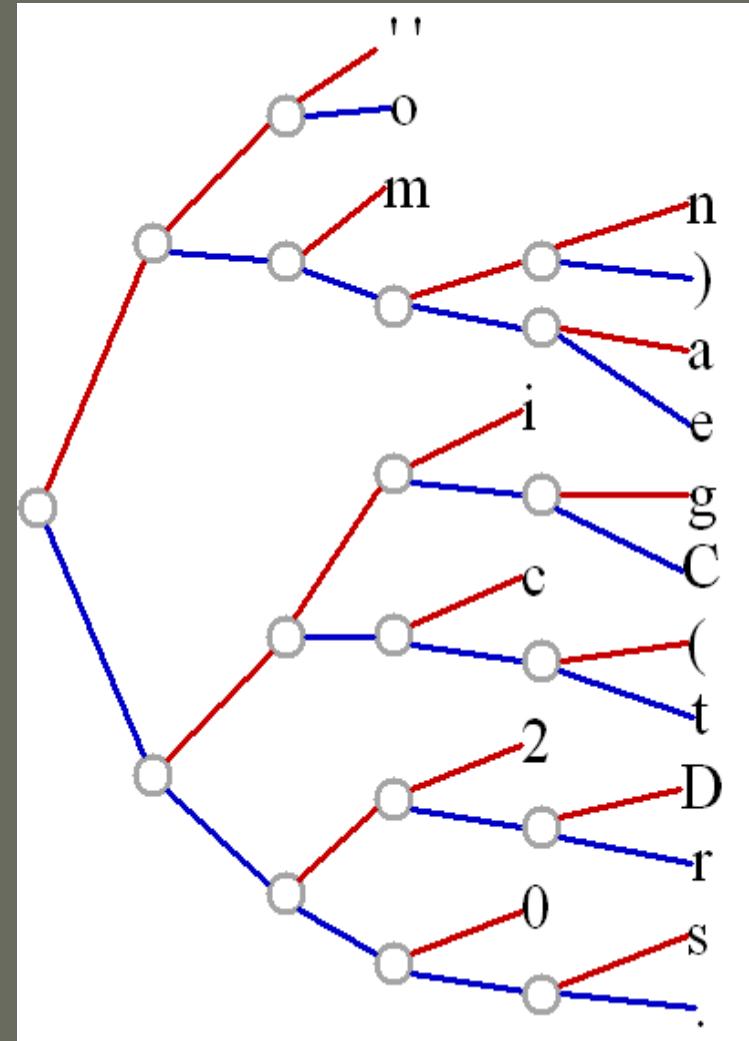


Prof. David Huffman, MIT

# Κώδικες Huffman

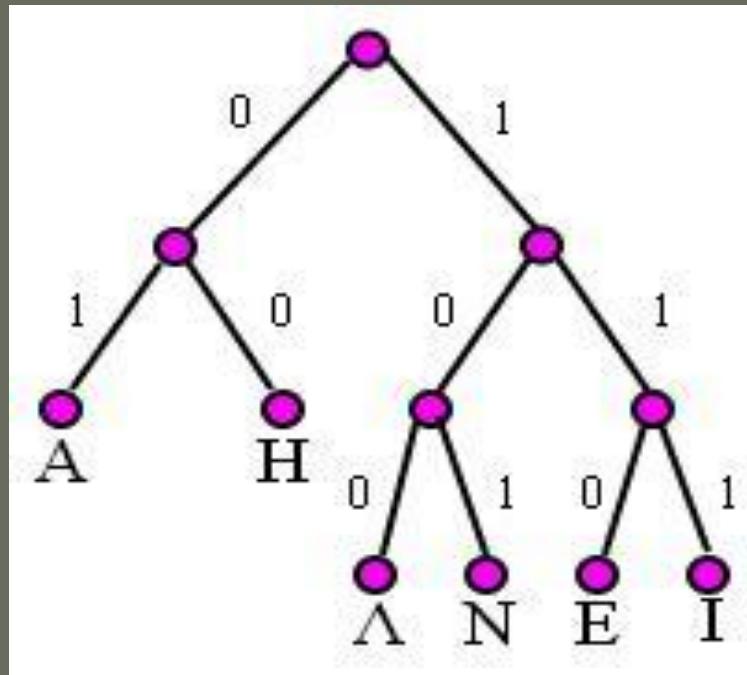
Huffman's  
Code

"(C) 2002 Directionsmag.com"



# Σταθμισμένα δυαδικά δένδρα

- Σταθμισμένοι γράφοι
- καλούνται οι γράφοι στις ακμές των οποίων έχουν σημειωθεί βάρη.



## ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ :

Κατασκευή δυαδικού δένδρου ελάχιστου βάρους με αφετηρία για η βάρη

1. Προσαρτήστε η βάρη σε η απομονωμένες κορυφές  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$
2. Αν δεν υπάρχουν τουλάχιστον δυο κορυφές με προσαρτημένα βάρη ο έλεγχος στο βήμα 4
3.
  - α. Επιλέξτε δυο κορυφές με τα μικρότερα βάρη
    - β. Ονομάστε τις κορυφές  $v_1$  και  $v_2$  και τα βάρη τους  $w_1, w_2$  αντίστοιχα.
    - γ. Προσθέστε μια νέα κορυφή  $v_{n+1}$  και συνδέστε την με τις κορυφές  $v_1$  και  $v_2$ .
    - δ. Προσαρτήστε βάρος  $w_1 + w_2$  στην  $v_{n+1}$  και απαλείψτε αυτά τα βάρη από τις κορυφές  $v_1$  και  $v_2$
    - ε. Ο έλεγχος στο βήμα 2.
  4. Ονομάστε την τελευταία κορυφή που αριθμήθηκε «αφετηρία» , απαλείψτε το βάρος της και επαναπροσαρτήστε στις αρχικές η κορυφές τα βάρη τους.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



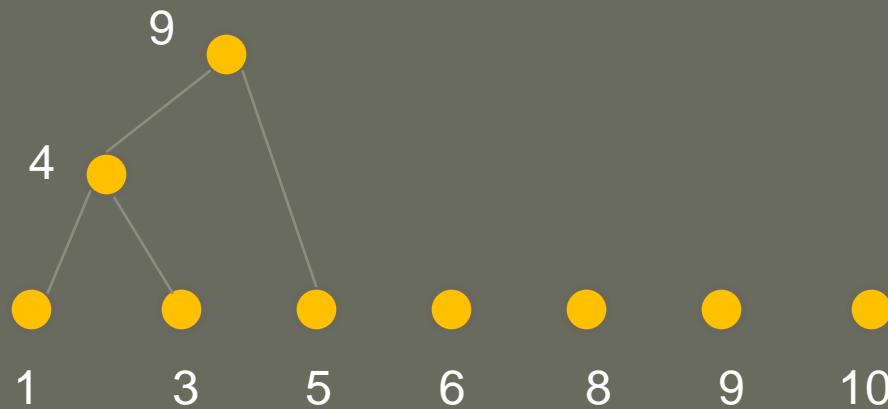
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



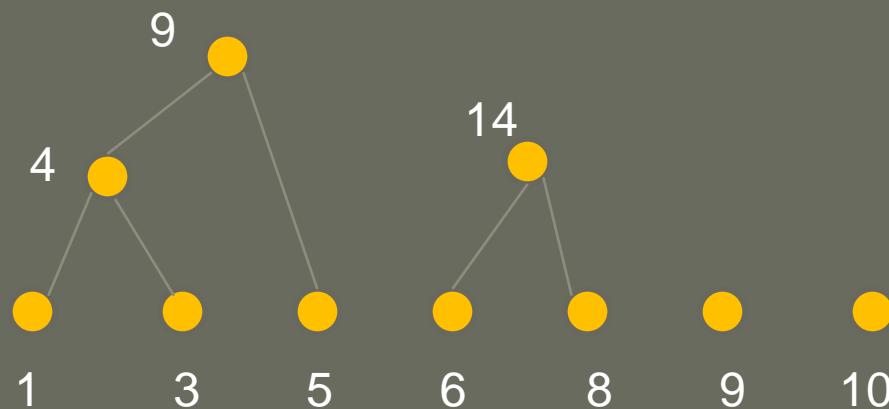
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



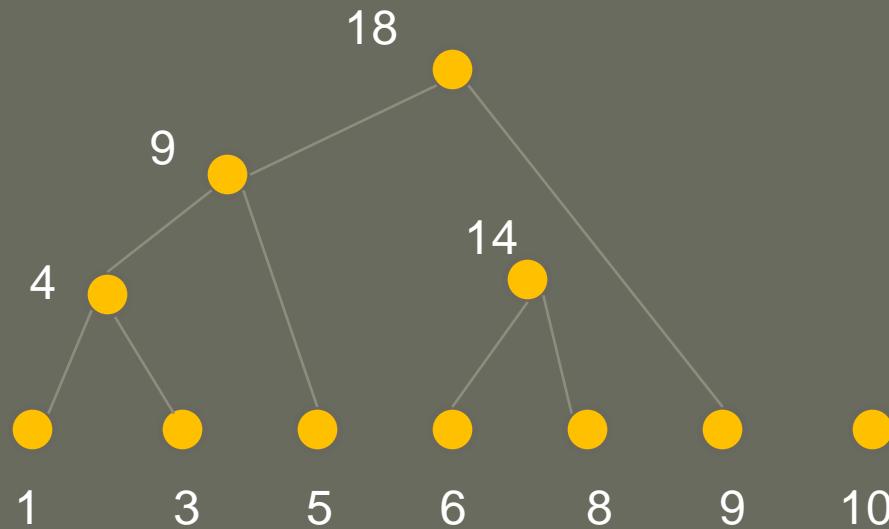
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



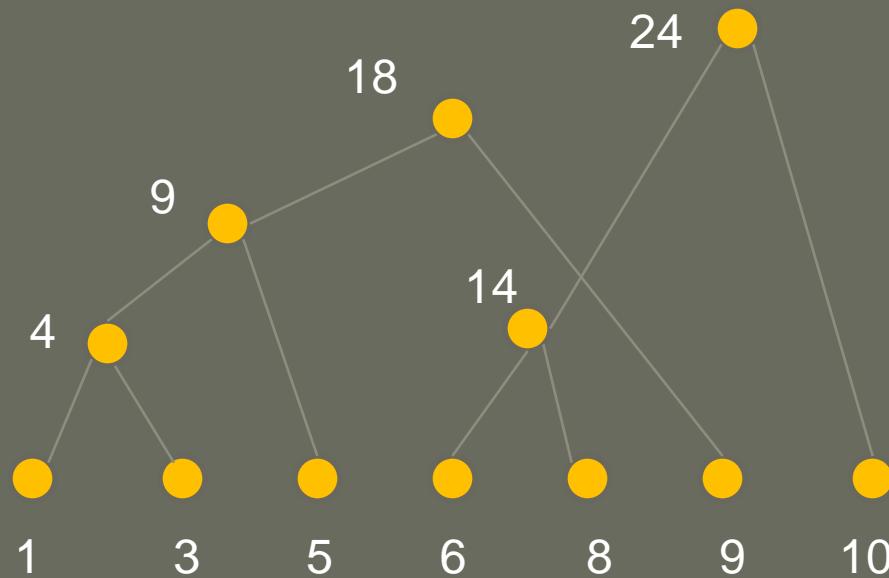
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



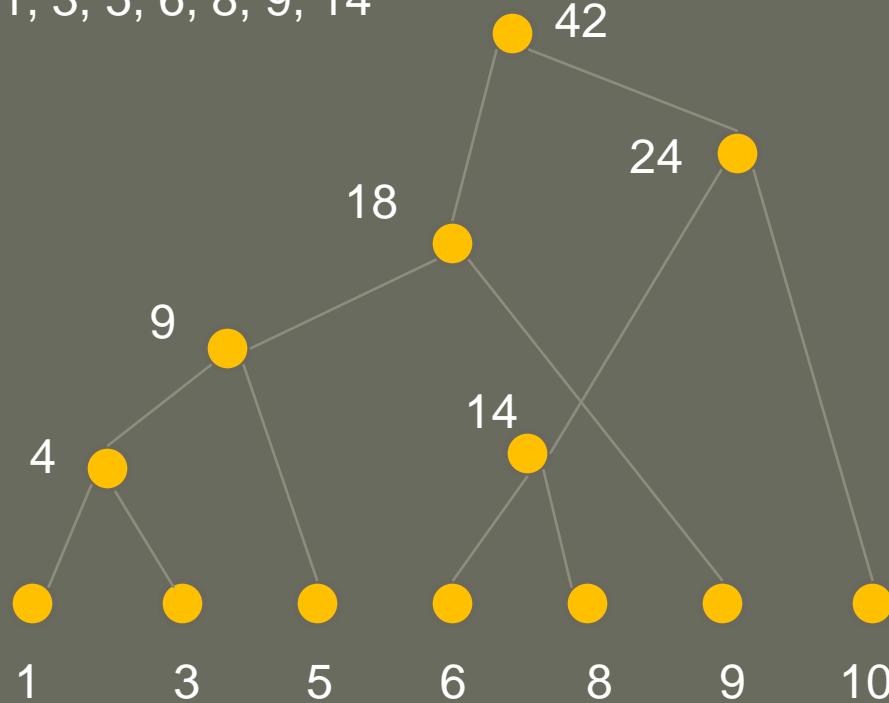
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



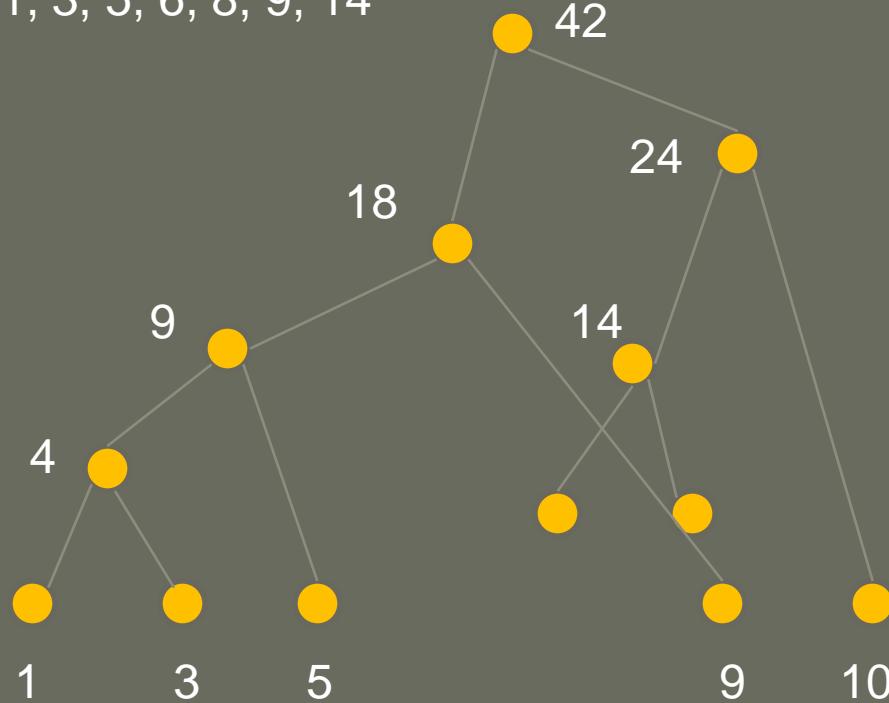
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



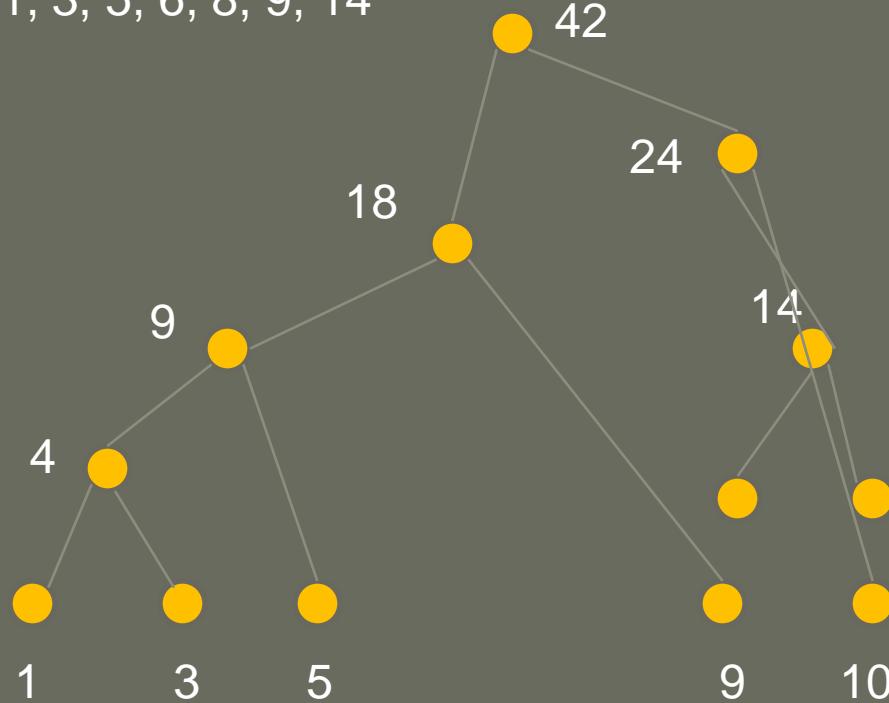
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



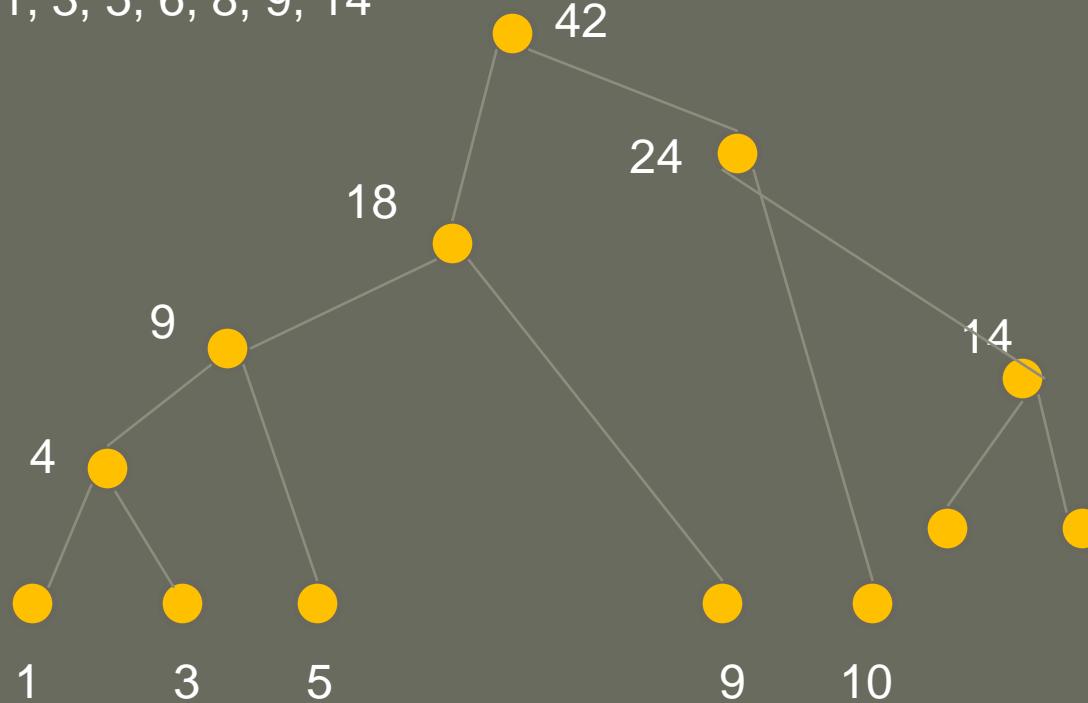
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



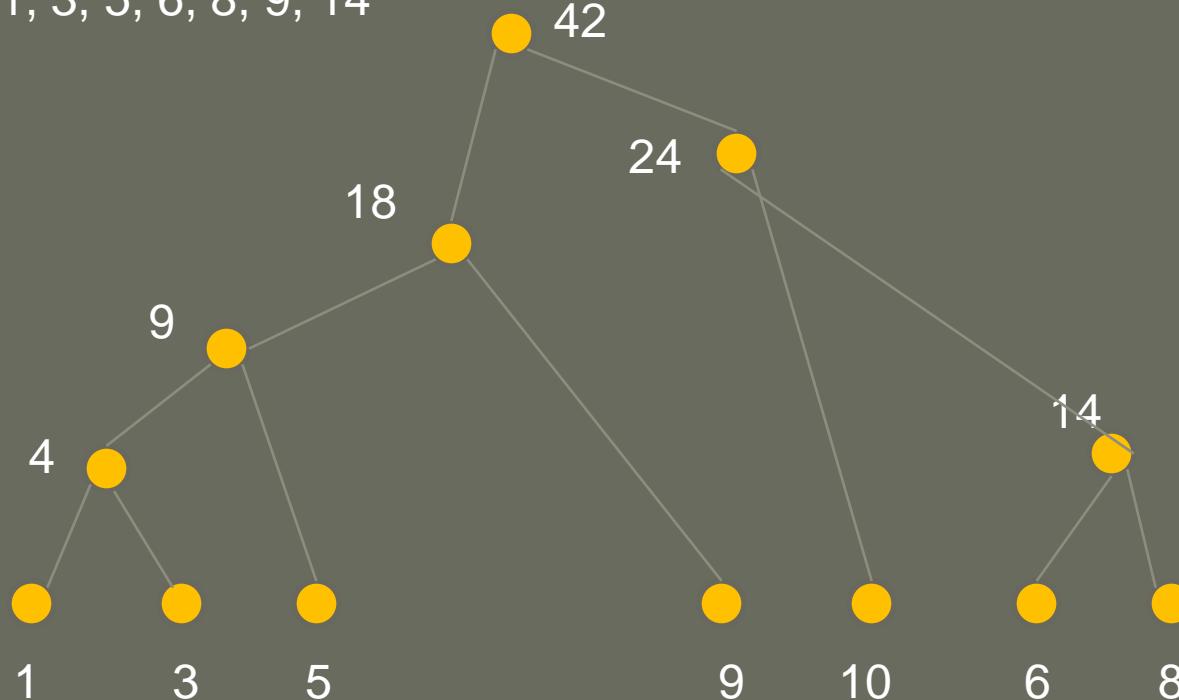
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

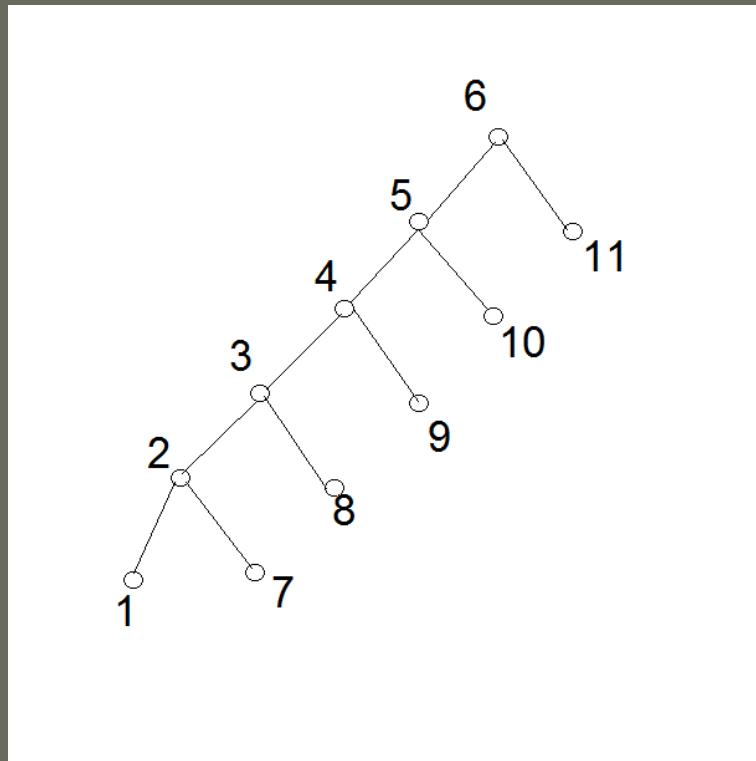
Να κατασκευαστεί δένδρο ελαχίστου βάρους για τα βάρη  
1, 3, 5, 6, 8, 9, 14



# Ανίχνευση

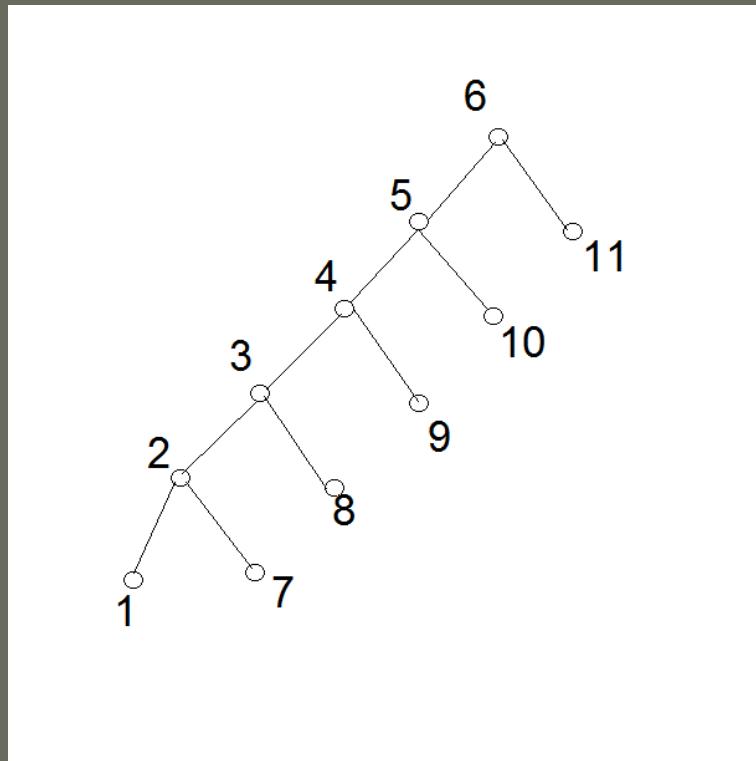
- Πρώτη ανίχνευση σε βάθος
- Πρώτη ανίχνευση σε πλάτος
- Προδιατεταγμένη Ανίχνευση : ΑΦΕΤΗΡΙΑ-ΑΡΙΣΤΕΡΑ-ΔΕΞΙΑ Polish notation
- Διατεταγμένη ανίχνευση δυαδικού δένδρου : ΑΡΙΣΤΕΡΑ-ΑΦΕΤΗΡΙΑ-ΔΕΞΙΑ infix notation
- Μεταδιατεταγμένη ανίχνευση δυαδικού δένδρου :ΑΡΙΣΤΕΡΑ-ΔΕΞΙΑ-ΑΦΕΤΗΡΙΑ

- Πρώτη ανίχνευση σε βάθος



6- 5- 4- 3- 2- 1- 2- 7- 2- 3- 8- 3- 4- 9- .....

- Πρώτη ανίχνευση σε πλάτος



6- 5- 11- 4- 10- 3- 9- 2- 8- 1- 7

